

ДВУХМЕРНЫЕ АППРОКСИМАНТЫ ФОТОННЫХ КВАЗИКРИСТАЛЛОВ, ПОЛУЧЕННЫЕ МЕТОДОМ ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ЛИТОГРАФИИ

П.Н. Дьяченко, Ю.В. Микляев
Южно-Уральский государственный университет

Аннотация

В данной работе исследован переход от периодической к квазипериодической структуре, используя аппроксиманты квазикристаллов, для того чтобы определить недостатки и преимущества структуры квазикристаллов. Рассмотрение ограничено структурами, которые могут быть получены методом голографической литографии. Исследованы квазикристаллы восьмого и двенадцатого порядка, также проведено сравнение с квадратной и гексагональной решетками.

Введение

Фотонные кристаллы – это структуры с периодически изменяющимся показателем преломления. Аналогично электронам в кристалле, световые волны, распространяющиеся в средах с периодически распределенной диэлектрической проницаемостью, могут быть описаны в терминах фотонных энергетических зон с возможностью существования запрещенных зон, где распространение электромагнитных волн невозможно. Идея о контроле спонтанного излучения с помощью периодически меняющегося диэлектрика впервые высказана Быковым в 1972 г. [1]. После работ Яблоновича и Джона [2, 3], они стали одним из наиболее интенсивно исследуемых объектов в современной оптике. Несмотря на большие возможности, которые дают фотонные кристаллы для оптического диапазона длин волн, технические проблемы делают реализацию таких структур затруднительной. Основная трудность изготовления связана с тем, что для существования фотонной запрещенной зоны требуется обеспечить высокий контраст модуляции диэлектрической постоянной. Для лучших конфигураций трехмерных фотонных кристаллов пороговое значение контраста диэлектрической постоянной для возникновения запрещенной зоны равно 4. Насколько нам известно, на сегодняшний день не существует полимеров или стекол, обладающих таким высоким значением диэлектрической постоянной.

Одномерные и двумерные квазипериодические структуры, так же как и периодические, могут иметь запрещенные зоны [4, 5]. Квазикристаллы не имеют трансляционной симметрии, но имеют вращательную симметрию, которая может быть любого порядка, в отличие от кристаллов, вращательная симметрия которых ограничена только случаями 2, 3, 4 и 6-го порядков. Отличительной особенностью фотонных квазикристаллов является изотропная запрещенная зона, то есть интервал частот запрещенной зоны слабо зависит от направления распространения света, в отличие от периодических структур. Перекрытие по промежутку частот запрещенных стоп-зон во всех направлениях является условием существования полной запрещенной зоны. Более высокая изотропия квазикристаллов приводит к тому, что квазикристаллы могут иметь запрещенные

зоны при более низких значениях диэлектрического контраста, чем периодический кристалл [6].

Отсутствие трансляционной симметрии у квазикристаллов уменьшает размер стоп-зоны в каждом из направлений. Кроме того, непериодическая структура имеет еще два недостатка. Во-первых, квазикристалл в каждой точке имеет уникальную структуру, таким образом, свойства зависят от координаты. Вторым недостатком является неудобство вычисления оптических свойств таких структур. Для квазикристаллов вычисление зонной структуры становится невозможным, в отличие от периодических структур.

Аппроксиманты квазикристаллов можно рассматривать как компромисс между периодическими и непериодическими структурами [7]. В этом случае мы имеем периодичность с ячейкой трансляции, содержащей большое число «атомов». Расположение «атомов» в примитивной ячейке соответствует квазикристаллу и позволяет получить высокую локальную вращательную симметрию, свойственную квазикристаллам.

В этой работе мы рассматривали двухмерные фотонные аппроксиманты квазикристаллов восьмого и двенадцатого порядка вращательной симметрии, которые могут быть получены методом голографической литографии. Распределение диэлектрика задавалось распределением поглощенной энергии света, которое возникает при многократном экспонировании фоторезиста интерференционной картиной двух волн и повороте подложки с фоторезистом между экспонированием. Как было показано в [8], этот метод хорошо подходит для создания двухмерных фотонных квазикристаллов с высокой вращательной симметрией. При некоторой модификации этого метода мы можем получить периодические структуры с большой примитивной ячейкой. Рассматривая структуры с увеличивающейся примитивной ячейкой, мы проследили переход от периодической до квазипериодической структуры, соответствующей бесконечно большой элементарной ячейке.

1. Геометрическая структура

Следуя методу [8], мы определяем диэлектрическую функцию как пороговую функцию поглощения энергии света. Экспонируя фоторезист

интерференционной картиной двух волн, мы можем получить распределение поглощенной энергии

$$I(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \cos^2(\vec{k}_i \cdot \vec{r}) \quad (1)$$

где \vec{k}_i - волновой вектор с координатами

$$\vec{k}_i = (kx_i, ky_i) \quad (2)$$

$$\vec{k}_i = |\vec{k}| \left(\cos(2\pi \cdot i / N), \sin(2\pi \cdot i / N) \right) \quad (3)$$

Мы получаем распределение энергии соответствующее квазикристаллу с $2N$ вращательной симметрией. Это означает, что для получения квазикристалла 8-го порядка необходимы 4 экспозиции, а для 12-го порядка, 6 экспозиций. В этом случае волновые векторы k_i имеют одинаковую длину. Чтобы получить периодическое распределение интенсивности, необходимо чтобы все волновые вектора \vec{k}_i принадлежали периодической решетке, например квадратной или гексагональной. В таком случае волновые вектора будут иметь уже разные модули, и степень приближения аппроксиманта к квазикристаллу будет определяться отношением модулей этих волновых векторов. Для аппроксиманта квазикристалла 8-го порядка будем использовать квадратную решетку, для 12-го порядка – гексагональную решетку. Для квазикристалла 8-го порядка мы исследовали три аппроксиманта с увеличивающимся размером примитивной ячейки. Четыре волновых вектора имеют следующие координаты в обратном пространстве:

первый аппроксимант - $\vec{k}_1 = (1, 0)$,

$$\vec{k}_2 = (3/4, 3/4), \vec{k}_3 = (-3/4, 3/4), \vec{k}_4 = (0, 1);$$

второй аппроксимант - $\vec{k}_1 = (1, 0)$,

$$\vec{k}_2 = (5/7, 5/7), \vec{k}_3 = (-5/7, 5/7), \vec{k}_4 = (0, 1);$$

третий аппроксимант - $\vec{k}_1 = (1, 0)$,

$$\vec{k}_2 = (7/10, 7/10), \vec{k}_3 = (-7/10, 7/10), \vec{k}_4 = (0, 1).$$

Волновые вектора, соответствующие различным аппроксимантам 8-го порядка показаны на рис. 1а.

Для квазикристалла 12-го порядка мы исследовали два аппроксиманта. Соответствующие волновые вектора имеют вид:

первый аппроксимант - $\vec{k}_1 = (1, 0)$,

$$\vec{k}_2 = (9/10, 3\sqrt{3}/10), \vec{k}_3 = (1/2, \sqrt{3}/2),$$

$$\vec{k}_4 = (0, 3\sqrt{3}/5), \vec{k}_5 = (-1/2, \sqrt{3}/2),$$

$$\vec{k}_6 = (-9/10, 3\sqrt{3}/10);$$

второй аппроксимант - $\vec{k}_1 = (1, 0)$,

$$\vec{k}_2 = (6/7, 4\sqrt{3}/7), \vec{k}_3 = (1/2, \sqrt{3}/2),$$

$$\vec{k}_4 = (0, 4\sqrt{3}/7), \vec{k}_5 = (-1/2, \sqrt{3}/2),$$

$$\vec{k}_6 = (-6/7, 4\sqrt{3}/7)$$

◆ - первый ● - второй, + - третий аппроксимант точка ■ соответствует квадратной решетке

Данные волновые вектора изображены на рис. 1б.

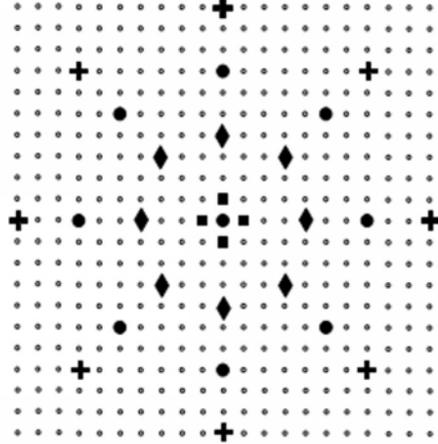


Рис. 1а. Волновые вектора соответствующие аппроксиманту квазикристалла 8-го порядка

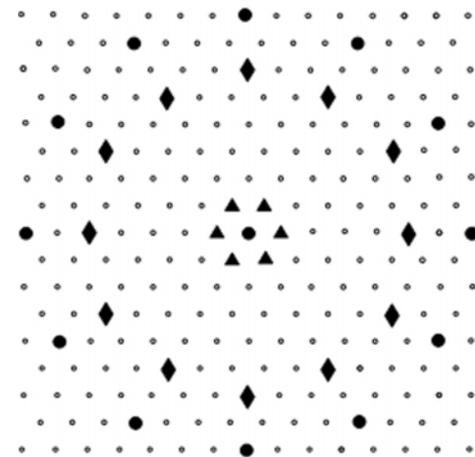


Рис. 1б. Волновые вектора соответствующие аппроксиманту квазикристалла 12-го порядка

◆ - первый ● - второй, точка ▲ соответствует гексагональной решетке

Суперпозиция четырех или шести экспозиций интерференционной картиной двух волн позволяет нам получить требуемое распределение энергии. Области с энергией выше порога будут преобразованы в диэлектрик, остальное пространство будет заполнено воздухом. Примеры распределения диэлектрика показаны на рис. 2, 3. Белые области соответствуют диэлектрику, черные соответствуют воздуху.

2. Метод вычислений

Зонная структура была получена методом разложения по плоским волнам, с помощью программы MIT Photonic-Bands Package [9]. Зоны Бриллюэна аппроксимантов квазикристаллов показаны на рис. 4а, 4б.

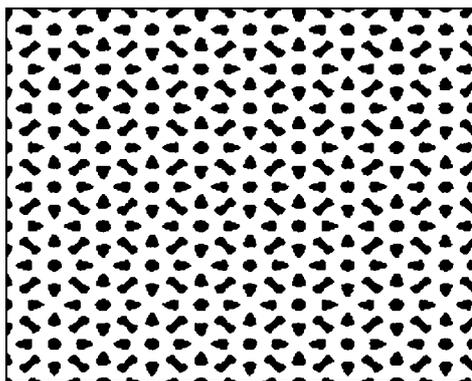


Рис. 2а. Распределение диэлектрика для первого аппроксиманта квазикристалла 8-го порядка

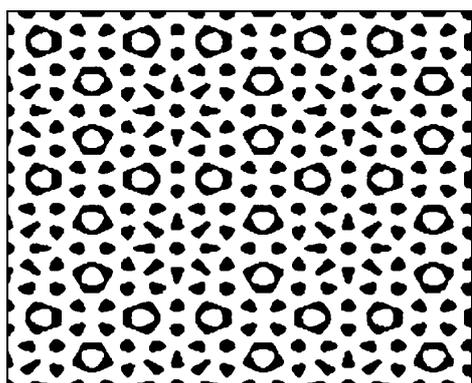


Рис. 2б. Распределение диэлектрика для второго аппроксиманта квазикристалла 8-го порядка

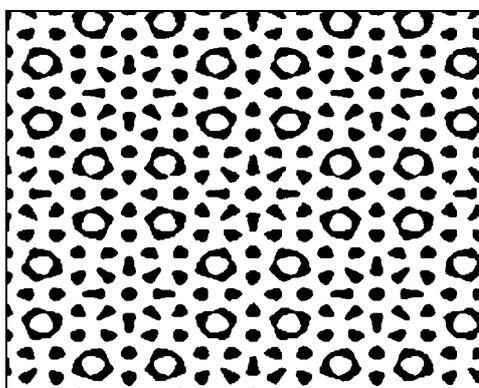


Рис. 2в. Распределение диэлектрика для третьего аппроксиманта квазикристалла 8-го порядка

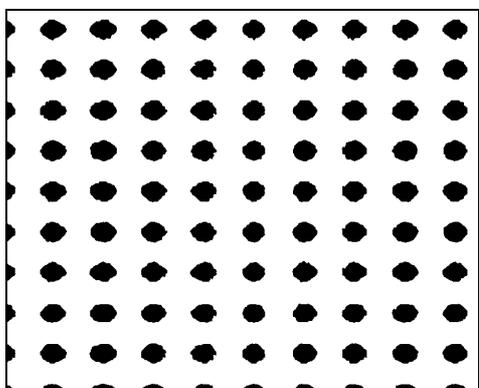


Рис. 2г. Распределение диэлектрика для квадратной решетки (две экспозиции)

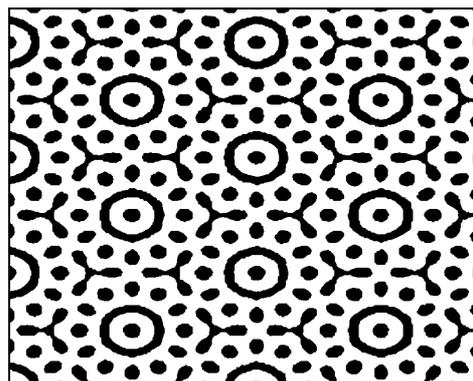


Рис. 3а. Распределение диэлектрика для первого аппроксиманта квазикристалла 12-го порядка

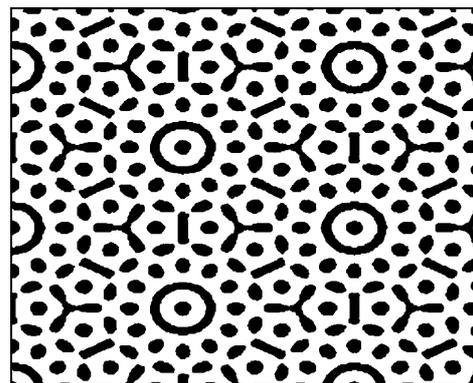


Рис. 3б. Распределение диэлектрика для второго аппроксиманта квазикристалла 12-го порядка

Мы рассматриваем только ТМ-поляризацию (электрическая компонента поля перпендикулярна структуре). Известно, что периодические структуры составленные из диэлектрических цилиндров имеют запрещенные зоны для ТМ-поляризации света, в то время как структуры, состоящие из воздушных цилиндров имеют запрещенные зоны для ТЕ-поляризации [10]. Как можно видеть на рис. 2 и 3 фотонные «атомы» не имеют форму цилиндров, но диэлектрик в структуре является несвязанным, что неблагоприятно для образования запрещенных зон ТЕ-поляризации. В соответствии с этим утверждением, мы не нашли больших запрещенных зон для ТЕ-поляризованного света в рассматриваемых структурах.

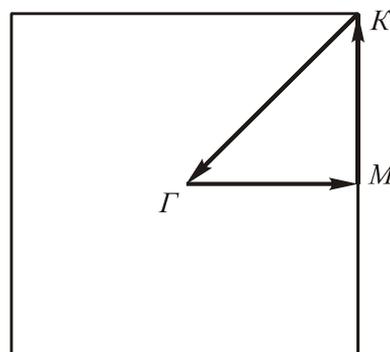


Рис. 4а. Зона Бриллюэна для квадратной решетки и аппроксиманта квазикристалла 8-го порядка. Γ , K , M – точки высокой симметрии

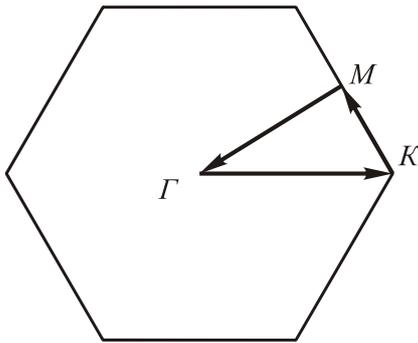


Рис. 4б. Зона Бриллюэна для гексагональной решетки и аппроксиманта квазикристалла 12-го порядка. Γ, K, M – точки высокой симметрии

3. Результаты вычислений

На рис. 5, 6 показаны зонные структуры рассматриваемых аппроксимантов квазикристаллов для ТМ-поляризации излучения. Диэлектрическая постоянная принималась равной таковой у кремния $\epsilon = 12$. Для рассматриваемых структур получены оптимальные факторы заполнения диэлектрика по отношению к воздуху. При $\epsilon = 12$ оптимальные факторы заполнения рассматриваемых аппроксимантов получаются равными: 14,3% для первого, 17%-ый для второго и третьего аппроксиманта квазикристалла 8-го порядка, 18,8% для первого и 19,1% для второго аппроксиманта квазикристалла 12-го порядка. Оптимальные факторы заполнения для квадратной и гексагональной решеток - 14% и 13%, соответственно. На графиках частота отмечена в единицах $\omega a / 2\pi c$, где ω - частота, a - размер примитивной ячейки, c - скорость света.

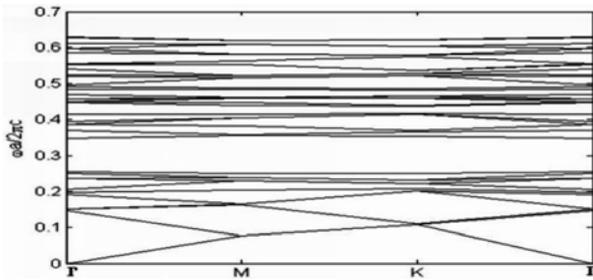


Рис. 5а. Зонная структура первого аппроксиманта квазикристалла 8-го порядка

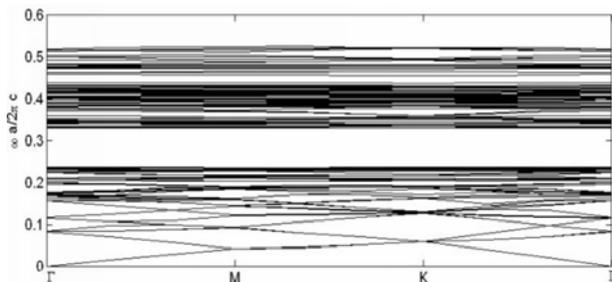


Рис. 5б. Зонная структура второго аппроксиманта квазикристалла 8-го порядка

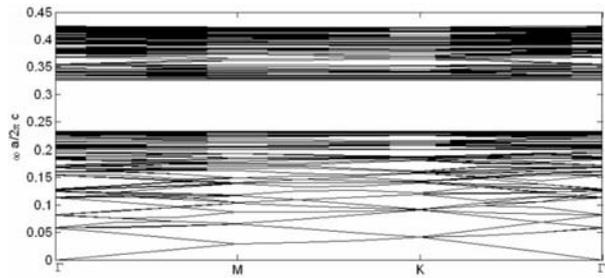


Рис. 5в. Зонная структура третьего аппроксиманта квазикристалла 8-го порядка

На рисунках можно увидеть, что даже самые маленькие аппроксиманты имеют более изотропную запрещенную зону, чем у квадратной и гексагональной решеток. Интересно так же отметить, что средняя частота запрещенной зоны 8-го аппроксиманта почти совпадает со средней частотой для квадратной решетки, а средняя частота для гексагональной решетки совпадает с аппроксимантом 12-го порядка.

На рис. 7, 8 можно увидеть зависимость размера запрещенной зоны от диэлектрической постоянной. Размер запрещенной зоны вычисляется по формуле

$$2(\omega_{\max} - \omega_{\min}) / (\omega_{\max} + \omega_{\min}) * 100\% \quad (4)$$

где ω_{\max} - максимальная частота запрещенной зоны, ω_{\min} - минимальная частота запрещенной зоны.

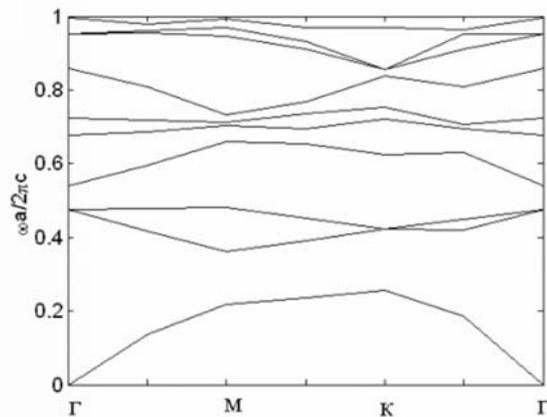


Рис. 5г. Зонная структура квадратной решетки

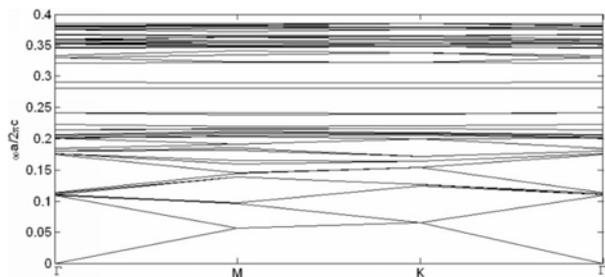


Рис. 6а. Зонная структура первого аппроксиманта квазикристалла 12-го порядка

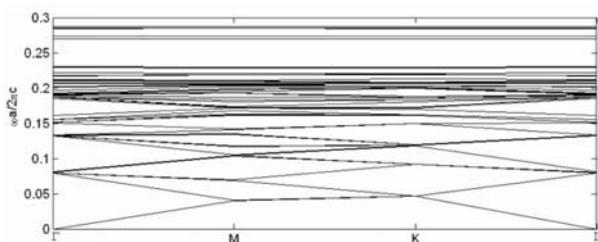


Рис. 6б. Зонная структура второго аппроксиманта квазикристалла 12-го порядка

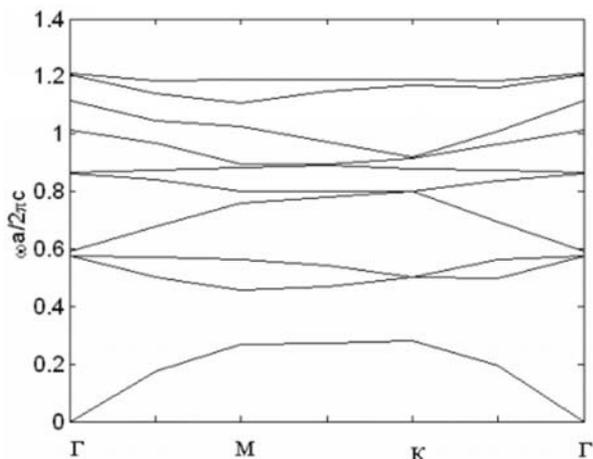


Рис. 6в. Зонная структура гексагональной решетки

Как и ранее, на рис. 7, 8 приведены значения ширины запрещенной зоны для оптимальных факторов заполнения. Мы так же нашли значения порога запрещенной зоны (ТМ-поляризация излучения) по диэлектрической постоянной для квадратной ($\epsilon_{th} = 3,0$) и гексагональной ($\epsilon_{th} = 1,75$) решеток, полученных методом голографической литографии.

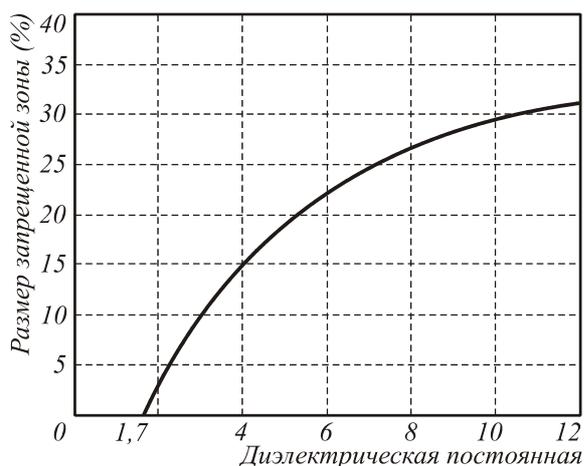


Рис. 7а. Зависимость размера запрещенной зоны от диэлектрической постоянной для первого аппроксиманта квазикристалла 8-го порядка

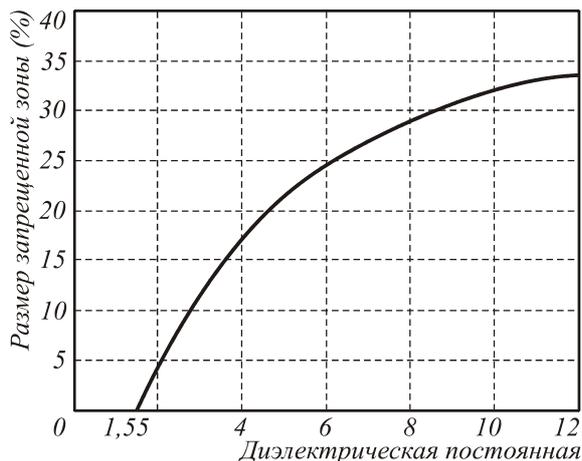


Рис. 7б. Зависимость размера запрещенной зоны от диэлектрической постоянной для второго аппроксиманта квазикристалла 8-го порядка

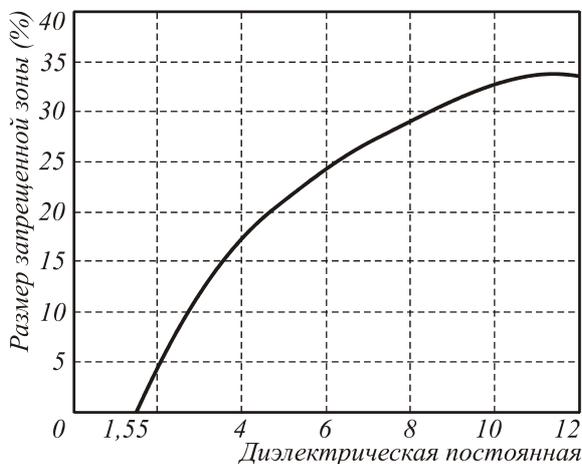


Рис. 7в. Зависимость размера запрещенной зоны от диэлектрической постоянной для третьего аппроксиманта квазикристалла 8-го порядка

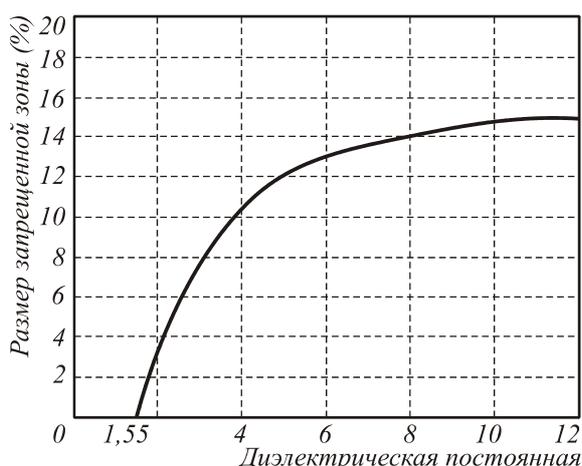


Рис. 8а. Зависимость размера запрещенной зоны от диэлектрической постоянной для первого аппроксиманта квазикристалла 12-го порядка

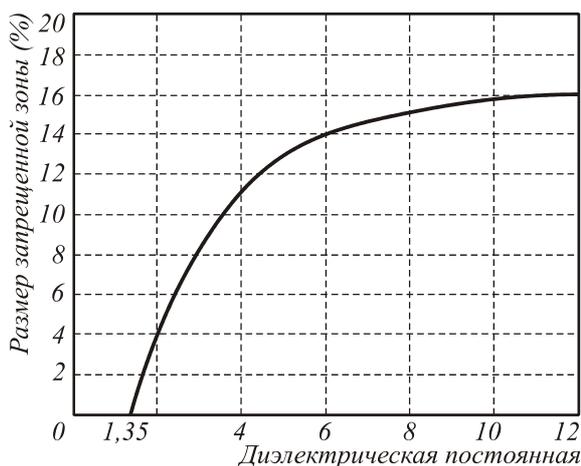


Рис. 8б. Зависимость размера запрещенной зоны от диэлектрической постоянной для второго аппроксиманта квазикристалла 12-го порядка

Результаты вычислений зонных структур представлены в таблице 1.

Таблица 1. Сравнение порога запрещенной зоны и ее размера от вращательной симметрии

Вращательная Симметрия	4	6	8 (первый аппрокс.)	8 (второй аппрокс.)	8 (третий аппрокс.)	12 (первый аппрокс.)	12 (второй аппрокс.)
Порог запрещенной зоны по диэлектрической постоянной	3,0	1,75	1,7	1,55	1,55	1,5	1,35
Размер запрещенной зоны при $\epsilon = 12$ (%)	36	48	31	33	33	15	16

Как можно видеть в таблице 1, с ростом размера примитивной ячейки мы получаем уменьшение порога запрещенной зоны, но не наблюдаем уменьшение размера запрещенной зоны. Напротив, размер запрещенной зоны увеличивается при увеличении примитивной ячейки. Это явление можно объяснить следующим образом. Большой размер примитивной ячейки делает невозможным поддержку всех Фурье компонент решетки.

Заключение

В этой работе мы исследовали зонную структуру двухмерных фотонных аппроксимантов квазикристаллов, полученных методом голографической литографии. Показано, что ширина запрещенной зоны и порог её возникновения по диэлектрической постоянной даже у самых низких аппроксимантов, приближается к соответствующим значениям у квазикристаллов. Найдена структура, обладающая самым низким порогом запрещенной зоны для ТМ-поляризации излучения. Исследована зависимость размера и порога запрещенной зоны от степени вращательной симметрии.

Из сравнения рис. 7, 8 можно увидеть, что более высокая изотропия аппроксиманта квазикристалла 12-го порядка позволяет открываться запрещенной зоне при более низких значениях диэлектрической постоянной, чем у аппроксиманта квазикристалла 8-го порядка. Также можно заметить, что размер запрещенной зоны уменьшается с ростом вращательной симметрии. Это можно объяснить тем фактом, что ширина стоп-зон в каждом из направлений связана со степенью периодичности структуры. Получается что, чем выше изотропность структуры, тем легче образуются стоп-зоны в каждом из направлений, но из-за низкой степени периодичности, размер будет меньше, чем у менее изотропной структуры.

Следует отметить, что значение порога запрещенной зоны для ТМ-поляризации $\epsilon_{th} = 1,35$ (второй аппроксимант 12-го порядка) является минимальным, из когда-либо сообщавшихся ранее. Ранее известное минимальное значение равнялось $\epsilon_{th} = 1,6$ для ортогонального квазикристалла, составленного из диэлектрических стержней [11].

Литература

1. Bykov V. P. Spontaneous emission in a periodic structure // Sov. Phys. JETP, **35**, 1972. P. 269-273.
2. Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics // Phys. Rev. Lett., 1987. Vol. **58**. P. 2059-2061.
3. Joh S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices // Phys. Rev. Lett. 1987. Vol. **58**. P. 2486-2488.
4. Hattori T., Tsurumachi N., Kawato S., Nakatsuka H. Photonic dispersion relation in a one-dimensional quasicrystal // Phys. Rev. B. 1994. Vol. **50**. P. 4220-4223.
5. Kaliteevski M., Brand A.S., Abram R.A., Krauss T.F., Millar P. Two-dimensional Penrose-tiled photonic quasicrystals: diffraction of light and fractal density of modes // J. Mod. Opt. 2000. Vol. **47**. P. 1771-1778.
6. Kaliteevski M.A., Brand S., Abram R.A., Krauss T.F., Millar P. Diffraction and transmission of light in low refractive index Penrose-tiled quasicrystals // J. Phys.: Condens. Matter. 2001. Vol. **13**. P. 10459-10470.
7. Wang K., David S., Chelnokov A., Lourtioz J.M. Photonic band gaps in quasicrystal-related approximant structures // J. Mod. Opt. 2003. Vol. **50**. P. 2095-2105.

8. Gauthier R.C., Mnaymneh Kh. Photonic band gap properties of 12-fold quasicrystal determined through FDTD analysis // Optics Express, 2005. Vol. **13**. P. 1985-1998.
9. Johnson S.G., Joannopoulos J.D. Block-iterative frequency-domain methods for Maxwell's equations in a planewave basis // Opt. Express, 2001. Vol. **8**. P. 173-190.
10. Joannopoulos J.D., Meade R.D., Winn J.N. Photonic crystals; Modeling the flow of light // Princeton University Press, 1995.
11. Romero-Vivas J., Chigrin D.N., Lavrinenko A.V., Sotomayor C.M. Resonant add-drop filter based on a photonic quasicrystal // Optics Express, 2005. Vol. **13**. P. 826-835.

Two-dimensional approximants of photon quasicrystals obtained by the method of holographic lithography

P.N. Dyachenko¹, Y.V. Miklyaev¹
¹South Ural State University

Abstract:

The paper studies the transition from a periodic to a quasi-periodic structure using approximants of quasicrystals in order to determine the disadvantages and advantages of the structure of quasicrystals. The study is limited to the structures that can be obtained by holographic lithography. Quasicrystals of the eighth and twelfth order were analysed, a comparison with square and hexagonal lattices was performed.

Keywords: periodic structure, quasi-periodic structure, quasicrystals, holographic lithography.

Citation: Dyachenko PN, Miklyaev YV. Two-Dimensional Approximants of Photon Quasicrystals Obtained by the Method of Holographic Lithography. *Computer Optics* 2006; 30: 23-29.

References

- [1] Bykov VP. Spontaneous emission in a periodic structure. *Sov Phys JETP* 1972; 35(2): 269-273.
- [2] Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys Rev Lett* 1987; 58(20): 2059-2061. DOI: 10.1103/PhysRevLett.58.2059.
- [3] Joh S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. *Phys Rev Lett* 1987; 58(23): 2486-2488. DOI: 10.1103/PhysRevLett.58.2486.
- [4] Hattori T, Tsurumachi N, Kawato S, Nakatsuka H. Photonic dispersion relation in a one-dimensional quasicrystal. *Phys Rev B* 1994; 50: 4220-4223. DOI: 10.1103/PhysRevB.50.4220.
- [5] Kaliteevski M, Brand AS, Abram RA, Krauss TF, Millar P. Two-dimensional Penrose-tiled photonic quasicrystals: diffraction of light and fractal density of modes. *J Mod Opt* 2000; 47(11): 1771-1778. DOI: 10.1080/09500340008232430.
- [6] Kaliteevski MA, Brand S, Abram RA, Krauss TF, Millar P, De la Rue RM. Diffraction and transmission of light in low refractive index Penrose-tiled quasicrystals. *J Phys: Condens Matter* 2001; 13(46): 10459-10470. DOI: 10.1088/0953-8984/13/46/314.
- [7] Wang K, David S, Chelnokov A, Lourtioz JM. Photonic band gaps in quasicrystal-related approximant structures. *J Mod Opt* 2003; 50(13): 2095-2105. DOI: 10.1080/09500340308235260.
- [8] Gauthier RC, Mnaymneh Kh. Photonic band gap properties of 12-fold quasicrystal determined through FDTD analysis. *Opt Express* 2005; 13(6): 1985-1998. DOI: 10.1364/OPEX.13.001985.
- [9] Johnson SG, Joannopoulos JD. Block-iterative frequency-domain methods for Maxwell's equations in a planewave basis. *Opt Express* 2001; 8(3): 173-190. DOI: 10.1364/OE.8.000173.
- [10] Joannopoulos JD, Meade RD, Winn JN. *Photonic crystals: Molding the flow of light*. Princeton, NJ: Princeton University Press; 1995. ISBN: 978-0-691-03744-8.
- [11] Romero-Vivas J, Chigrin DN, Lavrinenko AV, Sotomayor Torres CM. Resonant add-drop filter based on a photonic quasicrystal. *Opt Express* 2005; 13(3): 826-835. DOI: 10.1364/OPEX.13.000826.