

# КОДИРОВАНИЕ ДИФРАКЦИОННЫХ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ МЕТОДОМ ЛОКАЛЬНОГО ФАЗОВОГО СКАЧКА

Котляр В.В., Хонина С.Н., Мелехин А.С., Сойфер В.А.

Институт систем обработки изображений РАН

e-mail: ipsi@smr.ru

## Аннотация

Рассмотрен алгоритм частичного кодирования амплитуды бинарной фазой с линейной зависимостью ширины фазовой ступеньки в ячейке кодирования от величины амплитуды. Параметром степени кодирования выступает пороговый уровень амплитуды, ниже которого амплитуда кодируется в фазу, а выше которого заменяется на постоянную величину. Метод применен к расчету фазовых пространственных Фурье-фильтров, согласованных с двумерными изображениями.

### 1. Введение

При расчете фазовых дифракционных оптических элементов (ДОЭ), предназначенных формировать заданные амплитудно-фазовые распределения, локализованные в некоторой области пространства, имеется ряд особенностей. Так в данной задаче при оптимизации параметров ДОЭ степень свободы является та часть пространства, в которой заданное световое поле почти равно нулю. Примером может служить задача расчета формирователей одномодовых лазерных пучков Гаусса-Эрмита (ГЭ). Стандартные итеративные и градиентные методы расчета [1] здесь не подходят. В [2,3] разработаны специальные итеративные методы для расчета формирователей одномодовых пучков ГЭ: метод обобщенных проекций [2] и градиентный метод со специальным типом квантования фазы ДОЭ [3].

Однако, в некоторых задачах оптической обработки информации и распознавания образов, в которых ДОЭ используется как пространственные фильтры или динамические пространственные модуляторы света [4], требуется оперативный расчет фазовой функции пропускания фильтра и итеративные методы здесь не подходят. Среди неитеративных методов кодирования амплитуды фазовой функцией ДОЭ наиболее эффективными являются метод Кирка-Джонса [5] и его обобщение [6] на произвольный вид функции пространственной несущей.

Интересно, что в последнее время появились работы, в которых рассматриваются фазовые методы кодирования [7,8], являющиеся аналогами классических бинарных амплитудных методов кодирования амплитудно-фазовой функции, применявшихся в цифровой голографии [9,10].

Специально для расчета формирователей мод ГЭ с небольшими номерами порядков можно использовать игнорирование амплитудной составляющей поля в сочетании с оптимальным выбором размера апертуры ДОЭ [11,12].

Однако все перечисленные выше методы расчета фазы ДОЭ обладают тем недостатком, что не позволяют варьировать в широких пределах два основных конкурирующих параметра, характеризующих качество работы ДОЭ. Это среднеквадратичное отклонение сформированного поля от заданного и энергетическая эффективность, которая равна отношению световой энергии, попавшей в область за-

дания поля, к полной световой энергии, падающей на ДОЭ.

В данной работе рассмотрен метод частичного кодирования, который позволяет варьировать оба параметра ДОЭ (ошибку и эффективность) в широких пределах, то есть позволяет рассчитывать ДОЭ, формирующие световые поля как с малой ошибкой (но и с малой эффективностью), так и с достаточно большой эффективностью (и с большой, но, приемлемой ошибкой). Идея метода проста и похожа на идею метода клипирования амплитуды до ее кодирования в фазу [13]. Вводится некоторое пороговое значение кодируемой амплитуды, выше которого амплитуда заменяется постоянной величиной, а кодированию подвергаются только те точки плоскости ДОЭ, где амплитуда светового поля ниже выбранного порога. Изменением величины пороговой амплитуды можно плавно изменять значения ошибки и эффективности при формировании световых полей. Данное описание метода для расчета формирователей мод ГЭ и пространственных согласованных фильтров показало его работоспособность.

### 2. Кодирование амплитуды с помощью локального скачка фазы

Фазовые методы кодирования амплитуды в нулевом порядке дифракции основаны на замене каждого отсчета амплитуды  $A_n$  на участок рельефа прозрачного ДОЭ шириной  $\Delta x$  со ступенчатым скачком фазы  $\Delta \varphi_n$ .

Величина раstra  $\Delta x$ , как правило, является постоянной величиной ДОЭ. Фазовый скачок имеет два свободных параметра (рис.1): ширину фазовой ступеньки  $\delta x_n$  и высоту  $\Delta \varphi_n$ . Поэтому существуют два способа кодирования амплитуды с помощью локального скачка фазы. Один из них [7] является модернизацией классического двухфазного метода бинарного амплитудного кодирования [9,10] и основан на представлении комплексного числа в виде суммы двух чисел с одинаковой амплитудой

$$A_n \exp(i\theta_n) = \frac{1}{2} [\exp(i\psi_{1n}) + \exp(i\psi_{2n})], \quad (1)$$

из которого следует связь отсчетов кодируемой амплитуды с величиной фазового скачка

$$\begin{cases} A_n = \cos\left(\frac{\psi_{1n} - \psi_{2n}}{2}\right) \\ \theta_n = \frac{\psi_{1n} + \psi_{2n}}{2} \end{cases} \quad (2)$$

или в обозначениях рис. 1 из (2) следует:

$$\Delta\varphi_n = \psi_{1n} - \psi_{2n} = 2 \arccos A_n. \quad (3)$$

При этом из рис. 1 видно, что должно выполняться условие:  $\delta x_n = \Delta x/2$ .

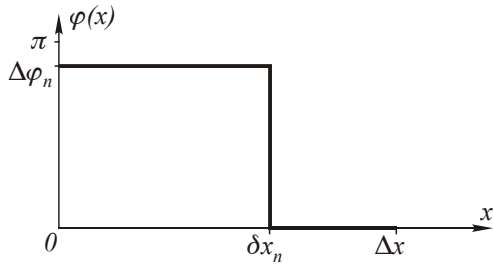


Рис. 1. Вид локального скачка фазы при кодировании амплитуды.

Метод кодирования, основанный на вариации ширины фазового скачка  $\delta x_n$ , предложен в [8] и является модернизацией обобщенного метода кодирования Кирка-Джонса с пространственной несущей частотой [6]. В [8] ширина скачка фазы связана с кодируемой амплитудой формулой

$$\delta x_n = \frac{\Delta x}{\pi} \arcsin A_n. \quad (4)$$

Однако эта формула верна для работы ДОО в первом порядке дифракции. В нулевом порядке дифракции связь между  $\delta x_n$  и  $A_n$  можно получить, вычисляя преобразование Фурье от одного фазового скачка вблизи нулевой пространственной частоты. Так, комплексная амплитуда в Фурье-плоскости для скачка фазы (рис. 1) при  $\Delta\varphi_n = \pi$  имеет вид:

$$F(\xi) = \int_{l+\delta x}^{l+\Delta x} \exp(-i\xi\xi) d\xi - \int_l^{l+\delta x} \exp(-i\xi\xi) d\xi = \frac{\exp(-i\xi l)}{\xi} [1 + \exp(-i\xi\Delta x) - 2 \exp(-i\xi\delta x)], \quad (5)$$

где  $l$  - произвольная точка в плоскости ДОО. При  $\xi$  стремящемся к нулю в первом порядке малости вместо уравнения (5) получим:

$$|F(\xi = 0)| \cong |\Delta x - 2\delta x|. \quad (6)$$

Из уравнения (6) следует, что ширина скачка  $\delta x_n$  должна быть пропорциональна нормированной амплитуде  $0 \leq A_n \leq 1$ :

$$\delta x_n = \frac{\Delta x}{2} (1 - A_n). \quad (7)$$

В нулевом порядке дифракции вместо формулы (4) в методе кодирования с бинарной несущей [6] следует использовать формулу ( $\Delta\varphi_n = \pi$ ):

$$\delta x_n = \frac{\Delta x}{\pi} \arccos A_n. \quad (8)$$

Сравнивая уравнения (3) и (8) видно, что оба метода должны приводить к сходным результатам. Однако вариация ширины фазовой ступеньки (7), (8) технологически более предпочтительна, так как при этом формируется бинарный фазовый рельеф ДОО. Численное моделирование показало, что линейная зависимость ширины фазовой ступеньки от кодируемой амплитуды (7) дает несколько лучшие результаты, чем нелинейная зависимость (8).

Если предположить, что кодируемая амплитуда  $A_n$  является случайной величиной, равновероятно

заполняющей единичный отрезок  $[0,1]$ , то можно оценить энергетическую эффективность  $\varepsilon_c$  метода кодирования (7), исходя из соотношения (6):

$$\varepsilon_c = \frac{\langle (\Delta x - 2\delta x)^2 \rangle}{\Delta x^2} = 1 - 4 \frac{\langle \delta x \rangle}{\Delta x} + 4 \frac{\langle \delta x^2 \rangle}{\Delta x^2}, \quad (9)$$

где  $\langle \dots \rangle$  - знак усреднения. Средние значения величин, входящих в уравнение (9), с учетом, что

$\delta x \in \left[0, \frac{\Delta x}{2}\right]$ , равны:

$$\langle \delta x \rangle = \frac{\Delta x}{4}, \quad \langle \delta x^2 \rangle = \frac{\Delta x^2}{12}. \quad (10)$$

Подставляя выражения (10) в уравнение (9) получим, что энергетическая эффективность данного метода кодирования оценивается значением  $\varepsilon_c = \frac{1}{3}$ .

Операция кодирования сопровождается дискретизацией ДОО с шагом раstra  $\Delta x$ . Поэтому, как следует из [14], общая эффективность фазового кодированного ДОО  $\varepsilon_0$  равна произведению эффективности  $\varepsilon_\theta$  непрерывного фазового ДОО при  $A = \text{const}$  на эффективность кодирования  $\varepsilon_c$ :

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_\theta \cdot \varepsilon_c.$$

### 3. Расчет фазовых бинарных ДОО, формирующих моды Гаусса-Эрмита

В качестве конкретной задачи расчета ДОО, формирующего заданное амплитудно-фазовое распределение, можно рассмотреть задачу формирования одномодовых пучков ГЭ.

Чтобы сгенерировать такой пучок когерентного света следует в плоскости  $z=0$  ( $z$  - оптическая ось) сформировать комплексную амплитуду:

$$E(x, y) = E_1(x)E_2(y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2w^2}\right) H_m\left(\frac{x}{w}\right) H_n\left(\frac{y}{w}\right), \quad (11)$$

где  $H_m(x)$  - многочлен Эрмита,  $w$  - радиус гауссового пучка. Так как моды (11) описываются действительными функциями, то фаза кодированного ДОО будет бинарной.

Комплексная амплитуда (11) после операции полного кодирования  $E_{lc}(x)$  по формуле (7) с общим числом элементов раstra  $2N+2$  имеет вид

$$E_{lc}(x) = \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \times \sum_{k=-(N+1)}^N \text{sgn}\left[H_m\left(\frac{x_k}{w}\right)\right] D(x, x_k, \delta x_k), \quad (12)$$

где  $x_k = k \cdot \Delta x$ ,  $a = N\Delta x$ ,  $-a = -(N+1)\Delta x$ ,  $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N, -N-1$ ,  $[-a, a]$  - отрезок, ограничивающий ДОО,

$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, x \geq 0 \\ -1, x < 0 \end{cases}$ ,  $D(x, x_k, \delta x_k)$  -

функция типа функции Хаара [15], описывающая ячейку кодирования (рис. 1):

$$D(x, x_k, \delta x_k) = \text{rect} \left( \frac{x - \frac{\Delta x + x_k + \delta x_k}{2}}{\Delta x - \delta x_k} \right) - \text{rect} \left( \frac{x - \frac{x_k + \delta x_k}{2}}{\delta x_k} \right), \quad (13)$$

где  $\text{rect}(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$ ,  $\delta x_k = \frac{\Delta x}{2} (1 - |\mathcal{E}_1(x_k)|)$ , где  $0 \leq |\mathcal{E}_1(x_k)| \leq 1$  - нормированная амплитуда из ур. (11).

Аналогичные соотношения можно записать для функции  $E_{2c}(y)$  из уравнения (11).

При частичном кодировании вместо уравнения (12) для комплексной амплитуды  $E_j(x)$  получим:

$$E_{1p}(x) = \text{rect} \left( \frac{x}{a} \right) \times \sum_{k=-(N+1)}^N \text{sgn} \left[ H_m \left( \frac{x_k}{w} \right) \right] \cdot D_p(x, L_c, x_k, \delta x_k), \quad (14)$$

$$D_p(x, L_c, x_k, \delta x_k) = \begin{cases} D(x, x_k, \delta x_k), & |\mathcal{E}_1(x)| < L_c \\ D(x, x_k, 0), & L_c \leq |\mathcal{E}_1(x)| \leq 1, \end{cases} \quad (15)$$

где  $0 \leq L_c \leq 1$  - уровень амплитуды, выше которой операция кодирования не применяется.

#### 4. Численное моделирование

##### 4.1. Фазовые ДООЭ, формирующие одномодовые пучки ГЭ.

Ниже на численных примерах будет показано, что операция частичного кодирования позволяет без итераций рассчитывать бинарные фазовые ДООЭ, формирующие одномодовые световые пучки ГЭ с разной ошибкой и эффективностью. При этом относительная среднеквадратичное отклонение амплитуды рассчитанной моды  $|E_r(\xi, \eta)|$  в Фурье-плоскости от идеальной моды  $|E_0(\xi, \eta)|$  вычисляется по формуле:

$$\delta = \left[ \iint_{\Omega} (|E_r(\xi, \eta)| - |E_0(\xi, \eta)|)^2 d\xi d\eta \right] \times \frac{1}{2} \left[ \iint_{\Omega} |E_0(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (16)$$

и энергетическая эффективность вычисляется по формуле:

$$\varepsilon = \left( \iint_{\Omega} |E_r(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta \right) \cdot S^{-1}, \quad (17)$$

где  $S=4a^2$  - площадь ДООЭ с квадратной апертурой  $[-a, a] \times [-a, a]$ , которая освещается плоской волной с постоянной единичной амплитудой,  $\Omega$  - область в

Фурье-плоскости, в которой заключено 99% энергии идеальной моды.

Также проведено сравнение двух методов кодирования амплитуды (3) и (7). Причем для корректного сравнения число пикселей, приходящихся на отрезок дискретизации  $\Delta x=16$ , было равно числу уровней квантования фазы  $\Delta\varphi_n$  в ур. (3).

На рис. 2 показаны зависимость ошибки  $\delta$  и эффективности  $\varepsilon$  от уровня амплитуды кодирования  $L_c$  для моды ГЭ  $(m, n)=(1, 1)$ , формируемой бинарным фазовым ДООЭ, закодированным по формуле (14) при  $w=1$  мм; квадратная апертура  $[-a, a] \times [-a, a]$  имела размер  $a=2.8$  мм. Из рис. 3 видно, что при уменьшении параметра  $L_c$  от 1 до 0.3 ошибка почти не растет ( $\delta \approx 5\%$ ), а эффективность увеличивается с 20% до 40%.

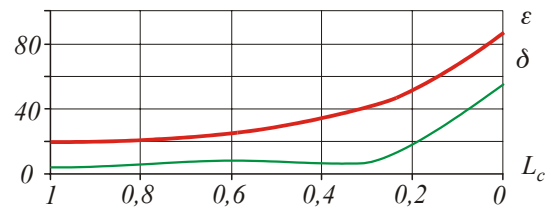


Рис. 2. Зависимость ошибки  $\delta$  и эффективности  $\varepsilon$  от величины уровня кодирования  $L_c$  при формировании двумерной моды ГЭ (1, 1),  $a=2.8$  мм,  $w=1$  мм.

В Таблице 1 приведены значения ошибки  $\delta$  и эффективности  $\varepsilon$  для некоторых значений параметра кодирования  $L_c$  и при разных размерах апертуры ДООЭ. Видно, что наибольшую эффективность для моды ГЭ (1, 1) можно достичь при слабой степени кодирования ( $L_c=0.025$ ):  $\varepsilon=75.87\%$ ,  $\delta=8.94\%$  (третья строка Таблицы 1).

Для сравнения в Таблице 1 приведены эффективность  $\varepsilon$  и корреляция  $\eta$  при формировании мод ГЭ с помощью ДООЭ, рассчитанных итеративными методами. Метод обобщенных проекций приводит к многоуровневому ДООЭ [2], формирующему моду ГЭ (1, 0) с эффективностью  $\varepsilon=53.3\%$  и корреляцией  $\eta=95.2\%$ , а градиентный метод приводит к бинарному фазовому ДООЭ [3], который формирует моду ГЭ (1, 1) с эффективностью  $\varepsilon=43.9\%$  и корреляцией  $\eta=94.7\%$  (шестая и седьмая строки Таблицы 1).

Параметр корреляции комплексных амплитуд рассчитанной и эталонной мод вычисляется по формуле [2,3]:

$$\eta = \frac{\left| \iint_{\Omega} E_r(\xi, \eta) E_0^*(\xi, \eta) d\xi d\eta \right|^2}{\iint_{\Omega} |E_r(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta \cdot \iint_{\Omega} |E_0(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta} \quad (18)$$

Таким образом, приведенные результаты показывают, что с помощью метода частичного кодирования можно без итераций рассчитывать бинарные фазовые ДООЭ, формирующие моды ГЭ с характеристиками, сравнимыми с ДООЭ, рассчитанными итеративными методами [2,3].

Таблица 1. Двумерный случай формирования моды ГЭ,  $w=1$  мм

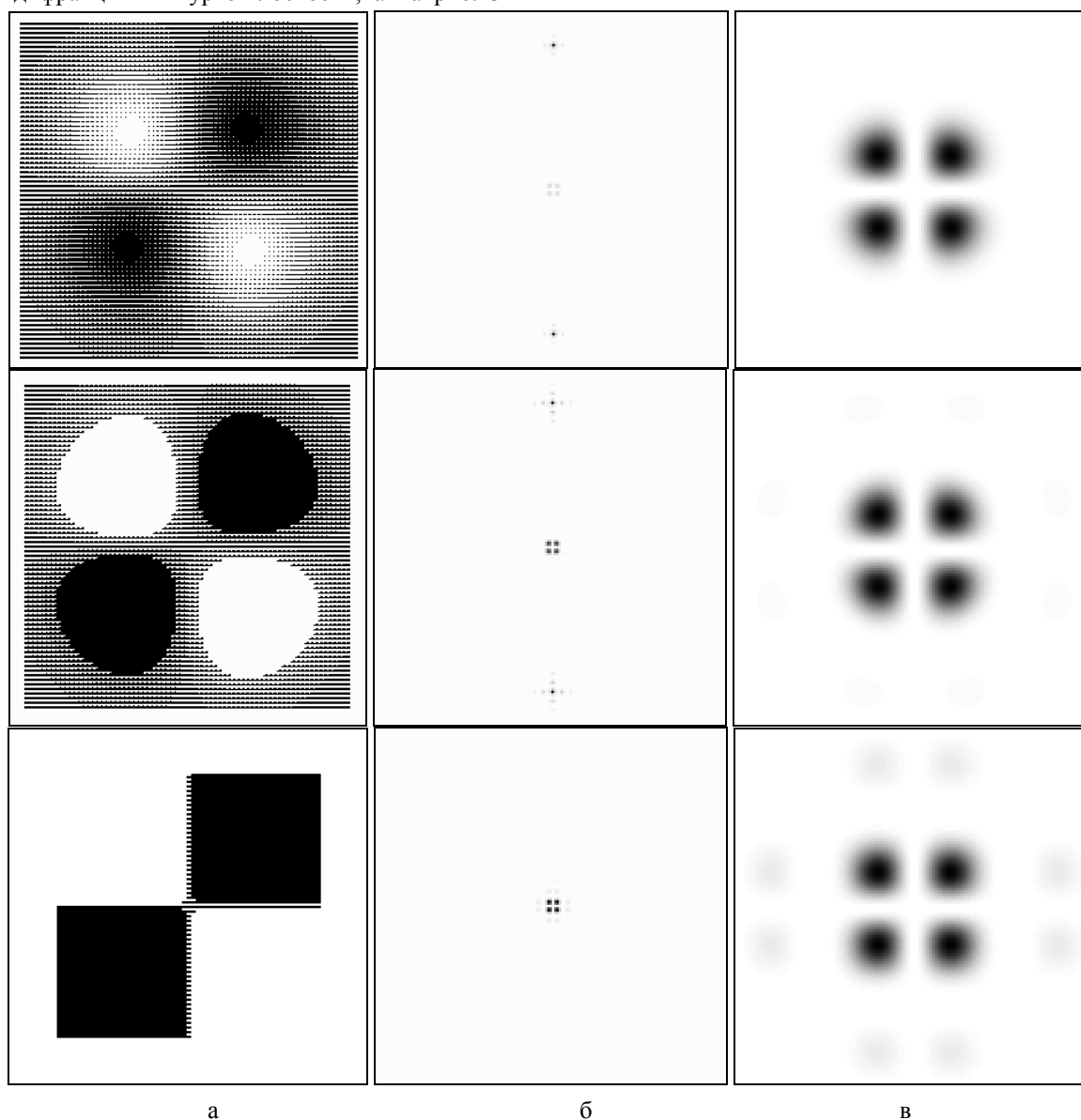
Номер моды, $(m,n)$	Размер апертуры, $[-a,a] \times [-a,a]$ (мм)	Уровень кодирования, $L_c$	Ошибка, $\delta$ (%)	Эффективность, $\varepsilon$ (%)	Корреляция, $\eta$ (%)	Тип кодирования
(1,1)	2.8	1	4.15	18.73	99.46	бинарный, ур. (14)
(1,1)	2.7	0.3	7.44	43.59	97.63	бинарный, ур. (14)
(1,1)	2.2	0.025	8.94	75.87	96.82	бинарный, ур. (14)
(1,1)	3.3	-	1.60	13.31	99.73	ампл.-фазовый, ур. (11)
(1,0)	-	-	-	53.3	95.2	итеративный [2]
(1,1)	-	-	-	43.9	94.7	градиентный [3]
(4,4)	4.0	0.8	5.04	15.09	98.9	бинарный, ур. (14)
(4,4)	3.4	0.025	24.83	75.00	92.7	бинарный, ур. (14)

На рис. 3 и 4 показаны для наглядности результаты расчета ДОЭ методом частичного кодирования: на рис. 3 для моды ГЭ (1,1), на рис. 4 для моды (4,4).

На рис. 3а показаны бинарные фазы ДОЭ для разной амплитуды кодирования  $L_c$ : 1 (верхняя), 0.3 (средняя), 0.025 (нижняя). На рис. 3б показаны картины дифракции в Фурье-плоскости, а на рис. 3в

показаны их увеличенные центральные части, то есть, собственно сформированные моды ГЭ (1,1).

На рис. 4а показаны бинарные фазы ДОЭ для моды ГЭ (4,4) при  $L_c$ : 0.8 (верхняя), 0.025 (нижняя), а на рис. 4б показаны сформированные в Фурье-плоскости центральные части дифракционных картин.



а

б

в

Рис. 3. Формирование моды ГЭ (1,1): (а) бинарные фазы ДОО, рассчитанные по формуле (14), для различных  $L_c$ : 1 (верхняя), 0.3 (средняя), 0.025 (нижняя), (б) картины дифракции в Фурье-плоскости и (в) их увеличенные центральные части.

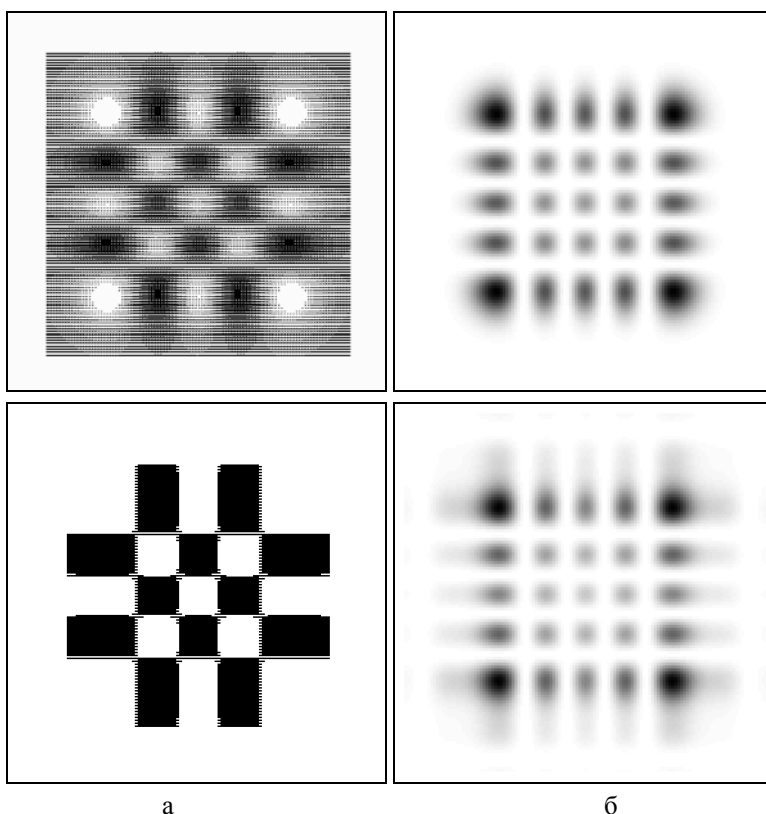


Рис. 4. Формирование моды ГЭ (4,4): (а) бинарные фазы ДОО, рассчитанные по формуле (14), при  $L_c$ : 0.8 (верхняя), 0.025 (нижняя), (б) сформированные в Фурье-плоскости моды.

#### 4.2. Пространственные фильтры для селекции мод ГЭ.

Алгоритм частичного кодирования можно применить также при расчете пространственных фильтров для анализа поперечно-модового состава когерентного лазерного пучка. Оптические элементы, служащие для разложения светового поля по любому ортогональному базису рассматривались в [16]. Пропускающая функция такого фильтра  $\tau(x,y)$  представляет собой линейную комбинацию конечного набора базисных функций  $\psi_{nm}(x,y)$ , выбранных с заданными наклонами:

$$\tau(x,y) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M \psi_{nm}^*(x,y) \exp[i(\alpha_{nm}x + \beta_{nm}y)], \quad (19)$$

где  $(\alpha_{nm}, \beta_{nm})$  - несущие пространственные частоты. Если такой фильтр поместить рядом со сферической линзой и осветить световой волной с амплитудой  $F(x,y)$ , интенсивность света в точках фокальной плоскости  $u_{nm} = \frac{f}{k} \alpha_{nm}$  и  $v_{nm} = \frac{f}{k} \beta_{nm}$ , будет приближенно пропорциональна квадратам модулей коэффициентов  $C_{nm}$  разложения комплексной амплитуды:

$$F(x,y) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M C_{nm} \psi_{nm}(x,y). \quad (20)$$

Для расчета фазового пространственного фильтра, согласованного с четырьмя модами ГЭ с номерами: (1,1), (2,4), (5,5), (7,1) был использован итерационный алгоритм, описанный в [1]. Параметры расчета:  $128 \times 128$  отсчетов, длина волны  $\lambda = 0.63$  мкм, фокусное расстояние  $f = 100$  мм, радиус гауссового пучка в перетяжке  $w = 1$  мм. Действие рассчитанного фильтра при освещении его различными световыми пучками моделировалось с помощью численного алгоритма преобразования Фурье.

На рис. 5 представлена фаза рассчитанного фильтра (а) и результаты его действия при освещении плоским пучком (б), а также при освещении пучком света, представляющим собой композицию мод ГЭ с номерами (1,1)+(2,4)+(5,5)+(7,1) и с одинаковыми весами (с). В первом случае – при освещении плоским пучком – были сформированы 4 моды ГЭ: (1,1), (2,4), (5,5), (7,1) в различных дифракционных порядках. Во втором случае в центрах этих дифракционных порядков, а именно в точках фокальной плоскости  $u_{nm} = \alpha_{nm}f/k$ ,  $v_{nm} = \beta_{nm}f/k$ , появились максимумы интенсивности, примерно соответствующие весам этих мод во входном пучке.

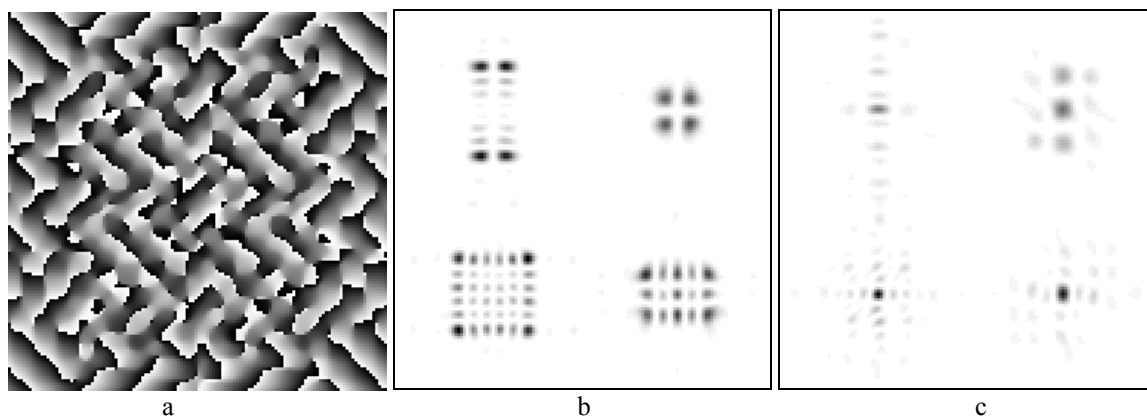


Рис.5. Результат селекции мод ГЭ для фазового фильтра (19) (a) без кодирования ( $L_c=0$ ,  $a=3.5$  мкм): картина дифракции при освещении фильтра плоским пучком (b) и при освещении композицией мод с номерами (1,1)+(2,4)+(5,5)+(7,1) (c).

В Таблице 2 приведены значения интенсивности света в Фурье-плоскости для фильтра (19) в центральных точках формирования 4-х модовых пучков. Из Таблицы 2 видно, что фазовый фильтр хорошо работает как детектор присутствия в анализи-

руемом пучке тех мод, с которыми он согласован. При этом обеспечивается самая высокая дифракционная эффективность 85.90% (см. рис. 7) и достаточно большое значение отношения сигнал/шум:  $SNR = \langle S \rangle / \langle N \rangle = 1446$  ( $\lg(SNR) = 3.16$  на рис. 8).

Таблица 2. Результат моделирования селекции мод ГЭ для фазового фильтра (19) без кодирования ( $L_c=0$ ,  $a=3.5$  мкм)

Входной пучок \ Фильтр	(1,1)	(2,4)	(5,5)	(7,1)	Ошибка, $\delta_c$ (%)
(1,1)	11.0597	0.0027	0.0059	0.1065	0.96
(2,4)	0.0041	17.8759	0.0002	0.0002	0.02
(5,5)	0.0016	0.0004	19.2909	0.0016	0.01
(7,1)	0.0152	0.0029	$6 \cdot 10^{-5}$	12.8052	0.10
(1,1)+(2,4)+(5,5)+(7,1)	10.9356	18.0646	20.0482	10.2281	33.77
(3,3)	0.0105	0.0010	0.0100	0.0032	-

Однако для определения коэффициентов модового состава пучка такой фильтр не подходит. Высокая ошибка, возникающая в этом случае (см. пятую строку Таблицы 3), объясняется тем, что радиус  $a$  фазового фильтра является оптимальным только для некоторых входящих в него мод. Так, в нашем случае радиус фильтра  $a=3.5$  мкм, представляя собой некий средний радиус, близок к оптимальному для мод (2,4) и (5,5), но слишком большой для моды (1,1) и слишком маленький для моды (7,1). Поэтому

одинаковые веса мод передаются с большой среднеквадратичной ошибкой  $\delta_c=33.77\%$ .

Компенсировать этот недостаток можно с помощью частичного кодирования амплитуды. На рис. 6 показана фаза (a), полученная с помощью частичного кодирования амплитуды ( $L_c=0.25$ ), а также результат работы фильтра при освещении его плоским пучком (b) и многомодовым пучком ГЭ (1,1)+(2,4)+(5,5)+(7,1) (c).

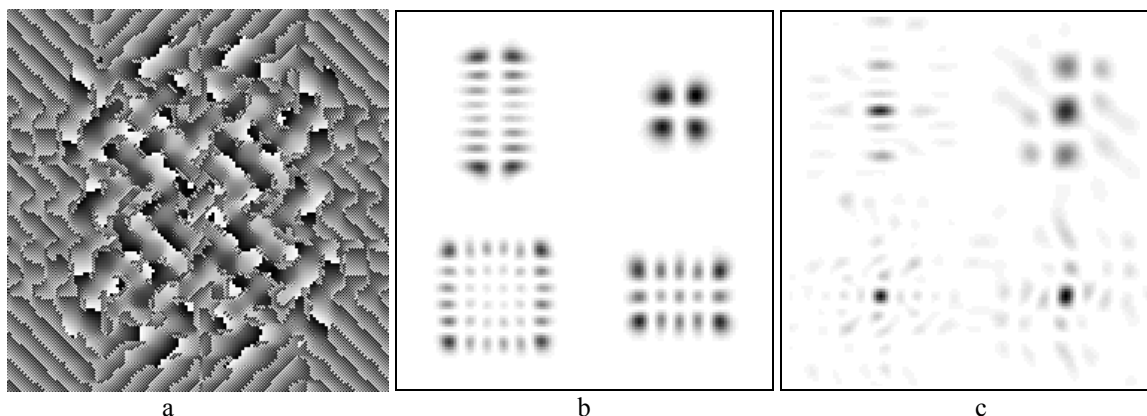


Рис.6. Результат селекции для фазового фильтра (19) (a) с уровнем кодирования  $L_c=0.25$ ,  $a=4.5$  мкм: картина дифракции в Фурье-плоскости при освещении фильтра плоской волной (b) и при освещении фильтра композицией мод с номерами (1,1)+(2,4)+(5,5)+(7,1) (c).

В Таблице 3 приведены значения интенсивности в центрах дифракционных порядков, которые сформированы фильтром с фазой, показанной на рис. 6а. Из Таблицы 3, строка 5, видно, что фазовый фильтр с кодированием амплитуды по уровню  $L_c=0.25$  позволяет снизить ошибку определения коэффициен-

тов модового состава пучка в три раза (до 12%). При этом дифракционная эффективность составляет 29.47% (см. рис. 7). Такой фильтр позволяет достичь компромисс между конкурирующими параметрами: дифракционной эффективностью и среднеквадратичной ошибкой.

Таблица 3. Результат селекции для фазового фильтра с уровнем кодирования  $L_c=0.25$ ,  $R=4.5$  мм.

Входной пучок \ Фильтр	(1,1)	(2,4)	(5,5)	(7,1)	Ошибка, $\delta_c$ (%)
(1,1)	3.1924	0.0003	0.0003	0.0086	0.27
(2,4)	$2 \cdot 10^{-5}$	3.6233	0.0006	0.0004	0.16
(5,5)	$2 \cdot 10^{-5}$	0.0002	3.4435	$4 \cdot 10^{-7}$	$6 \cdot 10^{-3}$
(7,1)	0.0020	$2 \cdot 10^{-7}$	0.0048	3.3106	0.02
(1,1)+(2,4)+(5,5)+(7,1)	3.0334	3.6124	3.3380	3.0502	11.79
(3,3)	0.0043	0.0001	0.0024	$6 \cdot 10^{-6}$	-

Повышение уровня кодирования амплитуды позволяет дальше снижать значение ошибки за счет соответствующего понижения дифракционной эффективности. Так, для уровня кодирования  $L_c=0.9$  получаются характеристики очень близкие к точному амплитудно-фазовому фильтру: ошибка  $\delta_c=0.076\%$ , эффективность  $\varepsilon=6\%$ .

На рис. 7-9 показаны для сравнения численные результаты работы 4-х типов пространственных фильтров для селекции одних и тех же мод ГЭ. На рис. 7 показана зависимость дифракционной эффективности от типа фильтра. Под дифракционной эффективностью понимается часть световой энергии, идущая на формирование только 4-х заданных мод (17). На рис. 8 показана зависимость десятичного логарифма отношения сигнал/шум от типа фильтра. Под SNR понимается отношение среднего максимального числа в первых четырех строках Таблиц 2 и 3 к среднему остальных чисел в этих строках. На рис. 9 показана зависимость среднеквадратичной ошибки определения модулей коэффициентов разложения  $|C_{nm}|$  от типа фильтра.

Из сравнения рис. 7-9 видно, что использование фазового фильтра с частичным кодированием Ph(0.25) обеспечивает достижение оптимальных параметров: невысокой ошибки и средней эффективности.

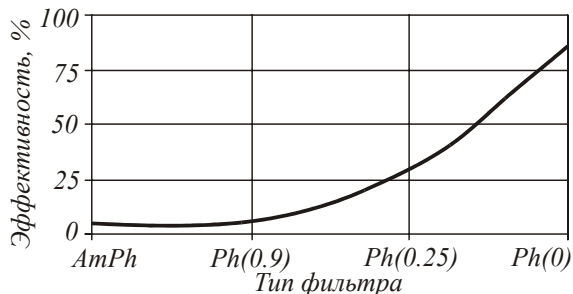


Рис. 7. Дифракционная эффективность для различных типов фильтров: АмФм – амплитудно-фазовый («сэндвич»), Ph(0.9) – фазовый с уровнем кодирования амплитуды  $L_c=0.9$ , Ph(0.25) – фазовый с уровнем кодирования амплитуды  $L_c=0.25$ , Ph(0) – чисто фазовый без кодирования амплитуды.

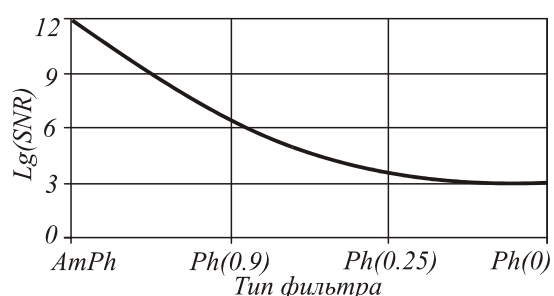


Рис. 8. Десятичный логарифм отношения сигнал/шум для различных типов фильтров.

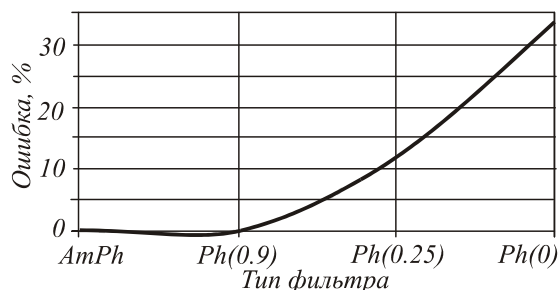


Рис. 9. Среднеквадратичная ошибка определения модулей коэффициентов разложения  $|C_{nm}|$  многомодового пучка для различных типов фильтров.

#### 4.3. Расчет полутонковых фазовых ДОЭ.

Ниже приведены результаты расчета полутонкового фазового модулятора света методом локального фазового скачка, формирующего в фокальной плоскости линзы изображение креста (рис. 10).

На рис. 10а и рис. 10б показаны инвертированная амплитуда и фаза идеального амплитудно-фазового модулятора формирующего в Фурье-плоскости изображение креста. На рис. 10с показан рассчитанный чисто-фазовый модулятор (512x512 пикселей, 1ячейка = 4x4 пикселей) и его структура. На рис. 10д показано инвертированное распределение интенсивности в Фурье-плоскости от рассчитанного чисто-фазового модулятора (512x512 пикселей). Для наглядности на рис. 10е показаны центральные 128x128 пикселей от полученного распределения амплитуды.

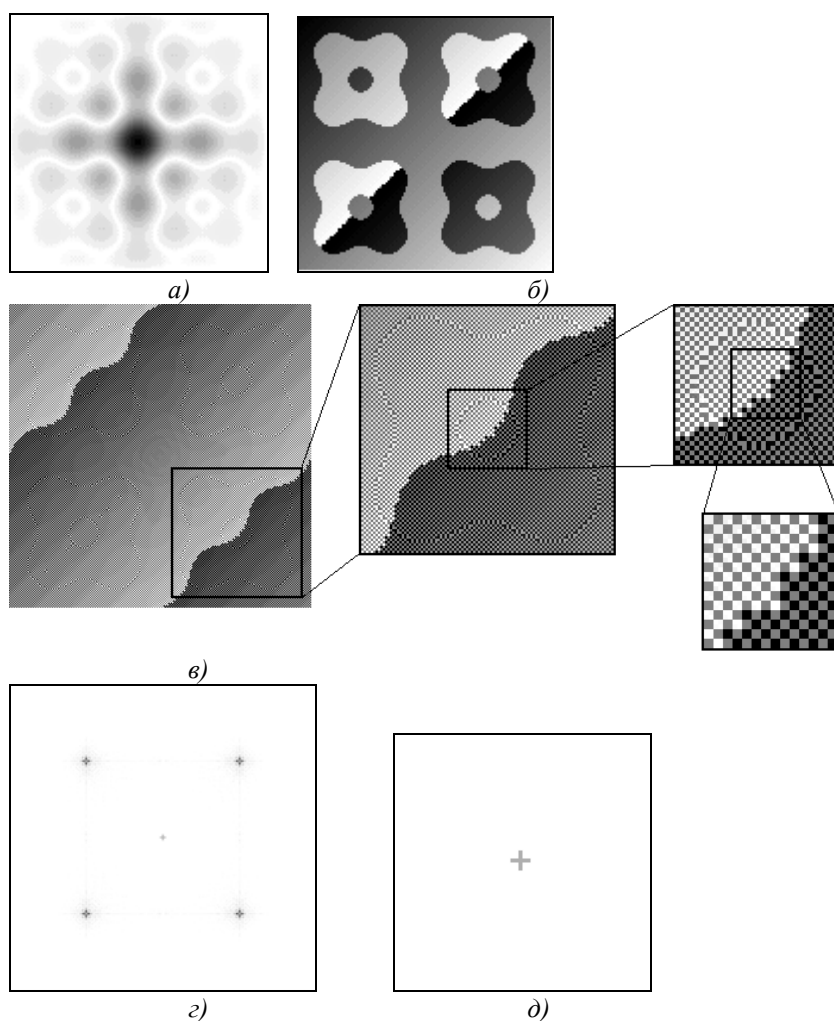


Рис.10. Кодирование полутонного модулятора: (а) и (б) инвертированная амплитуда и фаза идеального амплитудно-фазового модулятора (128x128 пикселей); (с) структура чисто-фазового модулятора (512x512 пикселей); (д) инвертированное распределение интенсивности в Фурье-плоскости от чисто-фазового модулятора (512x512 пикселей); (е) центральные 128x128 пикселей от (д).

Среднеквадратичная ошибка составила – 0.1; эффективность – 0.02. Малое значение эффективности объясняется достаточно яркими побочными максимумами, лежащими за пределами первоначального информационного окна 128x128 пикселей. Эти добавочные максимумы (в углах рис. 10d) являются дополнительными дифракционными порядками, которые появляются из-за квазипериодической (шахматной) структуры фазы модулятора при данном методе кодирования (см. рис. 10с). Несмотря на небольшую эффективность полученное распределение интенсивности внутри первоначального информационного окна с большой точностью повторяет геометрическую форму заданного распределения интенсивности, т.е. форма креста повторяется с высокой точностью (см. рис. 10е).

#### 4.4. Пространственные согласованные фильтры.

С помощью фазовых согласованных фильтров, которые рассчитываются алгоритмом кодирования амплитуды фазой и предназначены для работы в первом порядке дифракции (4), можно существенно повысить параметр дискриминации при распознавании изображений. Под дискриминацией здесь пони-

мается отношение корреляционных сигналов на выходе Фурье-коррелятора для согласованного с фильтром изображения и несогласованного.

Данная дискриминация увеличивается из-за того, что при учете амплитудной информации фазовый согласованный фильтр приближается к инверсному фильтру, для которого корреляционный пик достигает максимума. Эта гипотеза подтверждается следующим численным примером. На рис. 11 показана фаза пространственного фильтра (а), согласованного с изображением буквы “А”. Корреляционный сигнал на выходе Фурье-коррелятора в этом случае показан на рис. 11б. Корреляционный сигнал для распознавания этим фильтром буквы “В” показан на рис. 10с, буквы “С” – на рис. 10д.

Аналогичные результаты для распознавания букв “А”, “В” и “С” с помощью полностью кодированного и частично кодированного фильтров показаны на рис. 11-12.

Для оценки качества распознавания использовалось отношение энергии распределенной по всей дифракционной картине к энергии пришедшей в область пика (центральные 5x5 пикселей). При использовании полностью кодированного фильтра, корреляционные пики находились в 1-м порядке



дифракции, соответственно энергия пришедшая в один корреляционный пик уменьшалась вдвое, но эффективность распознавания при использовании данного фильтра возрастала (см. Таблица 4). При использовании частично кодированного фильтра, энергия корреляционных пиков распределялась между 1-м и 0-м порядками, что приводило к еще большим энергетическим потерям, но пики в 0-м

порядке приобретали более выраженный  $\delta$ -образный вид и, следовательно, эффективность распознавания существенно возрастала (см. Таблица 4). Таким образом, параметр дискриминации распознавания при использовании частично кодированного фильтра увеличивается в несколько десятков раз.

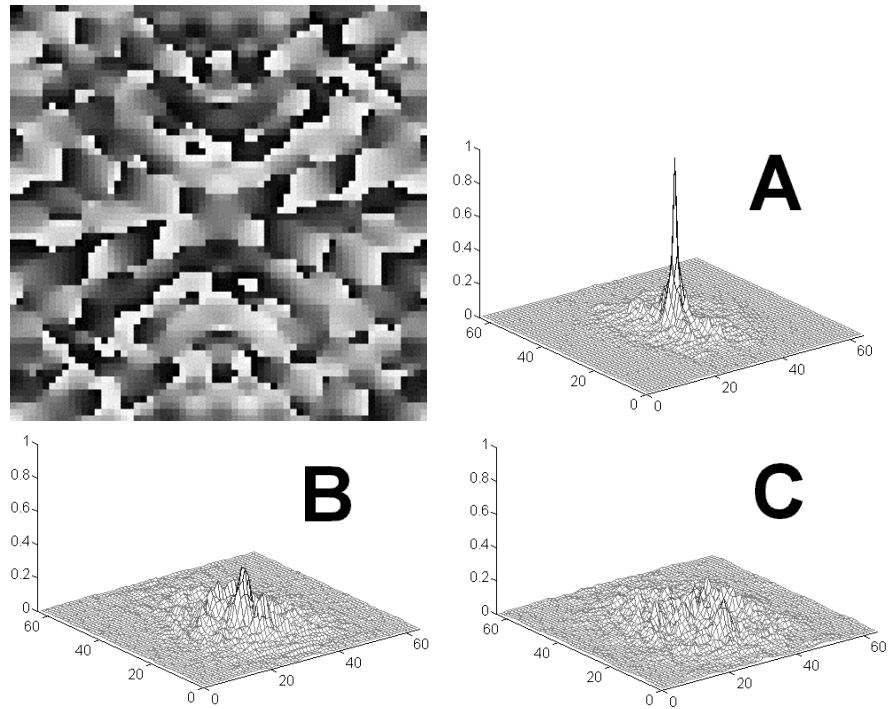


Рис.11. Распознавание букв "А", "В" и "С" с помощью не кодированного фазового согласованного с "А" фильтра (а) в нулевом порядке дифракции; корреляционные сигналы на выходе Фурье-коррелятора при распознавании "А" (b) и "В" (c) и "С" (d).

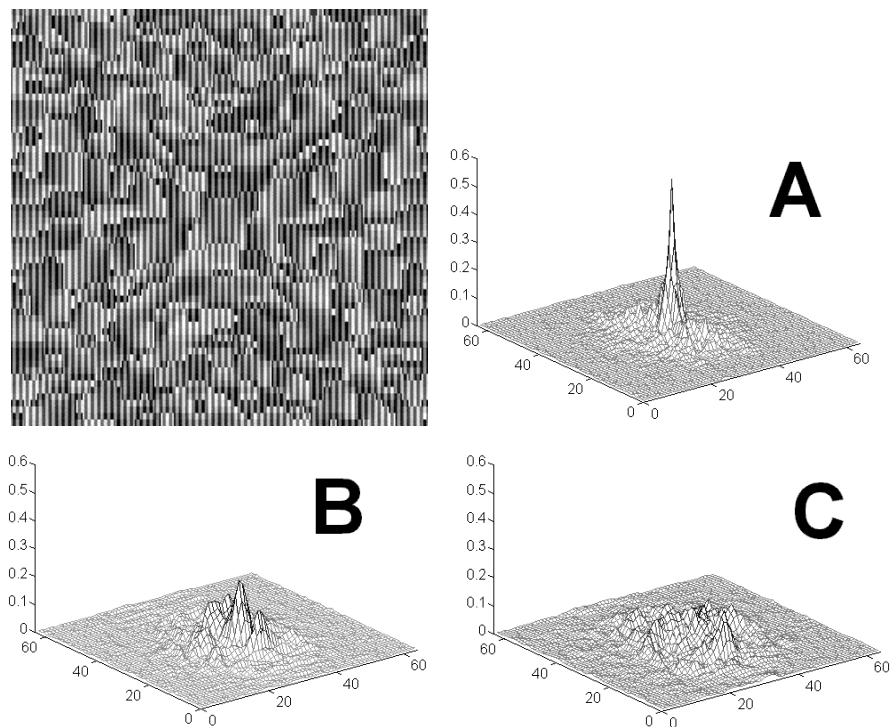


Рис.12. Распознавание букв "А", "В" и "С" с помощью фазового кодированного методом локального фазового скачка, согласованного с "А" фильтра (а) в первом порядке дифракции; корреляционные сигналы на выходе Фурье-коррелятора при распознавании "А" (b) и "В" (c) и "С" (d).

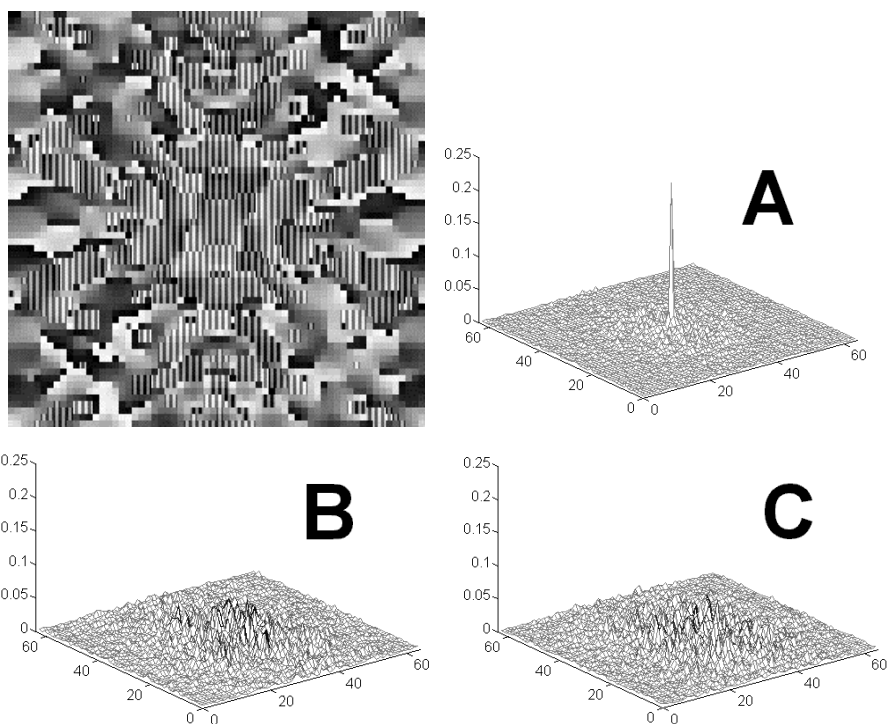


Рис.13. Распознавание букв “А”, “В” и “С” с помощью частично кодированного согласованного с “А” фильтра (а) в нулевом порядке дифракции; корреляционные сигналы на выходе Фурье-коррелятора при распознавании “А” (b) и “В” (c) и “С” (d).

Таблица 4. Исследование согласованной фильтрации.

Тип фильтра	Распознаваемая буква.	Порядок дифракции.	Эффективность. (отношение энергии по всему образу к энергии пришедшей в центральные 5x5 пикселей).	Степень распознавания. (отношение эффект. при распознавании А к эффект. при распознавании заданного символа).	Эффективность распознавания. (отношение степени распознавания не кодированным фильтром к степени распознавания заданным фильтром).
Не кодированный	А	0	0,2458	–	–
	В	0	0,1268	1,9385	
	С	0	0,1014	2,4241	
Кодированный	А	1	0,3267	–	–
	В	1	0,0338	9,6657	4,9862
	С	1	0,0189	17,2857	8,9170
Частично кодированный	А	0	0,3022	–	–
	В	0	0,0020	151,11	77,95
	С	0	0,0024	127,52	65,78

#### Благодарность

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты № 98-01-00894, 99-01-39012).

#### Заключение

Получены следующие результаты:

- рассмотрен алгоритм частичного кодирования амплитуды бинарной фазой с линейной зависимостью ширины фазовой ступеньки в ячейке кодирования от величины амплитуды;
- параметром степени частичности кодирования выступает уровень амплитуды, ниже которого

амплитуда кодируется в фазу, а выше которого заменяется на постоянную величину;

- метод применен к расчету фазовых ДОЭ, генерирующих лазерные моды Гаусса-Эрмита, а также пространственных согласованных фильтров;
- численно показано, что варьирование степени частичности кодирования позволяет менять в широких пределах энергетическую эффективность и ошибку формирования модовых пучков; при этом метод частичного кодирования не уступает известным итеративным методам.
- численно показано, что помощью частичного кодирования фазовых согласованных фильтров,

работающих в первом порядке дифракции, можно существенно повысить параметр дискриминации при распознавании изображений.

#### *Литература*

1. Soifer V.A., Kotlyar V.V., Doskolovich L.L. Iterative methods for diffractive optical elements computation. London: Taylor & Francis, 1997.
2. Duparre M., Pavelyev V., Luedge B., Kley B., Kowarschik R., Soifer V. Iterative calculation, manufacture and investigation of DOE forming unimodal complex distributions, Proceedings of SPIE **3134**, 357-368 (1997)
3. Doskolovich L.L., Perlo P., Petrova O.I., Repetto P., Soifer V.A., Calculation of quantized DOEs on the basis of a continuous series approach, Proceedings of SPIE **3348**, 37-47 (1998)
4. Cohn R.W., Liang M., Pseudorandom phase-only encoding of real-time spatial light modulators, Appl. Opt. **35**(14), 2488-2498 (1996)
5. Kirk J.P., Jones A.L., Phase-only complex-valued spatial filters, J.Opt.Soc.Am. **61**(8), 1023 (1971)
6. Soifer V.A., Golub M.A., Laser beam mode selection by computer-generated holograms. Boca Raton: CRC Press, U.S., 1994
7. Zhon M., Lin D., Cui Z., Prenett D.P., Guo L., Guo Y., Design of diffractive optical elements based on several simple formulas. Opt. Eng. **37**(5), 1488-1493.
8. Berezny A.E., Karpeev S.V., Uspleniev G.V., Computer-generated holographic optical elements produced by photolithography, Opt. & Las. in Eng. **15**(5), 331-340 (1991)
9. Haskell R.F., Culver B.C., New coding technique for computer-generated holograms, Appl. Opt. **11**(11), 2712-2714 (1972)
10. Chu D.C., Fienup J.R., Recent approach to computer-generated holograms. Opt. Eng. **13**(3), 189 (1974)
11. Kotlyar V.V., Khonina S.N., Soifer V.A. Generalized Hermite beams in free space, Optika **108**(1), 20-26 (1998)
12. Хонина С.Н., Котляр В.В., Соифер В.А., Хонканен М., Турунен Я., Формирование мод Гаусса-Эрмита с помощью бинарных ДОО. 1. Моделирование и эксперимент. Компьютерная оптика, ИСОИ РАН, Самара, вып. 18, 24-28 (1998).
13. Paakkonen P., Lautanen J., Honkanen M., Kuittinen M., Turunen J., Khonina S.N., Kotlyar V.V., Soifer V.A., Friberg A.T., Rotating optical fields: experimental demonstration with diffractive optics, J. Mod. Opt. **45**(11), 2355-2369 (1998)
14. Wyrowski F., Modulation schemes of phase gratings, Opt. Eng. **31**(2), 251-257 (1992)
15. Burns T.J., Fielding K.H., Rogers S.K., Pinski S.D., Ruck D.W., Optical Haar wavelet transform. Opt. Eng. **31**(9), 1852-1858 (1992)
16. Kotlyar V.V., Khonina S.N., and Soifer V.A., Light field decomposition in angular harmonics by means of diffractive optics, Journal of Modern Optics, v.45, No.7, pp.1495-1506 (1998).