

АНАЛИЗ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЧЕТЫРЁХВОЛНОВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ НА ТЕПЛОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ В СХЕМЕ С ПОПУТНЫМИ ВОЛНАМИ НАКАЧКИ

*В.В. Ивахник, В.И. Никонов, Т.Г. Харская
Самарский государственный университет*

Аннотация

Получена система уравнений, описывающих четырехволновое взаимодействие в схеме с попутными волнами накачки на тепловой нелинейности. При условии отвода тепла от передней и задней граней нелинейной среды в приближении заданного поля по волнам накачки найдено изменение пространственного спектра амплитуды преобразованной волны на задней грани нелинейного слоя. Проанализирована зависимость ширины модуля функции размытия точки (ФРТ) от параметров волн накачки и характеристик нелинейной среды.

Введение

Важнейшей характеристикой любого четырехволнового преобразователя излучения является точность, с которой он осуществляет преобразование комплексной амплитуды падающей на него волны. В линейном приближении по амплитудам сигнальной и преобразованной волн полной характеристикой точности преобразования амплитуды сигнальной волны может выступать функция размытия точки (ФРТ) [1,2]. Использование тепловой нелинейности позволяет расширить класс веществ, применяемых для обращения волнового фронта, за счёт сред с линейным коэффициентом поглощения, которые не обладают выраженными нелинейными свойствами нетеплового характера [3]. Для среды с тепловым механизмом нелинейности в [4] найдена и проанализирована ФРТ четырехволнового преобразователя излучения в схеме со встречными волнами накачки. Переход к схеме с попутными волнами накачки позволяет создать волну с обращённым волновым фронтом распространяющуюся в направлении сигнальной волны [5], поэтому не меньший интерес представляет анализ пространственных характеристик четырехволнового преобразователя излучения на тепловой нелинейности в схеме с попутными волнами накачки.

1. Вывод основных уравнений, описывающих четырехволновое взаимодействие

Пусть в плоском слое с тепловой нелинейностью толщиной ℓ распространяются две волны накачки с комплексными амплитудами A_1 и A_2 и сигнальная волна с амплитудой A_3 . В результате вырожденного четырехволнового взаимодействия $\omega + \omega - \omega = \omega$ генерируется преобразованная волна с амплитудой A_4 (рис. 1).

Стационарное волновое уравнение, описывающее такое взаимодействие, имеет вид

$$\left\{ \nabla^2 + \left[k^2 \left(1 + \frac{2}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T \right) - 2ik\alpha \right] \right\} \left(\sum_{j=1}^4 A_j + \kappa.c. \right) = 0. \tag{1}$$

Здесь n_0 - среднее значение показателя преломления, k - волновое число, α - коэффициент поглощения, δT - изменение температуры, обусловленное выделением тепла при поглощении излучения.

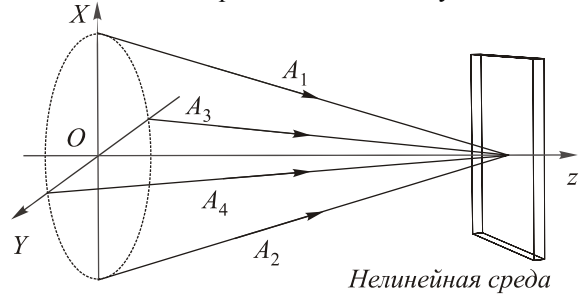


Рис. 1. Схема четырехволнового взаимодействия с попутными волнами накачки

Уравнение (1) необходимо дополнить уравнением Пуассона

$$\nabla^2 \delta T + \frac{\alpha}{\Lambda c_p \nu} \left| \sum_{j=1}^4 A_j + \kappa.c. \right|^2 = 0, \tag{2}$$

где Λ - коэффициент теплопроводности, c_p - удельная теплоемкость, ν - объемная плотность вещества.

Будем рассматривать четырехволновое взаимодействие в приближении заданного поля по волнам накачки ($|A_{1,2}|^2 \gg |A_{3,4}|^2$). При условии, что коэффициент преобразования мал ($|A_3|^2 \gg |A_4|^2$), в выражении для интенсивности взаимодействующих волн необходимо учитывать только решетки, образованные при интерференции волн накачки с сигнальной волной

$$\left| \sum_{j=1}^4 A_j + \kappa.c. \right|^2 = \sum_{j=1}^2 A_j A_j^* + A_1 A_3^* + A_2 A_3^* + A_1^* A_3 + A_2^* A_3.$$

Изменение температуры представим в виде суммы трёх слагаемых:

$$\delta T = \delta T_0 + \delta T_{31} + \delta T_{32},$$

одно из которых δT_0 связано с распространением в среде волн накачки, а два других δT_{31} и δT_{32} с интерференцией волн накачки с сигнальной волной.

Разложим составляющие изменения температуры δT_{3j} по гармоническим решеткам

$$\delta T_{3j}(\vec{r}) = \int \delta \tilde{T}_{3j}(\vec{k}_{Tj}, z) \exp(-i\vec{k}_{Tj}\vec{\rho}) d\vec{k}_{Tj}, \quad j = 1, 2.$$

Здесь $\delta \tilde{T}_{3j}$ - амплитуды спектров тепловых решеток, записанных сигнальной волной и j -ой волной накачки, $\vec{\rho}(x, y)$ - поперечная составляющая радиус-вектора \vec{r} , \vec{k}_{Tj} - пространственный вектор гармонической решетки.

Пусть волны накачки являются плоскими волнами

$$A_j(\vec{r}) = A_{j0}(z) \exp\{-i\vec{k}_j\vec{\rho} - ik_{jz}z\}, \quad j = 1, 2.$$

Падающую волну разложим по плоским волнам

$$A_3(\vec{r}) = \int \tilde{A}_3(\vec{k}_3, z) \exp\{-i\vec{k}_3\vec{\rho} - ik_{3z}z\} d\vec{k}_3.$$

Учитывая наличие в нелинейной среде двух тепловых решеток, представим преобразованную волну в виде суммы двух волн $A_4 = A_{41} + A_{42}$, каждую из которых также разложим по плоским волнам

$$A_{4m}(\vec{r}) = \int \tilde{A}_{4m}(\vec{k}_{4m}, z) \exp\{-i\vec{k}_{4m}\vec{\rho} - ik_{4mz}z\} d\vec{k}_{4m}, \quad m = 1, 2.$$

Здесь \vec{k}_j и \vec{k}_{4m} , k_{jz} и k_{4mz} - поперечная и продольная составляющие волновых векторов \vec{k}_j и \vec{k}_{4m} , $j = 1 \div 3$, $m = 1, 2$, $|\vec{k}_j| = |\vec{k}_{4m}| = k$. Направления осей OX и OY выберем таким образом, чтобы ось OX лежала в плоскости, образованной волновыми векторами волн накачки (плоскость волн накачки), а ось OY в плоскости, перпендикулярной плоскости волн накачки.

Учитывая сделанные выше предположения и в приближении медленно меняющихся амплитуд, волновое уравнение (1) распадается на пять уравнений вида

$$\frac{dA_{j0}}{dz} + i \frac{k}{k_{jz}} \left\{ \frac{k}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T_0 - i\alpha \right\} A_{j0} = 0, \quad j = 1, 2, \quad (3)$$

$$\frac{d\tilde{A}_3(\vec{k}_3, z)}{dz} + i \frac{k}{k_{3z}} \left\{ \frac{k}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T_0(z) - i\alpha \right\} \tilde{A}_3(\vec{k}_3, z) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{d\tilde{A}_{41}(\vec{k}_{41}, z)}{dz} + i \frac{k}{k_{41z}} \left\{ \frac{k}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T_0(z) - i\alpha \right\} \tilde{A}_{41}(\vec{k}_{41}, z) =$$

$$i \frac{k^2}{k_{41z} n_0} \frac{dn}{dT} \delta \tilde{T}_{31}(\vec{k}_{T1} = \vec{k}_{41} - \vec{k}_2, z) \times A_{20}(z) \exp\{-i(k_{2z} - k_{41z})z\}, \quad (5)$$

$$\frac{d\tilde{A}_{42}(\vec{k}_{42}, z)}{dz} + i \frac{k}{k_{42z}} \left\{ \frac{k}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T_0(z) - i\alpha \right\} \tilde{A}_{42}(\vec{k}_{42}, z) =$$

$$i \frac{k^2}{k_{42z} n_0} \frac{dn}{dT} \delta \tilde{T}_{32}(\vec{k}_{T2} = \vec{k}_{42} - \vec{k}_1, z) \times A_{10}(z) \exp\{-i(k_{1z} - k_{42z})z\}. \quad (6)$$

Уравнения (3-6) дополняются граничными условиями:

$$A_{j0}(z=0) = A_{j0}^0,$$

$$\tilde{A}_3(\vec{k}_3, z=0) = \tilde{A}_3^0(\vec{k}_3), \quad (7)$$

$$\tilde{A}_{4m}(\vec{k}_{4m}, z=0) = 0.$$

Уравнение Пуассона распадается на три уравнения

$$\frac{d^2 \delta T_0}{dz^2} + \frac{\alpha}{\Lambda c_p \nu} (A_{10}(z) A_{10}^*(z) + A_{20}(z) A_{20}^*(z)) = 0, \quad (8)$$

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} + \kappa_{Tj}^2 \right) \delta \tilde{T}_{3j}(\vec{k}_{Tj}, z) = -\frac{\alpha}{\Lambda c_p \nu} A_{j0} \tilde{A}_3^*(\vec{k}_3, z) \exp\{-i(k_{jz} - k_{3z})z\}, \quad (9)$$

$$j = 1, 2.$$

При выводе уравнений (3)-(6), (9) считали, что $\vec{k}_{T1} = \vec{k}_1 - \vec{k}_3 = \vec{k}_{41} - \vec{k}_2$, $\vec{k}_{T2} = \vec{k}_2 - \vec{k}_3 = \vec{k}_{42} - \vec{k}_1$.

При условии отвода тепла от передней и задней граней нелинейной среды ($\delta \tilde{T}_{3j}(\vec{k}_{Tj}, z=0) = \delta \tilde{T}_{3j}(\vec{k}_{Tj}, z=\ell) = 0$) с учетом граничных условий (7) решения уравнений (3)-(4), (8) можно записать следующим образом:

$$A_{j0}(z) = A_{j0}^0 \exp\{-\alpha z - iC(z)\}, \quad j = 1, 2, \quad (10)$$

$$\tilde{A}_3(\vec{k}_3, z) = \tilde{A}_3^0(\vec{k}_3) \exp\{-\alpha z - iC(z)\}, \quad (11)$$

$$\delta T_0(z) = \frac{1}{4\alpha \Lambda c_p \nu} \sum_{j=1}^2 (A_{j0}^0)^2 \times \left[1 - \exp(-2\alpha z) - \frac{z}{\ell} [1 - \exp(-2\alpha \ell)] \right], \quad (12)$$

$$\text{где } C(z) = \frac{k}{n_0} \frac{dn}{dT} \int_0^z \delta T_0(z_1) dz_1.$$

С учетом изменения вдоль оси Z амплитуд волн накачки и сигнальной волны уравнение (9) имеет решение вида

$$\delta \tilde{T}_{3j}(\vec{k}_{Tj}, z) = \frac{f_j}{\beta_j^2 - \kappa_{Tj}^2} \left\{ \left[\frac{1}{2 \operatorname{sh} \kappa_{Tj} \ell} \times \left\{ \exp(-\kappa_{Tj} z) [\exp(\kappa_{Tj} \ell) - \exp(-\beta_j \ell)] \right\} + \frac{1}{2 \operatorname{sh} \kappa_{Tj} \ell} \left\{ \exp(\kappa_{Tj} z) [\exp(-\beta_j \ell) - \exp(-\kappa_{Tj} \ell)] \right\} - \exp(-\beta_j z) \right] \right\}. \quad (13)$$

Здесь $f_j = [\alpha A_{j0}^0 \tilde{A}_3^{0*}(\vec{k}_3)] / \Lambda c_p \nu$, $\kappa_{Tj} = |\vec{k}_{Tj}|$, $\beta_j = 2\alpha + i(k_{jz} - k_{3z})$.

Подставив (13) в (5-6), получим с точностью до постоянного множителя выражения для пространственных спектров амплитуд преобразованной волны на задней грани нелинейного слоя

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{4j}(\bar{\kappa}_{4j} = \bar{\kappa}_j - \bar{\kappa}_3, z = \ell) = & \frac{f_j}{\beta_j^2 - \kappa_{Tj}^2} \left\{ \frac{1}{2sh\kappa_{Tj}\ell} \frac{[\exp(-\beta_j\ell) - \exp(\kappa_{Tj}\ell)]}{[\kappa_{Tj} + ip_j]} \times \right. \\ & \times [\exp(-\kappa_{Tj}\ell - ip_j\ell) - 1] + \\ & + \frac{1}{2sh\kappa_{Tj}\ell} \frac{[\exp(-\beta_j\ell) - \exp(-\kappa_{Tj}\ell)]}{[\kappa_{Tj} - ip_j]} \times \\ & \left. \times [\exp(\kappa_{Tj}\ell - ip_j\ell) - 1] + \frac{\exp(-\beta_j\ell - ip_j\ell) - 1}{\beta_j + ip_j} \right\}, \end{aligned} \quad (14)$$

где $p_1 = (k_{2z} - k_{41z})$, $p_2 = (k_{1z} - k_{42z})$. В параксиальном приближении при условии, что волны накачки падают на нелинейную среду под одинаковыми углами ($\bar{\kappa}_1 = -\bar{\kappa}_2$): $p_j = \frac{1}{2k}(\kappa_{4j}^2 - \kappa_1^2)$.

На рис. 2 при условии $A_{10}^0 = A_{20}^0$ приведён характерный график зависимости модуля коэффициента преобразования

$$K(\bar{\kappa}_3) = \frac{\sum_{j=1}^2 \tilde{A}_{4j}(\bar{\kappa}_{4j} = \bar{\kappa}_j - \bar{\kappa}_3, z = \ell)}{\tilde{A}_3^0(\bar{\kappa}_3)} \quad (15)$$

от поперечной составляющей волнового вектора сигнальной волны.

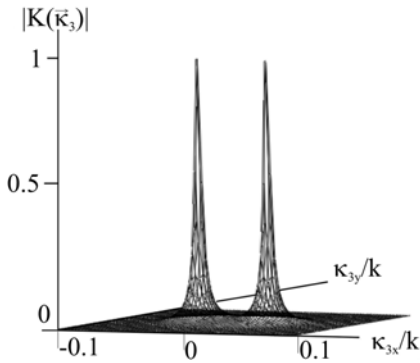


Рис. 2. Вид модуля коэффициента преобразования при угле между волнами накачки 6° и $\alpha\ell = 1,44$

На графике зависимости модуля коэффициента преобразования от $\bar{\kappa}_3$ наблюдаются два максимума, расстояние между которыми прямо пропорционально углу между волнами накачки. Наличие двух максимумов связано с записью в нелинейной среде двух тепловых решеток. В сечении максимумов плоскостью, параллельной плоскости $\kappa_{3x}\kappa_{3y}$ по уровню 0,5 от максимального значения, наблюдаются кривые, напоминающие эллипсы. Большая ось эллипса расположена в плоскости волн накачки и направлена по прямой, соединяющей максимумы. Величины малой и большой осей эллипса зависят от величины коэффициента поглощения и волнового числа.

При возрастании волнового числа большая и малая оси эллипса возрастают. При $k = const$ и росте коэффициента поглощения малая полуось эллипса уменьшается, а большая - возрастает.

Фаза коэффициента преобразования в зависимости от $\bar{\kappa}_3$ меняется по закону, близкому к параболическому. С ростом коэффициента поглощения скорость изменения фазы увеличивается, а при возрастании волнового числа - уменьшается.

2. Функция размытия точки

Пусть сигнальная волна распространяется от точечного источника, расположенного на расстоянии z_3 от передней грани нелинейного слоя (плоскость фокусировки сигнальной волны). Тогда с точностью до постоянного множителя комплексная амплитуда сигнальной волны на передней грани нелинейного слоя есть

$$\tilde{A}_3(\bar{\kappa}_3, z = 0) = \exp(-i\bar{\kappa}_3\bar{\rho}_0 + i\frac{\kappa_3^2}{2k}z_3), \quad (16)$$

где $\bar{\rho}_0$ - вектор, определяющий положение точечного источника в плоскости z_3 .

Будем рассматривать поле преобразованной волны на расстоянии z_4 от задней грани нелинейного слоя (плоскость фокусировки преобразованной волны)

$$\tilde{A}_{4j}(\bar{\kappa}_{4j}, z_4) = \tilde{A}_{4j}(\bar{\kappa}_{4j}, z = \ell) \exp(i\frac{\kappa_{4j}^2}{2k}z_4). \quad (17)$$

Под четырехволновым преобразователем излучения будем понимать оптическую систему, состоящую из участка свободного пространства толщиной z_3 , среды с тепловой нелинейностью, в которой распространяются две волны накачки, и участка свободного пространства толщиной z_4 .

Функция размытия точки является Фурье-образом от амплитуды пространственного спектра преобразованной волны на выходе оптической системы при условии, что на ее входе оптический сигнал является точечным

$$\begin{aligned} \Gamma(\bar{\rho}, z_3, z_4) = & \int \tilde{A}_{41}(\bar{\kappa}_{41}, z_3, z_4) \exp(-i\bar{\kappa}_{41}\bar{\rho}) d\bar{\kappa}_{41} + \\ & + \int \tilde{A}_{42}(\bar{\kappa}_{42}, z_3, z_4) \exp(-i\bar{\kappa}_{42}\bar{\rho}) d\bar{\kappa}_{42}. \end{aligned} \quad (18)$$

Подставив (14) в (18), с учетом (16), (17) получим выражение для функции размытия точки четырехволнового преобразователя излучения на тепловой нелинейности с попутными волнами накачки в центре поля зрения ($\bar{\rho}_0 = 0$) в виде

$$\begin{aligned} \Gamma(\bar{\rho}, z_3, z_4) = & \int \sum_{j=1}^2 \frac{f_{j0}}{\beta_j^2 - \kappa_{Tj}^2} \left\{ \frac{1}{2sh\kappa_{Tj}\ell} \times \right. \\ & \times \frac{[\exp(-\beta_j\ell) - \exp(\kappa_{Tj}\ell)]}{[\kappa_{Tj} + ip_j]} [\exp(-\kappa_{Tj}\ell - ip_j\ell) - 1] + \\ & + \frac{1}{2sh\kappa_{Tj}\ell} \frac{[\exp(-\beta_j\ell) - \exp(-\kappa_{Tj}\ell)]}{[\kappa_{Tj} - ip_j]} \times \\ & \left. \times [\exp(\kappa_{Tj}\ell - ip_j\ell) - 1] + \frac{\exp(-\beta_j\ell - ip_j\ell) - 1}{\beta_j + ip_j} \right\} \times \\ & \times \exp \left[i\frac{\kappa_{4j}^2}{2k}z_4 - i\frac{\kappa_3^2}{2k}z_3 - i\bar{\kappa}_{4j}\bar{\rho} \right] d\bar{\kappa}_{4j}. \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь $f_{j0} = \alpha A_{j0}^0 / \Lambda c_p v$. На рис. 3 приведен характерный график зависимости от поперечных координат нормированного на максимальное значение (Γ_{max}) модуля функции размытия точки $\tilde{\Gamma}(\vec{\rho}) = |\Gamma(\vec{\rho})| / \Gamma_{max}$, полученный методом численного анализа выражения (19). С ростом поперечной координаты наблюдается уменьшение модуля ФРТ.

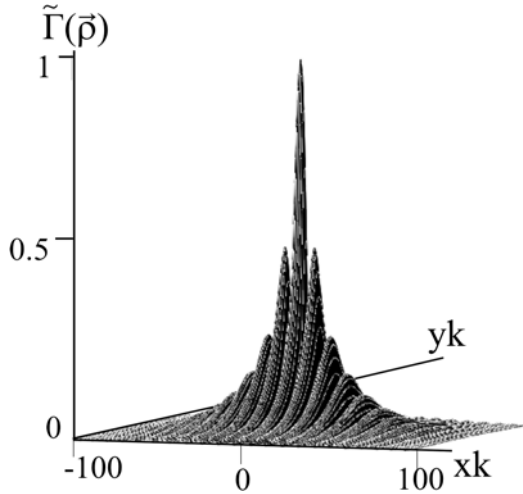


Рис. 3. Вид модуля ФРТ при угле между волнами накачки 6° и $\alpha\ell = 1,44$

Введем понятие ширины модуля ФРТ в плоскости волн накачки ($\Delta x = |x_1 - x_2|$) и в плоскости, перпендикулярной плоскости волн накачки ($\Delta y = |y_1 - y_2|$), где $x_{1,2}$ и $y_{1,2}$, определяются из условий

$$|\Gamma(x_{1,2}, y = 0, z_3, z_4)| = \frac{1}{2} |\Gamma(\rho = 0, z_3, z_4)|, \quad (20)$$

$$|\Gamma(y_{1,2}, x = 0, z_3, z_4)| = \frac{1}{2} |\Gamma(\rho = 0, z_3, z_4)|. \quad (21)$$

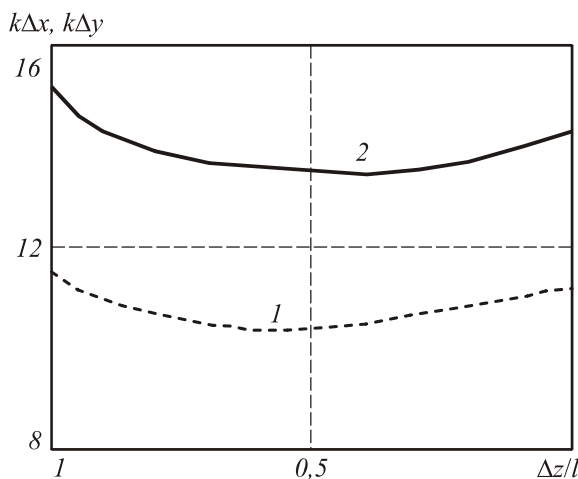


Рис. 4. Изменение ширины модуля ФРТ в плоскости волн накачки (1), в плоскости, перпендикулярной плоскости волн накачки (2) при угле между волнами накачки 3° и $\alpha\ell = 1,44$

Ширина модуля ФРТ характеризует разрешающую способность четырехволнового преобразователя излучения. На рис.4 приведены зависимости ширины модуля ФРТ от разности положений плоскостей фокусировки сигнальной и преобразованных волн: $\Delta z = z_3 - z_4$.

При фиксированном положении плоскости фокусировки сигнальной волны существует оптимальное положение плоскости фокусировки преобразованной волны (плоскость оптимальной фокусировки), в пределах которой ширина модуля ФРТ минимальна. Положения плоскостей оптимальной фокусировки преобразованной волны при рассмотрении ширины модуля ФРТ в направлениях, задаваемых осями OX ($z_{4opt\parallel}$) и OY ($z_{4opt\perp}$), различно. При малых углах

падения волн накачки на нелинейную среду $\frac{\kappa_j}{k} \ll 1$

и $\alpha\ell < 1$ положение плоскостей $z_{4opt\perp}$ и $z_{4opt\parallel}$ совпадает и определяется выражением вида

$$z_{4opt\perp} = z_{4opt\parallel} = z_3 + \frac{\ell}{n}. \quad (22)$$

С увеличением угла между волнами накачки наблюдается резкое уменьшение ширины модуля ФРТ в плоскости волн накачки и незначительное изменение ширины модуля ФРТ в плоскости, перпендикулярной плоскости волн накачки (рис.5, кривые 1,2). При этом увеличивается и расстояние между плоскостями оптимальной фокусировки $z_{4opt\parallel}$ и $z_{4opt\perp}$ (рис. 5, кривая 3). С физической точки зрения сужение модуля ФРТ в плоскости волн накачки аналогично уменьшению ширины пятна при дифракции Фраунгофера на двух отверстиях с ростом расстояния между отверстиями.

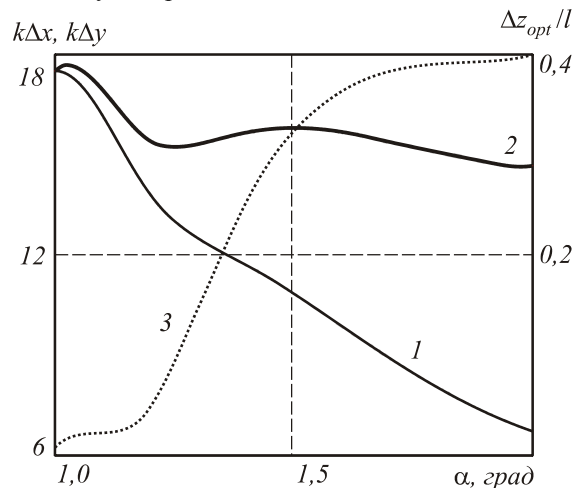


Рис. 5. Зависимость ширины модуля ФРТ в плоскости волн накачки (1), в плоскости, перпендикулярной плоскости волн накачки, (2) и расстояния между плоскостями оптимальной фокусировки $\Delta Z_{opt} = \Delta z_{opt\perp} - \Delta z_{opt\parallel}$ (3) от угла между волнами накачки при $\alpha\ell = 1,44$

На рис. 6 приведены зависимости ширины модуля ФРТ в плоскостях оптимальной фокусировки $z_{4opt\parallel}$ и $z_{4opt\perp}$ (кривые 1, 2) и относительного положения этих плоскостей $\Delta z_{\parallel} = (z_{4opt\parallel} - z_3)/\ell$ и $\Delta z_{\perp} = (z_{4opt\perp} - z_3)/\ell$ (кривые 3,4) от толщины нелинейного слоя. При $\alpha\ell > 1$ увеличение толщины нелинейного слоя приводит к относительному сдвигу положения плоскостей оптимальной фокусировки к нелинейному слою. При этом ширина модуля ФРТ в плоскостях оптимальной фокусировки $z_{4opt\parallel}$ и $z_{4opt\perp}$ изменяется по закону

$$\Delta x = \beta_1 \sqrt{\ell}, \quad \Delta y = \beta_2 \sqrt{\ell}.$$

Здесь β_j - коэффициенты, $\beta_1 > \beta_2$. Величина коэффициента β_1 возрастает с увеличением угла между волнами накачки.

В заключение приведем оценки ширины ФРТ четырехволнового преобразователя излучения на тепловой нелинейности в схеме с попутными волнами накачки. В качестве нелинейной среды рассмотрим CCl_4 , в которой распространяется излучение CO_2 -лазера ($\alpha = 18 \text{ см}^{-1}$, $n = 1,46$) [6]. При толщине нелинейной среды $\ell = 500 \text{ мкм}$, и угле между волнами накачки $2,3^\circ$ ширина ФРТ в плоскости волн накачки $\Delta x = 12 \text{ мкм}$, в плоскости, перпендикулярной волнам накачки $\Delta y = 15,5 \text{ мкм}$. Приведённые значения получены в плоскости оптимальной фокусировки.

Для сравнения отметим, что в случае четырёхволнового преобразователя излучения на тепловой нелинейности в схеме со встречными волнами накачки, при условии $\Delta z = 0$ [4] ширина модуля ФРТ равна 10 мкм.

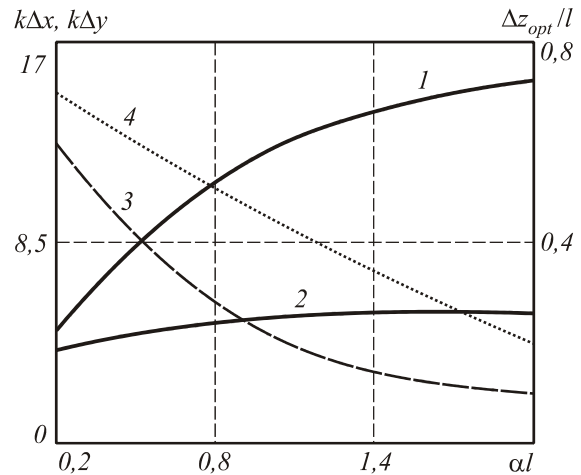


Рис. 6. Зависимость ширины модуля ФРТ в плоскостях оптимальной фокусировки $z_{4opt\parallel}$ (1) и $z_{4opt\perp}$ (2) и относительного положения этих плоскостей (3,4) от толщины нелинейного слоя при угле между волнами накачки 6°

Литература

1. Ильинский Ю.А., Янайт Ю.А. // Известия вузов. Радиофизика. 1970. Т.13. №1. С. 37-43.
2. Воронин Э.С., Ивахник В.В., Соломатин В.В., Петникова В.М., Шувалов В.В. // Квантовая электроника. 1979. Т.6. №9. С. 2009-2014.
3. Васильев Л.А., Галушкин М.Г., Серёгин А.М., Чебуркин Н.В. // Квантовая электроника. 1982. Т. 9. №8. С. 1571-1575.
4. Ивахник В.В., Никонов В.И. // Оптика и спектроскопия. 1997. Т.82. №1. С. 55-59.
5. Ананьев Ю. А., Соловьёв В. Д., // Оптика и спектроскопия. 1983. Т.54. №1. С. 136-142.
6. Бетин А.А., Жуков Е. А., Новиков В. П. // Оптика и спектроскопия. 1985. Т. 59. №6. С. 1363-1366.