

ПРИМЕНЕНИЕ КОЛЬЦЕВОЙ АПЕРТУРНОЙ ДИАФРАГМЫ В СПЕКЛ-ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

М.Н. Осипов, М.Ю. Шапошников
Самарский государственный университет

В статье представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований по применению кольцевой апертурной диафрагмы в спекл-интерферометрии. Показано, что применение кольцевой апертурной диафрагмы позволяет использовать объективы с большой входной апертурой. Это позволяет увеличить чувствительность и диапазон измерений методом спекл-интерферометрии.

Чувствительность спекл-интерферометрии зависит от размеров спекл-структуры, которая определяется параметрами используемой оптической системы при записи субъективной спекл-структуры, т.е. числовой апертурой оптической системы. Увеличение числовой апертуры оптической системы приводит к уменьшению размеров регистрируемой спекл-структуры и, следовательно, к увеличению чувствительности спекл-интерферометрии. Однако, с другой стороны, увеличение числовой апертуры оптической системы приводит к необходимости использования высококачественной оптики, так как при таких параметрах начинают существенным образом сказываться аберрации оптической системы, которые приводят к искажению регистрируемой информации.

Теоретические и экспериментальные исследования принципов работы оптических приборов показали, что наличие в них кольцевых апертурных диафрагм позволяет повысить разрешающую способность зеркальных телескопов и объективов [1].

Следовательно, представляет теоретический и экспериментальный интерес исследование влияния применения функции зрачка в виде кольцевой апертурной диафрагмы в спекл-интерферометрии на увеличение чувствительности и расширение диапазона измерений.

Образование спекл-картин в оптических системах с кольцевой апертурой

Рассмотрим образование интерференционных картин в двухэкспозиционной спекл-фотографии при использовании в оптической системе кольцевой апертурной диафрагмы. Оптическая схема регистрации спекл-фотографий отличается от стандартной тем, что в плоскости входного зрачка оптической системы располагается кольцевая диафрагма.

Для расчета выберем систему координат таким образом, чтобы координатные оси x_1, y_1 совпадали с поверхностью исследуемого объекта, ось z располагается вдоль оптической оси системы. В плоскости x_2, y_2 на расстоянии d_1 по оси z от поверхности исследуемого объекта располагается оптическая система, формирующая изображение. В плоскости входного зрачка оптической системы располагается кольцевая диафрагма, имеющая вид двух концентрических окружностей с радиусами b и εb , где ε - некоторое положительное число, меньшее единицы. Регистрирующая среда располагается в плоскости x_3, y_3 на расстоянии d_2 от плоскости x_2, y_2 .

Предположим, что смещение исследуемой поверхности между двумя экспозициями происходит только вдоль оси x . Такой выбор значительно упрощает расчет и не влияет на общность рассуждений, поскольку из теории спекл-интерферометрии известно, что интерференционные полосы Юнга, при расшифровке спеклограмм методом Юнга, ортогональны к направлению вектора смещения [2].

Применим метод Ван дер Люгта для расчета образования спеклограмм в оптической системе с кольцевой апертурной диафрагмой и их расшифровки по методу Юнга. Метод Ван дер Люгта основан на том, что в приближении геометрической оптики рассматривается теория Френеля-Кирхгофа и вводится функция, которая позволяет упростить теоретические выкладки при расчете распространения оптического сигнала в оптических системах. Функция имеет следующий вид:

$$\Psi(x, y, D) = \exp\left[-\frac{i\pi D(x^2 + y^2)}{\lambda}\right], \quad (1)$$

где $D = 1/d$, а d - расстояние от плоскости x, y до плоскости, в которой определяется значение фазы, λ - длина волны лазерного излучения.

Диффузную поверхность объекта, при освещении когерентным источником излучения, представим состоящей из набора равномерно расположенных точечных источников вторичных волн одной интенсивности, но с различной фазой, которые можно описать дельта функцией $\delta(x, y)$. Тогда отраженную от объекта волну при первой экспозиции запишем в следующем виде:

$$U_1(x_1, y_1) = \sum_{n=1}^N a \exp(i\mu_n) \delta(x_1 - u_n, y_1 - v_n), \quad (2)$$

где N - количество точечных источников, u_n, v_n - координаты n -ой точки, a - амплитуда, μ_n - фаза n -ой точки, x_1, y_1 - система координат в плоскости объекта.

При второй экспозиции отраженную волну от объекта, точки поверхности которого смещаются на величину L вдоль оси x , запишем в следующем виде:

$$U_1(x_1, y_1) = \sum_{n=1}^N a \exp(i\mu_n) \delta(x_1 - L - u_n, y_1 - v_n). \quad (3)$$

Так как в эксперименте регистрируется интенсивность, то в выражениях (2), (3) и в дальнейших расчетах

временной множитель $\exp[i2\pi\nu t]$, где ν - частота лазерного излучения, при расчетах опускается.

Распределение амплитуды световой волны на входной поверхности оптической системы, в плоскости x_2, y_2 которой расположена кольцевая апертурная диафрагма, используя метод Ван дер Люгта, это распределение запишется в следующем виде:

$$U_2(x_2, y_2) = \frac{iD_1}{\lambda} \times \iint U_1(x_1, y_1) \Psi(x_2 - x_1, y_2 - y_1, D_1) dx_1 dy_1, \quad (4)$$

где x_2, y_2 - система координат в плоскости линзы, $D_1 = 1/d_1$, d_1 - расстояние от объекта до линзы, λ - длина волны лазерного излучения.

Распределение комплексной амплитуды световой волны на выходной поверхности оптической системы запишем в следующем виде:

$$U_3(x_2, y_2) = U_2 \times \Psi^*(x_2, y_2, F), \quad (5)$$

где $F = 1/f$ и f - фокусное расстояние линзы, а функция $\Psi^*(x_2, y_2, F)$ - комплексно сопряженная функции $\Psi(x_2, y_2, F)$.

И окончательно распределение комплексной амплитуды световой волны в плоскости фотопластинки x_3, y_3 запишется в следующем виде:

$$U_4(x_3, y_3) = \frac{iD_2}{\lambda} \times \iint U_3(x_2, y_2) \Psi(x_3 - x_2, y_3 - y_2, D_2) dx_2 dy_2. \quad (6)$$

Амплитуда $U_4(x_3, y_3)$ будет являться изображением амплитуды $U_1(x_1, y_1)$, если рассматривать формирование изображения в приближении геометрической оптики при выполнении условия $1/d_1 + 1/d_2 = 1/f$, или в обозначениях Ван дер Люгта $D_1 + D_2 = F$.

Используя свойства дельта-функции, функции Ψ и условие формирования изображения представим выражение (6) в более удобном для интегрирования виде:

$$U_4(x_3, y_3) = \frac{-D_1 D_2}{\lambda^2} \sum_{n=1}^N a \exp(i\mu_n) \times \Psi(u_n, v_n, D_1) \Psi(x_3, y_3, D_2) \times \iint \exp(2\pi i \xi_1 x_2) \exp[2\pi i \eta_1 y_2] dx_2 dy_2 \quad (7),$$

$$\text{где } \xi_1 = \frac{D_1 u_n + D_2 x_3}{\lambda}; \quad \eta_1 = \frac{D_1 v_n + D_2 y_3}{\lambda}.$$

Фотопластинка является квадратичным детектором, то есть с помощью нее регистрируется интенсивность световой волны. Тогда распределение интенсивности световой волны на фотопластинке, используя уравнение (7), будет определяться следующим выражением:

$$I_0 = |U_4(x_3, y_3)|^2 = A_0^2 \iint \exp[2\pi i \xi_2 r_2] \times \exp\left[\frac{2\pi i}{\lambda} D_1 (u_n - u_m) x_2 + u_m r_2\right] \exp[2\pi i \eta_2 R_2] \times \exp\left[\frac{2\pi i}{\lambda} D_1 (v_n - v_m) y_2 + v_m R_2\right] dx_2 dr_2 dy_2 dR_2, \quad (8)$$

где

$$A_0 = \left[\frac{D_1 D_2}{\lambda}\right]^2 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N a^2 \exp[i(\mu_n - \mu_m)] \times \Psi(u_n, v_n, D_1) \Psi^*(u_m, v_m, D_1);$$

$$\xi_2 = \frac{D_2 x_3}{\lambda}, \quad \eta_2 = \frac{D_2 y_3}{\lambda};$$

$$r_2 = x_2 - x'_2; \quad R_2 = y_2 - y'_2.$$

При второй экспозиции комплексная амплитуда световой волны в плоскости фотопластинки, после аналогичных рассуждений, будет иметь следующий вид:

$$U_4^1(x_3, y_3) = \frac{-D_1 D_2}{\lambda^2} \sum_{n=1}^N a \exp(i\mu_n) \times \Psi(u_n + L, v_n, D_1) \Psi(x_3, y_3, D_2) \times \iint \exp(2\pi i \xi_3 x_2) \exp[2\pi i \eta_1 y_2] dx_2 dy_2, \quad (9)$$

$$\text{где } \xi_3 = \frac{D_1 u_n + D_1 L + D_2 x_3}{\lambda}.$$

Тогда интенсивность в плоскости фотопластинки при второй экспозиции примет следующий вид:

$$I_l = |U_4^1(x_3, y_3)|^2 = A_L^2 \iint \exp[2\pi i \xi_4 r_2] \times \exp\left[\frac{2\pi i}{\lambda} D_1 (u_n - u_m) x_2 + u_m r_2\right] \exp[2\pi i \eta_2 R_2] \times \exp\left[\frac{2\pi i}{\lambda} D_1 (v_n - v_m) y_2 + v_m R_2\right] dx_2 dr_2 dy_2 dR_2, \quad (10)$$

где

$$A_L = \left[\frac{D_1 D_2}{\lambda}\right]^2 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N a^2 \exp[i(\mu_n - \mu_m)] \times \Psi(u_n + L, v_n, D_1) \Psi^*(u_m + L, v_m, D_1);$$

$$\xi_4 = \frac{D_2 x_3 + D_1 L}{\lambda}.$$

Коэффициенты A_0^2 и A_L^2 характеризуют суммарную интенсивность, и так как мы предполагаем только смещение поверхности на бесконечно малую величину без изменения структуры поверхности, то с большой степенью точности можно положить $A_0^2 \cong A_L^2$.

Так как при двухэкспозиционном методе регистрации спекл-структур информация фиксируется на одну и ту же фотопластинку, то, используя выражения

(5) и (6), суммарное распределение интенсивности на фотопластинке запишется в следующем виде:

$$I = I_0 + I_L = A_0^2 \iint_4 \exp[2\pi i \eta_2 R_2] \times \exp[2\pi i \mu] \exp[2\pi i \beta] \exp[2\pi i \xi_5 r_2] \times \cos \frac{\pi D_1 r_2 L}{\lambda} dx_2 dr_2 dy_2 dR_2 \quad (11),$$

где

$$\mu = \frac{D_1(u_n - u_m)x_2 + u_m r_2}{\lambda}; \quad \beta = \frac{D_1(v_n - v_m)y_2 + v_m R_2}{\lambda};$$

$$\xi_5 = \frac{D_1 L + 2D_2 x_3}{2\lambda}.$$

Таким образом, при двухэкспозиционном методе на фотопластинке регистрируется одновременно две спекл-картины: спекл-картина несмещенного объекта и спекл-картина поверхности объекта, смещенного на величину L . Эти две независимые спекл-картины в пространстве изображений смещены на величину ML (где M - увеличение оптической системы), образуя на фотопластинке сложную дифракционную решетку – спеклограмму с модуляцией по косинусоидальному закону, которая и несет информацию об изменениях, проходящих с поверхностью объекта.

Выражения (8) и (10), описывающие образование оптической системой спекл-картин в плоскости фотопластинки при каждой экспозиции, позволяют оценить размеры спекл-структуры. Так как в плоскости оптической системы, то есть в плоскости x_2, y_2 , расположена кольцевая апертурная диафрагма, размеры которой имеют вид двух концентрических окружностей с радиусами b и εb , где ε - некоторое положительное число, меньшее единицы, пределы интегрирования ограничены этой апертурой. Тогда, после преобразований, для оценки размеров спекл-структуры, распределение интенсивности в плоскости фотопластинки при каждой экспозиции определится следующим выражением:

$$I_{0,1} \approx A_0 \left(\left[\frac{2J_1(kb\omega)}{(kb\omega)} \right] - \varepsilon^2 \left[\frac{2J_1(k\varepsilon b\omega)}{(k\varepsilon b\omega)} \right] \right)^2, \quad (12)$$

где $A \approx A_0^2$ - интенсивность в центре дифракционной картины, а ω - синус угла между направлением, в котором определяется значение интенсивности, и центральным направлением к дифракционной картине, т.е. в нашем случае, к оптической оси.

Из анализа выражения (12) следует, что при использовании кольцевой апертуры дифракционное поле в плоскости фотопластинки описывается разностью функций Бесселя первого порядка J_1 в отличие от обычной круговой апертуры, при которой дифракционное поле в плоскости фотопластинки определяется только функцией Бесселя первого порядка J_1 . Размер дифракционного гало, как и следовало ожидать, зависит от размеров кольца. Для круговой апертуры ($\varepsilon = 0$) значение первого минимума интенсивности, то есть функций Бесселя первого порядка J_1 , определяется хорошо известным выражением $\omega = 0,61\lambda/b$ [1]. При увеличении ε значение

первого минимума уменьшается и в пределе, когда $\varepsilon \rightarrow 1$ разность функций Бесселя первого порядка стремится к функции Бесселя нулевого порядка J_0 . Так как первый нуль функции Бесселя J_0 определен при значении $kb\omega = 2,40$, то с увеличением ε радиус первого темного кольца дифракционной картины приближается к величине, определяемой значением $\omega = 0,38\lambda/b$. Таким образом, наличие кольцевой апертуры приводит к уменьшению размеров спеклов, образующих спекл-картину, и, следовательно, к увеличению чувствительности метода спекл-интерферометрии.

Для оценки диапазона измерений рассмотрим расшифровку спеклограмм по методу Юнга. В этом случае фотопластинка с зарегистрированной спеклограммой освещается узким, с диаметром $2r$, лазерным лучом. Распределение интенсивности света, дифрагированного на спеклограмме узкого лазерного луча, рассматривается в Фурье - плоскости, расположенной на расстоянии $d_3 \gg 2r$ за спеклограммой, то есть рассматривается случай дифракции Фраунгофера. Тогда комплексная амплитуда световой волны в дальнем поле определяется как Фурье-образ амплитудного пропускания спеклограммы:

$$U_F(x_4, y_4) = F\langle I \rangle = A_0^2 \iint_6 \exp[2\pi i \xi_5 r_2] \exp[2\pi i R_2] \times \exp[2\pi i \beta] \exp[2\pi i \mu] \exp[2\pi i \xi_6 x_3] \times \exp[2\pi i \eta_3 y_3] \cos \frac{\pi D_1 r_2 L}{\lambda} dx_2 dr_2 dy_2 dR_2 dx_3 dy_3, \quad (13)$$

$$\text{где } \xi_6 = \frac{x_4}{\lambda d_3}; \quad \eta_3 = \frac{y_4}{\lambda d_3}.$$

Интенсивность дифрагированной световой волны в Фурье - плоскости будет определяться следующим соотношением:

$$I_F = A_0^4 \iint_8 \exp \left[2\pi i \left(\frac{D_2}{\lambda} r_2 + \xi_6 \right) (x_3 - x'_3) \right] \times \exp \left[2\pi i \left(\frac{D_2}{\lambda} R_2 + \eta_3 \right) (y_3 - y'_3) \right] \times \exp[2\pi i \mu] \exp[2\pi i \beta] \times \left| \cos \frac{\pi D_1 r_2 L}{\lambda} \right|^2 dx_2 dr_2 dy_2 dR_2 dx_3 dx'_3 dy_3 dy'_3. \quad (14)$$

Преобразуя выражение (14), перепишем его в удобном для интегрирования виде:

$$I_F = A_0^4 \iint_8 \left| \cos \frac{\pi(n - \xi_6) D_1 L}{D_2} \right|^2 \times \exp \left\{ \frac{2\pi i}{\lambda} D_1 \left[x_2(u_n - u_m) + u_m(n - \xi_6) \frac{\lambda}{D_2} \right] \right\} \times \exp \left\{ \frac{2\pi i}{\lambda} D_1 \left[y_2(v_n - v_m) + v_m(k - \eta_6) \frac{\lambda}{D_2} \right] \right\} \times \exp[2\pi i \eta_3 y_3] \exp[2\pi i k R_3] dx_2 dx_3 dx'_3 dy_2 dy_3 dy'_3, \quad (15)$$

где $n = \xi_6 + r_2 \frac{D_2}{\lambda}$; $k = \eta_3 + R_2 \frac{D_2}{\lambda}$;

$$r_3 = x_3 - x_3'; \quad R_3 = y_3 - y_3'$$

Интегрирование выражения (15), дает следующее соотношение для интенсивности:

$$I_F = A \left(\left[\frac{2J_1(k\sigma\omega)}{(k\sigma\omega)} \right] - \varepsilon^2 \left[\frac{2J_1(k\varepsilon\sigma\omega)}{(k\varepsilon\sigma\omega)} \right] \right)^4 \times \left[\frac{2J_1(kr\omega)}{(kr\omega)} \right]^2 \left| \cos \frac{\pi \xi_6 D_1 L}{D_2} \right|^2, \quad (16)$$

где A - усредненное значение интенсивности в дифракционной картине, σ - средний размер радиуса спекл-структуры на спеклограмме, определяемый выражением (12).

На рис.1 представлены фотографии полос Юнга, зафиксированные в Фурье плоскости в эксперименте с оптической схемой, содержащей кольцевую диафрагму. На рис. 1а изображены полосы Юнга, полученные по обычной оптической схеме записи спекл-фотографий, в которой оптическая система имеет круговую апертуру диаметром 50 мм. На рис. 1б изображены полосы Юнга, полученные с кольцевой апертурой имеющей размеры внешнего диаметра 50 мм и внутреннего диаметра 20 мм.

На рис. 1в изображены полосы Юнга, полученные с кольцевой апертурой, имеющей размеры внешнего диаметра 50 мм и внутреннего диаметра 45 мм. Как видно из фотографий, при отсутствии кольцевой апертуры (рис. 1а) полосы Юнга имеют нелинейный вид и не различимы на дифракционном гало. Уменьшение ширины кольца (рис. 1б,в) приводит к увеличению размера дифракционного гало и возникновению качественных полос Юнга, имеющих равномерную ширину по всему дифракционному полю, в отличие от стандартных полос Юнга, имеющих сигарообразную форму.

Оценка чувствительности и диапазона измеряемых смещений

Для проведения оценки проанализируем выражение (12). Размер дифракционного гало определяется первым множителем. Размеры спеклов на дифракционном поле определяются вторым множителем. Модулирующий множитель \cos^2 определяет ширину полос Юнга, по которым измеряют величину смещения исследуемой поверхности. Аналогично проведенным выше рассуждениям угловой размер дифракционного гало определяется выражением $\omega = 0,38\lambda/\sigma$, а размеры спеклов определяются выражением $\omega = 0,61\lambda/r$. Для того чтобы достаточно точно измерить минимальную ширину полосы Юнга, необходимо, чтобы она имела размер не меньше трех-пятикратного размера спекла, то есть ее угловой размер должен ограничиваться соотношением $\omega > (3 \div 5)0,61\lambda/r$, которое и определяет максимальную величину измеряемого смещения. Максимальная измеряемая ширина полосы Юнга определяется размерами дифракционного гало, и ее угловой размер должен ограничиваться соотношением $\omega < 0,38\lambda/\sigma$,

которое и определяет чувствительность, то есть минимальную величину измеряемого смещения.

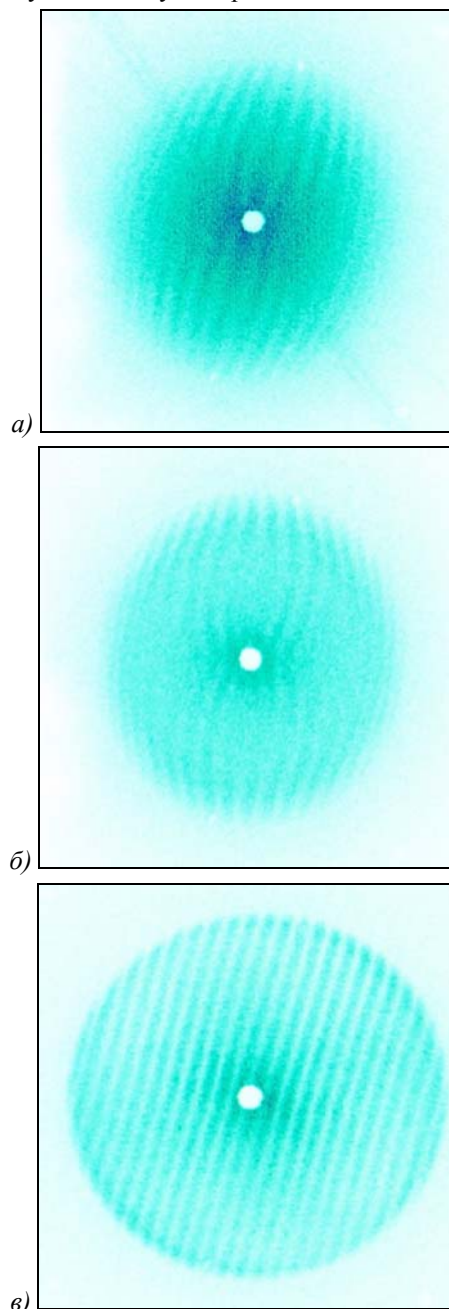


Рис. 1. Фотографии полос Юнга в Фурье-плоскости

Заключение

Таким образом, применение кольцевой апертуры в спекл-интерферометрии позволяет увеличить диапазон и чувствительность метода и повысить качество полос Юнга.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 02-01-00211.

Литература

- 1 Борн М., Вольф Э. Основы оптики // М.: Наука, 1973.
- 2 Джоунс Р., Уайкс К. Голографическая и спекл-интерферометрия // М.: Мир, 1986.

The use of a ring aperture diaphragm in speckle interferometry

M.N. Osipov¹, M.Y. Shaposhnikov¹

¹ Samara State Aerospace University

Abstract

The article presents the results of theoretical and experimental studies on the application of a ring aperture diaphragm in speckle interferometry. It shows that the application of an annular aperture diaphragm allows to use the objective lenses with a large entrance aperture. This allows to increase the measurement range and sensitivity by the method of speckle interferometry.

Keywords: ring aperture diaphragm, speckle interferometry.

Citation: Osipov MN, Shaposhnikov MY. The use of a ring aperture diaphragm in speckle interferometry. *Computer Optics* 2002; 24: 110-113.

References

- [1] Born M, Wolf E. Principles of optics: Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. 7th ed. Cambridge: Cambridge University Press; 1999.
- [2] Jones R, Wykes C. Holographic and speckle interferometry. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press; 1989.