

# ИЗОБРАЖАЮЩИЕ СВОЙСТВА ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ВОЛНОВОДОМ

А.Н. Малов, Э.А. Сенокосов, О.А. Рогожникова, В.С. Фещенко  
Иркутский государственный технический университет

## Введение

Ряд перспективных задач современной науки и техники, требуют поиска принципиально новых подходов к решению проблемы представления, передачи и обработки изображений [1-4].

В настоящее время, широко используется метод поэлементной передачи изображений по световодному жгуту с упорядоченным расположением изолированных друг от друга волокон [1], при этом каждое волокно жгута передает только одну точку изображения. На выходе из жгута формируется мозаичное изображение, составленное из отдельных точек.

Такая передача изображений имеет ряд недостатков: во-первых, ограничена разрешающая способность, связанная как с возможностью перекачки энергии из одного волокна в другое, так и с дифракцией света на торце каждого волокна. Во-вторых, потеря фазовой информации в изображении, т.е. переданное изображение является принципиально плоским. И, наконец, принципиально невозможно обработать изображение во время передачи.

Все вышеперечисленные ограничения составных волноводов стимулировали интерес к разработке методов передачи изображений по многомодовым волноводам [1].

## 1. Основная теория

Разрешающая способность волновода, как и любой другой оптической системы, определяется его апертурой. Апертура волновода, будет определяться его геометрическими параметрами и зависит от способа ввода излучения в волновод. Для диэлектрического волновода максимальная апертура ограничивается, так называемой числовой апертурой  $NA$

$$NA = \sin \alpha = [n_0^2(\lambda) - n_1^2(\lambda)]^{1/2}, \quad (1)$$

где  $\alpha$  – предельный угол ввода излучения в волновод;  $\lambda$  – длина волны излучения;  $n_0$  – коэффициент преломления сердцевины волновода;  $n_1$  – коэффициент преломления оболочки.

Следовательно, максимальная разрешающая способность (предельная пространственная частота) для диэлектрического волновода определяются следующим выражением:

$$v_{ap} = NA/\lambda = [n_0^2(\lambda) - n_1^2(\lambda)]^{1/2} / \lambda. \quad (2)$$

Как видно, она не зависит от геометрических параметров и длины волновода.

Кроме того, существенное влияние на разрешающую способность диэлектрического волновода оказывает модовая структура поля внутри него. В [5] строго показано, что количество передаваемых деталей предмета равно количеству мод волновода, участвующих в создании изображения. Количество

мод распространяющихся в планарном, диэлектрическом волноводе, согласно [2], будет

$$N = \left( \frac{2d}{\lambda} \right) \{ 2n_0(\lambda) \times [n_0(\lambda) - n_1(\lambda)] \}^{1/2} + \frac{1}{2}, \quad (3)$$

где  $d$  – толщина волноводного слоя.

Следовательно, разрешающая способность волновода, ограниченная модовой структурой поля, будет

$$v_{mod} = \frac{(2d/\lambda) \{ 2n_0(\lambda) [n_0(\lambda) - n_1(\lambda)] \}^{1/2} + 1/2}{L}, \quad (4)$$

где  $L$  – размеры передаваемого изображения.

Оптимальным по габаритным характеристикам и разрешающей способности, будет очевидно волновод, для которого

$$v_{ap} = v_{mod}. \quad (5)$$

Многочисленные исследования конца прошлого века [1] показали, что не все моды оптического волновода участвуют в построении изображения. Так, согласно [1], число мод участвующих в построении изображения на порядок меньше общего их количества. И их количество быстро убывает с увеличением длины волновода, из-за растущего расхождения фаз мод высших порядков (межмодовая дисперсия). Из-за этого явления, пропускная способность волновода сильно отличается от значений (1) и (4), и передача изображений, даже теоретически, ограничивается расстояниями порядка одного метра [1].

В то же время моды волновода часто могут являться собственными функциями преобразования Фурье. И если передавать через волновод не само изображение, а его Фурье-спектр, то может появиться возможность передать информацию, содержащуюся в изображении без потерь, если удастся сохранить фазовые соотношения между спектральными компонентами.

Известны функция веса и амплитудно-фазовая частотная передаточная функция (далее передаточная функция) изображающей системы с линзой и свободного пространства [6]. Следовательно, для описания процесса преобразования излучения в оптической системе с волноводом нужно определить передаточную функцию волновода. Сделаем это, частично используя расчеты [1].

Сначала, для простоты, рассмотрим планарный многомодовый металлический волновод, представляющий собой слой диэлектрика с показателем преломления  $n_0$  и толщиной  $d$ , заключенный между двумя идеально проводящими металлическими обкладками (рис. 1).

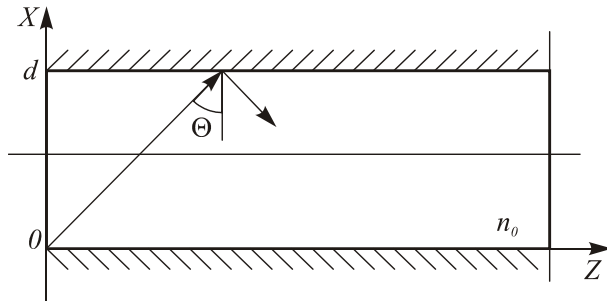


Рис. 1. Планарный волновод

Пусть входной торец волновода ( $z = 0$ ) возбуждается монохроматическим источником света с распределением электромагнитного поля  $E_0(x)$ . Это распределение, с учетом апертюры волновода, можно представить в виде суперпозиции волновых функций волновода  $F_m(x)$  с амплитудами  $a_m$ :

$$E_0(x) = \sum_{m=1}^M a_m F_m(x), \quad (6)$$

где  $M$  – номер предельной моды.

Распределение поля в произвольном сечении волновода  $z \gg \lambda$  так же определяется суперпозицией волновых функций волновода. Однако в отличие от сечения  $z = 0$  в этой суперпозиции учитывается разница в константах распространения разных мод  $\beta_m$ :

$$E_z(x) = \exp(j\beta_1 z) \times \sum_{m=1}^M a_m F_m(x) \exp(jz(\beta_m - \beta_1)). \quad (7)$$

Передаточная функция волновода тогда будет иметь вид:

$$W(\beta_m) = \exp[jz(\beta_m - \beta_1)]. \quad (8)$$

Константу распространения  $\beta_m$  можно найти согласно следующему выражению [1]:

$$\beta_m = \frac{2\pi}{\lambda} n_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda m}{2dn_0}\right)^2}, \quad (9)$$

где  $\lambda$  – длина волны излучения,  $n_0$  – коэффициент преломления сердцевинки волновода,  $d$  – толщина волновода.

Следовательно, передаточная функция (8) примет вид:

$$W(m) = \exp \left\{ jz \frac{2\pi}{\lambda} n_0 \left[ \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda m}{2dn_0}\right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2dn_0}\right)^2} \right] \right\}. \quad (10)$$

Если учитывать только параксиальные моды, для которых выполняется неравенство  $\lambda m / 2dn_0 \ll 1$ , выражение можно упростить путем замены корней первыми двумя членами их разложений в ряд:

$$\begin{aligned} W(m) &= \\ &= \exp \left\{ -jz \frac{2\pi n_0}{\lambda} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda m}{2dn_0} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda}{2dn_0} \right)^2 \right] \right\} = \\ &= \exp \left[ -jz \frac{\pi \lambda}{4d^2 n_0} (m^2 - 1) \right] \end{aligned} \quad (11)$$

В случае  $m \gg 1$ ,  $(m^2 - 1) \approx m^2$  и выражение (11) можно переписать в виде:

$$W(m) = \exp[-j\pi \lambda z m^2 / 4d^2 n_0] \quad (12)$$

Пространственную частоту излучения в волноводе найдем исходя из, так называемого условия поперечного резонанса [7]:

$$2k n_0 d \cdot \cos \Theta = 2m\pi, \quad (13)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  – волновой вектор,  $\cos \Theta$  – направляющий косинус,  $d$  – толщина волновода,  $m$  – номер моды.

Учитывая это условие, получим выражение для пространственной частоты в волноводе:

$$f = \cos \Theta / \lambda = m / 2dn_0. \quad (14)$$

Подставляя (14) в (12) получим окончательный результат:

$$W(f) = \exp \left[ -j \frac{\pi \lambda z}{n_0} f^2 \right]. \quad (15)$$

Или в двумерном случае:

$$W(f_x, f_y) = \exp \left[ -j \frac{\pi \lambda z}{n_0} (f_x^2 + f_y^2) \right], \quad (16)$$

где  $f_x = m / 2d_x n_0$ ,  $f_y = n / 2d_y n_0$  – пространственные частоты по оси  $x$  и по оси  $y$  соответственно;  $m$  и  $n$  – целые числа.

Выражение (16) полностью соответствует передаточной функции свободного пространства [6]. Следовательно, для компенсации разности фаз приобретаемой различными пространственными частотами может быть использован обычный объектив или линза.

Соотношение (16) верно и для многомодового диэлектрического волновода [1]. С той лишь разницей, что при всех расчетах необходимо использовать вместо истинной ширины волновода  $d$  некоторое его эффективное значение:

$$d_{ef} = d + \left( \frac{\lambda}{\pi} \right) \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^\rho (n_0^2 - n_1^2)^{-1/2}, \quad (17)$$

где  $\rho = 0$ , для ТЕ-мод и  $\rho = 1$  для ТМ-мод;  $n_0$  и  $n_1$  – показатели преломления волноводного слоя и оболочки ( $n_0 > n_1$ ).

### Эксперимент

Волновод изготовлялся следующим образом. Стеклаянная пластина ( $n_0=1,55$ ) погружалась в 10-15%-й водный раствор желатина. Затем пластина сушилась в течение трех часов. В результате на по-

верхностях стеклянной пластины образовывался тонкий слой желатина ( $n_1=1,54$ ). Толщина волноводного слоя была от 1,5 до 3 мм. Длина волновода  $L$  была от 10 до 40 см.

Эксперимент проводился по схеме, которая изображена на рис. 2.

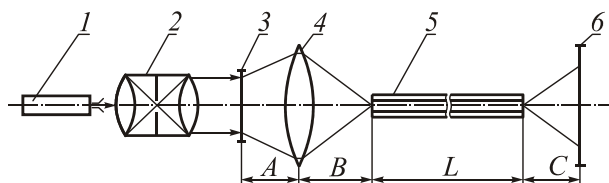


Рис. 2. Оптическая схема эксперимента

Пучок света от лазерного источника 1 попадает в коллимационную систему 2, где происходит его расхождение и преобразование к параллельному. Затем параллельный пучок падает на прозрачный транспарант с изображением 3. После этого с помощью объектива 4 излучение вводится в волновод 5 и проходит сквозь него, а на экране 6 строится изображение транспаранта.

Мы применяли ввод света в волновод и его вывод с помощью призмы [7]. Это делалось с целью устранить влияние физической апертуры волновода на передачу через него изображения.

Изображение всегда наблюдалось в одной плоскости. Причем, только в том случае, когда расстояния транспарант – объектив, объектив – волновод и волновод – экран подчинялись формуле линзы:

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{(B+C)} = \frac{1}{F}, \quad (18)$$

где  $F$  – фокусное расстояние объектива,  $A$  – расстояние от транспаранта до линзы,  $B$  – расстояние от линзы до волновода,  $C$  – расстояние от волновода до экрана (причем  $B=C$ ).

В результате на экране в выходной плоскости системы было получено перевернутое изображение транспаранта (рис. 3).



Рис. 3. Изображение, полученное на экране в выходной плоскости системы

Изображение получилось растриванное. Параметры растра соответствовали формуле  $T=L/N$ , где  $T$  – период растра,  $L$  – размер изображения,  $N$  – количество мод планарного волновода.

В случае, когда использовался планарный волновод с  $d=1,5$  мм ( $N=242$ ), а размеры изображения на экране были  $L=20$  мм, период растра был равен  $T \approx 0,083$  мм. То есть разрешение системы в этих условиях было  $12,1 \text{ мм}^{-1}$ , что сравнимо с разрешающей способностью промышленных объективов.

#### Обсуждение результатов эксперимента и выводы

Гипотеза о возможности компенсации фазовых набегов различных мод волновода одним обычным объективом подтвердилась. Хотя на результаты эксперимента влияют фундаментальные отличия процесса распространения света в волноводе от его распространения в свободном пространстве.

Во-первых, изображение получилось растриванное из-за дискретности Фурье-спектра в волноводе. Параметры растра (период и пространственное распределение его интенсивности) в точности соответствовали модовому составу планарного волновода. Таким образом, волновод сыграл роль фильтра пространственных частот.

Если еще раз обратить внимание на передаточную функцию волновода, то мы увидим, что волноводы с различной конфигурацией поперечного сечения, будут по-разному растривать изображение. Форма растра будет зависеть от модового состава волновода (для прямоугольного волновода растр будет состоять из прямоугольников, для круглого – из концентрических колец и т.д.). Кроме того, в передаточную функцию волновода явным образом входит показатель преломления сердцевины волновода, это приведет к тому, что для градиентных волноводов моды высших порядков будут расположены ближе друг к другу. Вследствие этого увеличение изображения окажется неравномерным, и будет уменьшаться от центра изображения к его краям.

Во-вторых, в связи с тем, что Фурье-компоненты электромагнитного поля при распространении вдоль волновода, в условиях сохранения углов при распространении в волноводе, не могли расходиться в пространстве, то изменение длины волновода никак не влияло на конечный результат.

Это второе отличие процесса распространения света в волноводе от распространения его в свободном пространстве, при полной формальной идентичности передаточных функций, позволяет по-новому взглянуть на передачу изображений через волновод.

Можно, как и в свободном пространстве в зоне дифракции Френеля, встраивать в волноводный тракт компенсирующие элементы в виде линз. В этом случае мы получаем оптическую систему с увеличением, которое ограничено поперечными размерами волновода. И, соответственно, длина волноводного тракта будет ограничена фокусным расстоянием компенсирующего элемента. Для передачи изображения на

расстояния более метра придется создавать волоконно-оптический аналог линзовой линии, что, и описано в [1]. Заметим, что подобная волоконно-линзовая линия может быть реализована с помощью локального осесимметричного сжатия круглого волокна с некоторым шагом по оси волокна (типа линии из механических «перехватов» – колец).

Получить же внутри волновода естественным путем дифракцию Фраунгофера не возможно, потому что Фурье-компоненты спектра электромагнитной волны не расходятся в пространстве, а только отстают друг от друга по фазе.

Таким образом, оптическая схема с объективом, который был вынесен за пределы волновода, оказалась гибче. В волноводный тракт был введен сразу Фурье-спектр, волновод его передал практически без изменений, и далее свободное пространство преобразовало Фурье-спектр в изображение. В этом случае объектив работал не только как компенсатор фазовых набегов различных пространственных частот и концентратор излучения, но и выступал как организатор электромагнитного поля внутри волновода, согласованного с его собственными модами.

С другой стороны волновод сам всегда выступает как фильтр пространственных частот. С этой точки зрения не важно, где помещать объектив, перед волноводом или же за ним. Фазы всех пространственных частот будут скомпенсированы в любом

случае. Если будет соблюдаться соотношение (18), то изображения предметов, находящихся перед волноводом, успешно построятся, даже в том случае, если объектив расположить за волноводом. С той лишь разницей, что энергия, передаваемая через такую оптическую систему, будет сильно зависеть от физической апертуры волновода, которая, в этом случае, выступает, как входной зрачок системы.

#### *Литература*

1. Григорьева Е.Е., Семенов А.Т. Волноводная передача изображений в когерентном свете // Квантовая электроника, 1978. №9. С. 1877-1895.
2. Свечников Г.С. Элементы интегральной оптики // М.: Радио и связь, 1987. 104 с.
3. Гуляев Ю.В., Меш М.Я., Проклов В.В. Модуляционные эффекты в волоконных световодах и их применение // М.: Радио и связь, 1991. 152 с.
4. Надель Ж.М. Волноводные линии связи // М.: Радио и связь, 1975. 234 с.
5. Ulrich R. Image formation by phase coincidanced in optical waveguides // Opt. Commun., 1975. V. 13. №3. P. 259 – 264.
6. Порфирьев Л.Ф. Основы теории преобразования сигналов в оптико-электронных система // Л.: Машиностроение. 1989. 387 с.
7. Малов А.Н. Физические основы информационно-оптических технологий // М.: MeDia, 2000. 242 с.

# Imaging properties of an optical system with a waveguide

A.N. Malov<sup>1</sup>, E.A. Senokosov<sup>1</sup>, O.A. Rogozhnikov<sup>1</sup>, V.S. Feshchenko<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Irkutsk State Technical University

## Abstract

It is a common practice nowadays to use the method of fiber-optical imaging through a fiber bundle with an ordered arrangement of fibers isolated from each other, while each fiber of the bundle transmits only one image point. At the output of the bundle, a mosaic image composed of individual points is formed. This image transmission method has several disadvantages. The limitations of composite waveguides have stimulated interest in the development of methods of image transmission over multimode waveguides.

Keywords: optical system, waveguide, fiber-optical imaging,

Citation: Malov AN, Senokosov EA, Rogozhnikov OA, Feshchenko VS. Imaging properties of an optical system with a waveguide. *Computer Optics* 2003; 25: 100-103.

## References

- [1] Grigoryeva EE, Semenov AT. Waveguide transmission of images in coherent light (review). *Soviet Journal of Quantum Electronics* 1978; 8(9): 1063-1073.
- [2] Svechnikov GS. Elements of integral optics. Moscow: "Radio i Svyaz" Publisher; 1987.
- [3] Gulyaev YV, Mesh MY, Proklov VV. Modulation effects in fiber optics and their application [In Russian]. Moscow: "Radio i Svyaz" Publisher; 1991.
- [4] Nadel ZM. Waveguide communication lines. Moscow: "Radio i Svyaz" Publisher; 1975.
- [5] Ulrich R. Image formation by phase coincidences in optical waveguides. *Opt Commun* 1975; 13(3): 259-264.
- [6] Porfiriev LF. Fundamentals of the theory of signal transfer in optical-electronic. Leningrad: "Mashinostroenie" Publisher; 1989.
- [7] Malov AN. Physical foundations of information-optical technologies. Moscow: "MeDia" Publisher; 2000.