

# МУЛЬТИПЛИКАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ВНЕОСЕВОГО ЭФФЕКТА ТАЛЬБОТА

О.А. Корфуненко, А.Н. Малов, В.С. Фещенко  
Приднестровский государственный университет, г.Тирасполь  
Иркутский филиал Института Лазерной Физики СО РАН  
E-mail: feshchenko@mail.ru

## 1. Введение

Целью мультипликации является одновременное формирование группы непересекающихся, идентичных изображений или пространственных частотных спектров некоторого объекта.

В настоящее время развитие методов мультипликации стимулируется как необходимостью совершенствования технологии производства интегральных схем, так и проблемой создания многоканальных систем обработки информации с параллельным анализом. Основной при использовании методов мультипликации в микроэлектронике является проблема получения изображений с высоким качеством. Такие мультипликаторы должны обеспечивать высокую разрешающую способность и малые искажения изображений. При создании многоканальных систем обработки во многих случаях требования к качеству мультиплицированных изображений и их пространственных спектров по сравнению с требованиями в микроэлектронике могут быть значительно снижены, однако в этом случае мультипликатор не должен вносить больших потерь света, т.е. должен обладать высокой эффективностью. Выбор конкретного метода мультипликации в системах обработки определяется решаемой задачей, а также видом используемых носителей информации (фотопленка, электронно-лучевая трубка и т.д.) и типом источника излучения (когерентный, некогерентный).

В настоящее время известен ряд методов мультипликации изображений и их пространственных спектров:

1) Матрица точечных отверстий [1]. Этот метод характеризуется низкой разрешающей способностью и большими потерями света.

2) Метод, использующий матрицу линз малого диаметра. Он дает лучшие результаты, чем [2,3], однако качество изображений также невысокое, поскольку линзы почти всегда обладают аберрациями и искажениями. Кроме того, такой мультипликатор работает с сильным уменьшением изображения (мал размер поля мультиплицированных изображений), что не всегда удобно для построения многоканальных систем обработки.

3) Методы, основанные на явлении двойного лучепреломления и разного рода калейдоскопы [2,4,5]. Очевидно, что при необходимости получения большого числа изображений мультипликаторы, основанные на этих методах, будут громоздкими.

В настоящей работе предлагается способ мультипликации, основанный на свойстве саморепродукции изображений периодических объектов, основанный на эффекте Г.Ф.Тальбота.

## 2. Дифракция света на периодическом транспаранте

Пусть пропускание единичного изображения будет  $t_e(x,y)$ , тогда пропускание прямоугольного транспаранта в виде матрицы из  $M \times N$  единичных элементов можно представить в виде:

$$t(x,y) = t_e(x,y) \otimes \sum_{m=-M}^{m=M} \sum_{n=-N}^{n=N} \delta(x - md_x, y - nd_y), \quad (1)$$

где  $M$  и  $N$  - целые числа,  $d_x$  - период матрицы вдоль оси  $x$ ,  $d_y$  - период матрицы вдоль оси  $y$ ,  $\otimes$  - операция свертки,  $\delta$  - дельта-функция Дирака.

Известно, что амплитудное распределение соответствующее этому пропусканию будет наблюдаться, на так называемом, расстоянии Тальбота [6]:

$$z = \frac{l}{m} \frac{d^2}{\lambda}, \quad \frac{l}{m} = 2k, \quad k=1, 2, \dots, \quad (2)$$

где  $l$  и  $m$  - взаимно простые числа,  $\lambda$  - длина волны излучения,  $d$ -период транспаранта.

Распределение амплитуды в плоскости Тальбота будет:

$$E(x,y) = E_e(x,y) \otimes \sum_{m=-M}^{m=M} \sum_{n=-N}^{n=N} \delta(x - md_x, y - nd_y), \quad (3)$$

Таким образом, периодический объект можно представить как суперпозицию дифракционной решетки и мозаичного изображения составленного из единичных элементов.

Известно свойство дифракционных решеток мультиплицировать изображение периодического объекта в обе стороны от оптической оси. В этом случае в плоскости Тальбота, (изображения Фурье), в высших порядках дифракции, формируется следующие распределение амплитуды:

$$E(x,y) = E_e(x,y) \otimes \sum_{n=-N}^{n=N} \delta(y - nd_y) \\ = E_e(y) \otimes \sum_{n=-N}^{n=N} \delta(y - nd_y) \quad (4)$$

для порядков дифракции мультиплицированных вдоль оси  $X$ , и

$$E(x,y) = E_e(x,y) \otimes \sum_{m=-M}^{m=M} \delta(x - md_x) = \\ = E_e(x) \otimes \sum_{m=-M}^{m=M} \delta(x - md_x) \quad (5)$$

для порядков дифракции мультиплицированных вдоль оси  $Y$ .

Из-за фильтрующего свойства  $\delta$  - функции в высших порядках дифракции произойдет вычитание тех элементов объекта, которые не перпендикуляр-

ны оси, вдоль которой происходит мультипликация. Объект из двухмерного станет одномерным [7].

В приосевой области, где перекрываются все дифрагирующие световые пучки, наблюдается классический эффект Тальбота, т.е. плоскости Тальбота, располагаются вдоль оси на расстояниях удовлетворяющих условию (2). В то же время существует область пространства, где дифракционные порядки с разными знаками не перекрываются [7]. Этой области и соответствуют соотношения (4) и (5). В этих областях пространства самоизображение происходит вследствие синфазности волновых фронтов от одинаковых элементов разных единичных изображений [7]. Так как вне оси происходит перекрытие только ненулевых порядков одного знака, то и изображение будет формироваться только высшими порядками дифракции. Фаза изображения в нулевом порядке будет удовлетворять условию:

$$\varphi = 2n\pi, \text{ где } n=1,3,5 \dots N \quad (6)$$

то изображение в нулевом порядке будет позитивным, а в области геометрической тени в высших порядках дифракции - негативным.

В случае если выполняется условие:

$$\varphi = 2n\pi, \text{ где } n=2,4,6 \dots 2N \quad (7)$$

то и в нулевом и в высших порядках дифракции изображение будет позитивным. Расстояние между плоскостями самоизображения в высших порядках дифракции вдоль оси z, будут в два раза больше, чем расстояние между плоскостями самоизображения, располагающимися вдоль оптической оси системы.

В связи с тем, что в плоскости наблюдения, не совпадающей с плоскостью периодического объекта, спектр поля объекта принципиально финитен, (как вследствие фильтрующих свойств свободного пространства, учитывающих расхождение в пространстве высших гармоник ограниченных пучков, так и вследствие волновой природы света, за счет влияния быстро затухающих волн), изображения, полученные в непараксиальной области, будут так же подвергаться искажениям. Известно [8], что в спектре ограниченного предмета, в параксиальной области, при движении от центра изображения в плоскости Тальбота, общее количество перекрывающихся гармоник не убывает. Убывает лишь число симметрично перекрывающихся гармоник, что и вызывает ухудшение качества изображений. При дифракции излучения в непараксиальной области, изображение формируется дифракционными порядками одного знака и граничная частота равная [9]

$$f_{\Gamma} = \frac{1}{4p} \frac{N}{d} \quad (8)$$

где p - вещественное число, N - количество элементарных ячеек в транспаранте, d - период транспаранта, достигается на краю параксиальной зоны. Затем происходит только убывание общего числа пространственных гармоник в изображениях. Поэтому наилучшие изображения и по качеству и по интенсивности находятся на краю параксиальной зоны.

Ухудшение качества изображений за счет «разбегания» высших гармоник можно описывать, как и в параксиальном случае [9], коэффициентом качества Линфута:

$$k_n = \frac{\iint |\tilde{t}(f)|^2 s(\lambda z f - x_n) df}{\iint_{-\infty}^{\infty} t(x) dx} \quad (9)$$

где  $\sim$  - знак преобразования Фурье над функцией, f - пространственная частота, s - когерентная передаточная функция периодического транспаранта как оптической системы,  $\lambda$  - длина волны,  $x_n$  - координата единичного (элементарного) изображения, t(x) - функция пропускания единичного изображения. Отсчет координаты  $x_n$  ведется не от центра изображения, как в параксиальном случае, а от края параксиальной зоны и в качестве t(x) выбирается одномерная компонента функции пропускания единичного изображения.

Таким образом, формирование самоизображений по механизму эффекта Тальбота соответствует модифицированному принципу Э. Аббе о двойной дифракции при формировании изображения [10]. Согласно последнему, при формировании самоизображения можно выделить дифракцию на единичных элементах и дифракцию на совокупности периодически расположенных по полю предмета элементов, вследствие чего фазовая задержка различных составляющих углового спектра, необходимая для формирования изображения, происходит из-за того, что дифрагировавшее на одинаковых элементах разных единичных изображений излучение проходит разный путь в свободном пространстве. Поскольку оба типа дифракции происходят в одной плоскости, то можно формировать изображения в ненулевых порядках дифракции излучения на периодическом предмете, а не только вдоль оптической оси.

### 3. Синтез изображений в ненулевых порядках дифракции

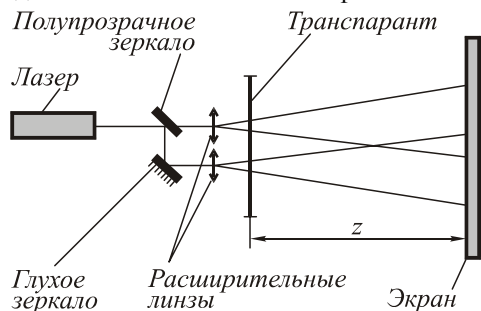
В [7] был рассмотрен механизм формирования изображений Тальбота в высших порядках дифракции. Согласно этому механизму, можно предложить множество интересных практических применений для эффектов, возникающих при дифракции света в область, где ненулевые порядки разного знака не пересекаются.

Так, например, можно синтезировать изображение периодического объекта в высших порядках дифракции. Если сложить в плоскости Тальбота изображение с распределением амплитуд, как в (4), и изображение с распределением амплитуд, как в (5), то получим:

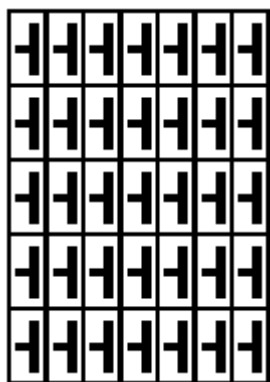
$$E(x, y) = E_e(x) \otimes \sum_{m=-M}^{m=M} \delta(x - md_x) \otimes E_e(y) \otimes \sum_{n=-N}^{n=N} \delta(y - md_y) \quad (10)$$

что совпадает с выражением (3). Можно сказать поэтому, что происходит преобразование одномерного объекта в двумерный.

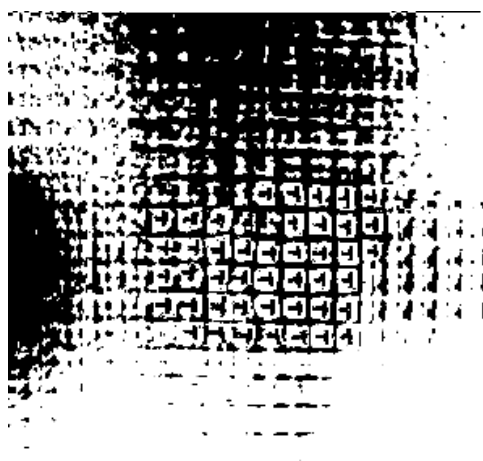
Эксперимент проводился по следующей схеме. Оптическая схема (рис.1) состояла из гелий-неонового лазера, объектива, полупрозрачного зеркала, периодического объекта и экрана. Объект, изображенный на рис.2а, изготовлялся методом дубящего отбеливания на фотографической пленке “Микрат - изопан” по методике, описанной в [11]. Периодический объект был чисто фазовым.



**Рис.1.** Оптическая схема для синтеза изображения периодического объекта в высших порядках дифракции.



**Рис.2а.** Периодический транспарант



**Рис.2б.** Синтез периодического объекта в высших порядках дифракции.

На фотографии, представленной на рис. 2б., показан результат этого синтеза. Как видно из рис.2б. изображение в высших порядках дифракции подоб-

но изображению в нулевом порядке. Но есть и отличия, так, например, в изображениях сформированных в ненулевых порядках отсутствует когерентный фон, поэтому они получаются более резкими и менее зашумленными. Рассмотренная схема позволяет получить в одной плоскости четыре группы одинаковых изображений, что может быть использовано в системах обработки информации, когда небольшая кратность мультипликации.

### 3. Литература

1. Kalestynsky A., Smolinska B. Spatial frequency sampling by phase modulation as method of generating multiple images. /Appl. Opt., 1977, v.16, '8, p.2261-2263.
2. Карпов Л.П., Блок. А.С. Мультипликация изображений и их пространственных частотных спектров. /В сб. Материалы IV школы по голографии. - Ленинград: АН СССР, 1973, с.136-155.
3. Kumar A., Senthil V., Vasu R.M. Multiple imaging with an aberration optimized hololens array. /Opt. Eng., 1989, 28, № 8, p.903-908.
4. Frost B.S., Gourlay P.M. Coherent kaleidoscope I. Interference effects in a rectangular waveguide with point-sources input./ Appl. Opt., 1994, v.33, №3, p.373-383.
5. Gourlay P.M., Heckenberg N.R. and Frost B.S. Coherent kaleidoscope II. Experimental observation of sibling-spot formation in hollow and solid, square and rectangular waveguide./ Appl. Opt., 1994, v.33, №3, p. 384-396.
6. Paturski K. The self-imaging phenomenon and its application./ Progress in optics, 1989, v. XXVII, p.3-108.
7. Корфуненко О.А., Фещенко В.С., Фещенко Л.В. Оптическая обработка изображений периодических объектов. /В сб.: “Люминесценция и сопутствующие явления. Труды IV всероссийской школы-семинара (Иркутск,19-23 октября 1998 г.). Под ред. проф. Е.Ф. Мартыновича. - Иркутск: Изд-во Иркутского университета,1999.-стр.197-204.
8. Андреев Ю.С., Садовник Л.Ш., Тарновецкий В.В. Влияние конечных размеров периодических транспарантов на интенсивность изображений Френеля. /Опт. и спектр., 1987,т.63, вып.3, с.620-627.
9. Смирнов А.П. Изображения Френеля периодических транспарантов конечных размеров. /Опт. и спектр., 1978, т.44, вып.2, с.359-365.
10. Гудмен Д. Введение в Фурье-оптику. - М.: Мир, 1970.- 364 с.
11. Выговский Ю.Н., Малов А.Н., Фещенко В.С. Управление формированием фазового рельефа в слоях дихромированного желатина. / Компьютерная оптика, 17, ИСОИ РАН. Самара-Москва, 1997, с.75 – 85