ДИФРАКЦИЯ ГАУССОВОГО ПУЧКА НА СПИРАЛЬНОМ АКСИКОНЕ

В.В. Котляр[1], А.А. Ковалев[2], Д. Коджек[3], В. Гарбини[3], Е. Феррари[3]
[1] Институт систем обработки изображений Российской академии наук,
[2] Самарский государственный аэрокосмический университет
[3] Национальная нанолитографическая лаборатория, Триест, Италия

Аннотация

Получены аналитические соотношения, описывающие дифракцию Френеля и Фраунгофера Гауссового пучка на спиральном аксиконе (СА). Выражения выведены в форме рядов гипергеометрических функций. Выражение для СА переходит в выражение для спиральной фазовой пластинки (СФП), если параметр аксикона принять равным нулю. Функциональность таких оптических элементов проверена как численным моделированием, так и физическими экспериментами с использованием пространственного модулятора света.

Введение

Спиральный аксикон (СА) и спиральная фазовая пластинка (СФП) были изготовлены по технологии фотолитографии и экспериментально исследованы в 1992 году [1, 2]. СА используется для формирования бездифракционных лазерных пучков Бесселя, а СФП используется для формирования оптических вихрей [1], фазовой микроскопии [2-4] и астрономии [5]. В последнее время возрос интерес к СА и СФП [6-19]. Это связано с тем, что улучшилось качество изготовления пространственных модуляторов света (ПМС), с помощью которых можно теперь формировать дифракционные оптические элементы, в том числе СА и СФП. Так, в [6] с помощью ПМС сформированы СФП высоких порядков ($n > 30$) и исследовались оптические вихри высоких порядков. С помощью ПМС можно сформировать составную СФП, которая будет генерировать лазерный пучок, состоящий из нескольких соосных оптических вихрей [7]. Также с помощью ПМС были сформированы бездифракционные пучки Бесселя [8], эллиптические пучки Бесселя [9], пучки Гаусса-Айнса [10] и полые (трубчатые) пучки [11]. ПМС используется для динамического преобразования лазерных пучков, устранения аберраций, выравнивания интенсивности [12-16].

С другой стороны продолжаются исследования СА и СФП, которые изготавливаются по традиционной технологии электронной литографии [17-21]. В [18, 19] экспериментально исследовалась дифракция плоской волны на СФП второго и третьего порядков. В [20] исследовался СА пятого порядка, а в [21] был изготовлен двойной аксикон, который формирует два конических световых пучка, интерферирующих между собой и образующих нулевую интенсивность на оптической оси.

Теоретическое исследование параксиальной дифракции Френеля и Фраунгофера на СФП было проведено для падающих гауссового пучка [22], неограниченной плоской волны [2, 18], ограниченной плоской волны [6, 19], эллиптического пучка [23].

Теоретическое исследование дифракции на СА проводилось для неограниченной плоской волны [20]. В [24] исследуется дифракция полихроматического света на СФП. Интерес к исследованию СА и СФП связан также с их применением для манипулирования микрочастицами [6, 14, 20, 25,26].

В данной работе проведены теоретические исследования параксиальной дифракции Фраунгофера и Френеля Гауссового пучка на СА и СФП. Получены новые аналитические выражения для комплексной амплитуды света в виде ряда гипергеометрических функций. Функциональность таких оптических элементов проверена как численным моделированием, так и физическими экспериментами с использованием пространственного модулятора света.

2. Аналитические выражения

Рассмотрим скалярную параксиальную дифракцию коллимированного Гауссового пучка с комплексной амплитудой

$$E_0(r) = \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) \quad (1)$$

на СА, который в приближении тонкого транспаранта описывается функцией пропускания вида

$$\tau_n(r,\varphi) = \exp(i\alpha r + in\varphi) \quad (2)$$

где w – радиус перетяжки Гауссового пучка, (r,φ) - полярные координаты в плоскости СА при $z = 0$, z - оптическая ось, α - параметр аксикона, $n = 0,\pm1,\pm2,...$ - номер СФП.

Тогда параксиальная дифракция волны (1) на СА (2) описывается преобразованием Френеля:

$$F_n(\rho,\theta,z) = -\frac{ik}{2\pi z}\exp\left(ikz + \frac{ik\rho^2}{2z}\right)\int_0^R\int_0^{2\pi}\exp\left[-\frac{r^2}{w^2} + i\alpha r + in\varphi + \frac{ikr^2}{2z} - \frac{ik}{z}\rho r\cos(\varphi-\theta)\right]rdrd\varphi\,, \quad (3)$$

где (ρ,θ) - полярные координаты в плоскости z, $k=2\pi/\lambda$ - волновое число. Используя справочный интеграл [27]

$$\int\limits_0^\infty x^{\lambda+1}\exp\left(-px^2\right)J_\nu(cx)\,dx= =\frac{c^\nu p^{-(\nu+\lambda+2)/2}}{2^{\nu+1}\nu!}\Gamma\left(\frac{\nu+\lambda+2}{2}\right)\times \times{}_1F_1\left[\frac{\nu+\lambda+2}{2},\nu+1,-\left(\frac{c}{2\sqrt{p}}\right)^2\right], \quad (4)$$

вместо выражения (3) получим:

$$F_n(\rho,\theta,z)=\frac{(-i)^{n+1}k}{z}\exp\left[in\theta+ikz+\frac{ik\rho^2}{2z}\right]\times \left(\frac{k\rho}{2z}\right)^n\frac{\gamma^{-(n+2)/2}}{2^{n+1}n!}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(i\alpha)^m\gamma^{-m/2}}{m!}\Gamma\left(\frac{m+n+2}{2}\right)\times {}_1F_1\left[\frac{m+n+2}{2},n+1,-\left(\frac{k\rho}{2z\sqrt{\gamma}}\right)^2\right], \quad (5)$$

где $\gamma=1/w^2-ik/(2z)$, ${}_1F_1(a,b,x)$ - вырожденная или конфлуентная гипергеометрическая функция:

$${}_1F_1(a,b,x)=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(a)_m x^m}{(b)_m m!}, \quad (6)$$

$(a)_m=\Gamma(a+m)/\Gamma(a)$, $(a)_0=1$, а $\Gamma(x)$ - гамма-функция.

Из выражения (5) следует, что картина дифракции представляет собой набор концентрических колец. При $\rho=0$ в центре картины дифракции при любом $n\neq 0$ будет нулевая интенсивность. Так как комплексная амплитуда (5) зависит от комбинации переменных $k\rho/\left(2z\sqrt{\gamma}\right)$, то радиусы ρ_l локальных максимумов и минимумов картины дифракции должны удовлетворять выражению:

$$\rho_l=\frac{wza_l}{z_0}\left(1+\frac{z_0^2}{z^2}\right)^{1/4}, \quad (7)$$

где a_l - постоянные, зависящие только от номера кольца $l=1,2,...$ картины дифракции и параметра α, $z_0=kw^2/2$ - длина Рэлея.

При $\alpha=0$ (т.е. аксикон отсутствует), из (5) следует соотношение для комплексной амплитуды дифракции Френеля Гауссового пучка на СФП:

$$F_n(\rho,\theta,z,\alpha=0)=\frac{(-i)^{n+1}k}{z}\times \exp\left[i(n\theta+kz)+\frac{ik\rho^2}{2z}\right]\left(\frac{k\rho}{2z}\right)^n\times \frac{\gamma^{-(n+2)/2}}{2^{n+1}n!}\Gamma\left(\frac{n+2}{2}\right){}_1F_1\left[\frac{n+2}{2},n+1,-\left(\frac{k\rho}{2z\sqrt{\gamma}}\right)^2\right]. \quad (8)$$

Учитывая связь между гипергеометрической и Бесселевой функциями:

$$J_{(n-1)/2}(x)=\frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{(n-1)/2}\exp(-ix)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{}_1F_1\left(\frac{n}{2},n;2ix\right) \quad (9)$$

и рекуррентное соотношение для гипергеометрических функций

$${}_1F_1\left(\frac{n}{2},n+1;2ix\right)=\left(i\frac{d}{dx}+2\right){}_1F_1\left(\frac{n}{2},n;2ix\right), \quad (10)$$

мы можем вместо (8) получить хорошо известное соотношение для дифракции Френеля Гауссового пучка на СФП [18, 22]:

$$E_n(\rho,\theta,z,\alpha=0)=\frac{(-i)^{n+1}\sqrt{\pi}}{2}\left(\frac{z_0}{z}\right)^2\left(\frac{\rho}{w}\right)\left[1+\left(\frac{z_0}{z}\right)^2\right]^{-3/4}\times \times\exp\left[i\frac{3}{2}\tan^{-1}\left(\frac{z_0}{z}\right)-i\frac{k\rho^2}{2R_0(z)}+i\frac{k\rho^2}{2z}-\frac{\rho^2}{w^2(z)}+in\theta+ikz\right] \times\left\{I_{\frac{n-1}{2}}\left[\rho^2\left(\frac{1}{w^2(z)}+\frac{ik}{2R_0(z)}\right)\right]- -I_{\frac{n+1}{2}}\left[\rho^2\left(\frac{1}{w^2(z)}+\frac{ik}{2R_0(z)}\right)\right]\right\}, \quad (11)$$

где $w^2(z)=2w^2\left[1+(z/z_0)^2\right]$, $R_0(z)=2z\left[1+(z/z_0)^2\right]$, $I_\nu(x)$ – функция Бесселя второго рода и ν-го порядка.

При $z\to\infty$ $(z>>z_0)$, из выражения (5) следует соотношение для комплексной амплитуды дифракции Фраунгофера Гауссового пучка на СА ($\gamma=1/w^2$):

$$F_n(\rho,\theta,z\to\infty)= =\frac{(-i)^{n+1}z_0}{2^n n!z}\exp\left(in\theta+ikz+\frac{ik\rho^2}{2z}\right)\left(\frac{z_0\rho}{zw}\right)^n\times \times\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(i\alpha w)^m}{m!}\Gamma\left(\frac{m+n+2}{2}\right)\times \times{}_1F_1\left[\frac{m+n+2}{2},\,n+1,-\left(\frac{z_0\rho}{zw}\right)^2\right] \quad (12)$$

При $\alpha=0$ (т.е. аксикон отсутствует) и $z\to\infty$ $(z>>z_0)$, из (5) следует выражение для комплексной амплитуды дифракции Фраунгофера Гауссового пучка на СФП:

$$F_n(\rho,\theta,z\to\infty,\alpha=0)= =\frac{(-i)^{n+1}z_0}{2^n n!z}\exp\left(in\theta+ikz+\frac{ik\rho^2}{2z}\right)\left(\frac{z_0\rho}{zw}\right)^n \times\Gamma\left(\frac{n+2}{2}\right){}_1F_1\left[\frac{n+2}{2},n+1,-\left(\frac{z_0\rho}{zw}\right)^2\right]. \quad (13)$$

Интересно сравнить выражение (13) с комплексной амплитудой дифракции Фраунгофера плоской ограниченной волны радиуса R на СФП, когда фокусное расстояние сферической линзы равно f [19]:

$$E_n(\rho,\theta)=\frac{(-i)^{n+1}\exp(in\theta+ikz)}{(n+2)n!}\left(\frac{kR^2}{f}\right)\left(\frac{kR\rho}{2f}\right)^n$$
$$ {}_1F_2\left[\frac{n+2}{2},\frac{n+4}{2},n+1,-\left(\frac{kR\rho}{2f}\right)^2\right], \tag{14}$$

где ${}_1F_2(a,b,c,x)$ - гипергеометрическая функция:

$${}_1F_2(a,b,c,x)=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(a)_m x^m}{(b)_m (c)_m m!}\,. \tag{15}$$

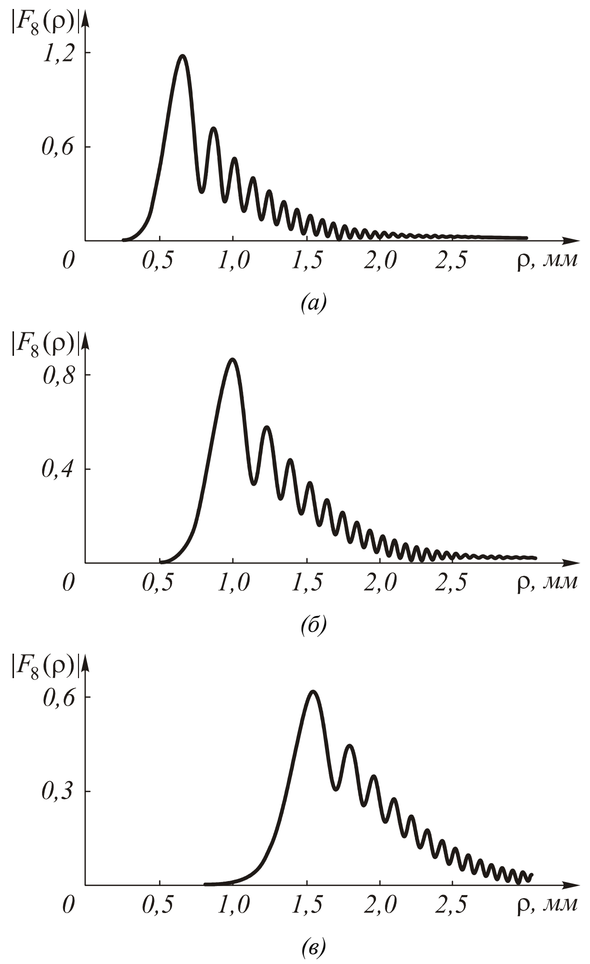


Рис. 1. Радиальный профиль картины дифракции Френеля (амплитуда $|F_n(\rho,\theta)|$ на расстоянии $z=200$ мм) для Гауссового пучка ($\lambda=633$ нм, $w=1$ мм) на СА ($n=8$): $\alpha=0\ мм^{-1}$ (а), $\alpha=20\ мм^{-1}$ (б), $\alpha=50\ мм^{-1}$ (в)

3. Численное моделирование

В этом разделе моделирование проводилось с помощью (3). На рис. 1 показано рассчитанное распределение амплитуды $|F_n(\rho,\theta)|$ в относительных единицах как функции радиальной переменной. Эти кривые представляют собой радиальный профиль картины дифракции Френеля ($z=200$ мм) Гауссова пучка с радиусом перетяжки $w=1$ мм и длиной волны $\lambda=633$ нм на СА ($n=8$) с параметром $\alpha=0\ мм^{-1}$ (а), $\alpha=20\ мм^{-1}$ (б), $\alpha=50\ мм^{-1}$ (в).

Из рисунка 1 видно, что радиус главного максимума модуля амплитуды увеличивается с ростом значения α.

На рис. 2 показаны две рассчитанных радиальных картины дифракции Френеля (амплитуды $|F_n(\rho,\theta)|$) для Гауссового пучка ($w=1$ мм, $\lambda=633$ нм) на СА ($n=8$) с параметром $\alpha=20\ мм^{-1}$ на расстояниях $z=400$ мм (а) и $z=500$ мм (б). Из рисунка 2 можно увидеть, что с ростом расстояния z радиус первого на дифракционной картине яркого кольца, характеризующегося максимальной амплитудой, также увеличивается. Сравнение рисунков 1 и 2 дает основание заключить, что радиус первого кольца может меняться либо путем изменения параметра аксикона α при неизменном расстоянии z, либо изменением расстояния z от аксикона до плоскости наблюдения. Отличие будет состоять в количестве периферийных колец (боковых лепестков) на дифракционной картине. Из рисунка 1*в* видно, что 13 периферийных дифракционных колец укладываются в радиальный интервал от 1,5 мм до 3 мм. В то же время, на рисунке 2*а* в тот же радиальный интервал от 1,5 мм до 3 мм укладываются только семь боковых лепестков, притом, что радиус первого кольца на обеих картинах одинаков.

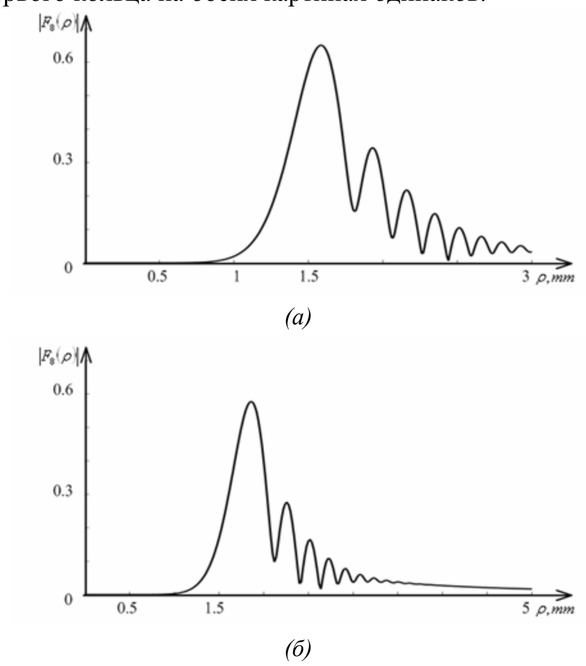
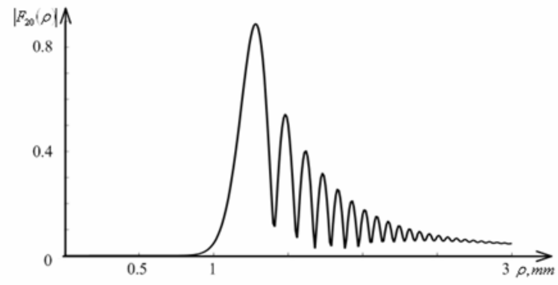


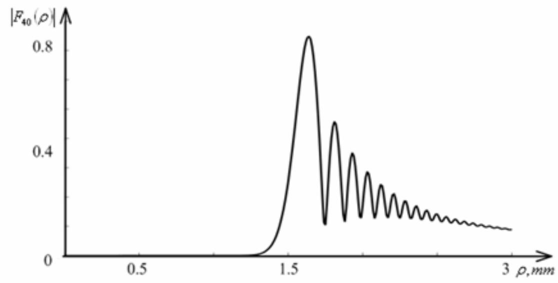
Рис. 2. Радиальный профиль картины дифракции Френеля (амплитуда $|F_n(\rho,\theta)|$) Гауссового пучка ($\lambda=633$ нм, $w=1$ мм) на СА ($n=8$, $\alpha=20\ мм^{-1}$): $z=400$ мм (а), $z=500$ мм (б)

На рисунке 3 показаны две рассчитанных радиальных картины дифракции Френеля (амплитуды $|F_n(\rho,\theta)|$ на расстоянии $z=200$ мм) Гауссового пучка ($w=1$ мм, $\lambda=633$ нм) на СА ($\alpha=20\,\text{мм}^{-1}$) разных порядков n : 40 (а) и 50 (б).

Из рисунка 3 видно, что радиус первого кольца на дифракционной картине может быть изменен как варьированием порядка СА n, так и параметра α. Заметим, однако, что в случае рисунка 3, вдобавок к увеличению радиуса первого кольца, увеличение порядка n приводит к утоньшению первого кольца, к большему количеству периферийных колец и к повышенному контрасту коле по сравнению с аналогичными картинами на рис. 1 и 2.



(а)



(б)

Рис. 3. Радиальный профиль картины дифракции Френеля (амплитуда $\left|F_n(\rho,\theta)\right|$ на расстоянии $z=200$ мм) Гауссового пучка ($\lambda=633$ нм, $w=1$ мм) на СА ($\alpha=20\,\text{мм}^{-1}$): $n=20$ (а), $n=40$ (б)

4. Результаты эксперимента

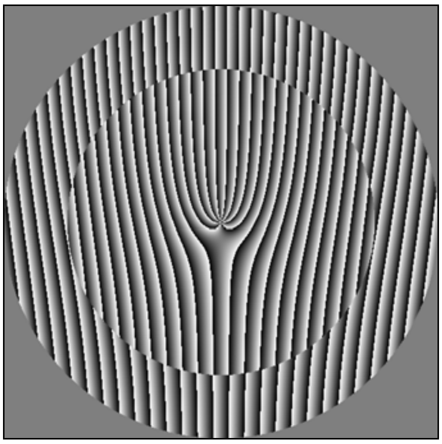
Простейший способ одновременного генерирования нескольких оптических вихрей с помощью дифракционного оптического элемента (ДОЭ) составить его из двух частей. Центральный круг имеет функцию пропускания СА с дополнительной пространственной несущей частотой, в то время как периферийное кольцо имеет функцию пропускания СА с другой пространственной несущей частотой. Пропускание такого ДОЭ описывается соотношением:

$$T_1(r,\varphi)=\begin{cases}\exp\left[i(\alpha_1 r+n\varphi+\beta r\cos\varphi)\right], r<R_1,\\ \exp\left[i(\alpha_2 r+m\varphi-\beta r\cos\varphi)\right], R_1<r<R_2,\end{cases} \qquad (16)$$

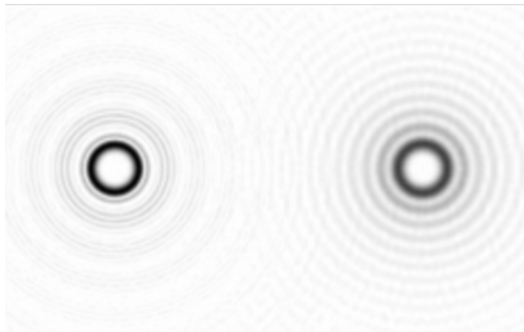
где β - несущая пространственная частота, R_2 - радиус ДОЭ, а R_1 - радиус внутреннего круга, который подбирается так, чтобы выполнить условие равных площадей круга и кольца ($R_1=R_2/\sqrt{2}$). Пропускание ДОЭ с радиальной пространственной несущей частотой (вместо уравнения (16) описывается соотношением:

$$T_2(r,\varphi)=\begin{cases}\exp\left(i\alpha_1 r+in\varphi\right), r<R_1,\\ \exp\left(i\alpha_2 r+im\varphi+i\beta r\right), R_1<r<R_2.\end{cases} \qquad (17)$$

На рисунке 4 показаны (а) рассчитанная фаза ДОЭ по формуле (16) и (б) картина дифракции Фраунгофера Гауссового пучка на этом ДОЭ ($w=10$ мм, $\lambda=633$ нм, $n=-8$, $m=12$, число отсчетов $N\times N=512\times512$, $\beta=10\,\text{мм}^{-1}$, $\alpha_1=\alpha_2=0$, $R_2=10$ мм, фокусное расстояние $f=150$ мм).



(а)

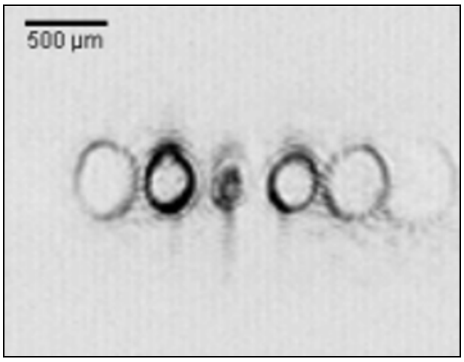


(б)

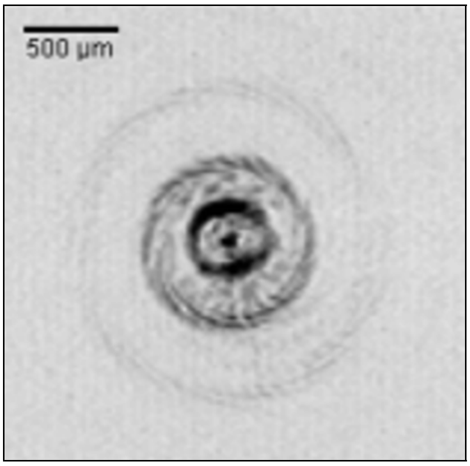
Рис. 4. Фаза ДОЭ (а) и картина дифракции в задней фокальной плоскости сферической линзы (б)

Эксперименты по дифракции Фраунгофера Гауссового пучка на СА проводились с помощью программируемого только фазового жидко-кристаллического пространственного модулятора света (ПМС). Пропускание ПМС было пропорционально функции из формулы (16) для СА с $n=-8$, $m=12$ и $\alpha_1=\alpha_2=0$. На рисунке 5 показаны картины дифракции Фраунгофера Гауссового пучка на ДОЭ (16) (а) и ДОЭ (17) (б).

На рис. 5*а* видно, что в ±1-ом порядке сформировались наиболее яркие кольца, причем, как и на рис. 4*а*, левое кольцо ярче, чем правое. Другие порядки дифракции на рис. 5*а* возникают из-за нелинейности при передаче фазы (16). На рис. 5*б* два соосных кольца из-за взаимной интерференции видны с искажениями.



(а)



(б)

Рис. 5. Картины дифракции Фраунгофера Гауссового пучка на ПМС с функцией пропускания (16) (а) и (17) (б)

Заключение

В работе получены аналитические соотношения для параксиальной дифракции Френеля и Фраунгофера Гауссового пучка на СА и СФП произвольного целого порядка n. Для СА комплексная амплитуда описывается рядом, состоящим из гипергеометрических функций (уравнения (5) и (12)). Для СФП комплексная амплитуда также описывается рядом из гипергеометрических функций (уравнения (5) и (13)). С помощью ПМС были сгенерированы картины дифракции Фраунгофера на составном ДОЭ, формирующем два осевых и неосевых оптических вихря.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (грант CRDF REC SA-014-02), а также гранта РФФИ 05-08-50298.

Литература

1. Khonina S.N., Kotlyar V.V., V.A. Soifer, Shinkaryev M.V., Uspleniev G.V. Trochoson // Opt. Commun., V. 91. No. 3-4. P. 158-162 (1992).
2. Khonina S.N., Kotlyar V.V., Shinkarev M.V., Soifer V.A., Uspleniev G.V. The phase rotor filter // J. Mod. Opt., V.39, No.5, Pp.1147-1154 (1992).
3. Furhapter S., Jesacher A., Bernet S., Ritsch-Marte M. Spiral interferometry // Opt. Lett., V. 30. No.5. P. 1953-1955 (2006)
4. Bernet S., Jesacher A., Furhapter S., Maurer C., M. Ritsch-Marte Quantitative imaging of complex samples by spiral phase contrast microscopy // Opt. Express, V.14. No. 9. P.3792-3805 (2006)
5. Foo G., Palecios D.M., Swartzlander G.A. Optical vortex coronograph // Opt. Lett., V. 30. № 24. P. 3308-3310 (2005)
6. Curtis J.E., Grier D.G. Structure of optical vortices // Phys. Rev. Lett., V. 90. No. 13. P. 1.33901-1-3 (2003).
7. Lin J., Yuan X., Tao S.H., Burge R.E. Synthesis of multiple collinear helical modes generated by a phase-only element // J. Opt. Soc. Am. A., V. 23. No. 5. P. 1214-1218 (2006).
8. Hakola A., Shevchenko A., Buchter S.C., Kaivola, M. Tabiryan N.V. Creation of a narrow Bessel-like laser beam using a nematic liquid crystal // J. Opt. Soc. Am. B. V. 23 No. 4. P. 637-641 (2006).
9. Chakraborty R., Ghosh A. Generation of an elliptic Bessel beam // Opt. Lett., V.31, No.1, Pp. 38-40 (2006).
10. Bentley J.B., J.A. Davis, M.A. Bandres, J.C. Gutiérrez-Vega Generation of helical Ince-Gaussian beams with a liquid-crystal display // Opt. Lett., V. 31. No. 5. P. 649-651 (2006).
11. Fatemi F.K., Bashkansky M. Generation of hollow beams by using a binary spatial light modulator // Opt. Lett., V. 31. No. 7. P. 864-866 (2006).
12. Whyte G., Courtial J. Experimental demonstration of holographic three-dimensional light shaping using a Gerchberg-Saxton algorithm // New J.Phys.. V. 7. No.117, P. 1-12 (2005)
13. Wang Q., Sun X.W., Shum P., Yin X.J. Dynamic switching of optical vortices with dynamic gamma-correction liquid-crystal spiral phase plate // Opt. Express, V.13, No.25. P.10285-10291 (2005)
14. Lin J., Yuan X. , Tao S.H., Peng X., Nin H.B. Deterministic approach to the generation of modified helical beams for optical manipulation // Opt. Express, V.13, No.10, P.3862-3867 (2005)
15. Hahn J., Kim H., Choi K., Lee B. Real-time digital holographic beam-shaping system with a genetic feedback tuning loop // Appl. Opt., V. 45, No. 5, P. 915-924 (2006)
16. Courtial J., Whyte G., Bouchel Z., Wagner J. Iterative algorithm for holographic shaping of non-diffracting and self-imaging light beams // Opt. Express, V. 14, No. 6, P. 2108-2116 (2006).
17. Cojoc D., Di Fabrizio E., Businaro L., Carbini S., Romanato F., Vaccari L., Altissimo M. Design and fabrication of diffractive optical elements for optical tweezer arrays by means of e-beam lithography // Microelectr. Engineer, V. 61-62. P. 963-969 (2002)
18. Kotlyar V.V., Almazov A.A., Khonina S.N., Soifer V.A., Elfstrom H., Turunen J. Generation of phase singularity through diffracting a plane or Gaussian beam by a spiral phase plate // J. Opt. Soc. Am. A., V. 22, No. 5. P. 849-861 (2005).
19. Kotlyar V.V., Khonina S.N., Kovalev A.A., Soife r V.A., Elfstrom H., Turunen J., Diffraction of a plane, finite-radius wave by a spiral phase plate, Opt. Lett., V. 31, No. 11, P. 1597-1599 (2006).
20. Kotlyar V.V., Kovalev A.A., Khonina S.N., Skidanov R.V., Soifer V.A., Elfstrom H., Tossavainen N., Turunen J. Diffraction of conic and Gaussian beams by a spiral phase plate // Appl. Opt., V.45, No.12, P. 2656-2665 (2006).
21. Ahluwalia B.P.S., Cheong W.C., Yuan X.-C., Zhang L.-S., Tao S.-H., Bu J., Wang H. Design and fabrication of a

double-axicon for generation of tailorable self-imaged three-dimensional intensity voids // Opt. Lett., V.31, No.7, Pp. 987-989 (2006).
22. Rozas D., Law C.T., Swartzlander G.A. Propagation dynamics of optical vortices // J. Opt. Soc. Am. B, Vol.14, No.11, Pp.3054-3065 (1997).
23. Dennis M.R. Rows of optical vortices from elliptically perturbing a high-order beam, Opt. Lett., V.31, No.9, P. 1325-1327 (2006).
24. Swartzlander G.A. Broadband nulling of a vortex phase mask // Opt. Lett., V. 30, No. 21, P. 2876-2878 (2005)
25. Cheong W.C., Lee W., Yuan X.-C., Zhang L.-S., Dholakia K., Wang H. Direct electron-beam writing of continuous spiral phase plates in negative resist with high power efficiency for optical manipulation // Appl. Phys. Lett., V. 85, No. 23, P. 5784-5786 (2004).
26. Polin M., Ladavac K., Lee S., Roichman Y., D.G. Gviev Optimized holographic optical traps, Opt. Express, V. 13, No.15, P. 5831-5845 (2005)
27. Prudnikov A.P., Brichkov Y.A., Marichev O.I., Integrals and Series. Special Functions (Nauka, Moscow, 1983).

Diffraction of a Gaussian beam on a spiral axicon

V.V. Kotlyar[1], A.A. Kovalev[2], D. Kodzhek[3], V. Garbini[3], E. Ferrari[1,3]
[1]Image Processing Systems Institute of the RAS,
[2]Samara State Aerospace University (SSAU)
[3]Laboratory for Interdisciplinary Lithography, Trieste, Italy

Abstract

The study develops analytical relations that describe the Fresnel and Fraunhofer diffractions of a Gaussian beam on a spiral axicon (SA). The expressions are derived in the form of series of hypergeometric functions. The expression for the SA turns into the expression for a spiral phase plate (SPP) if the axicon parameter is set to zero. The functionality of such optical elements is verified both by numerical simulation and physical experiments using a spatial light modulator.

Keywords: Gaussian Beam, Axicon, spiral axicon, Fraunhofer diffraction, spiral phase plate.

Citation: Kotlyar VV, Kovalev AA, Kodzhek D, Garbini V, Ferrari E. Diffraction of a Gaussian Beam on a Spiral Axicon. Computer Optics 2006; 30: 30-35.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian-American program "Basic Research and Higher Education" (grant CRDF REC SA-014-02), as well as by the grant of the RFBR 05-08-50298.

References:

[1] Khonina SN, Kotlyar VV, Soifer VA, Shinkaryev MV, Uspleniev GV. Trochoson. Opt Commun 1992; 91(3-4): 158-162. DOI: 10.1016/0030-4018(92)90430-Y.
[2] Khonina SN, Kotlyar VV, Shinkarev MV, Soifer VA, Uspleniev GV. The phase rotor filter. J Mod Opt 1992; 39(5): 1147-1154. DOI: 10.1080/09500349214551151.
[3] Fürhapter S, Jesacher A, Bernet S, Ritsch-Marte M. Spiral interferometry. Opt Lett 2006; 30(15): 1953-1955. DOI: 10.1364/OL.30.001953.
[4] Bernet S, Jesacher A, Fürhapter S, Maurer C, Ritsch-Marte M. Quantitative imaging of complex samples by spiral phase contrast microscopy. Opt Express 2006; 14(9): 3792-3805. DOI: 10.1364/OE.14.003792.
[5] Foo G, Palecios DM, Swartzlander GA. Optical vortex coronograph. Opt Lett 2005; 30(24): 3308-3310. DOI: 10.1364/OL.30.003308.
[6] Curtis JE, Grier DG. Structure of optical vortices. Phys Rev Lett 2003; 90(13): 133901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.90.133901.
[7] Lin J, Yuan X, Tao SH, Burge RE. Synthesis of multiple collinear helical modes generated by a phase-only element. J Opt Soc Am A 2006; 23(5): 1214-1218. DOI: 10.1364/JOSAA.23.001214.
[8] Hakola A, Shevchenko A, Buchter SC, Kaivola M, Tabiryan NV. Creation of a narrow Bessel-like laser beam using a nematic liquid crystal. J Opt Soc Am B 2006; 23(4): 637-641. DOI: 10.1364/JOSAB.23.000637.
[9] Chakraborty R, Ghosh A. Generation of an elliptic Bessel beam. Opt Lett 2006; 31(1): 38-40. DOI: 10.1364/OL.31.000038.
[10] Bentley JB, Davis JA, Bandres MA, Gutiérrez-Vega JC. Generation of helical Ince-Gaussian beams with a liquid-crystal display. Opt Lett 2006; 31(5): 649-651. DOI: 10.1364/OL.31.000649.
[11] Fatemi FK, Bashkansky M. Generation of hollow beams by using a binary spatial light modulator. Opt Lett 2006; 31(7): 864-866. DOI: 10.1364/OL.31.000864.
[12] Whyte G, Courtial J. Experimental demonstration of holographic three-dimensional light shaping using a Gerchberg-Saxton algorithm. New J Phys 2005; 7(1): 117. DOI: 10.1088/1367-2630/7/1/117.
[13] Wang Q, Sun XW, Shum P, Yin XJ. Dynamic switching of optical vortices with dynamic gamma-correction liquid-crystal spiral phase plate. Opt Express 2005; 13(25): 10285-10291. DOI: 10.1364/OPEX.13.010285.
[14] Lin J, Yuan X, Tao SH, Peng X, Nin HB. Deterministic approach to the generation of modified helical beams for optical manipulation. Opt Express 2005; 13(10): 3862-3867.
[15] Hahn J, Kim H, Choi K, Lee B. Real-time digital holographic beam-shaping system with a genetic feedback tuning loop. Appl Opt 2006; 45(5): 915-924. DOI: 10.1364/AO.45.000915.
[16] Courtial J, Whyte G, Bouchel Z, Wagner J. Iterative algorithm for holographic shaping of non-diffracting and self-imaging light beams. Opt Express 2006; 14(6): 2108-2116. DOI: 10.1364/OE.14.002108.
[17] Cojoc D, Di Fabrizio E, Businaro L, Carbini S, Romanato F, Vaccari L, Altissimo M. Design and fabrication of diffractive optical elements for optical tweezer arrays by means of e-beam lithography. Microelectron Eng 2002; 61-62: 963-969. DOI: 10.1016/S0167-9317(02)00426-4.
[18] Kotlyar VV, Almazov AA, Khonina SN, Soifer VA, Elfstrom H, Turunen J. Generation of phase singularity through diffracting a plane or Gaussian beam by a spiral phase plate. J Opt Soc Am A 2005; 22(5): 849-861. DOI: 10.1364/JOSAA.22.000849.
[19] Kotlyar VV, Khonina SN, Kovalev AA, Soifer VA, Elfstrom H, Turunen J. Diffraction of a plane, finite-radius wave by a spiral phase plate. Opt Lett 2006; 31(11): 1597-1599. DOI: 10.1364/OL.31.001597.
[20] Kotlyar VV, Kovalev AA, Khonina SN, Skidanov RV, Soifer VA, Elfstrom H, Tossavainen N, Turunen J. Diffraction of conic and Gaussian beams by a spiral phase plate. Appl Opt 2006; 45(12): 2656-2665.DOI: 10.1364/AO.45.002656.
[21] Ahluwalia BPS, Cheong WC, Yuan X-C, Zhang L-S, Tao S-H, Bu J, Wang H. Design and fabrication of a double-axicon for generation of tailorable self-imaged three-dimensional intensity voids. Opt Lett 2006; 31(7): 987-989. DOI: 10.1364/OL.31.000987.

[22] Rozas D, Law CT, Swartzlander GA. Propagation dynamics of optical vortices. J Opt Soc Am B 1997; 14(11): 3054-3065. DOI: 10.1364/JOSAB.14.003054.
[23] Dennis MR. Rows of optical vortices from elliptically perturbing a high-order beam. Opt Lett 2006; 31(9): 1325-1327. DOI: 10.1364/OL.31.001325.
[24] Swartzlander GA. Broadband nulling of a vortex phase mask. Opt Lett 2005; 30(21): 2876-2878. DOI: 10.1364/OL.30.002876.
[25] Cheong WC, Lee W, Yuan X-C, Zhang L-S, Dholakia K, Wang H. Direct electron-beam writing of continuous spiral phase plates in negative resist with high power efficiency for optical manipulation. Appl Phys Lett 2004; 85(23): 5784-5786. DOI: 10.1063/1.1830678.
[26] Polin M, Ladavac K, Lee S, Roichman Y, Gviev DG. Optimized holographic optical traps. Opt Express 2005; 13(15): 5831-5845. DOI: 10.1364/OPEX.13.005831.
[27] Prudnikov AP, Brichkov YA, Marichev OI. Integrals and series. Volume 2: Special functions. CRC Press; 1986. ISBN: 978-2-88124-090-4.