

МЕТОДЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ОПТИКИ

РАСЧЕТ И ИССЛЕДОВАНИЕ ЦВЕТОДЕЛИТЕЛЬНЫХ ДИФРАКЦИОННЫХ РЕШЕТОК

Досколович Л.Л., Тявин Е.В., Казанский Н.Л., Петрова О.И. *
Самарский государственный аэрокосмический университет
Институт систем обработки изображений РАН
* Тольяттинский государственный университет

Аннотация

Исследована работа цветоделительных дифракционных решеток в рамках строгой электромагнитной теории. Рассчитаны интенсивности дифракционных порядков в зависимости от величины периода. Оценены границы применимости скалярного приближения и приближения геометрической оптики, используемых при расчете микрорельефа оптических элементов такого типа. Проведен расчет цветоделительных решеток в рамках строгой теории с использованием градиентного метода. Оценена степень оптимальности решений, получаемых в рамках скалярной теории.

Введение

Фазовые дифракционные решетки широко используются для разделения излучения различных длин волн по различным дифракционным порядкам [1-10]. Впервые так называемые цветоделительные дифракционные решетки были предложены Дамманом (H. Dammann) в 1978 году [1].

Для расчета цветоделительных дифракционных решеток в рамках скалярной теории разработан ряд аналитических и итерационных методов [1-10]. Наиболее общим аналитическим решением является цветоделительная решетка, позволяющая разделить три плоских волны с длинами волн

$$\lambda_0, \lambda_{\pm 1} = \lambda_0 N / (N \pm p), p \in Z \quad (1)$$

по $-1, 0$ и $+1$ дифракционным порядкам [4, 8-10]. Профиль такой решетки состоит из N ступенек равной ширины. Высоты ступенек определяются по формуле:

$$d_i = \frac{\lambda_0}{(n_0 - 1)} \text{mod}_N(\alpha \cdot i), i = \overline{0, N-1}, \quad (2)$$

где n_0 - показатель преломления материала решетки, α - целое число:

$$\alpha = \frac{N \cdot m + 1}{N + p}, m \in Z. \quad (3)$$

Разделение различных длин волн достигается за счет использования микрорельефа с высотой в N раз большей, чем при работе с одной длиной волны. Высота микрорельефа определяется близостью разделяемых длин волн. Чем ближе длины волн, тем больше N и тем выше требуется рельеф.

Цветоделительные решетки (2), (3) рассчитаны с использованием двух основных приближений. Расчет прохождения падающего пучка через решетку проводится в приближении геометрической оптики. Дальнейшее распространение светового поля описывается в рамках скалярной теории. При указанных допущениях интенсивности рабочих порядков решетки имеют вид:

$$I_0 = 1, I_{\pm 1} = I_{-1} = \text{Sinc}^2(\pi / N). \quad (4)$$

Интенсивности порядков определяют доли энергии излучения с длинами волн (1), направляемые в порядки $0, \pm 1$.

Вследствие большей в N раз высоты рельефа, для цветоделительных решеток актуальным является исследование ошибок, вызванных применением скалярного приближения и приближения геометрической оптики.

В данной статье приведены результаты исследования работы цветоделительных решеток (2), (3) в рамках строгой электромагнитной теории и результаты расчета цветоделительных решеток в рамках строгой теории с использованием градиентного метода. Представленные результаты позволяют установить границы применимости использованных приближений и оценить оптимальность решений, получаемых в рамках скалярной теории.

Метод исследования решеток в рамках электромагнитной теории

Для решения задачи дифракции на цветоделительной решетке в рамках строгой электромагнитной теории был использован метод связанных волн - RCWA метод (rigorous coupled-wave analysis method) [11-13].

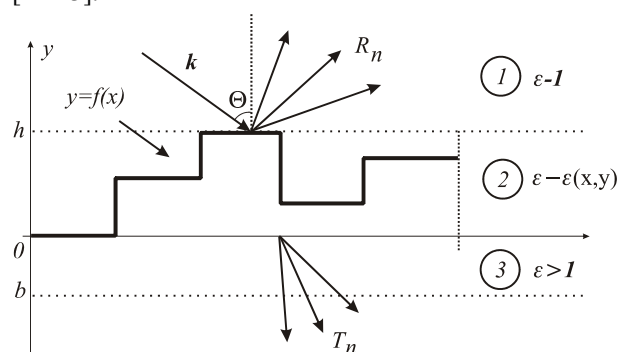


Рис. 1. Геометрия задачи дифракции

Согласно методу связанных волн введем три зоны (рис.1). Зона 1 соответствует области над решеткой при $y > h$, где h - максимальная высота микрорельефа. Зона 2 соответствует зоне модуляции

$0 < y < h$, и, наконец, зона 3 соответствует области подложки $y < 0$. Над решеткой и под решеткой диэлектрическая проницаемость постоянна. В зоне модуляции, диэлектрическая проницаемость является функцией $\varepsilon = \varepsilon(x, y)$. Магнитную проницаемость будем считать равной единице во всех трех зонах. Согласно методу связанных волн поля в зонах 1 и 3 представляются в виде суперпозиции плоских волн с неизвестными коэффициентами отражения R_n и пропускания T_n . В зоне 2 поле ищется из решения уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned} \text{rot} \mathbf{H} &= -ik_0 \varepsilon(x, y) \mathbf{E}, \\ \text{rot} \mathbf{E} &= -ik_0 \mathbf{H}. \end{aligned} \quad (5)$$

Далее, коэффициенты отражения и пропускания в зонах 1 и 3 находятся из условия равенства тангенциальных компонент полей на границах зон при $y=h$ и $y=0$. Метод связанных волн является стандартным и эффективным средством решения задач дифракции на периодических структурах.

Исследование влияния относительного периода и дрейфа волн

Известно, что скалярная теория дифракции правильно описывает распространение монохроматического излучения при характерных размерах объектов, на которых происходит дифракция светового пучка, много больше используемой длины волны. В нашем случае дифракция происходит на штрихах решетки, а удобным для использования характерным размером является период дифракционной решетки. Интересно исследовать границы применимости скалярной теории дифракции для цветоделительных решеток с малым (относительно основной длины волны λ_0) периодом. Для этого методом связанных волн были рассчитаны интенсивности прошедших дифракционных порядков для типичных цветоделительных решеток (работающих в видимом и ближнем инфракрасном диапазонах длин волн) в зависимости от размера периода. На рис. 2 приведены интенсивности рабочих порядков цветоделительной решетки (2) для разделения длин волн $\lambda_{-1} = 0,7333$ мкм, $\lambda_0 = 0,55$ мкм, $\lambda_{+1} = 0,44$ мкм ($p=1, N=4$) по порядкам -1, 0, +1. Интенсивности порядков приведены при различной

величине периода от $5\lambda_0$ до $50\lambda_0$ при нормальном падении, $n_0=1,5$ для ТЕ и ТМ поляризации.

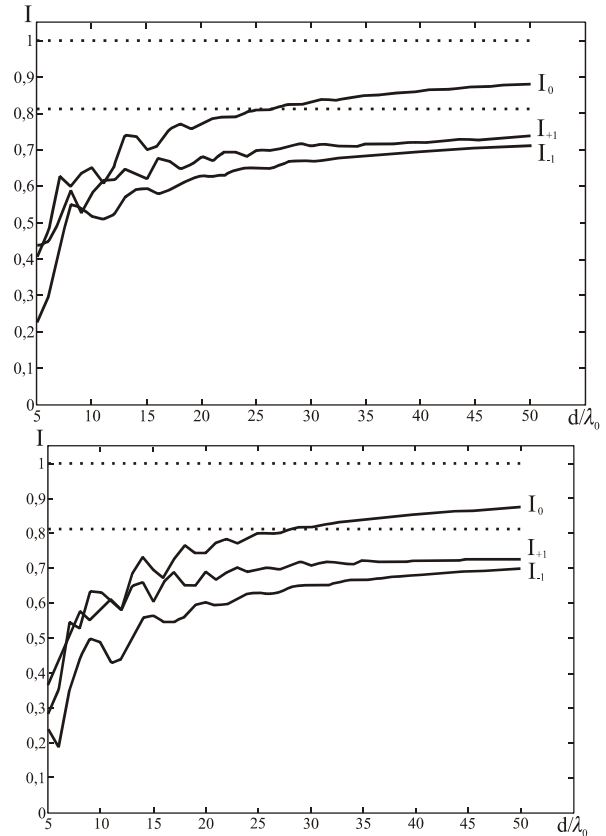


Рис. 2. Интенсивности рабочих порядков решетки (2) при $p=1, N=4$ в зависимости от величины периода для ТЕ (верхний график) и ТМ (нижний график) поляризации

На рис. 3, 4 приведены аналогичные графики интенсивностей рабочих порядков цветоделительной решетки (2) для разделения длин волн $\lambda_{-1}=0,6875$ мкм, $\lambda_0=0,55$ мкм, $\lambda_{+1}=0,4583$ мкм ($p=1, N=5$) и $\lambda_{-1}=0,9167$ мкм, $\lambda_0=0,55$ мкм, $\lambda_{+1}=0,3929$ мкм по порядкам -1, 0, +1. Для решеток на рис. 3, 4 ($N=5$) ошибка несколько больше, чем для решетки на рис. 2 ($N=4$). Это связано с тем, что максимальная высота рельефа при $N=5$ в 1,33 раза больше, чем при $N=4$.

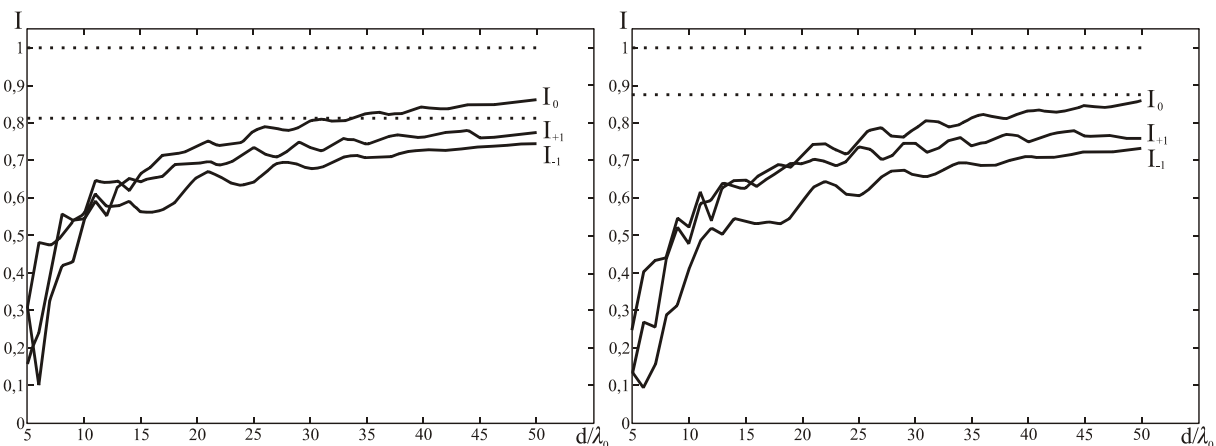


Рис. 3. Интенсивности рабочих порядков решетки (2) при $p=1, N=5$ в зависимости от величины периода для ТЕ (левый график) и ТМ (правый график) поляризации

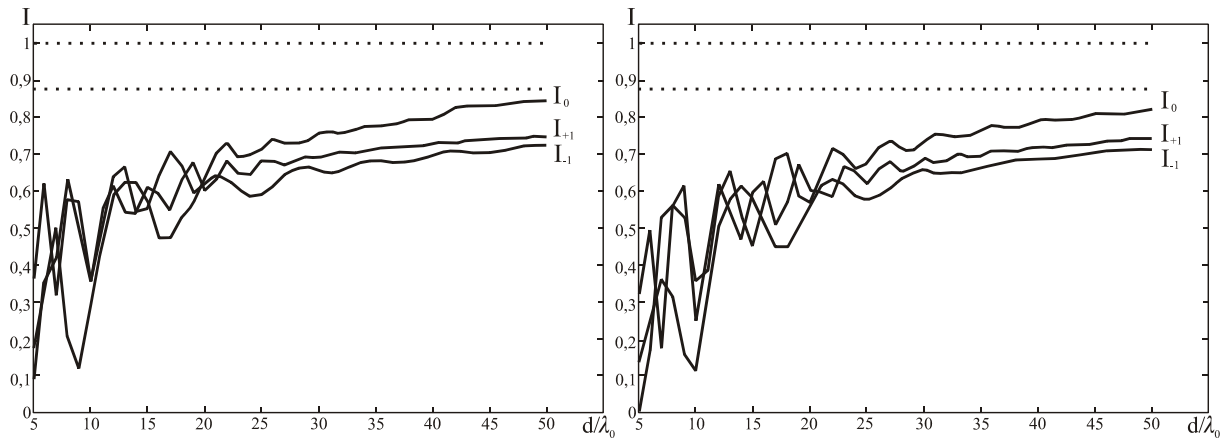


Рис. 4. Интенсивности рабочих порядков решетки (2) при $p=2$, $N=5$ в зависимости от величины периода для TE (левый график) и TM (правый график) поляризации

Таким образом, при высоте дифракционного микрорельефа в 3-4 раза больше, чем при работе с одной длиной волны (при разности разделяемых длин волн в 20-25%), скалярная теория применима с ошибкой 10-15% только при периодах порядка $50\lambda_0$ и более.

Как изменится работа цветоделительной решетки при освещении ее пучками с длинами волн, отличными от заложенных при расчете решетки? Для ответа на этот вопрос был проведен расчет интенсивности порядков в рамках скалярной и строгой электромагнитной теорий дифракции.

На рис. 5 приведены графики, демонстрирующие уменьшение интенсивностей рабочих порядков цветоделительной решетки при отклонении длин волн от расчетных значений. Графики на рис. 5а рассчитаны в рамках скалярной теории для решетки (2) при $p=1$, $N=4$. Графики показывают, что самым чувствительным порядком к изменению длины волны является +1-ый порядок. Интенсивность +1-го порядка уменьшается на 10% при изменении длины волны λ_{+1} в пределах $\pm 3-4\%$. Эту тенденцию подтверждает и электромагнитная теория. На рис. 5б, в приведены графики уменьшения интенсивностей рабочих порядков решетки (4), рассчитанные в рамках скалярной теории и электромагнитной теории для TE и TM поляризации при периоде $d=15\lambda_0$.

Расчет решеток в рамках электромагнитной теории

Для оценки оптимальности аналитического решения (2), (3) был проведен расчет цветоделительных решеток в рамках строгой электромагнитной теории с использованием градиентного метода.

Поскольку профиль решетки (2) состоит из N ступенек, то в качестве параметров оптимизации использовались координаты и высоты ступенек. В качестве критерия оптимизация была использована функция

$$\varepsilon(\mathbf{x}) = \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 \left(I_j(\mathbf{x}; \lambda_i) - \delta(j-i) \right)^2, \quad (6)$$

представляющая отличие расчетных $I_j(\mathbf{x}, \lambda_i) \sim |T_j|^2$ и требуемых интенсивностей дифракционных порядков для длин волн (1).

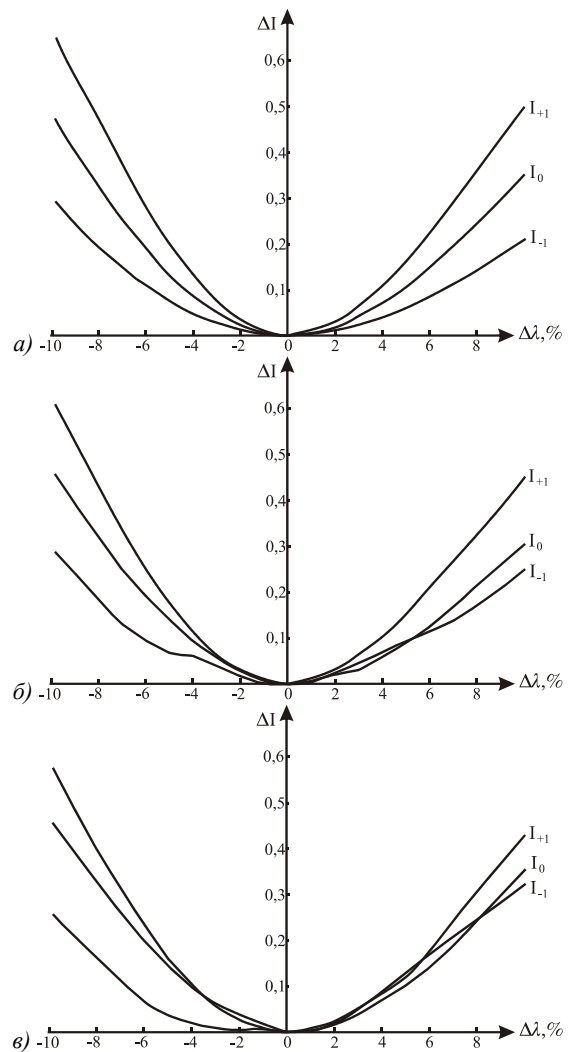


Рис. 5. Уменьшение интенсивностей порядков решетки при отклонении длин волн от расчетных значений: а) в рамках скалярной теории при $p=1$, $N=4$ б, в) в рамках электромагнитной теории при $p=1$, $N=4$, $d=15\lambda_0$ для TM и TE поляризации

Вектор $\mathbf{x}=(x_1, \dots, x_{N-1}, h_1, \dots, h_N)$ содержит набор параметров оптимизации, однозначно определяющих профиль решетки на периоде. Параметры $0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{N-1} < d$ являются координатами N ступе-

нек профиля, а параметры $h_i \geq 0, i=1, \dots, N$ - высотами ступенек. Требуемые интенсивности порядков в (6) заданы функцией $\delta(j-i)$, равной 1 при $i=j$ и 0 в противном случае. Вид функции ошибки (6) был выбран не только из условия максимизации рабочих порядков 0, ± 1 для длин волн (1), но и из условия минимизации перекрестного влияния рабочих порядков для различных длин волн.

Градиентный метод минимизации функции ошибки (6) состоит в итерационной коррекции вектора параметров профиля по правилу

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{x}_{n-1} - t \nabla \varepsilon(\mathbf{x}), \quad (7)$$

где $\nabla \varepsilon(\mathbf{x}) = \left(\frac{\partial \varepsilon(\mathbf{x})}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial \varepsilon(\mathbf{x})}{\partial h_N} \right)$ - градиент функции

ошибки (6). Расчет градиента проводился численно по разностным формулам.

На рис. 6 приведены расчетные графики интенсивностей порядков цветоделительных решеток для разделения длин волн $\lambda_{-1}=0,6875$ мкм, $\lambda_0=0,55$ мкм, $\lambda_{+1}=0,4583$ мкм ($p=1, N=5$), рассчитанных с помощью градиентного метода (6), (7).

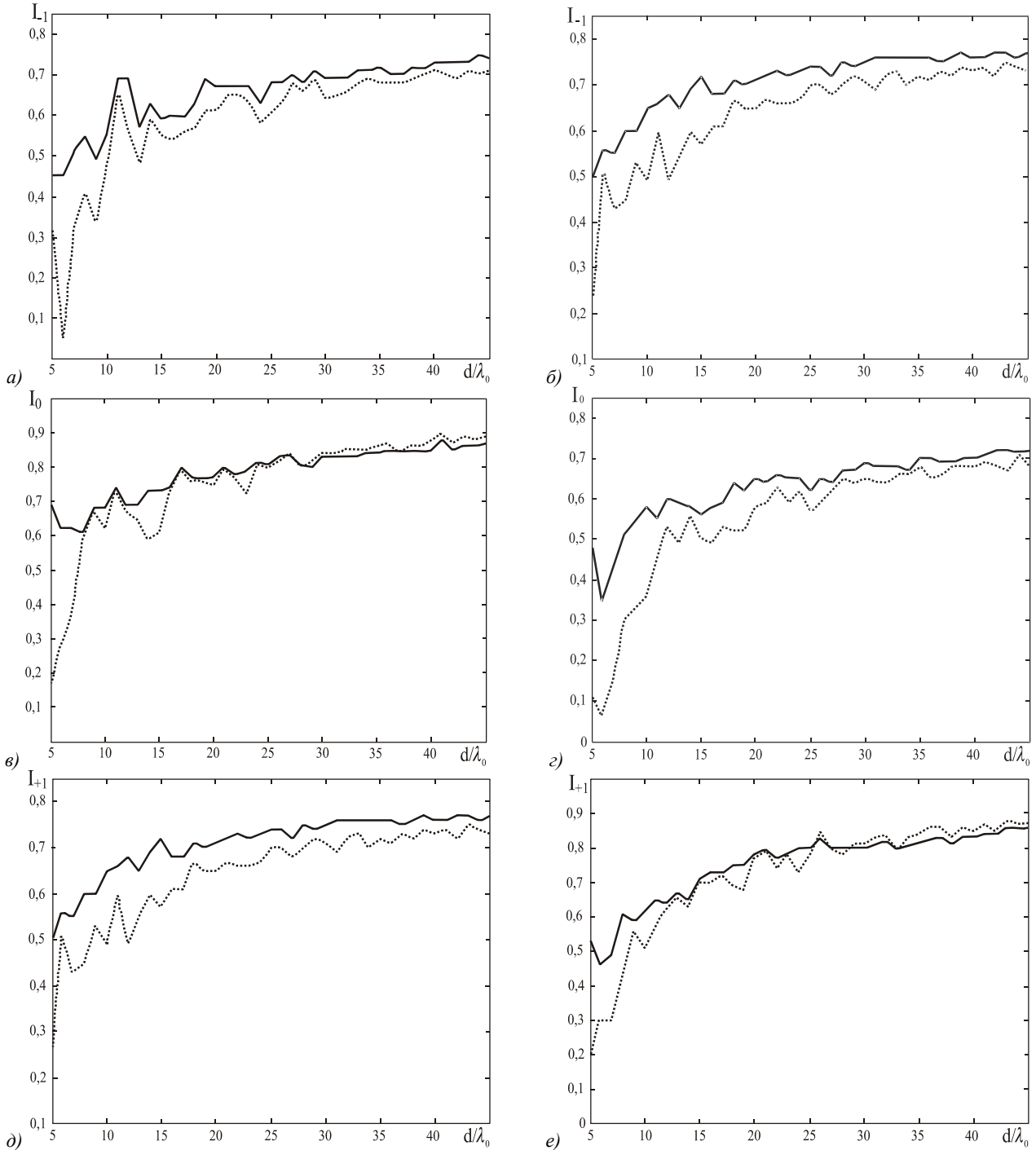


Рис. 6. Интенсивности рабочих порядков решеток, рассчитанных градиентным методом при $p=1, N=5$ в зависимости от величины периода для ТЕ (левые графики а, в, д) и ТМ поляризации (правые графики б, г, е)

В качестве начального приближения были использованы параметры профиля решетки (2). Графики интенсивностей приведены для различной величины периода от $5\lambda_0$ до $50\lambda_0$ при нормальном падении для ТЕ и ТМ поляризации. Пунктирными линиями показаны интенсивности порядков решетки (2), а непрерывными линиями - интенсивности порядков решетки после оптимизации. Пунктирные линии повторяют графики интенсивности на рис.3 и приведены для наглядности, разность между непрерывными и пунктирными линиями показывает увеличение интенсивности порядков, полученное за счет оптимизации профиля.

Графики на рис. 6 показывают, что градиентная оптимизация позволяет существенно увеличить интенсивность рабочих порядков (на 10-30%) только при малых периодах в $5-10\lambda_0$. С ростом периода до $50\lambda_0$ увеличение интенсивности ± 1 порядков падает до 1-3%, а интенсивность нулевого порядка даже снижается на 0,5-1,5%. Таким образом, аналитическое решение (2), (3) является близким к оптимальному при периодах порядка $40\lambda_0$ и более.

Приведем несколько примеров, иллюстрирующих графики на рис. 6. На рис. 7 показаны профиль цветоделительной решетки (2), (3) (пунктирная линия) и профиль решетки, рассчитанной градиентным методом при периоде $d=10\lambda_0$ для ТМ-поляризации (непрерывная линия). Профиль, рассчитанный градиентным методом, получен при использовании аналитического профиля (пунктирная линия) в качестве начального приближения.

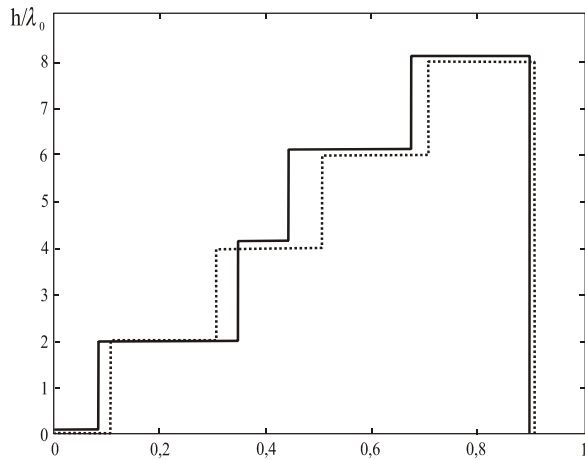


Рис. 7. Профиль цветоделительной решетки (2) при $p=1$, $N=5$ (пунктирная линия) и профиль решетки, рассчитанной градиентным методом при $d=10\lambda_0$ для ТМ-поляризации (непрерывная линия)

На рис. 8 символами «o», «*», «+», показаны интенсивности порядков решеток для рабочих длин волн. Для решетки (2), (3) интенсивности рабочих порядков $-1, 0, +1$ составляют 0,362; 0,5096; 0,4623; а для решетки, рассчитанной градиентным методом – 0,577; 0,612; 0,593.

На рис. 9, 10 приведены аналогичные результаты для решеток с периодом $d=20\lambda_0$. Интенсивности рабочих порядков $-1, 0, +1$ для решеток на рис. 9 составляют 0,580, 0,766, 0,650 и 0,648, 0,775, 0,719, соответ-

ственно. Сравнение рис. 8-10 показывает, что при периоде $d=10\lambda_0$, применение градиентного метода значительно эффективнее, чем при периоде $d=20\lambda_0$. При $d=10\lambda_0$ градиентный метод позволил увеличить интенсивность $-1, 0, +1$ порядков на 59%, 20% и 28%, соответственно. При $d=20\lambda_0$ рост интенсивности порядков составил уже только 11,7%, 1,2% и 11%.

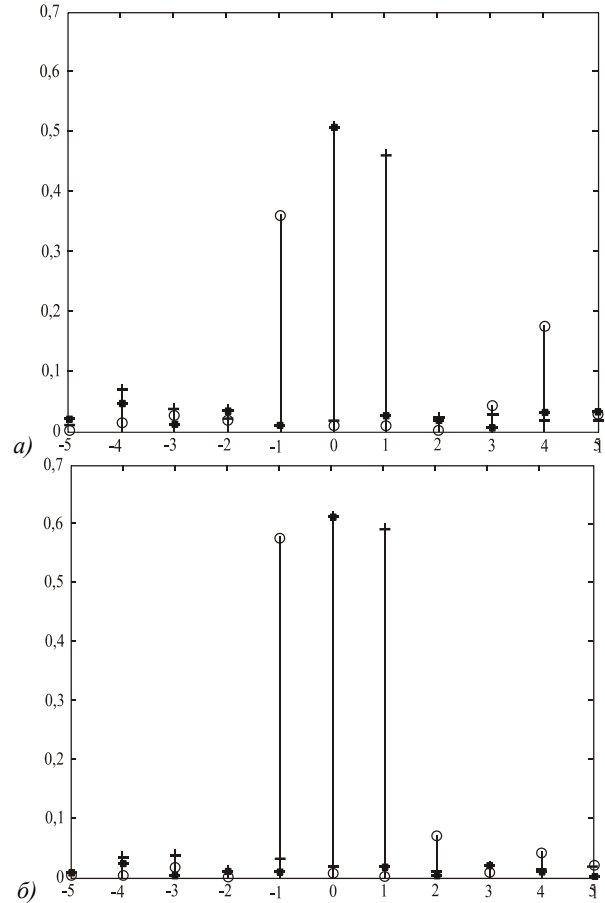


Рис. 8. Интенсивности порядков решеток на рис. 7 для рабочих длин волн ($^{\circ}$ - I_{-1} , * - I_0 , + - I_{+1}) а) для решетки (2), (3); б) для решетки, рассчитанной градиентным методом

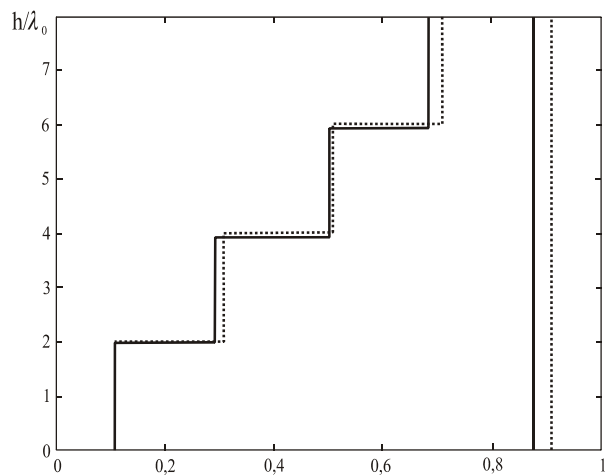


Рис. 9. Профиль цветоделительной решетки (2) при $p=1$, $N=5$ (пунктирная линия) и профиль решетки, рассчитанной градиентным методом при $d=20\lambda_0$ для ТМ-поляризации (непрерывная линия)

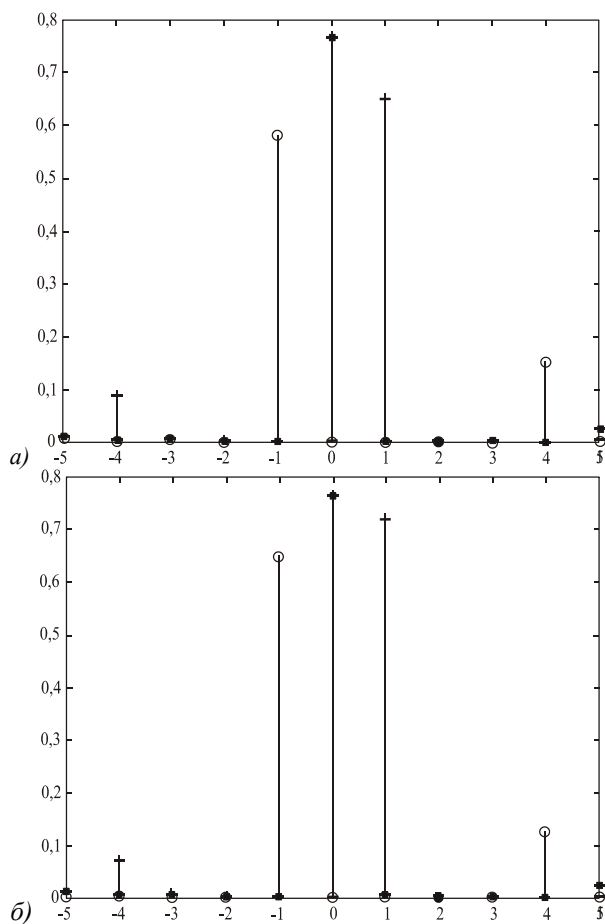


Рис. 10. Интенсивности порядков решеток на рис. 9 для рабочих длин волн ($^{\circ}$ - I_{-1} , * - I_0 , + - I_{+1}) а) для решетки (2), (3); б) для решетки, рассчитанной градиентным методом

Заключение

Исследована работа цветоделительных дифракционных решеток в рамках строгой электромагнитной теории. Оценены границы применимости скалярного приближения и приближения геометрической оптики, используемых при расчете цветоделительных решеток. Показано, что при разности разделяемых длин волн в 20-25%, ошибка скалярной теории составляет порядка 50% для малых периодов с размером 5-15 λ_0 . При увеличении периода до 50 λ_0 ошибка скалярной теории снижается до 10-15%.

Проведен расчет цветоделительных решеток в рамках строгой теории с использованием градиентного метода. Оценена степень оптимальности решений, получаемых в рамках скалярной теории. Показано, что при малых периодах в 10-20 λ_0 применение

градиентного метода эффективно и позволяет увеличить интенсивность рабочих порядков до 60-70%. При больших периодах в 30-50 λ_0 градиентная процедура не позволяет значительно улучшить аналитическое решение (2), (3).

Благодарность

Работа выполнена при поддержке грантов Президента РФ № МД-210.2003.01 и № НШ-1007.2003.1, гранта РФФИ № 04-01-96517 и российско-американской программы “Фундаментальные исследования и высшее образование” (BRHE).

Литература

1. Dammann H. Color separation gratings // Applied Optics. - 1978, Vol.17, № 15. - PP. 2273-2279.
2. Dammann H. Spectral characteristics of stepped-phase Gratings // Optik. - 1979, Vol.53. - PP. 409-417.
3. Farn M.W., Stern M.B. Color separation by use of binary optics // Opt. Lett. - 1993, Vol.18. - PP. 1214-1216.
4. Doskolovich L.L., Soifer V.A., Kazanskiy N.L., Perlo P., Repetto P. Design of DOEs for multiwavelength demultiplexing and spatial focusing // Proc. of SPIE, vol. 5485, pp.98-106, 2004.
5. Bengtsson J. Kinofoms designed to produce different fan-out patterns for two wavelengths // Applied Optics. - 1998, Vol.37, № 11. - PP. 2011-2020.
6. Levy U., Marom E., Mendlovich D. Simultaneous multicolor image formation with a single diffractive optical element // Optics Letters. - 2001, Vol.36, № 15. - PP. 1149-1151.
7. Tasso R. M. Sales, Daniel H. Raguin. Multiwavelength operation with thin diffractive elements // Applied Optics. - 1999, Vol.38, № 14. - PP. 3012-3016.
8. Doskolovich L.L., Repetto M. Design of DOEs for focusing different wavelengths // Optical Memory and Neural Network. 2000, Vol.9, №1. - PP.13-23.
9. Досколович Л.Л. Расчет дифракционных оптических элементов для фокусировки различных длин волн // Автометрия. 2000. Вып.3. С.99-108.
10. Досколович Л.Л. Расчет спектральных решеток // Материалы Второй Байкальской школы по фундаментальной физике. 1999. Т.1. С.287-290.
11. Peng S., Morris G.M. Efficient implementation of rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings // J. Opt. Soc. Am. A. - 1995. - Vol.12, №5. - PP. 1087-1096.
12. Moharam M.G., Grann E.B., Pommet D.A. Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings // J. Opt. Soc. Am. A. - 1995. - Vol.12, №5. - PP. 1068-1076.
13. Moharam M.G., Grann E.B., Pommet D.A., Gaylord T.K. Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach // J. Opt. Soc. Am. A. - 1995. - Vol.12, №5. - PP. 1077-1086.

Design and investigation of color separation diffraction gratings

L.L. Doskolovich^{1,2}, E.V. Tyavin¹, N.L. Kazanskiy^{1,2}, O.I. Petrova³

¹Samara State Aerospace University (SSAU)

²Image Processing Systems Institute of RAS

³Togliatti State University

Abstract:

The work of color separation diffraction gratings in the framework of rigorous electromagnetic theory is investigated. The intensities of diffraction orders are calculated depending on the magnitude of the period. The limits of applicability of the scalar approximation and the approximation of geometric optics used in the calculation of microrelief of optical elements of this type are estimated. The design of color separation gratings is developed in the framework of a rigorous theory using the gradient method. The degree of optimality of the solutions obtained in the framework of the scalar theory is estimated.

Keywords: diffraction gratings, electromagnetic theory, scalar approximation, approximation geometric optics, color separation grating

Acknowledgments: This work was supported by grants of the President of the Russian Federation No. MD-210.2003.01 and No. NSh1007.2003.1, RFBR grant No. 04-01-96517 and the Russian-American program "Basic Research and Higher Education" (BRHE).

Citation: Doskolovich LL, Tyavin EV, Kazanskiy NL, Petrova OI. Design and investigation of color separation diffraction gratings. *Computer Optics* 2005; 27: 11-16.

References:

- [1] Dammann H. Color separation gratings. *Appl Opt* 1978; 17(15): 2273-2279. DOI: 10.1364/AO.17.002273.
- [2] Dammann H. Spectral characteristics of stepped-phase gratings. *Optik* 1979; 53: 409-417.
- [3] Farn MW, Stern MB, Veldkamp WB, Medeiros SS. Color separation by use of binary optics. *Opt Lett* 1993; 18(15): 1214-1216. DOI: 10.1364/ol.18.001214.
- [4] Doskolovich LL, Soifer VA, Kazanskiy NL, Perlo PP, Repetto P. Design of DOEs for multiwavelength demultiplexing and spatial focusing. *Proc SPIE* 2004; 5485: 98-106. DOI: 10.1117/12.564901.
- [5] Bengtsson J. Kinoforms designed to produce different fanout patterns for two wavelengths. *Appl Opt* 1998; 37(11): 2011-2020. DOI: 10.1364/AO.37.002011.
- [6] Levy U, Marom E, Mendlovic D. Simultaneous multicolor image formation with a single diffractive optical element. *Opt Lett* 2001; 26(15): 1149-1151. DOI: 10.1364/OL.26.001149.
- [7] Sales TRM, Raguin DH. Multiwavelength operation with thin diffractive elements. *Appl Opt* 1999; 38(14): 3012-3018. DOI: 10.1364/AO.38.003012.
- [8] Doskolovich LL, Repetto M. Design of DOEs for focusing different wavelengths. *Optical Memory and Neural Network* 2000; 9(1): 13-23.
- [9] Doskolovich LL. Design of DOEs for focusing of different wavelengths. *Avtometriya* 2000; 3: 99-108.
- [10] Doskolovich LL. Design of spectral arrays. *Proceedings of the Second Baikal School on Fundamental Physics* 1999; 1: 287-290.
- [11] Peng S, Morris GM. Efficient implementation of rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings. *J Opt Soc Am A* 1995; 12(5): 1087-1096. DOI: 10.1364/JOSAA.12.001087.
- [12] Moharam MG, Grann EB, Pommet DA, Gaylord TK. Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings. *J Opt Soc Am A* 1995; 12(5): 1068-1076. DOI: 10.1364/JOSAA.12.001068.
- [13] Moharam MG, Pommet DA, Grann EB, Gaylord TK. Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach. *J Opt Soc Am A* 1995; 12(5): 1077-1086. DOI: 10.1364/JOSAA.12.001077.