

РАСЧЕТ БИНАРНЫХ ДИФРАКЦИОННЫХ РЕШЕТОК С КЛИНОМ ТРАВЛЕНИЯ

Досколович Л.Л., Тявин Е.В.
Самарский государственный аэрокосмический университет
Институт систем обработки изображений РАН

Исследована работа бинарных дифракционных решеток при наличии клина травления. Рассчитаны интенсивности дифракционных порядков в зависимости от величины и вида клина травления. Проведена оптимизация дифракционного микрорельефа с учетом клина травления.

Введение

Многopядковые фазовые дифракционные решетки предназначены для преобразования падающей плоской волны в набор плоских волн (дифракционных порядков) с заданным соотношением энергии между ними. Многopядковые дифракционные решетки широко применяются как делители пучка в устройствах оптической связи, обработки информации, в когерентных оптических процессорах, в волоконной оптике.

Бинарные дифракционные решетки представляют особый интерес ввиду простоты их изготовления методами литографии; бинарный рельеф формируется за одно травление подложки [1]. На стадии травления действуют факторы, искажающие бинарный профиль решетки. Основное искажение состоит в появлении так называемого клина травления. В первом приближении наличие клина травления состоит в замене вертикальных границ ступенек на наклонные (рис.1). В зависимости от типа травления положение клина травления может быть «внутренним» или «внешним» (рис.1). Возможно также введение коррекции в фотошаблон или процесс травления, обеспечивающей оптимальное положение клина травления по минимуму среднеквадратичной ошибки исходного бинарного профиля и профиля с клином травления (рис.1г).

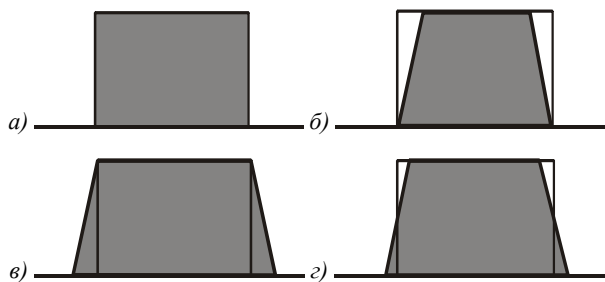


Рис. 1. Ступенька бинарной решетки:
а) без клина травления, б) с клином, характерным для жидкостного травления, в) с клином, характерным для ионно-лучевого травления, з) с клином, обеспечивающим минимальную среднеквадратичную ошибку.

Для расчета многopядковых бинарных дифракционных решеток разработаны эффективные градиентные и итерационные процедуры [1-7]. Известные методы не учитывают наличие клина травления, свойственного литографической технологии. В данной работе в рамках скалярной

теории проанализирован характер ошибок, вызванных наличием клина травления, и проведен расчет многopядковых бинарных решеток с учетом клина травления.

Расчет интенсивностей дифракционных порядков

В рамках скалярной теории интенсивности дифракционных порядков определяются как квадраты модулей коэффициентов Фурье в разложении функции комплексного пропускания решетки [1]:

$$I_j = |w_j|^2 = \left| \frac{1}{d} \int_0^d \exp\left(i\varphi(x) - i\frac{2\pi}{d} jx\right) dx \right|^2, \quad (1)$$

где $\varphi(x)$ – фазовая функция решетки, λ – длина волны, d – период решетки. Фазовая функция $\varphi(x)$ определяется через высоту профиля решетки $h(x)$ в виде:

$$\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda} (n_0 - 1)h(x), \quad (2)$$

где n_0 – показатель преломления материала решетки. Для бинарной решетки функция $h(x)$ является кусочно-постоянной, принимающей значения $0, h_{\max}$. При учете клина травления функция $h(x)$ становится кусочно-линейной. В частности, при наличии внешнего клина, функция $h(x)$ имеет вид, приведенный на рис. 2, где x_1, \dots, x_{2K} – координаты штрихов исходной бинарной решетки без клина, K – число штрихов, α – угол, описывающий клин травления. В дальнейшем координаты штрихов $x_i, i = \overline{1, 2K}$ будем считать нормированными на величину периода.

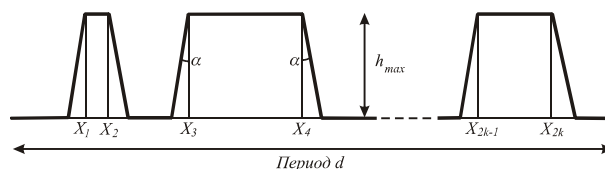


Рис. 2. Профиль бинарной решетки с «внешним» клином травления

Для расчета интенсивностей дифракционных порядков I_j необходимо вычислить интегралы w_j в (1). Представляя интегралы в (1) в виде сумм по линейным и постоянным участкам профиля решетки, получим w_j в виде:

$$\begin{cases} w_j(\mathbf{x}; \varphi, \alpha, \beta) = w_{b_j} + \sum_{p=1}^3 S_p, \\ j \neq 0, j = \pm 1, \pm 2, \dots \\ w_0(\mathbf{x}; \varphi, \alpha, \beta) = w_{b_0} - 2K\Delta \times \\ \times \left(1 - \frac{\exp(i\varphi) - 1}{i\varphi} \right), \end{cases} \quad (3)$$

где $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_{2K})$ – вектор нормированных на период координат штрихов, $\varphi = 2\pi(n_0 - 1)h_{\max} / \lambda$ – фаза ступеньки, $\beta = d / \lambda$ – размер периода относительно длины волны, $\Delta = h_{\max} \operatorname{tg}(\alpha) / d$ – нормированная ширина клина,

$$S_1 = \frac{i}{2\pi j} \sum_{n=1}^{2K} (-1)^n \exp(-2\pi i j x_n) \times \left[1 - \exp\left(2\pi i (-1)^{n+1} j \Delta\right) \right], \quad (4)$$

$$S_2 = \frac{\operatorname{tg}(\alpha) (\exp(i\varphi) - \exp(2\pi i j \Delta))}{2\pi i \beta ((n_0 - 1) - j \operatorname{tg}(\alpha) / \beta)} \times \sum_{n=1}^K \exp(-2\pi i j x_{2n-1}), \quad (5)$$

$$S_3 = \frac{\operatorname{tg}(\alpha) (\exp(i\varphi) - \exp(-2\pi i \Delta))}{2\pi i \beta ((n_0 - 1) + j \operatorname{tg}(\alpha) / \beta)} \times \sum_{n=1}^K \exp(-2\pi i j x_{2n}). \quad (6)$$

Значения w_{b_j} в (6)-(8) являются коэффициентами Фурье для бинарной решетки без клина травления:

$$\begin{cases} w_{b_0} = 1 - (1 - \exp(i\varphi)) \sum_{n=1}^{2K} (-1)^n x_n, \\ w_{b_j} = \frac{i}{2\pi j} (\exp(i\varphi) - 1) \times \\ \times \left(\sum_{n=1}^{2K} (-1)^n \exp(-2\pi i j x_n) \right), j \neq 0, j = \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases} \quad (7)$$

Формулы (1), (3)-(7) позволяют рассчитывать интенсивности дифракционных порядков при наличии внешнего клина травления. Для клина травления другого типа (рис. 1) формулы получаются при очевидном изменении координат бинарных штрихов.

Следует отметить, что для бинарной решетки интенсивности порядков (1), (7) не зависят от величины периода. Для решеток с клином травления интенсивности порядков включают параметр $\beta = d / \lambda$, определяющий величину периода в длинах волн.

Исследование и оптимизация профиля бинарных решеток с клином травления

С помощью формул (1), (3)-(7) было проведено исследование влияния клина травления на работу бинарных дифракционных решеток. Исследование про-

водилось с выполнением трех следующих шагов. На первом шаге были рассчитаны бинарные дифракционные решетки для формирования различного числа порядков $M=2N+1$ равной интенсивности. Решетки были рассчитаны с помощью градиентного метода [1,2] минимизации квадратичной функции ошибки

$$\varepsilon(\mathbf{x}, \varphi) = \sum_{j=-N}^N (I_j(\mathbf{x}, \varphi) - I)^2. \quad (8)$$

Функция ошибки (8) представляет отличие расчетных интенсивностей порядков от постоянного значения. Расчетные интенсивности порядков $I_j(\mathbf{x}, \varphi)$ в (8) определены формулами (1), (7). На шаге 2 к полученным решеткам был добавлен клин травления 3-х различных видов (рис.1) и исследовано влияние клина на работу таких решеток. Исследование состояло в расчете значений энергетической эффективности

$$E = \sum_{j=-N}^N I_j \quad (9)$$

и среднеквадратичной ошибки δ формирования равной интенсивности порядков для решеток с клином и для исходных бинарных решеток без клина.

На третьем шаге была проведена оптимизация профиля решеток с клином травления с целью улучшения рабочих характеристик. Оптимизация состояла в градиентной минимизации функционала ошибки (8) при расчетных интенсивностях порядков, определенных формулами (1), (3)-(7).

В таблицах 1-3 приведены результаты исследования дифракционных решеток с различным числом порядков равной интенсивности от 5 до 25 при следующих параметрах $\beta = 50$; $\alpha = 20^\circ$; $n_0 = 1, 5$.

Левая часть таблиц 1-3 содержит значения E и δ для рассчитанных бинарных решеток без клина. В средней части таблиц 1-3 даны значения E и δ для решеток с клином травления трех различных видов – «внутреннего» клина (таблица 1), «внешнего» клина (таблица 2) и клина, соответствующего минимальной среднеквадратичной ошибке (таблица 3). В правой части таблиц приведены значения E и δ решеток с клином травления, профиль которых дополнительно оптимизировался с помощью градиентных процедур.

Из результатов исследования видно, что клин травления практически не влияет на энергетическую эффективность бинарных решеток. В то же время клин травления приводит к значительному увеличению неравномерности распределения интенсивности порядков. В частности, при наличии внутреннего клина травления, среднеквадратичная ошибка возрастает с 1-2% до 10-30%.

Данные таблиц 1-3 показывают, что типы клина травления в разной степени влияют на среднеквадратичную ошибку. Наиболее сильно сказывается наличие клина травления «внутреннего» типа, менее – «внешнего» типа. Клин травления, занимающий промежуточное положение (рис. 1г), оказывает наименьшее воздействие на работу решеток.

Таблица 1. Влияние внутреннего клина травления на работу бинарных решеток, формирующих M порядков равной интенсивности, K – число штрихов решетки на одном периоде

M	K	Бинарная решетка		Бинарная решетка с внутренним клином травления		Бинарная решетка с клином травления после оптимизации	
		$E(\%)$	$\delta(\%)$	$E(\%)$	$\delta(\%)$	$E(\%)$	$\delta(\%)$
5	2	77,84	2,0	79,30	9,1	78,20	1,9
7	2	78,98	0,1	78,69	6,6	85,12	3,1
9	3	80,87	0,5	78,50	12,6	78,73	2,5
11	3	84,48	0,9	82,12	9,1	84,98	3,7
13	4	79,80	1,2	80,23	18,4	80,61	4,3
15	4	81,20	1,6	81,63	18,0	83,37	3,7
17	5	80,01	3,3	78,74	23,7	79,55	3,6
19	5	82,30	0,8	82,28	23,3	82,12	4,8
21	6	82,22	1,3	82,46	27,5	83,17	6,6
25	7	80,20	2,8	80,88	36,3	80,79	7,1

Таблица 2. Влияние внешнего клина травления на работу бинарных решеток, формирующих M порядков равной интенсивности, K – число штрихов решетки на одном периоде

M	K	Бинарная решетка		Бинарная решетка с внешним клином травления		Бинарная решетка с клином травления после оптимизации	
		$E(\%)$	$\delta(\%)$	$E(\%)$	$\delta(\%)$	$E(\%)$	$\delta(\%)$
5	2	77,84	2,0	77,41	3,2	78,18	1,8
7	2	78,98	0,1	78,11	9,2	84,84	0,2
9	3	80,87	0,5	78,77	10,8	81,62	1,0
11	3	84,48	0,9	82,35	11,2	85,09	3,1
13	4	79,80	1,2	79,69	14,2	80,42	3,4
15	4	81,20	1,6	80,67	14,6	82,97	2,8
17	5	80,01	3,3	82,45	14,7	79,79	4,1
19	5	82,30	0,8	82,65	15,6	82,11	4,7
21	6	82,22	1,3	81,55	18,6	82,08	5,8
25	7	80,20	2,8	80,14	18,0	80,16	5,1

Таблица 3. Влияние клина травления третьего типа на работу бинарных решеток, формирующих M порядков равной интенсивности, K – число штрихов решетки на одном периоде

M	K	Бинарная решетка		Бинарная решетка с клином травления третьего типа		Бинарная решетка с клином травления после оптимизации	
		$E(\%)$	$\delta(\%)$	$E(\%)$	$\delta(\%)$	$E(\%)$	$\delta(\%)$
5	2	77,84	2,0	78,33	2,8	78,19	1,9
7	2	78,98	0,1	78,44	3,7	84,80	1,6
9	3	80,87	0,5	78,62	8,4	81,58	2,8
11	3	84,48	0,9	82,44	10,7	85,09	3,2
13	4	79,80	1,2	79,95	4,3	80,34	3,7
15	4	81,20	1,6	81,34	3,8	83,29	2,9
17	5	80,01	3,3	80,73	6,1	79,90	2,3
19	5	82,30	0,8	82,80	5,6	82,11	4,8
21	6	82,22	1,3	82,26	8,9	82,18	5,9
25	7	80,20	2,8	80,88	10,0	78,92	7,5

Представляет интерес компенсация влияния клина травления на этапе расчета решетки. Для компенсации влияния клина была проведена оптимизация координат профиля решетки с клином из условия минимума функции ошибки (8). Из таблиц 1-3 вид-

но, что за счет коррекции профиля удастся значительно улучшить рабочие характеристики решеток. В частности, для решеток с внутренним клином травления, коррекции профиля позволяет уменьшить среднеквадратичную ошибку в 2-5 раз.

В качестве примера на рис. 3, 4 представлены результаты исследования 17-порядковой решетки с «внешним» клином травления. На рис. 3 приведены профили бинарной решетки, решетки с клином травления и оптимизированной решетки с клином. На рис. 4 представлены соответствующие распределения интенсивности порядков. Результаты исследования показывают, что среднеквадратичная ошибка δ при введении клина травления увеличилась с 3,3% до 14,7%. За счет коррекции профиля удалось устранить отрицательное влияние клина травления и уменьшить δ до 4,1%.

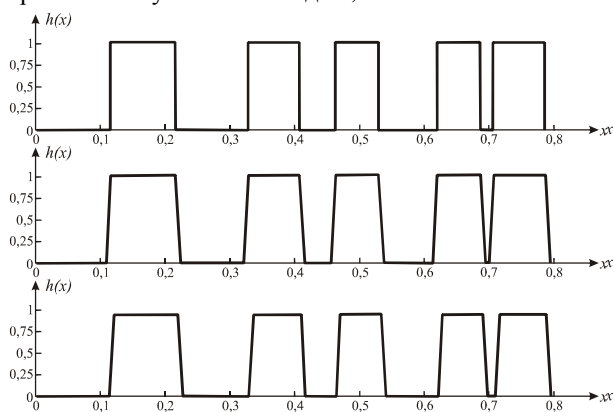


Рис. 3. Профили 17-порядковых решеток: бинарная решетка, бинарная решетка с клином травления «внешнего» типа, оптимизированная решетка

Заключение

В работе проведен анализ работы многопорядковых бинарных решёток при наличии клина травления различных типов. В результате расчетов получено, что клин травления значительно увеличивает неравномерность распределения интенсивности в порядках дифракции и фактически не влияет на энергетическую эффективность. Негативное влияние клина травления может быть скомпенсировано на этапе расчета решетки путем коррекции координат штрихов исходного бинарного профиля.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке грантов Президента РФ № МД-210.2003.01 и № НШ-1007.2003.1, гранта РФФИ № 04-01-96517 и россий-

ско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (BRHE).

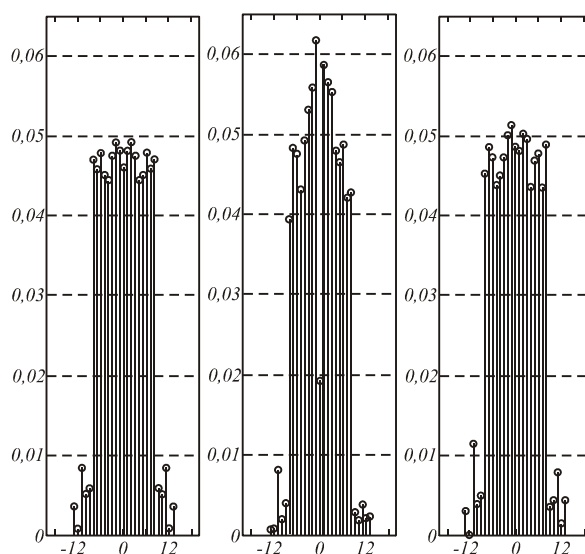


Рис. 4. Интенсивности дифракционных порядков для решетки на рис.3.

Литература

1. Методы компьютерной оптики под редакцией В.А. Сойфера. - М.: "Физматлит", 2003, 688 с.
2. Soifer V., Kotlyar V., Doskolovich L.. Iterative Methods for Diffractive Optical Elements Computation – Taylor&Francis LTD, 1997, 244 p.
3. Seldowitz M.A., Allebach J.P., Sweeney D.W. Synthesis of digital holograms by direct binary search // Appl. Opt. - 1987. - Vol.26. - P.2788-2798.
4. Turunen J., Vasara A., Westerholm J. Kinoform phase relief synthesis // Optical Engineering. - 1989. - Vol. 28, № 11. - P.1162-1167.
5. Turunen J., Vasara A., Westerholm J. Stripe-geometry for two-dimensional Damman gratings // Opt. Commun. - 1990. - Vol. 74. - P.245-252.
6. Mait J.N. Design of binary-phase and multiphase Fourier gratings for array generation // J. Opt. Soc. Am. A - 1990. - Vol. 7, № 8. - P.1514-1528.
7. Zhou G., Y. Chen, Z. Wang, H. Song. Genetic local search algorithm for optimization design of diffractive optical elements // Applied Optics. - 1999. - Vol.38, № 20. - P.4281-4290.

Designing binary diffraction gratings with etching wedge

L.L.Doskolovich^{1,2}, E.V.Tyavin¹

¹Samara State Aerospace University (SSAU)

²Image Processing Systems Institute of RAS

Abstract:

The work of binary diffraction gratings in the presence of an etching wedge is investigated. The intensities of diffraction orders are calculated depending on the size and type of the etching wedge. The diffraction microrelief is optimized taking into account the etching wedge.

Keywords: binary diffraction gratings, diffraction microrelief, etching wedge.

Acknowledgments: This work was supported by grants of the President of the Russian Federation No. MD-210.2003.01 and No. NSh1007.2003.1, RFBR grant No. 04-01-96517 and the Russian-American program “Basic Research and Higher Education” (BRHE).

Citation: Doskolovich LL, Tyavin EV. Designing binary diffraction gratings with etching wedge. *Computer Optics* 2005; 27: 17-20.

References:

- [1] Soifer VA, ed. *Methods for computer design of diffractive optical elements*. New York: John Willey and Sons Inc; 2002. ISBN: 978-0-471-09533-0.
- [2] Soifer V, Kotlyar V, Doskolovich L. *Iterative methods for diffractive optical elements computation*. Taylor and Francis LTD; 1997. ISBN: 0-7484-0634-4.
- [3] Seldowitz MA, Allebach JP, Sweeney DW. Synthesis of digital holograms by direct binary search. *Appl Opt* 1987; 26(14): 2788-2798. DOI: 10.1364/AO.26.002788.
- [4] Turunen J, Vasara A, Westerholm J. Kinofom phase relief synthesis: A stochastic method. *Opt Eng* 1989; 28(11): 1162-1167. DOI: 10.1117/12.7977113.
- [5] Turunen J, Vasara A, Westerholm J. Stripe-geometry for two-dimensional Dammann gratings. *Opt. Commun.* 1990; 74(3-4): 245-252. DOI: 10.1016/0030-4018(89)90358-1.
- [6] Mait JN. Design of binary-phase and multiphase Fourier gratings for array generation. *J Opt Soc Am A* 1990; 7(8): 1514-1528. DOI: 10.1364/JOSAA.7.001514.
- [7] Zhou G, Chen Y, Wang Z, Song H. Genetic local search algorithm for optimization design of diffractive optical elements. *Appl Opt* 1999; 38(20): 4281-4290. DOI: 10.1364/AO.38.004281.