ФОРМИРОВАНИЕ КЛАССИФИКАЦИОННОЙ КАРТЫ ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ПО ИЗОБРАЖЕНИЯМ ОТ КОГЕРЕНТНОГО ЛОКАТОРА

О.Н. Скрыпник, Б.В. Лежанкин, А.Н. Малов, Б.М. Миронов, С.Ф. Галиев Иркутское высшее военное авиационное инженерное училище (Военный институт)

На основе модели системы со случайной скачкообразной структурой разработаны однострочный, комбинированный однострочный и двустрочный алгоритмы формирования классификационной карты подстилающей поверхности, проведено их исследование методом имитационного моделирования на ЭВМ. Эффективность алгоритмов, в том числе и по выделению границ участков с различным типом подстилающей поверхности, оценивалась при обработке реальных изображений когерентных локаторов по величине ошибки распознавания состояния.

Введение

При цифровой обработке изображений когерентного локатора часто необходимо сформировать радиолокационную карту подстилающей поверхности, то есть отнести каждый из элементов радиолокационного изображения (РЛИ) к определенному классу, определяемому типом подстилающей поверхности. Реальная подстилающая поверхность является неоднородной из-за свойств объекта, освещения или изображающей системы, что приводит к появлению спекл-структуры. При этом спекл-структура часто не является мешающим шумом, а несет в себе полезную информацию о статистических свойствах предмета наблюдения. Наличие спекл-структуры часто делает непригодным применение к РЛИ традиционных методов обработки некогерентных оптических изображений [1]. Новые возможности в решении задачи классификации изображений когерентного локатора появились с возникновением теории оптимальной обработки информации в дискретных системах со случайной скачкообразной структурой [2]. Под дискретными системами со случайной скачкообразной структурой понимают наблюдаемые в дискретные моменты времени стохастические динамические системы, структура которых имеет конечное число возможных состояний, сменяющих друг друга в случайные моменты времени.

В настоящее время для получения радиолокационной карты подстилающей поверхности используются радиолокационные станции с синтезированием апертуры антенны (РСА). Формирование радиолокационной карты подстилающей поверхности предполагает решение задач предварительной обработки радиолокационного изображения, таких как повышение контраста для улучшения "изобразительных" качеств размытых изображений; устранение шума; осуществление преобразований изображения, связанных с сужением диапазона яркостей (градаций серого тона). Полученная карта необходима для дешифрирования РЛИ, уменьшения объема радиолокационных данных при передаче изображения с борта носителя РСА заинтересованным потребителям. Указанные задачи приводят к необходимости автоматизации процесса обработки РЛИ.

Однако в решении проблемы автоматизации процесса обработки изображения РСА имеются значительные трудности, обусловленные тем, что восприятие и анализ данных, представленных в виде изображений, являются сложнейшими формами интеллектуальной деятельности человека. Поэтому достаточно полная автоматизация этих процессов может быть осуществлена лишь разработкой и созданием автоматов, близких по своим возможностям к интеллектуальным способностям человека. Помимо этого, сложность автоматической обработки РЛИ РСА определяется следующим рядом специфических особенностей РЛИ по сравнению с изображениями, получаемыми в оптическом диапазоне волн (с помощью аэрофотографических, телевизионных, лазерных и инфракрасных средств) [3]:

• контраст отметок объектов и участков местности на РЛИ в сильной степени зависит от диэлектрических свойств их поверхностей. Более контрастно при этом отображаются объекты с металлической поверхностью, что обеспечивает их эффективное обнаружение;

• разрешающая способность современных РСА существенно ниже разрешения аэрофотографических, телевизионных, лазерных и инфракрасных средств: наилучшее разрешение существующих РСА составляет значение порядка 1 м, против десятков сантиметров оптических средств. Поэтому большинство объектов не распознаются на РЛИ по форме. Основная информация об объектах и подстилающей поверхности при радиолокационном наблюдении на одной несущей частоте и постоянной поляризации излучения и приема заключена в амплитуде отраженных от них сигналов. При этом распознавание может проводиться лишь по размеру и контрасту отметок, косвенным признакам и имеющейся априорной информации о районе обзора;

• неоднородность и нестационарность фоновых отражений обуславливается наличием чередующихся участков земной поверхности с ярко выраженным различием в интенсивности рассеяния, например: вода-суша, лес-поле, луг - бетонное покрытие взлетно-посадочной полосы и т.д., а также различных местных предметов типа аэродромные строения, инженерные сооружения, дома, "блестящие" границы переходов поле-ряд деревьев, река-берег, отдельный куст, дерево и т.д., дающих, как правило, более интенсивное отражение, чем окружающий фон; • РЛИ обладает сравнительно большим динамическим диапазоном (до 80...90 дБ);

• для РСА свойственна "зернистая" структура РЛИ шероховатых поверхностей с одинаковой средней удельной эффективной поверхностью рассеяния (СУЭПР) (так называемая спекл-структура изображений). Эти искажения характерны для всех когерентных систем формирования изображений. Они обусловлены интерференционными явлениями при суммировании в пределах элемента разрешения отраженных от шероховатой поверхности сигналов с учетом их фаз. "Зернистая" структура РЛИ существенно снижает их дешифрируемость, поэтому в аппаратуре обработки сигналов РСА применяются специальные меры борьбы с этими искажениями.

Анализ результатов известных исследований в области автоматической обработки визуальных данных, в том числе РЛИ, полученных с помощью РСА, показывает нереальность создания в ближайшем будущем универсальных автоматов, сравнимых с человеком в области восприятия данных и распознавания. В связи с этим решение проблемы автоматизации дешифрирования данных, получаемых от РСА, в ближайшие годы состоит в разумном сочетании усилий операторов-дешифровщиков и специализированных средств автоматической обработки, объединенных в единую автоматизированную систему обработки, представляющую собой эргономическую (человеко-машинную) систему. В такой системе на технические средства можно уже сейчас возложить функции сбора, обработки и отображения данных. Наиболее сложные этапы дешифрирования - принятие окончательного решения относительно сущности обнаруженных объектов, анализ и обобщение полученных данных, а также функции контроля и управления автоматами обработки в этих системах возлагаются на операторов.

Скорость потока данных в РСА пропорциональна разрешающей способности системы, а также ширине полосы обзора, и достигает для современных образцов локаторов значений порядка сотен Мбит/с. Эта скорость дополнительно увеличивается при применении многочастотных и многополяризационных измерений. Достигнутая к настоящему времени скорость систем передачи данных ниже этих значений. Например, в системе передачи SIR-C/X-SAR космического базирования скорость передачи данных составляет 45 Мбит/с на 1 канал и 315 Мбит/с для 7 каналов, в отечественной системе- 128 Мбит/с [3]. Решение данной проблемы возможно путем использования различных методов сжатия данных, в том числе и метода классификации типов подстилающей поверхности.

Цель настоящей работы - построение алгоритмов классификации типов подстилающей поверхности по изображениям РСА на основе модели системы со случайной скачкообразной структурой.

Модель РЛИ и алгоритмы классификации типов подстилающей поверхности при отсутствии шума наблюдения

С достаточной для практики точностью подстилающая поверхность может быть представлена совокупностью чередующихся участков с постоянными значениями СУЭПР. При переходе от одного участка к другому значение СУЭПР меняется произвольным образом, что позволяет рассматривать радиолокатор в качестве формирователя изображения как систему со случайной скачкообразной структурой, генерирующую дискретную последовательность значений яркости элементов изображения (ЭИ). Используя такое представление и присвоив каждому из возможных значений СУЭПР свой номер, которому соответствует определенный тип подстилающей поверхности, на основе обработки изображения производится постановка в соответствие каждому его элементу номера СУЭПР, т.е. осуществляется классификация типов подстилающей поверхности.

Плотность вероятности значения яркости у изображения для большого числа типов подстилающей поверхности описывается следующим выражением [4]

$$p(y) = \frac{y^{N-1}\beta^{-N}\exp(-y/\beta)}{\Gamma(N)},$$
(1)

где $\beta = s/N$, *s* - значение СУЭПР, *N* – число некогерентных накоплений изображений РСА одного и того же участка местности, $\Gamma(N)$ -гамма-функция. Это выражение подтверждается проведенным анализом статистических характеристик реальных изображений, полученных с помощью РСА, установленной на ИСЗ "Алмаз-1В" [3]. Характер распределения случайной величины у в выражении (1) и ее корреляционная функция для участков водной поверхности и суши (рис.1) представлены на рис. 2. Анализ полученных гистограмм показал, что их вид близок к гамма-распределению. Корреляционная функция имеет узкий пик в нуле, который обусловлен наличием спекл-структуры, и пологую часть, определяемую сменой элементов местности.



Рис.1. Изображение участка местности в виде водной поверхности и суши



Рис.2. Плотности распределения вероятности и корреляционные функции значений яркости

Применение гомоморфного преобразования [5] или фильтра Lee [6] позволяет перейти в приближении к гауссовскому распределению случайной величины.

Пусть имеется изображение $\lambda_{l,k}$, заданное на двумерной конечной сетке $\{(l, k), l = 1,...,N, k = 0,1,...\}$ в виде набора участков, каждый из которых характеризуется своим значением СУЭПР, число которых конечно (i=1,2,...,M), и своими корреляционными свойствами.

Рассмотрим сначала однострочные алгоритмы классификации. В этом случае уравнение, описывающее процесс формирования яркостных отметок строки изображения (l = const), запишем следующим образом [7,8]:

$$\lambda_{k+1} = \rho^{(i)} \lambda_k + m^{(i)} (1 - \rho^{(i)}) + \xi_k^{(i)} \quad (i = \overline{1, M}, k = 0, 1, ...),$$
(2)

где λ_k - значение яркости *к*-го ЭИ; *к* - номер ЭИ по строке; $\rho^{(i)} = \exp(-\alpha^{(i)}\Delta) -$ коэффициент корреляции соседних ЭИ по строке для ОУ с *i*-ой СУЭПР, $1/\alpha^{(i)}$ интервал корреляции, Δ - шаг дискретизации; $m^{(i)}$ средние уровни амплитуды ОУ; $\{\xi_k^{(i)}\}$ - последовательность статистически независимых случайных величин, распределенных по гауссовскому закону $(\xi_k^{(i)} \sim N[\xi_k^{(i)}|0, \sigma_i^2])$ с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_i^2 . Процесс смены СУЭПР при переходе от одного ЭИ к другому описывается дискретной марковской последовательностью $\{\theta_{\kappa}\},\$ состояния которой являются номерами СУЭПР і $(i=1,2,\ldots,M)$. Случайные величины $\{\lambda_k, \theta_k\}$ образуют смешанную марковскую последовательность с известными начальными и переходными плотностями вероятности $p(\lambda_0, \theta_0)$ и $p(\lambda_{k+1}, \theta_{k+1}|\lambda_k, \theta_k)$, заданными через условные плотности вероятности $p(\lambda_0|\theta_0)$, $p(\lambda_{k+1}|\lambda_k, \theta_{k+1}, \theta_k)$ и вероятности $\pi(\theta_{k+1}|\theta_k), P(\theta_0)$. Задача состоит в оценивании номера СУЭПР і по наблюдениям $\lambda_0^{k} = \{\lambda_0, \lambda_1, ..., \lambda_k\}$ при k = 0, 1, ...

Оптимальная по критерию максимума апостериорной вероятности оценка номера СУЭПР $\hat{\theta}_k$ определяется выражением [8] $\hat{\theta}_k = \arg \max W_k(\theta_k = j)$, (k=0,1,...), где $W_k(\theta_k=j)=P(\theta_k=j|\lambda_0^k)$ - апостериорная вероятность реализации $\theta_k=j$ случайной величины θ_k , записываемая в виде

$$W_{k}(\theta_{k}=j) = \sum_{\substack{i=1\\j=1\\ \sum_{k=1}^{M} \pi(\theta_{k}=jI\theta_{k-1}=i)p(\lambda_{k}I\lambda_{k-1},\theta_{k},\theta_{k-1}=i)W_{k-1}(\theta_{k-1}=i)}{\sum_{j=1}^{M} \pi(\theta_{k}=\betaI\theta_{k-1}=i)p(\lambda_{k}I\lambda_{k-1},\theta_{k}=\beta,\theta_{k-1}=i)W_{k-1}(\theta_{k-1}=i)} \quad (j=\overline{1,M}; k=1,2,...)$$
(3)

с начальными условиями:

$$W_0(\theta_0 = j) = \frac{p(\lambda_0 I \theta_0) P(\theta_0 = j)}{\sum_{\beta=1}^{M} p(\lambda_0 I \theta_0 = \beta) P(\theta_0 = \beta)} \quad (j = \overline{1, M}).$$

В данном случае имеем гауссовские плотности вероятности $p(\lambda_0|\theta_0=i)=N[\lambda_0|m^{(i)}, \sigma_{\lambda}^{(i)2}], p(\lambda_k|\lambda_{k-1},\theta_k=j, \theta_{k-1}=i)$, для последней из которых примем [8]: $p(\lambda_k|\lambda_{k-1},\theta_k=j,\theta_{k-1}=i)=p(\lambda_k|\lambda_{k-1},\theta_k=j)=N[\lambda_k|\rho^{(i)}\lambda_{k-1}+m^{(i)}(1-\rho^{(i)}),\sigma_{\lambda}^{(i)2}(1-\rho^{(i)2})], \sigma_{\lambda}^{(i)2}$ -дисперсия (i,j=1,2,...,M; k=1,2,...). Вследствие независимости от *i* указанная плотность вероятности может быть вынесена за знак суммы в выражении (3). Отметим, что переходные вероятности $\pi(\theta_{k+1}|\theta_k)$ в выражении (3) учитывают только один вид межэлементных связей на изображении - по строке. Назовем алгоритм обработки изображения (3) однострочным алгоритмом классификации - ОА.

Еще один однострочный алгоритм классификации получается путем усреднения апостериорных вероятностей, полученных согласно выражения (3), при обработке изображения по строке и столбцу с соответствующими переходными вероятностями и коэффициентами корреляции, назовем его комбинированным однострочным алгоритмом- КОА. При обработке РЛИ алгоритмом КОА учитывается корреляционная связь между ЭИ не только по строке, но и по столбцу.

Рассмотрим теперь построение двустрочного алгоритма классификации - ДА. В этом случае для описания участка с *i*-м номером СУЭПР примем модель марковского разделимого случайного поля [9]:

$$\lambda_{l,k} = \rho_y^{(i)} \lambda_{l-l,k} + \rho_x^{(i)} \lambda_{l,k-1} - \rho_x^{(i)} \rho_y^{(i)} \lambda_{l-l,k-1} + m^{(i)} (1 - \rho_x^{(i)} - \rho_y^{(i)} + \rho_x^{(i)} \rho_y^{(i)}) + \gamma_{xy} \eta_{l,k},$$
(4)

где *l* - номер строки, κ - номер столбца ЭИ; *i* -номер СУЭПР (*i*=1,2,...,*M*); $\rho_x^{(i)}$, $\rho_y^{(i)}$ - коэффициенты корреляции соседних ЭИ по строке и столбцу; $\gamma_{xy}=\gamma_x$ $\gamma_y/\sigma_\lambda^{(i)}$, $\gamma_x^{(i)}=\sigma_\lambda^{(i)} (1-\rho_x^{(i)2})^{1/2}$, $\gamma_y^{(i)}=\sigma_\lambda^{(i)} (1-\rho_y^{(j)2})^{1/2}$; $u_{k,l}$ - независимые гауссовские величины (M[$n_{k,l}$]=0, M[$n_{k,l}^2$]=1). Граничные условия для (4) имеют вид

$$\lambda_{l,0} = \rho_{y}^{(l)} \lambda_{l-1,0} + \gamma_{y} n_{l,0},$$

$$\lambda_{1,k} = \rho_{x}^{(l)} \lambda_{1,k-1} + \gamma_{x} n_{l,k}.$$
(5)

Воспользовавшись методикой, приведенной в [9], перейдем по (4) к векторной форме записи уравнения сообщения:

$$\Lambda_{k+1} = \mathbf{P}_{k}^{(i)} \Lambda_{k} + C^{(i)} V_{k}^{(i)} + \Gamma^{(i)} N_{k}, \tag{6}$$

где $\Lambda_k = [\lambda_{1,k}, ..., \lambda_{N,k}]^T$ – вектор, компонентами которого являются значения ЭИ к-го столбца; $V_k^{(i)} = [m_{1,k}^{(i)}, ..., m_{N,k}^{(i)}]^T$ - вектор значений СУЭПР; $N_k = [n_{1,k}, ..., n_{N,k}]^T$ - вектор независимых стандартных гауссовских величин;

$$P_{k}^{(i)} = \begin{bmatrix} \rho_{x}^{(i)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \rho_{x}^{(i)} \end{bmatrix}, \quad C^{(i)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \rho_{y}^{(i)} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 \\ \rho_{y}^{(i)l-1} & \cdots & \rho_{y}^{(i)} & 1 \end{bmatrix},$$
$$\Gamma^{(i)} = \begin{bmatrix} \Gamma_{x}^{(i)} & 0 & \cdots & 0 \\ \rho_{y}^{(i)}\Gamma_{x}^{(i)} & \Gamma_{xy}^{(i)} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ \rho_{y}^{(i)-1}\Gamma_{x}^{(i)} & \rho_{y}^{(i)-2}\Gamma_{xy}^{(i)} & \cdots & \Gamma_{xy}^{(i)} \end{bmatrix}.$$
Здесь
$$\Gamma_{x}^{(i)} = \sigma_{\lambda}^{(i)} (1 - \rho_{x}^{(i)2})^{1/2}, \qquad \Gamma_{xy}^{(i)} = \sigma_{\lambda}^{(i)} (1 - \rho_{x}^{(i)2})^{1/2} (1 - \rho_{x}^{(i)2})^{1/2$$

 $\rho_{y}^{(i)2}$)^{1/2}. Выполнение классификации будем проводить, обрабатывая одновременно по две строки изображения. При этом вектор $\Lambda_{k} = [\lambda_{l,k}, \lambda_{l+l,k}]^{T}$ и другие, входящие в выражение (6), будут иметь размерность, равную двум, а состояние системы θ_{κ} будет определяться значением СУЭПР элементов, входящих в этот вектор. В данном случае выражение для оценки номера СУЭПР $\hat{\theta}_{k}$ аналогично выражению (3), но включает вектор Λ_{k} :

$$W_{k}(\theta_{k}=j) = \frac{p(\Lambda_{k} \mid \Lambda_{k-1}, \theta_{k}=j) \sum_{i=1}^{M} \pi(\theta_{k}=j) | \theta_{k-1}=i) W_{k-1}(\theta_{k-1}=i)}{\sum_{\beta=1}^{M} p(\Lambda_{k} \mid \Lambda_{k-1}, \theta_{k}=\beta) \sum_{i=1}^{M} \pi(\theta_{k}=\beta \mid \theta_{k-1}=i) W_{k-1}(\theta_{k-1}=i)} \quad (j=\overline{1,M}; k=1,2,...)$$
(7)

с начальными условиями

$$W_0(\theta_0 = j) = \frac{p(\Lambda_0 I \theta_0) P(\theta_0 = j)}{\sum_{\beta=1}^{M} p(\Lambda_0 I \theta_0 = \beta) P(\theta_0 = \beta)}$$

Для получения оценки необходимо вычислять совместную гауссовскую плотность вероятности

$$p(\Lambda_k | \Lambda_{k-1}, \Theta_k = j) = [2\pi | R^{(j)} |^{1/2}]^{-1} \exp[-(\Lambda_k - V^{(j)})^T (R^{(j)})^{-1} (\Lambda_k - V^{(j)})/2].$$

Здесь матрица R^(*j*) имеет следующий вид:

$$R^{(j)} = \Gamma^{(j)} \Gamma^{(j)T} = \begin{bmatrix} \sigma_{\lambda}^{(j)2} (1 - \rho_{x}^{(j)2}) & \rho_{y}^{(j)} \sigma_{x}^{(j)2} (1 - \rho_{x}^{(j)2}) \\ \rho_{y}^{(j)} \sigma_{x}^{(j)2} (1 - \rho_{x}^{(j)2}) & \sigma_{\lambda}^{(j)2} (1 - \rho_{x}^{(j)2}) \end{bmatrix}$$

Для оценки эффективности полученных алгоритмов была проведена серия тестовых экспериментов методом имитационного моделирования для двух СУ-ЭПР (M=2). В качестве модели изображения выбиралось тестовое "шахматное" поле размером 150х150 элементов, сформированное в соответствии с (4) и представленное на рис.3. Использовалось 8-битное представление ЭИ. Обработка "шахматного" поля осуществлялась однострочными алгоритмами классификации - ОА, КОА и двустрочным алгоритмом ДА. Пример результата обработки приведен на рис.4.

Ошибка в определении номера СУЭПР оценивалась значением *P*_{ош}, называемом ошибкой распознавания состояния

$$P_{\text{out}} = \frac{1}{KL} \sum_{k=1}^{K} \sum_{l=1}^{L} z_{l,k},$$

где L, K - размеры изображения по вертикали и горизонтали, $z_{l,k}$ - величина, принимающая значение нуль в случае, когда оценка номера СУЭПР $\hat{\theta}_k$ и номер СУЭПР $\theta_{l,k}$ *l*, *k* -го ЭИ незашумленного изображения совпадают, и равная единице в противном случае.



Рис.3. Модель изображения в виде тестового "шахматного" поля го "и

Рис.4. Обработанное изображение в виде тестового "шахматного" поля

Сначала исследовалась эффективность алгоритмов для изображений с различающимися СУЭПР. Параметры моделей определялись следующим образом: $m^{(l,2)}=m_0+\Delta m$; $m_0=150$; $\rho_{x,y}^{(l,2)}=0,1$; $\sigma_{\lambda}=1$. Зависимости строились по отношению к изменению параметра Δm , равного разности СУЭПР участков. Результаты приведены на рис.5.



Рис.5. Зависимость ошибки распознавания состояния от разности СУЭПР

Все алгоритмы демонстрируют стабильное функционирование, показывая при $\Delta m = 3$ и более примерно одинаковую эффективность. Видно, что алгоритм КОА эффективнее алгоритма ОА примерно в два раза, наиболее высокую эффективность показывает алгоритм ДА. При исследовании влияния пространственной корреляции на ошибку распознавания параметры полей имели следующие значения: $m^{(1,2)}=0; \ \rho_x^{(1,2)}=\rho_y^{(1)}=0,1; \ \rho_y^{(2)}=\rho_{0y}^{(1)}+\Delta\rho; \ \rho_{0y}=0,5; \ \sigma_{\lambda}=1,$ т.е. исследовалась эффективность алгоритмов при изменении коэффициента корреляции по столбцу. Полученные результаты представлены на рис.6.

Видно, что алгоритм ОА показывает фактическую неработоспособность при таких параметрах модели. Алгоритм КОА остается работоспособным за счет учета корреляционной связи при просмотре изображения вдоль столбцов. Существенно лучшую работоспособность показывает алгоритм ДА.

Помимо ошибки распознавания состояния по всему изображению представляет интерес эффективность предложенных алгоритмов по выделению границ участков с различными значениями СУЭПР. Она характеризуется зависимостью ошибки распознавания состояния $P_{\text{ош}}$ от номера шага $k_i(l)$, начиная с момента перехода от участка с одним номером СУЭПР к участку с другим номером СУЭПР- как по строке (рис.7), так и по столбцу (рис.8).



Рис.6. Зависимость ошибки распознавания состояния от коэффициента корреляции по столбцу



Рис. 7. Зависимость ошибки распознавания состояния от номера шага по строке



Рис.8. Зависимость ошибки распознавания состояния от номера шага по столбцу

Параметры полей для приведенных рисунков имеют значения: $m^{(1)}=150$; $m^{(2)}=152$; $\rho_{x,y}^{(1,2)}=0,1$; $\sigma_{\lambda}=1$. Из рисунков видно следующее. Значение $P_{\text{ош}}$ для алгоритма КОА меняется одинаково по строке и столбцу. Наибольшее значение $P_{\text{ош}}$ имеет алгоритм ОА - по строке, по столбцу оно не превышает значения $P_{\text{ош}}$ по всему изображению, также как и для алгоритма ДА. Ошибка в определении границы участков с различными значениями СУЭПР для алгоритмов ДА и КОА не превышает трех ЭИ.

Для иллюстрации работоспособности рассмотренных алгоритмов ниже приведен пример обработки реального РЛИ, представленного на рис. 9, с помощью алгоритмов ОА (рис.10), КОА (рис.11), ДА (рис.12) при следующих условиях: M=2; $m^{(1)}=76$; $m^{(2)}=129$; $\rho_{x,y}^{(I,2)}=0,1$; $\sigma^{(1)}=8$, $\sigma^{(2)}=16$. Из примера видно, что на обработанных изображениях классификация осуществлена с сохранением границ участков с различными типами подстилающей поверхности, алгоритм ДА сглаживает изображение сильнее по сравнению с алгоритмами ОА и КОА.



Рис.9. Реальное РЛИ участка местности

Рис.10. Обработанное с помощью алгоритма ОА РЛИ участка местности



Рис.12. Обработанное с помощью алгоритма ДА РЛИ участка местности

Рис.11. Обработанное с помощью алгоритма КОА РЛИ участка местности

Сравним эффективность разработанных алгоритмов и наиболее распространенного порогового алгоритма классификации на основе байесова решающего правила [10]. Применение указанного алгоритма предполагает известными условные функции плотности вероятности отсчетов изображения $p(\lambda|\theta=i)$ для каждого типа подстилающей поверхности (СУЭПР) (*i*=1,2,...,*M*). При *M* =2, полагая распределения гауссовскими с параметрами ($m^{(1)}, \sigma^{(1)2}$) и (

 $(m^{(2)}, \sigma^{(2)2})$ соответственно, получим условие для определения порога t_s :

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^{(1)2}}} \int_{t_s}^{\infty} \exp\left(-\frac{\left(x-m^{(1)}\right)^2}{2\sigma^{(1)2}}\right) dx + \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^{(2)2}}} \int_{-\infty}^{t_s} \exp\left(-\frac{\left(x-m^{(2)}\right)^2}{2\sigma^{(2)2}}\right) dx \to \min_{t_s} dx$$

Дифференцируя левую часть по верхнему пределу и приравнивая производную к нулю, получим уравнение

$$\frac{1}{\sigma^{(1)}} \exp\left(-\frac{\left(t_s - m^{(1)}\right)^2}{2\sigma^{(1)2}}\right) = \frac{1}{\sigma^{(2)}} \exp\left(-\frac{\left(t_s - m^{(2)}\right)^2}{2\sigma^{(2)2}}\right).$$

Решая это уравнение, получаем выражение, определяющее величину порога:

$$t_{s} = \frac{\left(\sigma^{(2)2} m^{(1)} - \sigma^{(1)2} m^{(2)}\right) + \sigma^{(2)} \sigma^{(1)} \sqrt{\left(m^{(2)} - m^{(1)}\right)^{2} + 2 \cdot \left(\sigma^{(1)2} - \sigma^{(2)2}\right) \ln \frac{\sigma^{(1)2}}{\sigma^{(2)2}}}{\sigma^{(2)2} - \sigma^{(1)2}}$$

На рис.13 представлен результат пороговой обработки приведенного выше радиолокационного изображения, рядом на рис.14 для сравнения приведен результат обработки алгоритмом ДА (аналогично рис. 12). При тестировании по "шахматному" полю при указанных параметрах изображения получены следующие значения величины P_{om} : пороговый алгоритм - 0,0125; ОА - 0,0031; КОА - 0,0022; ДА -0,0003, откуда следует заключение о более высокой эффективности разработанных алгоритмов по сравнению с пороговым за счет учета корреляционной связи между соседними ЭИ.



Рис.13. Результат пороговой обработки РЛИ участка местности



Рис.14. Обработанное с помощью алгоритма ДА РЛИ участка местности

Представленные результаты тестовых исследований и обработки реального изображения свидетельствуют о достаточно высокой эффективности синтезированных алгоритмов классификации типов подстилающей поверхности по изображениям РСА на основе модели системы со случайной скачкообразной структурой. При обработке изображений с достаточно большими значениями разности СУЭПР участков более целесообразным представляется применение однострочного алгоритма вследствие меньших вычислительных затрат, при малых значениях разности СУЭПР участков более эффективно применение двухстрочного и комбинированного однострочного алгоритмов. При классификации изображений по пространственной текстуре более высокой является эффективность комбинированного однострочного и двухстрочного алгоритмов благодаря учету в них корреляционной связи между ЭИ не только по строке, но и по столбцу.

Модель РЛИ и алгоритмы классификации типов подстилающей поверхности при наличии шума наблюдения

Шум наблюдения может иметь место, например, при передаче изображения, сформированного на борту летательного аппарата, по каналу связи на наземный приемный пункт для дальнейшей обработки, в том числе и для формирования карты подстилающей поверхности. Уравнение сообщения, описывающее построчное формирование изображения (l=const), и уравнение наблюдения в векторно-матричной форме запишем следующим образом [11]:

$$\boldsymbol{\lambda}_{k+1} = \boldsymbol{\Phi}_k^{(i)} \boldsymbol{\lambda}_k + \boldsymbol{\xi}_k^{(i)},$$

$$\boldsymbol{z}_k = \boldsymbol{\lambda}_k + \boldsymbol{\eta}_k, \quad (i = \overline{1, M}, k = 0, 1, ...),$$
(8)

где { $\xi k(i), k=0,1,...$ }, { $\eta k, k=0,1,...$ } - последовательности статистически независимых между собой и во времени случайных величин $\xi_k^{(i)}, \eta_k^{(i)}$, не зависящих от случайной величины λ_k в начальный момент времени и описываемых гауссовскими плотностями вероятности $\xi_k^{(i)} \sim N[\xi_k^{(i)}|\mu^{(i)}, Q^{(i)}], \eta_k \sim N[\eta_k|0, R^{(i)}], \lambda_0^{(i)} \sim N[\lambda_0|m^{(i)}, D^{(i)}]. Остальные положения примем аналогичными изложенным в предыдущем пункте.$

Задача состоит в нахождении оптимальной по критерию минимума среднеквадратической ошибки оценки случайной величины λ_k и оптимальной по критерию максимума апостериорной вероятности оценки номера СУЭПР *i* по наблюдениям $Z_0^k = \{z_0, z_1, ..., z_k\}$ при k=0, 1,

Основой для решения поставленной задачи являются рекуррентные уравнения для апостериорной плотности вероятности $p(\lambda_k | \mathbf{Z}_0^k)$ случайной величины λ_k , k=0,1,... Алгоритм классификации получаем, используя гауссовскую аппроксимацию для условных апостериорных плотностей вероятности $p(\lambda_k | \theta_k = j, \mathbf{Z}_0^k), j=1,...,M; k=0,1,... [11]$. Условные математические ожидания $\hat{\lambda}_{k/k}^{(ij)}$ и ковариационные матрицы $\mathbf{D}_{k/k}^{(ij)}$, определяемые условной плотностью вероятности $p(\lambda_k | \theta_k = j, \theta_{k-1} = i, \mathbf{Z}_0^k)$, вычисляются на основании следующих рекуррентных уравнений:

$$\lambda_{k/ij}^{\Lambda(ij)} = \lambda_{k/k-1}^{\Lambda(i)} = \Phi^{(i)}\lambda_{k-1/k-1}^{\Lambda(i)} + \mu^{(i)};$$

$$\mathbf{D}_{k/k-1}^{(ij)} = \mathbf{D}_{k/k-1}^{(i)} = \Phi^{(i)}\mathbf{D}_{k-1/k-1}^{(i)}(\Phi^{(i)})^{T} + \mathbf{Q}^{(i)};$$

$$\mathbf{v}_{k}^{(ij)} = \mathbf{z}_{k} - \lambda_{k/k-1}^{\Lambda(i)};$$

$$\mathbf{V}_{k}^{(ij)} = \mathbf{D}_{k/k-1}^{(i)} + \mathbf{R}^{(i)};$$

$$\lambda_{k/k}^{(ij)} = \mathbf{D}_{k/k-1}^{(i)} + \mathbf{V}_{k}^{(ij)};$$

$$\lambda_{k/k}^{(ij)} = \lambda_{k/k-1}^{(i)} + \mathbf{K}_{k}^{(ij)}\mathbf{v}_{k}^{(ij)};$$

$$\mathbf{D}_{k/k}^{(ij)} = (1 - \mathbf{K}_{k}^{(ij)})\mathbf{D}_{k/k-1}^{(i)}; \quad (i, j = \overline{1, M}, k = 1, 2, ...).$$

Условные по θ_k апостериорные математические ожидания $\hat{\lambda}_{k/k}^{(j)}$ и ковариационные матрицы $\mathbf{D}_{k/k}^{(j)}$ равны

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{k/k}^{(j)} = \sum_{i=1}^{M} \pi(\boldsymbol{\theta}_{k} = j | \boldsymbol{\theta}_{k-1} = i) N(\mathbf{v}_{k}^{(j)} | \boldsymbol{0}, \mathbf{V}_{k}^{(j)}) P_{k-1}(\boldsymbol{\theta}_{k-1} = j | \mathbf{Z}_{0}^{k-1}) \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{k/k}^{(j)}$$

$$/ \sum_{i=1}^{M} \pi(\boldsymbol{\theta}_{k} = j | \boldsymbol{\theta}_{k-1} = i) N(\mathbf{v}_{k}^{(j)} | \boldsymbol{0}, \mathbf{V}_{k}^{(j)}) P_{k-1}(\boldsymbol{\theta}_{k-1} = j | \mathbf{Z}_{0}^{k-1});$$

$$\mathbf{D}_{k/k}^{(j)} = \sum_{i=1}^{M} \pi(\boldsymbol{\theta}_{k} = j | \boldsymbol{\theta}_{k-1} = i) N(\mathbf{v}_{k}^{(j)} | \boldsymbol{0}, \mathbf{V}_{k}^{(j)}) P_{k-1}(\boldsymbol{\theta}_{k-1} = j | \mathbf{Z}_{0}^{k-1});$$

$$(\mathbf{D}_{k/k}^{(j)} + (\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{k/k}^{(j)} - \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{k/k}^{(j)}) \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{k/k}^{(j)} - \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{k/k}^{(j)}) T$$

$$/ \sum_{i=1}^{M} \pi(\boldsymbol{\theta}_{k} = j | \boldsymbol{\theta}_{k-1} = i) N(\mathbf{v}_{k}^{(j)} | \boldsymbol{0}, \mathbf{V}_{k}^{(j)}) P_{k-1}(\boldsymbol{\theta}_{k-1} = j | \mathbf{Z}_{0}^{k-1}), \quad (j = \overline{1, M}, k = 1, 2, ...).$$

Апостериорные вероятности номеров СУЭПР определяются равенством

$$P_{k}(\theta_{k} = j | \mathbf{Z}_{0}^{k}) = \sum_{i=1}^{M} \pi(\theta_{k} = j | \theta_{k-1} = i) N(\mathbf{v}_{k}^{(ij)} | \mathbf{Q}, \mathbf{V}_{k}^{(ij)}) P_{k-1}(\theta_{k-1} = i | \mathbf{Z}_{0}^{k-1}) /$$

$$\sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{M} \pi(\theta_{k} = \beta | \theta_{k-1} = i) N(\mathbf{v}_{k}^{(i\beta)} | \mathbf{Q}, \mathbf{V}_{k}^{(i\beta)}) P_{k-1}(\theta_{k-1} = i | \mathbf{Z}_{0}^{k-1}).$$
(11)

Начальные условия формируются следующим образом:

$$\begin{aligned} \lambda_{0/0}^{(j)} &= \mathbf{m}^{(j)} + \mathbf{K}_{0}^{(j)} \mathbf{v}_{0}^{(j)}; \\ \mathbf{v}_{0}^{(j)} &= \mathbf{Z}_{0} - \mathbf{m}^{(j)}; \mathbf{K}_{0}^{(j)} = \mathbf{D}^{(i)} / \mathbf{V}_{0}^{(j)}; \\ \mathbf{D}_{0/0}^{(j)} &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{0}^{(j)}) \mathbf{D}^{(i)}; \quad \mathbf{V}_{0}^{(j)} = \mathbf{D}^{(i)} + \mathbf{R}^{(i)}; \\ P_{0}(\theta_{0} = j | \mathbf{Z}_{0}^{0}) = P(\theta_{0} = j) N(\mathbf{v}_{0}^{(j)}) (\mathbf{v}_{0}^{(j)}) / \sum_{k=1}^{M} P(\theta_{0} = \beta) N(\mathbf{v}_{0}^{(\beta)}) (\mathbf{v}_{0}^{(\beta)}), (j = \overline{\mathbf{I}, M}). \end{aligned}$$

Классификация типов подстилающей поверхности осуществляется путем присвоения каждому ЭИ номера СУЭПР $\hat{\theta}_k$ по максимальному значению апостериорной вероятности номера СУЭПР $P_k(\theta_k=j|\mathbf{Z}_0^k)$, вычисленной с использованием приведенных выше рекуррентных выражений. Однострочный алгоритм, назовем его ОА_н, получим при скалярной записи выражений (8)-(12). Двустрочный алгоритм - ДА_н задается выражениями (8)-(12) при размерности векторов, входящих в них, равной двум.

Эффективность алгоритмов классификации при наличии шума наблюдения иллюстрируется рис.15, где приведена зависимость ошибки распознавания состояния P_{out} от разности СУЭПР распознаваемых типов подстилающей поверхности Δm .



Рис. 15. Зависимость ошибки распознавания состояния от разности СУЭПРдля ОА_и и ДА_и.

Параметры при моделировании имели следующие значения: $m^{(l,2)}=m_0+\Delta m$; $m_0=150$; $\rho_{x,y}^{(l,2)}=0,1$; $D^{(l,2)}=1$, $R^{(l,2)}=1$. Из рисунка видно, что шум наблюдения приводит к увеличению Р_{ош}. Алгоритм ДА_н показывает примерно в два раза большую эффективность по сравнению с алгоритмом ОА_н. Пример реального РЛИ, искаженного шумом наблюдения, и результат его обработки алгоритмом ДА_н приведены на рис.16 и рис.17 соответственно. Исследования показывают, что эффективность алгоритма ДА_н по сравнению с алгоритмом ОА_н выше на 10-20% в зависимости от уровня шума наблюдения.



Рис. 16. Реальное РЛИ, искаженное шумом наблюдения



Рис.17. Обработанное с помощью алгоритма ДА_н РЛИ участка местности

Эффективность применения разработанных алгоритмов при количестве типов подстилающей поверхности, превышающем два, оценивалась при обработке реальных изображений, полученных с помощью PCA, установленной на ИСЗ "Алмаз-1В".

На рис. 18, 20 представлены исходные РЛИ. Значения СУЭПР $m^{(i)}$ (рис. 18) соответственно равны: река и водная поверхность - 37; растительный покров - 70; поле, имеющее более светлую окраску - 98; участок поверхности, имеющий форму круга - 125; мост - 184; контрастные объекты - 255 (значения СУЭПР выражены в градациях яркости от 0 до 255). На рис. 19 представлено изображение, обработанное двумерным алгоритмом классификации, на котором отчетливо различаются типы поверхности с различными значениями СУЭПР.



Рис.18. Реальное РЛИ участка местности



Рис.19. Обработанное двумерным алгоритмом классификации РЛИ участка местности

На рис. 20 представлено изображение акватории морского порта с размещенными на причалах кораблями, а также береговая линия. На данном изображении присутствуют четыре типа поверхностей с различными значенияим СУЭПР: море - 50; суша -100; корабли и наземные объекты - 255; поверхность озера - 26. На рис. 21 представлено изображение после применения алгоритма ДА, на котором четко определена береговая граница, хорошо различимы морские суда, находящиеся на рейде, и береговые пирсы.

Граница озера определена без искажений. Так как выбраны четыре класса подстилающей поверхности, то ряд областей с различной СУЭПР был объединен в один класс (так, например, на суше видны участки поверхности, отнесенные к морю).



Рис.20. Реальное РЛИ участка местности.



Рис.21. Обработанное двумерным алгоритмом классификации РЛИ участка местности.

Перспективные направления исследований и разработок методов и алгоритмов обработки изображений когерентного локатора

Направления исследований и разработок методов и алгоритмов обработки радиолокационных изображений определяются тематикой исследований методов современной радиолокации [12]:

 совершенствование и систематизация теории широкополосной и сверхширокополосной радиолокации в полосе частот 0,1-10 ГГц с сигналами большой мощности;

 исследование технических путей повышения помехоустойчивости и скрытности работы радиолокационных систем обнаружения наземных и надводных объектов за счет применения шумоподобных зондирующих сигналов;

 исследование методов многопозиционной радиолокации с целью разработки радиолокационных систем с повышенными энергетическими характеристиками, информативностью, помехозащищенностью и живучестью для обнаружения воздушных и наземных объектов;

исследование радиолокационных систем в метровом и дециметровом диапазонах радиоволн с синтезированной апертурой с целью обнаружения малозаметных летательных аппаратов, замаскированных в лесной местности наземных объектов, а также заглубленных мин;

- исследование возможностей загоризонтной радиолокации через ионосферу и обнаружение малозаметных объектов с использованием электромагнитных волн в диапазоне частот 1,5- 25 МГц;

 исследование радиолокационных систем в миллиметровом и субмиллиметровом (в длинноволновой части) диапазонах радиоволн с целью создания систем с высоким разрешением, в том числе систем радиовидения;

- теоретические и экспериментальные исследования метода радиотепловой (пассивной) радиолокации с целью разработки скрытных систем обнаружения наземных объектов в ММ-диапазоне радиоволн, а также малозаметных воздушных и баллистических объектов в космосе; исследование методов комплексирования радиолокационных и оптико- электронных систем с целью разработки технических средств разведки с повышенным уровнем распознавания обнаруживаемых объектов.

Основываясь на вышеизложенном, выделим следующие приоритетные направления исследований и разработок методов и алгоритмов обработки радиолокационных изображений [12-14]:

 синтез алгоритмов (оптимальных и квазиоптимальных) обнаружения, обладающих достаточно стабильными характеристиками при изменении условий работы, т.е. устойчивых робастных алгоритмов;

 исследование метода анализа сложных радиолокационных изображений (неоднородностей по яркости) методом пороговой обработки (путем сегментации);

- исследование фрактальных методов для обработки радиолокационных изображений в сантиметровом и миллиметровом диапазонах радиоволн.

Заключение

Результаты обработки реальных изображений и проведенных тестовых исследований свидетельствуют о возможности эффективного применения модели системы со случайной скачкообразной структурой для разработки алгоритмов формирования карты классификации подстилающей поверхности на основе изображений когерентного локатора. Полученная радиолокационная карта подстилающей поверхности может быть использована при решении задач дешифрирования и уменьшения объема радиолокационных данных при передаче изображения с борта носителя локатора заинтересованным потребителям.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант РФФИ № 06-08-00596-а.

Литература

 Методы компьютерной обработки изображений // Под ред. В.А. Сойфера. М.: Физматлит, 2003. 784 с.

- Казаков И.Е., Артемьев В.М. Оптимизация динамических систем случайной структуры // М.: Наука, 1980. 384 с.
- Кондратенков Г.С., Фролов А.Ю. Радиовидение. Радиолокационные системы дистанционного зондирования Земли // М.: Радиотехника, 2005. 368с.
- Frost V.S., Stiles J.A., Shanmugan K.S., Holtzman J.C. A model for radar images and its application to adaptive digital filtering of multiplicative noise // IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1982. Vol. PAMI-4. N. 2. P. 157-165.
- Arsenault H.H., Denis M. Image processing in signaldependent noise // Can. J. Phys., 1983. Vol. 61. P. 309-317.
- Lee J.S. Speckle analysis and smoothing of synthetic aperture radar images // Computer Graphics and Image Processing, 1981. Vol. 17. P. 24-32.
- Маслов О.В., Сирота А.А. Алгоритмы выделения границ объектов на изображениях методами обнаружения пространственной разладки // Радиотехника, 2005. №7. С.97-101.
- Клекис Э.А. Оптимальное обнаружение скачкообразных изменений структуры дискретных динамических систем по незашумленным наблюдениям // Статистические проблемы управления. Вильнюс: Ин-т матем. и киберн. АН ЛитССР, 1986. Вып. 73. С.89-99.
- Ярлыков М.С., Швецов В.И. Оптимальное нелинейное оценивание гауссовских разделимых случайных полей в радиотехнических задачах // Радиотехника, 1997. № 1. С. 48-56.
- Бакут П.А., Колмогоров Г.С., Ворновицкий И.Э. Сегментация изображений: методы пороговой обработки // Зарубежная радиоэлектроника, 1987. № 10. С. 6-24.
- Клекис Э.А. Оптимальная фильтрация в системах со случайной структурой и дискретным временем // Автоматика и телемеханика, 1987. № 11. С. 61-69.
- Быстров Р.П., Кузнецов Е.В., Соколов А.В., Чесноков Ю.С. Методы современной радиолокации и системы обработки сигналов // Успехи современной радиоэлектроники, 2005. № 9.С.11-28.
- Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений // М.: Техносфера, 2005.1072 с.
- Верденская Н.В. Сегментация изображений- статистические модели и методы // Успехи современной радиоэлектроники, 2002. № 12. С.33- 47.

Formation of a classification map of the underlying surface from images of a coherent locator

O.N. Skrypnik¹, B.V. Lezhankin¹, A.N. Malov¹, B.M. Mironov¹, S.F. Galliev¹ ¹Irkutsk Higher Military Aviation Engineering School (Military Institute)

Abstract:

Single-line, combined single-line and two-line algorithms for the formation of a classification map of the underlying surface were developed on the basis of the model of a system with a random, jump structure, and the said algorithms were studied by computer simulation method. The effectiveness of the algorithms, including the algorithms of selection of the boundaries of areas with different types of underlying surface, was evaluated by the value of the state recognition error when processing real images of coherent locators.

<u>Keywords</u>: coherent locator, computer simulation method, underlying surface, recognition error.

<u>Citation</u>: Skrypnik ON, Lezhankin BV, Malov AN, Mironov BM, Galliev SF. Formation of a classification map of the underlying surface from images of a coherent locator. Computer Optics 2006; 29: 151-159.

<u>Acknowledgements</u>: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, RFBR grant No. 06-08-00596-a.

References:

- [1] Soifer VA, ed. Methods for computer design of diffractive optical elements. New York: John Willey & Sons Inc; 2002.
- [2] Kazakov IE, Artemjev VM. The optimization of dynamic systems of random structure [In Russian]. Moscow: "Nauka" Publisher; 1980.
- [3] Kondratenkov GS, Frolov AYu. Radio vision. Earth remote sensing radar systems [In Russian]. Moscow: "Radiotehnika" Publisher; 2005.
- [4] Frost VS, Stiles JA, Shanmugan KS, Holtzman JC. A model for radar images and its application to adaptive digital filtering of multiplicative noise. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell 1982; PAMI-4(2): 157-165. DOI: 10.1109/TPAMI.1982.4767223.
- [5] Arsenault HH, Denis M. Image processing in signal-dependent noise. Can J Phys 1983; 61(2): 309-317. DOI: 10.1139/p83-042.
 [6] Lee JS. Speckle analysis and smoothing of synthetic aperture radar images. Computer Graphics and Image Processing 1981; 17(1): 24-32. DOI: 10.1016/S0146-664X(81)80005-6.
- [7] Maslov OV, Sirota AA. Algorithms for selecting the boundaries of objects in images by the methods of detecting spatial disorder [In Russian]. Radioengineering 2005; 7: 97-101.
- [8] Klekis ÉA. Optimal detection of discontinuous changes in the structure of discrete dynamic systems according to non-noise observations [In Russian]. In Book: Statistical problems of control. Vilnus: Institute of Mathematics and Cybernetics Academy of Sciences of the Lithuanian SSR Publisher; 1986; 73: 89-99.
- [9] Yarlykov MS, Shvetsov VI. Optimal nonlinear estimation of Gaussian separable random fields in radio engineering problems [In Russian]. Radioengineering 1997; 1: 48-56.
- [10] Bakut PA, Kolmogorov GS, Vornovitsiy IE. Image segmentation: threshold processing methods [In Russian]. Zarubegnaja Radioelektronika 1987; 10: 6-24.
- [11] Klekis ÈA. Optimal filtering in systems with random structure and discrete time [In Russian]. Avtomatika i Telemekhanika 1987; 11: 61-69.
- [12] Bystrov RP, Kuznetcov EV, Sokolov AV, Chesnokov YuS. Modern radar and signal processing systems [In Russian]. Achievements of Modern Radioelectronics 2005; 9: 11-28.
- [13] Gonzalez RC, Woods RE. Digital image processing. 3rd ed. Pearson Education; 1992. ISBN: 978-0-201-60078-0.
- [14] Verdenskaya NV. Image segmentation statistical models and methods [In Russian]. Achievements of Modern Radioelectronics 2002; 12: 33-47.