

**ВЛИЯНИЕ НА ПРОСТРАНСТВЕННУЮ СЕЛЕКТИВНОСТЬ
АМПЛИТУДНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ГОЛОГРАММЫ
В РАСТВОРЕ КРАСИТЕЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ
ОПОРНОЙ (СЧИТЫВАЮЩЕЙ) ВОЛНЫ**

*В.В. Блинов, Е.В. Воробьева, В.В. Ивахник, В.И. Никонов
Самарский государственный университет*

Аннотация

Исследована угловая зависимость дифракционной эффективности динамической голограммы в растворе красителя, моделируемом трех- и четырехуровневой схемой энергетических уровней, с учетом расходимости опорной волны. Получено выражение, связывающее ширину полосы углов динамической голограммы с ее оптимальной толщиной и угловой расходимостью опорной волны, и определены границы его применения.

Введение

При рассмотрении записи динамических голограмм в резонансных средах основное внимание уделялось, как правило, изучению энергетических параметров таких голограмм. Исследовалось влияние на дифракционную эффективность голограммы (ДЭГ) характеристик резонансной нелинейной среды, ее толщины, интенсивности распространяющегося в среде излучения (см. например, [1-6]). Типичными представителями сред с резонансной нелинейностью являются растворы красителей, на которых исторически впервые были записаны динамические голограммы [7-9].

Наряду с ДЭГ важнейшей характеристикой динамической голограммы является ее пространственная или угловая селективность, определяющая ширину полосы углов предметной волны эффективно преобразуемых голограммой. Пространственная структура опорной и считывающих волн является одним из основных факторов, приводящих к ухудшению качества преобразования изображения динамической голограммой. В настоящей работе для раствора красителя, моделируемого трех- или четырехуровневой схемой энергетических уровней, анализируется угловая зависимость ДЭГ с учетом структуры опорной (считывающей) волны в виде эквидистантного набора плоских волн.

1. Модель нелинейной среды

Рассмотрим модель красителя, коэффициент поглощения которого в зависимости от интенсивности падающего на него излучения (I) меняется следующим образом

$$\alpha = \alpha_0 \frac{1 + aI}{1 + bI + cI^2}. \quad (1)$$

Здесь α_0 – начальный коэффициент поглощения, a, b, c – параметры, представляющие собой комбинацию сечений поглощения и скоростей релаксации между энергетическими состояниями красителя. Вид этих параметров существенным образом зависит от модели красителя [10].

В случае трехуровневой модели красителя с возбужденными синглетными (рис. 1а) уровнями:

$$a = \frac{\sigma_{23}}{\delta_{21}}, \quad b = \frac{\sigma_{12} + \sigma_{21}}{\delta_{21}}, \quad c = \frac{\sigma_{12}\sigma_{23}}{\delta_{21}\delta_{32}}.$$

В случае четырехуровневой модели красителя (рис. 1б):

$$a = \frac{\sigma_{12}\delta_{34} + \sigma_{34}(\delta_{21} + 2\delta_{23}) - \sigma_{21}\delta_{31}}{\delta_{31}(\delta_{21} + \delta_{23})},$$

$$b = \frac{\sigma_{12}(\delta_{23} + \delta_{31}) + \sigma_{21}\delta_{31} + \sigma_{34}(\delta_{21} + \delta_{23})}{\delta_{31}(\delta_{21} + \delta_{23})},$$

$$c = \frac{\sigma_{12}\sigma_{34}(2\delta_{41} + \delta_{23})}{\delta_{31}(\delta_{21} + \delta_{23})}.$$

Здесь σ_{ij} и δ_{ij} – сечение поглощения и скорость энергетической релаксации между i и j состояниями соответственно.

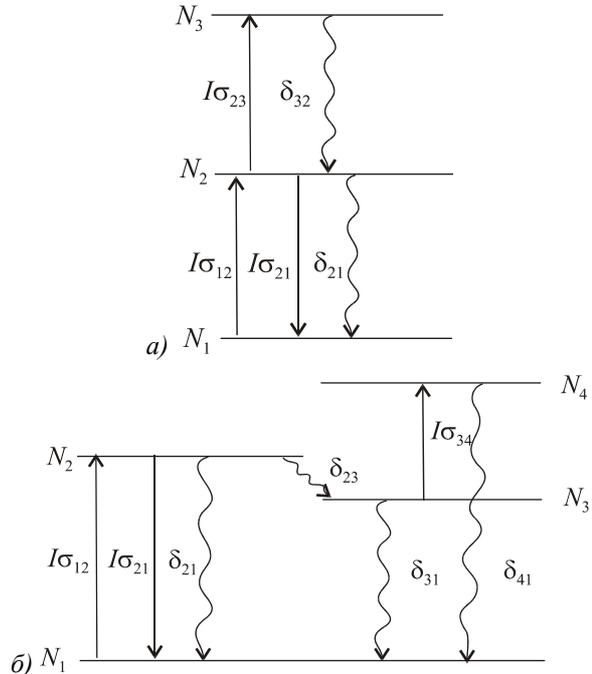


Рис. 1. Схема энергетических уровней:
а – трехуровневая модель,
б – четырехуровневая модель

2. Запись голограммы

Пусть голограмма записывается двумя монохроматическими волнами в слое красителя, расположенном между плоскостями $z = 0$ и $z = L$. На слой красителя падает опорная и объектная волны, записывающие голограмму. Волновое уравнение, описывающее распространение в среде этих волн, есть

$$(\nabla^2 + k^2 - ik\alpha)A = 0. \quad (2)$$

Здесь A – комплексная амплитуда.

Будем рассматривать запись голограммы при следующих условиях:

1. в нелинейной среде распространяются только две волны, записывающие голограмму ($A = A_1 + A_2$, A_1 и A_2 – комплексные амплитуды опорной и предметной волн);
2. интенсивность опорной волны намного больше интенсивности предметной волны ($|A_1|^2 \gg |A_2|^2$);
3. при учете пространственной структуры опорной волны интермодуляционные решетки не учитываются;
4. справедливо приближение медленно меняющихся амплитуд.

Представим опорную волну в виде эквидистантного набора плоских волн:

$$A_1(\vec{r}) = \sum_{j=-N}^N A_{1j}(z) \exp(-i\vec{k}_{1j}\vec{r}) + \text{к.с.}, \quad \text{распространяю-}$$

щихся вдоль оси z . Пусть предметная волна является плоской волной: $A_2(\vec{r}) = A_2(z) \exp(-i\vec{k}_2\vec{r}) + \text{к.с.}$

Здесь A_{1j} и A_2 , \vec{k}_{1j} и \vec{k}_2 – амплитуды и волновые вектора опорной и предметной волн, $2N+1$ – количество плоских волн в опорной волне, \vec{r} – радиус-вектор.

При условии равенства амплитуд плоских волн, из которых состоит опорная волна, в предположении, что угол между этими волнами маленький ($\vec{k}_{1j} \cong \vec{k}_{10}$), уравнения, описывающие распространение по слою красителя различных составляющих опорной волны, совпадают. Волновое уравнение (2) разбивается на систему уравнений вида

$$\begin{cases} \tilde{I} \frac{dI_{1j}}{dz} + \cos \theta (b + 2cI_1) I_{1j} \frac{dI_2}{dz} + \\ + \alpha_0 (1 + aI_1) I_{1j} = 0 \\ \tilde{I} \frac{dI_2}{dz} \cos \theta + (b + 2cI_1) I_2 \frac{dI_1}{dz} + \\ + \alpha_0 (1 + 2aI_1) I_2 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Здесь $I_1 = (2N+1)I_{1j}$, $I_{1j} = A_{1j}A_{1j}^*$, $I_2 = A_2A_2^*$, $\tilde{I} = 1 + bI_1 + cI_1^2$, θ – угол между осью z и направлением распространения предметной волны. Систему уравнений (3) необходимо дополнить граничными условиями

$$I_{1j}(z=0) = I_{10}, \quad I_2(z=0) = I_{20}. \quad (4)$$

3. Считывание голограммы

Будем считывать голограмму излучением, длина волны которого совпадает с длинами волн излучения, записывающего голограмму, и распространяющемся навстречу опорной волне. В результате дифракции считывающей волны на решетке коэффициента поглощения возникает восстановленная волна, распространяющаяся навстречу предметной волне.

Рассмотрим считывание голограммы при условии, что интенсивность волн, записывающих голограмму, намного больше интенсивности считывающей и восстановленной волн. Поэтому изменением характеристик слоя красителя из-за распространения в нем считывающей и восстановленной волн можно пренебречь.

Для описания распространения в динамической голограмме считывающей и восстановленной волн воспользуемся волновым уравнением (2) при условии, что $A = A_c + A_b$ (A_c и A_b – комплексные амплитуды считывающей и восстановленной волн).

3.1. Учет пространственной структуры опорной волны

Будем считывать голограмму плоской волной, распространяющейся навстречу опорной вдоль оси z : $A_c(\vec{r}) = A_c(z) \exp(-i\vec{k}_c\vec{r}) + \text{к.с.}$ Восстановленную волну представим в виде набора плоских волн:

$$A_b(\vec{r}) = \sum_{j=-N}^N A_{bj}(z) \exp(-i\vec{k}_{bj}\vec{r}) + \text{к.с.},$$

где $\vec{k}_{bj} = \vec{k}_c - (\vec{k}_{1j} - \vec{k}_2)$.

$$\begin{cases} \tilde{I} \frac{dA_c}{dz} + \sqrt{I_1 I_2} \sum_{j=-N}^N \left\{ \cos \theta (b + 2cI_1) \frac{dA_{bj}}{dz} - \right. \\ \left. - \frac{\alpha_0 a}{2} A_{bj} \right\} - \frac{\alpha_0}{2} (1 + aI_1) A_c = 0 \\ \tilde{I} \frac{dA_{bj}}{dz} \cos \theta - \left\{ i\tilde{I} + \frac{\alpha_0}{2} (1 + aI_1) \right\} A_{bj} + \\ + \sqrt{I_1 I_2} \left\{ (b + 2cI_1) \frac{dA_c}{dz} - \frac{\alpha_0 a}{2} A_c \right\} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Здесь $\Gamma_j = jk\Delta\phi \sin \theta$, $\Delta\phi$ – угол между направлениями распространения j и $j+1$ составляющими опорной волны.

При малой дифракционной эффективности голограммы ($h = A_b A_b^* \ll A_c A_c^*$) первое уравнение в системе (5) примет вид

$$\tilde{I} \frac{dA_c}{dz} - \frac{\alpha_0}{2} (1 + aI_1) A_c = 0.$$

Систему уравнений (5) необходимо дополнить граничными условиями

$$A_c(z=L) = A_{c0}, \quad A_{bj}(z=L) = 0. \quad (6)$$

Системы уравнений (3), (5) с учетом граничных условий (4), (6) позволяют численными методами проанализировать влияние на угловую зависимость ДЭГ пространственной структуры опорной волны.

3.2. Учет пространственной структуры считывающей волны

Пусть опорная волна является плоской волной, распространяющейся строго вдоль оси z . Система уравнений, описывающая запись голограммы в этом случае, совпадает с системой (3) при условии $N=0$.

Считывающую волну представим в виде эквидистантного набора плоских волн:

$$A_c(\vec{r}) = \sum_{j=-N}^N A_{cj}(z) \exp(-i\vec{k}_{cj}\vec{r}) + \text{к.с.}$$

Как и при учете пространственной структуры опорной волны, восстановленную волну представим в виде набора плоских волн:

$$A_b(\vec{r}) = \sum_{j=-N}^N A_{bj}(z) \exp(-i\vec{k}_{bj}\vec{r}) + \text{к.с.},$$

где $\vec{k}_{bj} = \vec{k}_{cj} - (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$. После подстановки в волновое уравнение (2) выражений для амплитуд считывающей и восстановленной волн оно разбивается на систему уравнений вида

$$\begin{cases} \tilde{I} \frac{dA_{cj}}{dz} + \sqrt{I_1 I_2} \left\{ \cos \theta (b + 2cI_1) \frac{dA_{bj}}{dz} - \frac{\alpha_0 a}{2} A_{bj} \right\} - \frac{\alpha_0}{2} (1 + aI_1) A_{cj} = 0 \\ \tilde{I} \frac{dA_{bj}}{dz} \cos \theta - \left\{ i\tilde{I} + \frac{\alpha_0}{2} (1 + aI_1) \right\} A_{bj} + \\ + \sqrt{I_1 I_2} \left\{ (b + 2cI_1) \frac{dA_{cj}}{dz} - \frac{\alpha_0 a}{2} A_{cj} \right\} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Граничные условия для системы уравнений (7) совпадают с граничными условиями для системы уравнений (5).

Системы уравнений (3), (7) с учетом граничных условий (4), (6) позволяют численными методами проанализировать влияние на угловую зависимость ДЭГ пространственной структуры считывающей волны.

Анализ систем уравнений (4), (5), (7) показывает, что при малой дифракционной эффективности голограммы системы уравнений, описывающие угловые зависимости ДЭГ с учетом пространственных структур опорной и считывающей волн, совпадают. Таким образом, пространственные структуры опорной и считывающей волн одинаково влияют на угловую зависимость ДЭГ.

4. Обсуждение результатов

Исследование ДЭГ проводилось при условии, что интенсивность опорной волны на порядок больше интенсивности предметной волны. Опорная волна состоит из эквидистантного набора 51 волн. Уменьшение количества плоских волн опорной волны до 25 с точностью $\pm 1\%$ не приводит к изменению

угловой зависимости ДЭГ. При изучении ДЭГ основное внимание уделим случаю, когда толщина нелинейной среды (голограммы) является оптимальной (L_{opt}). Оптимальную толщину голограммы определим как толщину нелинейной среды, на которой при $\theta \cong 0$ дифракционная эффективность голограммы максимальна.

Численный анализ систем уравнений (3), (5) при условии плоских опорной и считывающей волн показывает, что в зависимости от параметров раствора красителя ($\xi_1 = \frac{c}{b^2}$, $\xi_2 = \frac{a}{b}$) и интенсивности опорной волны с увеличением угла между опорной и предметной волнами ДЭГ либо возрастает, либо уменьшается. Учет расходимости опорной волны ($\theta_0 = 2N\Delta\varphi$) приводит, прежде всего, к уменьшению эффективности преобразования волн, падающих на голограмму под большими углами, и, как следствие этого, к уменьшению ДЭГ с ростом угла θ .

При фиксированных параметрах красителя определим область параметров опорной волны (интенсивность и расходимость), в пределах которой наблюдается резкое уменьшение ДЭГ с ростом угла между опорной и предметной волнами. Найдем зависимость расходимости опорной волны (θ_0^{cr}) от ее интенсивности, соответствующей оптимальной толщине (рис.2), при которой выполняется условие

$$h(\theta = 30^\circ) = \frac{1}{2} h_{max}. \quad (8)$$

Здесь h_{max} – наибольшее значение ДЭГ.

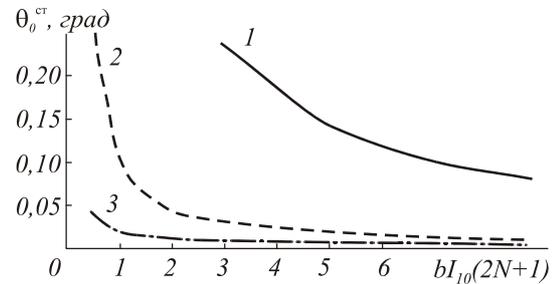


Рис. 2. Зависимость θ_0^{cr} от интенсивности опорной

волны при $k\alpha_0^{-1} = 10^4$ ($1 - \xi_1 = 1$, $\xi_2 = 10$;

$2 - \xi_1 = \xi_2 = 10$; $3 - \xi_1 = 10$, $\xi_2 = 1$)

Область параметров опорной волны разбивается кривой $\theta_0^{cr}((2N+1)I_{10})$ на две (верхнюю и нижнюю) области. В верхней области для характеристики угловой селективности голограммы введем понятие ширины полосы углов ($\Delta\theta$), определяемое из условия

$$h(\theta = \Delta\theta) = \frac{1}{2} h_{max}. \quad (9)$$

Численный анализ (8) с учетом систем уравнений (3), (5) показывает, что при фиксированном параметре красителя ξ_1 увеличение параметра ξ_2 (или при фиксированном параметре ξ_2 уменьшение

параметра ξ_1) приводит к уменьшению области параметров опорной волны, в пределах которой для характеристики угловой селективности голограммы можно использовать понятие ширины полосы углов.

Анализ ширины полосы углов динамической голограммы от ее оптимальной толщины и расходимости опорной волны показывает, что эта зависимость может быть хорошо описана выражением вида

$$\Delta\theta = \frac{\beta}{kL_{opt}\theta_0}, \quad (10)$$

где $\beta(\xi_1, \xi_2, L_{opt})$ – коэффициент пропорциональности, зависящий от параметров раствора красителя. В случае двухуровневой модели красителя ($a=0, c=0$) с точностью $\pm 1,5\%$ коэффициент $\beta = \beta_0 \cong 2 \cdot 10^4$ град².

На рис. 3 приведены зависимости коэффициента β от оптимальной толщины голограммы при различных значениях параметров раствора красителя. Ошибка в построения кривых составила $\pm 5\%$ и определялась точностью линейной аппроксимации зависимости ширины полосы углов от $(L_{opt}\theta_0)^{-1}$. Выбор верхней границы рассматриваемого диапазона L_{opt} обусловлен тем, что при больших оптимальных толщинах голограмм ДЭГ, соответствующая оптимальной толщине нелинейной среды, слабо зависит от толщины [11].

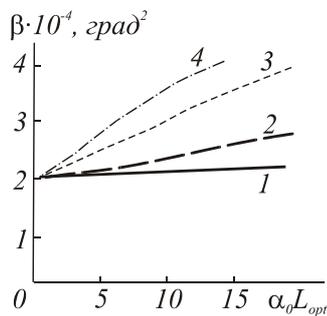


Рис. 3. Зависимость коэффициента β от оптимальной толщины голограммы при $k\alpha_0^{-1} = 10^4$ (1- $\xi_1 = \xi_2 = 0$; 2- $\xi_1 = \xi_2 = 1$; 3- $\xi_1 = \xi_2 = 10$; 4- $\xi_1 = 1, \xi_2 = 10$)

В случае малой толщины голограммы $\alpha_0 L_{opt} < 1$ коэффициент β слабо зависит от параметров раствора красителя и совпадает со значением этого коэффициента для двухуровневой модели раствора красителя. При дальнейшем увеличении оптимальной толщины голограммы наблюдается монотонное увеличение коэффициента β . Скорость изменения коэффициента β определяется коэффициентом поглощения раствора красителя $\alpha = \alpha_0 \frac{1 + a(2N+1)I_{10}}{1 + b(2N+1)I_{10} + c(2N+1)^2 I_{10}^2}$. С ростом ко-

эффициента β в зависимости от приведенной толщины голограммы ($\alpha_0 L$) увеличивается.

Формула (10) может быть распространена на случай, когда толщина голограммы не является оптимальной. В этом случае в (10) L_{opt} заменяется на L , возникает зависимость коэффициента β от разности $\Delta L = L - L_{opt}$ (рис. 4). При $\Delta L > 0$ наблюдается рост, а при $\Delta L < 0$ – уменьшение коэффициента β по сравнению со значением этого коэффициента при оптимальной толщине голограммы. Анализ коэффициента β при толщине слоя красителя, на котором ДЭГ уменьшается в e^2 раз по сравнению с ДЭГ, соответствующей оптимальной толщине, показывает, что при фиксированном параметре ξ_1 и $\Delta L > 0$ скорость увеличения коэффициента β пропорциональна параметру красителя ξ_2 .

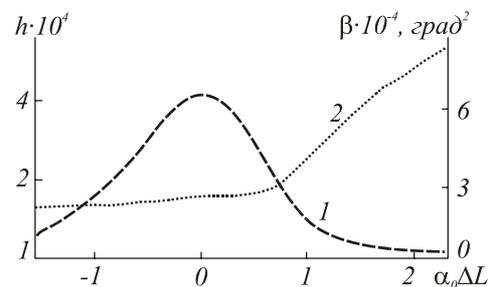


Рис. 4. Зависимость ДЭГ (1) и коэффициента β (2) от толщины голограммы при $k\alpha_0^{-1} = 10^4, bI_{10} = 3, \xi_1 = \xi_2 = 10$

В заключение приведем оценки ширины полосы углов динамической голограммы в растворе красителя. Воспользуемся характеристиками раствора и параметрами излучения, записывающего голограмму, взятыми из работ [9] и [12]: $L\alpha_0 = 2,4, k = 1,1 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}, \theta_0 = 1 \text{ мрад}$ и $\xi_1 = 1, \xi_2 = 0,1$. При условии, что толщина нелинейного слоя является оптимальной, ширина полосы углов такой динамической голограммы будет $\Delta\theta = 1,38 \text{ град}$.

Литература

- Ивакин Е.В., Кабанов В.В., Рубанов А.С., Степанов Б.И. ОВФ в растворах красителей // Известия АН СССР. Сер. Физическая, 1988. Т. 52. В. 6. С. 1224 – 1231.
- Королев А.Е., Назаров В.Н. Резонансные динамические решетки в атомарных газах со смешанным контуром линии поглощения // Оптика и спектроскопия, 1996. Т.81. В. 5. С. 715-718.
- Lind R.C., Steel D.G., Dunning G.J. Phase conjugation by resonantly enhanced degenerate four-wave mixing // Optical Engeneering, 1982. Vol. 21. P. 190-198.
- Королев А.Е., Стаселько Д.И. Амплитудно-фазовая запись динамической голограммы и предельная чувствительность резонансных

- атомных сред // Оптика и спектроскопия, 1984. Т. 57. В. 2. С. 299-305.
5. Афанасьев А.А., Доценко М.В. Эффективность вырожденного четырехволнового смешения в резонансной среде с дублетной структурой уровней // ЖПС, 1988. Т.48. В. 6. С. 982-990.
 6. Бельдюгин И.М., Лепешкин А.А., Степанов А.А., Щеглов В.А. Теория резонансного вырожденного четырехволнового взаимодействия (ВЧВ) в полях произвольной интенсивности с учетом диффузии частиц в газе // Оптика и спектроскопия, 1987. Т. 63. В. 6. С. 1207-1212.
 7. Кабанов В.В., Рубанов А.С., Толстик А.В., Чалей А.В. Влияние возбужденных синглетных состояний молекул на эффективность четырехволнового взаимодействия в растворах красителей // ЖПС, 1984. Т. 41. В. 6. С. 911-916.
 8. Кабанов В.В., Рубанов А.С. Энергетическая эффективность обращения волнового фронта при вырожденном четырехволновом взаимодействии в растворах красителей // Квантовая электроника, 1982. Т. 9. В. 6. С. 1277-1280.
 9. Степанов Б.И., Ивакин Е.В., Рубанов А.С. О регистрации плоских и объемных динамических голограмм в просветляющихся веществах // ДАН СССР, 1971. Т. 196. В. 3. С. 567-569.
 10. Тихонов Е.А., Шпак М.Т. Нелинейные оптические явления в органических соединениях // Киев.: Наукова Думка, 1979. 382 с.
 11. Ивахник В.В., Котляр М.В., Шильникова Е.В. Запись динамических голограмм на красителях (двухволновое приближение) // Компьютерная оптика, 2000. В. 20. С. 48-50.
 12. Асланиди Е.Б., Гандельман И.Л., Тихонов Е.А., Шпак М.Т. Нелинейное поглощение света жидкими растворами органических красителей // Украинский физический журнал, 1970. Т. 15. В. 8. С. 1284-1294.

Influence of the spatial structure of a reference (reading) wave on the spatial selectivity of an amplitude dynamic hologram in a dye solution

V.V. Blinov¹, E.V. Vorobyeva¹, V.V. Ivakhnik¹, V.I. Nikonov¹

¹ Samara State University

Abstract

The paper investigates the angular dependence of diffraction efficiency of a dynamic hologram in a dye solution generated by a three- and four-level term scheme, taking into account the reference wave divergence. An expression is obtained that relates the band width of angles of a dynamic hologram to its optimal thickness and the reference wave angular divergence, the limits of the expression application are determined.

Keywords: diffraction, hologram, three- and four-level scheme, reference wave.

Citation: Blinov VV, Vorobyeva EV, Ivakhnik VV, Nikonov VI. Influence of the spatial structure of a reference (reading) wave on the spatial selectivity of an amplitude dynamic hologram in a dye solution. *Computer Optics* 2003; 25: 74-78.

References

- [1] Ivakin EV, Kabanov VV, Rubanov AS, Stepanov BI. Wavefront reversal in dye solutions. *Izvestiya Akademii Nauk SSSR: Seria Phisicheskaya* 1988; 52(6): 1224-1231.
- [2] Korolev AE, Nazarov VN. Resonant dynamic gratings in atomic gases with Voigt contour of the absorption line. *Optics and Spectroscopy* 1996; 81(5): 651-653.
- [3] Lind RC, Steel DG, Dunning GJ. Phase conjugation by resonantly enhanced degenerate four-wave mixing. *Opt Eng* 1982; 21: 190-198.
- [4] Korolev AE, Staselko DI. Amplitude-phase recording of a dynamic hologram and the ultimate sensitivity of resonant atomic media. *Optika i Spektroskopiya* 1984; 57(2): 299-305.
- [5] Afanas'ev AA, Dotsenko MV. Effectiveness of degenerate four-wave mixing in a resonant medium with a doublet level structure. *Journal Prikladnoi Spektroskopii* 1988; 48(6): 982-990.
- [6] Beldyugin IM, Lepeshkin AA, Stepanov AA, Shcheglov VA. Theory of resonant degenerate four-wave mixing (FWM) in fields of arbitrary intensity with consideration of particle diffusion in the gas. *Optika i Spektroskopiya* 1987; 63(6): 1207-1212.
- [7] Kabanov VV, Rubanov AS, Tolstik AL, Chalei AV. Effect of excited singlet states of molecules on the efficiency of four-wave interaction in dye solutions. *Journal of Applied Spectroscopy*. 1984; 41(6): 911-916.
- [8] Kabanov VV, Rubanov AS. Energy efficiency of wavefront reversal in degenerate fourwave interaction in dye solutions. *Sov J Quantum Electron* 1982; 12(6): 810-812.
- [9] Stepanov BI, Ivakin EV, Rubanov AS. Recording of plane and volume dynamic holograms in bleachable substance. *Doklady Akademii Nauk SSSR* 1971; 196(3): 567-569.
- [10] Tikhonov EA, Shpak MT. *Nonlinear optical phenomena in organic compounds*. Kyiv: "Naukova Dumka" Publisher; 1979.
- [11] Ivakhnik VV, Kotlyar MV, Shilnikova EV. Recording of dynamic holograms on dyes (two-wave approximation). *Computer Optics* 2000; 20: 48-50.
- [12] Aslanidi EB, Gandelman IL, Tikhonov EA, Shapk MT. Nonlinear absorption of light in liquid solutions of organic dyes. *Ukrains'kii Fizichnii Zhurnal* 1970; 15(8): 1284-1294.