

СОГЛАСОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ, ОСНОВАННЫХ НА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ И ИНТЕГРАЛЬНОМ ОПЕРАТОРАХ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СРЕДЕ С МАЛЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

Стрилец А.С., Хонина С.Н.

Самарский государственный аэрокосмический университет им. С.П. Королева
Институт систем обработки изображений РАН

Аннотация

В данной работе рассмотрено распространение монохроматических световых пучков в среде с малыми неоднородностями показателя преломления, в частности в среде с параболическим профилем показателя преломления. Проведено обоснование метода моделирования распространения светового пучка в параболическом волокне, основанного на его распространении в однородной среде через периодическую последовательность тонких линз. С помощью предельного перехода к бесконечному числу линз, находящихся на бесконечно малых расстояниях друг от друга, получен интегральный оператор распространения в параболической среде в параксиальном приближении, проведен анализ его свойств. Проведено исследование действия параксиального интегрального оператора на моды Гаусса – Лагерра.

1. Распространение линейно поляризованного монохроматического светового пучка в неоднородной среде

1.1. Среда с малыми неоднородностями показателя преломления

Рассмотрим неоднородную диэлектрическую среду. Напряженность электрического поля $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$ распространяющегося в ней монохроматического светового пучка описывается векторным уравнением

$$\nabla^2 \vec{E} + \nabla(\nabla \ln n^2, \vec{E}) + k_0^2 n^2 \vec{E} = 0, \quad (1)$$

где $n = n(\vec{r})$ - показатель преломления среды; \vec{r} - радиус-вектор; $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ - волновое число; λ_0 - длина волны в свободном пространстве.

При условии $\frac{\delta(n^2)}{n^2} \ll 1$ (где δ означает изменение, неоднородность), которое должно выполняться на расстояниях порядка длины волны, вторым слагаемым в уравнении (1) можно пренебречь [1]. Таким образом, уравнение (1) переходит в уравнение Гельмгольца

$$[\nabla^2 + k_0^2 n^2(\vec{r})] \vec{E}(\vec{r}) = 0. \quad (2)$$

В рамках скалярной теории рассматриваются линейно поляризованные световые пучки. Для них справедливо скалярное уравнение Гельмгольца

$$[\nabla^2 + k_0^2 n^2(\vec{r})] E(\vec{r}) = 0. \quad (3)$$

Далее рассмотрим среду, показатель преломления которой не зависит от расстояния на оптической оси z , то есть $n = n(x, y)$, где x , y и z - декартовы координаты.

Перепишем уравнение (3)

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} E(x, y, z) = -[\nabla_{\perp}^2 + k_0^2 n^2(x, y)] E(x, y, z), \quad (4)$$

где $\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ - поперечный лапласиан.

Представим решение уравнения (4) в виде

$$E(x, y, z) = \exp\{\pm i \hat{A} z\} E_0(x, y), \quad (5)$$

где \hat{A} - некоторый дифференциальный оператор;

$\exp\{\pm i \hat{A} z\} \equiv \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(\pm i)^p}{p!} \hat{A}^p z^p$ - операторная экспонента; $E_0(x, y)$ - распределение комплексной амплитуды в начальной плоскости на расстоянии $z = 0$; знак «+» соответствует распространению волны в положительном направлении оптической оси.

Подставляя соотношение (5) в уравнение Гельмгольца (4) можно получить, что для оператора \hat{A} справедливо соотношение

$$\hat{A}^2 = \nabla_{\perp}^2 + k_0^2 n^2(x, y). \quad (6)$$

Далее рассмотрим среду с малыми поперечными неоднородностями показателя преломления

$$n(x, y) = n_0 + \delta n(x, y), \quad (7)$$

где n_0 - некоторое среднее значение показателя преломления; $\delta n(x, y)$ - функция, описывающая неоднородность среды.

Соотношение (6) для оператора \hat{A} можно переписать в виде

$$\hat{A}^2 = \nabla_{\perp}^2 + k^2 \left(1 + \frac{\delta n(x, y)}{n_0} \right)^2, \quad (8)$$

где $k = k_0 n_0$ - волновое число в однородной среде с показателем преломления n_0 .

Согласно [2-5] при условии малой неоднородности $\frac{\delta n(x, y)}{n_0} \ll 1$ справедлива следующая аппроксимация

$$\hat{A} \approx \hat{A}_{app} = [\nabla_{\perp}^2 + k^2]^{1/2} + k \frac{\delta n(x, y)}{n_0}. \quad (9)$$

Можно показать, используя (5) и (9), что для световых пучков, распространяющихся на небольшие расстояния δz в положительном направлении оптической оси справедливо соотношение

$$\begin{aligned} E(x, y, \delta z) &\approx \exp\left\{i \frac{\delta z}{2} [\nabla_{\perp}^2 + k^2]^{1/2}\right\} \times \\ &\times \exp\{i \delta z \chi(x, y)\} \times \\ &\times \exp\left\{i \frac{\delta z}{2} [\nabla_{\perp}^2 + k^2]^{1/2}\right\} E_0(x, y) + O(\delta z^3). \end{aligned} \quad (10)$$

Результатом действия первой дифференциальной экспоненты на начальное распределение комплексной амплитуды $\exp\left\{i \frac{\delta z}{2} [\nabla_{\perp}^2 + k^2]^{1/2}\right\} E_0(x, y)$ является распределение, формируемое при распространении светового пучка в однородной среде с показателем преломления n_0 на расстоянии $\frac{1}{2} \delta z$ от начальной плоскости. Умножение распределения комплексной амплитуды на выражение $\exp\{i \delta z \chi(x, y)\}$ эквивалентно действию некоторого тонкого оптического элемента на проходящий через него световой пучок. Этот оптический элемент изменяет волновой фронт на величину $\phi(x, y) = \delta z \chi(x, y)$.

Таким образом, многократное использование аппроксимации (10) с точностью до погрешности $O(\delta z^3)$ эквивалентно моделированию распространения светового пучка через периодическую систему одинаковых тонких оптических элементов с функцией пропускания $\tau(x, y) = \exp\{i \delta z \chi(x, y)\}$ в однородной среде с показателем преломления n_0 .

Первый элемент расположен на расстоянии $\frac{1}{2} \delta z$ от начальной плоскости, два соседних элемента располагаются на расстоянии δz друг от друга.

Отметим также, что в приближении Френеля справедлива аппроксимация

$$\exp\left\{i z [\nabla_{\perp}^2 + k^2]^{1/2}\right\} \approx \exp\left\{i k z \left[1 + \frac{\nabla_{\perp}^2}{2k^2}\right]\right\}. \quad (11)$$

Результат действия дифференциального оператора (11) на распределение $E_0(x, y)$ аналогичен

распределению комплексной амплитуды, полученному с помощью интеграла Френеля

$$\begin{aligned} E(x, y, z) &= -\frac{ik}{2\pi z} \exp\{ikz\} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_0(\xi, \eta) \times \\ &\times \exp\left\{\frac{ik}{2z} [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]\right\} d\xi d\eta. \end{aligned} \quad (12)$$

Далее перейдем к рассмотрению среды с параболической зависимостью показателя преломления – важного частного случая неоднородной среды.

1.2. Среда с параболической зависимостью показателя преломления

Для показателя преломления градиентного параболического волокна справедливо соотношение

$$n^2(r) = n_0^2 \left(1 - 2\Delta \frac{r^2}{r_0^2}\right) = n_0^2 (1 - \alpha^2 r^2), \quad (13)$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ – радиус цилиндрической системы координат; n_0 – показатель преломления на оптической оси волокна; r_0 – характерный радиус волокна; Δ – параметр дисперсии показателя преломления среды; $\alpha = \frac{\sqrt{2\Delta}}{r_0}$ – константа, определяющая кривизну профиля показателя преломления.

Известно [6, 7], что решением уравнения Гельмгольца (3), конечным на оптической оси, в цилиндрических координатах является суперпозиция мод Гаусса – Лагерра (ГЛ)

$$\begin{aligned} \Psi_{n,m}(r, \varphi, z) &= C_{n,m} \left(\frac{r}{\sigma_0}\right)^{|m|} L_n^{|m|} \left(\frac{r^2}{\sigma_0^2}\right) \times \\ &\times \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_0^2}\right) \exp(im\varphi) \exp(\pm i\beta_{n,m} z), \end{aligned} \quad (14)$$

где r, φ, z – цилиндрические координаты; n – неотрицательное целое число, m – целое число;

$L_n^m(\xi) = \frac{1}{n!} e^{\xi} \xi^{-m} \frac{d^n}{d\xi^n} \{e^{-\xi} \xi^{n+m}\}$ – многочлены Лагерра.

В выражении (14) входят следующие параметры:

1) $\sigma_0 = \frac{1}{\sqrt{k\alpha}}$ – эффективный радиус фундаментальной моды;

2) $\beta_{n,m} = k \sqrt{1 - \frac{2\alpha}{k} (2n + |m| + 1)}$ – постоянная распространения;

3) $C_{n,m} = \frac{1}{\sigma_0} \sqrt{\frac{n!}{\pi(n+|m|)!}}$ – нормировочная константа.

Для параболической среды функцию $\chi(x, y)$ из выражения (10) можно переписать следующим образом

$$\chi(r) = k \frac{\delta n(r)}{n_0} = -k \Delta \frac{r^2}{r_0^2} + O(\Delta^2). \quad (15)$$

Известно, что выражение $\tau(r) = \exp\left\{-i \frac{k}{2f} r^2\right\}$ является функцией пропускания тонкой круглой собирающей линзы в параксиальном приближении, где f - фокусное расстояние.

Таким образом, в случае параболической среды оптическими элементами являются собирающие линзы с фокусным расстоянием $f = \frac{r_0^2}{2\Delta} \frac{1}{\delta z} = \frac{1}{\alpha^2 \delta z}$.

2. Параксиальный интегральный оператор распространения в параболическом волокне

2.1. Вывод параксиального интегрального оператора

В приближении Френеля для параболической среды, пользуясь интегралом (12), можно получить при условии $\alpha r \ll 1$ выражение (10) в интегральной форме

$$\begin{aligned} E(x, y, \delta z) \approx & -\frac{ik}{2\pi\delta z} \frac{1}{\gamma(\delta z)} \exp\{ik\delta z\} \times \\ & \times \exp\left\{\frac{ik}{2\delta z} \left[2 - \frac{1}{\gamma(\delta z)}\right] [x^2 + y^2]\right\} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_0(\xi, \eta) \times \\ & \times \exp\left\{\frac{ik}{2\delta z} \left[2 - \frac{1}{\gamma(\delta z)}\right] [\xi^2 + \eta^2]\right\} \times \\ & \times \exp\left\{-\frac{ik}{\delta z} \frac{1}{\gamma(\delta z)} [\xi x + \eta y]\right\} d\xi d\eta + O(\delta z^3), \end{aligned} \quad (16)$$

где $\gamma(z) = 1 - \frac{\alpha^2 z^2}{4}$.

Можно показать, что после прохождения световым пучком N одинаковых тонких линз его комплексная амплитуда на расстоянии $N\delta z$ будет описываться следующим интегральным соотношением

$$\begin{aligned} E(x, y, N\delta z) \approx & -\frac{ik}{2\pi\delta z} \frac{1}{\gamma_N^{(2)}(\delta z)} \exp\{ikN\delta z\} \times \\ & \times \exp\left\{\frac{ik}{2\delta z} \left[2 - \frac{1}{\gamma_N^{(1)}(\delta z)}\right] [x^2 + y^2]\right\} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_0(\xi, \eta) \times \\ & \times \exp\left\{\frac{ik}{2\delta z} \left[2 - \frac{1}{\gamma_N^{(1)}(\delta z)}\right] [\xi^2 + \eta^2]\right\} \times \\ & \times \exp\left\{-\frac{ik}{\delta z} \frac{1}{\gamma_N^{(2)}(\delta z)} [\xi x + \eta y]\right\} d\xi d\eta + O(N\delta z^3), \end{aligned} \quad (17)$$

где $\gamma_N^{(1)}(z)$ и $\gamma_N^{(2)}(z)$ - последовательности, для которых справедливы следующие рекуррентные соотношения:

$$\begin{aligned} \gamma_{N+1}^{(1)}(z) &= \gamma(z) - \frac{1}{4 - \frac{1}{\gamma_N^{(1)}(z)}}, \\ \gamma_{N+1}^{(2)}(z) &= \gamma_N^{(2)}(z) \left[\left(4 - \frac{1}{\gamma_N^{(1)}(z)}\right) \gamma(z) - 1 \right], \\ \gamma_1^{(1)}(z) &= \gamma_1^{(2)}(z) = \gamma(z). \end{aligned} \quad (18)$$

Сделав предельный переход: $\delta z \rightarrow 0$, $N \rightarrow \infty$, $N\delta z = z$, можно показать, что справедливы следующие предельные соотношения [8]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\delta z} \left[2 - \frac{1}{\gamma_N^{(1)}(\delta z)} \right] &\rightarrow \frac{\alpha}{\tan(\alpha z)}, \\ \frac{1}{\delta z \gamma_N^{(2)}(\delta z)} &\rightarrow \frac{\alpha}{\sin(\alpha z)}. \end{aligned} \quad (19)$$

Тогда, учитывая эти предельные соотношения, интеграл (16), примет вид

$$\begin{aligned} E(x, y, z) \approx & -\frac{ik\alpha}{2\pi\sin(\alpha z)} \exp\{ikz\} \times \\ & \times \exp\left\{\frac{ik\alpha}{2\tan(\alpha z)} [x^2 + y^2]\right\} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_0(\xi, \eta) \times \\ & \times \exp\left\{\frac{ik\alpha}{2\tan(\alpha z)} [\xi^2 + \eta^2]\right\} \times \\ & \times \exp\left\{-\frac{ik\alpha}{\sin(\alpha z)} [\xi x + \eta y]\right\} d\xi d\eta. \end{aligned} \quad (20)$$

Интеграл (20) является параксиальным оператором распространения светового пучка в волокне с параболическим профилем показателя преломления (13), справедливым при условии $\alpha r \ll 1$.

Интеграл (20) имеет такой же вид, что и рассмотренный в предыдущей статье [9] интегральный оператор. Эти интегралы различаются коэффициентами в аргументе тригонометрических функций.

2.2. Свойства параксиального интегрального оператора

Рассмотрим кратко свойства интеграла (20), доказательство которых схоже с приведенными в предыдущей статье [9] выкладками.

1. Переход к однородной среде: $\alpha \rightarrow 0$.

При этом предельном переходе интегральный оператор (20) принимает вид интеграла Френеля (12), описывающего распространение световых пучков в однородной среде в параксиальном приближении.

2. Интеграл (20) имеет период $z_T = \frac{2\pi}{\alpha}$.

На расстояниях кратных четверти периода распределение $F(x, y, z) = E(x, y, z) \exp\{-ikz\}$ имеет следующие особенности:

- 1) на расстоянии $z = \frac{1}{4}z_T$ распределение $F(x, y, z)$ является преобразованием Фурье начального распределения;
- 2) на расстоянии $z = \frac{1}{2}z_T$ формируется перевернутое распределение $-E_0(-x, -y)$;
- 3) на расстоянии $z = \frac{3}{4}z_T$ распределение $F(x, y, z)$ является обратным преобразованием Фурье начального распределения;
- 4) на расстоянии $z = z_T$ формируется начальное распределение $E_0(x, y)$.

2.3. Анализ действия параксиального интегрального оператора на моды Гаусса – Лагерра

Рассмотрим действие параксиального интеграла (20) на моды ГЛ (14) с произвольным начальным эффективным радиусом σ

$$E_0(r, \varphi) = \Psi_{n,m}(r, \varphi, 0) = C_{n,m} \left(\frac{r}{\sigma}\right)^{|m|} L_n^{|m|} \left(\frac{r^2}{\sigma^2}\right) \exp\left\{-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right\} \exp\{im\varphi\}. \quad (21)$$

Выкладки, позволяющие получить результат действия оператора (20) на моды ГЛ (21), аналогичны приведенным в предыдущей статье [9]. Приведем полученный результат

$$\Psi_{n,m}(r, \varphi, z) = C_{n,m} \frac{\sigma}{\sigma(z)} \left(\frac{r}{\sigma(z)}\right)^{|m|} \times L_n^{|m|} \left(\frac{r^2}{\sigma^2(z)}\right) \exp\left\{i\beta_{n,m}(r, z) - \frac{r^2}{2\sigma^2(z)} + im\varphi\right\}, \quad (22)$$

где $\sigma(z) = \sigma \sqrt{\cos^2(\alpha z) + \frac{\sigma_0^4}{\sigma^4} \sin^2(\alpha z)}$ - эффективный радиус $\Psi_{n,m}(r, \varphi, z)$;

$$\beta_{n,m}(r, z) = kz + (2n + |m| + 1) \left[\arctan \left\{ \frac{\sigma^2}{\sigma_0^2} \frac{1}{\tan(\alpha z)} \right\} - \frac{\pi}{2} \right] +$$

$$+ \left(1 - \frac{\sigma^2}{\sigma^2(z)}\right) \frac{1}{\tan(\alpha z)} \frac{r^2}{2\sigma_0^2}$$

определяющая фазовую скорость $\Psi_{n,m}(r, \varphi, z)$.

В частности, если волновод освещен его собственной модой ГЛ ($\sigma = \sigma_0$), то выражение (22) принимает вид

$$\Psi_{n,m}(r, \varphi, z) = C_{n,m} \left(\frac{r}{\sigma_0}\right)^{|m|} L_n^{|m|} \left(\frac{r^2}{\sigma_0^2}\right) \times \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_0^2}\right) \exp\{i\beta_{n,m}z\} \exp\{im\varphi\}, \quad (23)$$

где $\beta_{n,m} = k \left[1 - \frac{\alpha}{k} (2n + |m| + 1)\right]$.

Полученное выражение (23) практически совпадает с точным решением (14). Эти выражения различаются только величиной $\beta_{n,m}$.

Точное значение $\beta_{n,m}$ описывается следующим

$$\text{выражением } \beta_{n,m} = k \sqrt{1 - \frac{2\alpha}{k} (2n + |m| + 1)}.$$

Разложив это выражение по формуле Тейлора с учетом $\alpha \ll 1, k \gg 1$ и оставив только два слагаемых, можно получить выражение для величины $\beta_{n,m}$ из соотношения (23).

Ниже на рис. 1 приведены графики зависимости эффективного радиуса $\sigma(z)$ из выражения (22) фундаментальной моды, распространяющейся в параболическом волокне, от расстояния z .

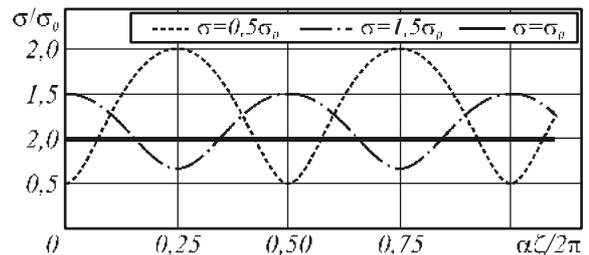


Рис. 1. Зависимость $\sigma(z)/\sigma_0$ от величины z/z_T .

Если начальный эффективный радиус σ меньше, чем эффективный радиус собственной моды волокна σ_0 , то радиус пучка $\sigma(z)$ вначале увеличивается,

достигая максимального значения $\sigma_{\max} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma}$ в точках

$$z_s = \frac{\pi}{\alpha} \left[s - \frac{1}{2} \right], \quad s \in \mathbb{N},$$

где формируется Фурье - образ исходного пучка. Затем он уменьшается, достигая своего начального минимального значения

$\sigma_{\min} = \sigma_0$ в точках $\sigma(z), z_s = \frac{\pi}{\alpha} s, s \in \mathbb{N}$. Если же σ больше, чем величина σ_0 , то $\sigma(z)$ вначале убывает

до значения $\sigma_{\min} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma}$, а затем возрастает, принимая начальное значение.

Ниже приводятся распределения интенсивности $|\Psi_{n,m}(r, \varphi, z)|^2$ для некоторых пучков ГЛ и их

суперпозиций, распространение которых описывается формулой (22).

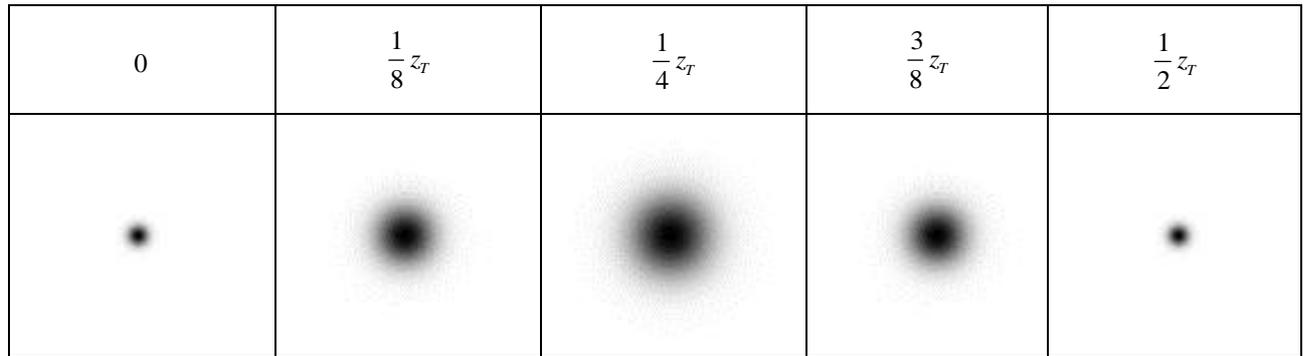


Рис. 2. Распределения интенсивности для моды $\Psi_{0,0}$ ($\sigma = \frac{1}{2}\sigma_0$).

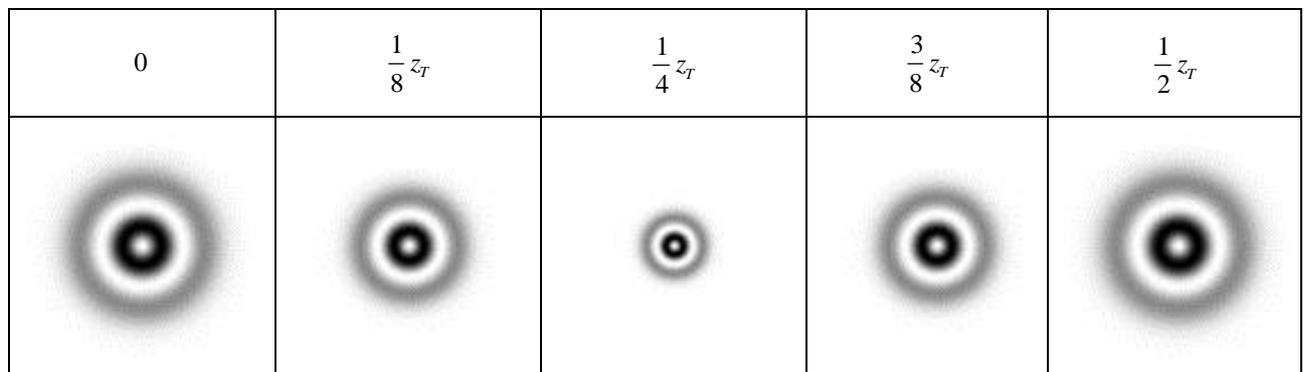


Рис. 3. Распределения интенсивности для моды $\Psi_{1,1}$ ($\sigma = \frac{3}{2}\sigma_0$).

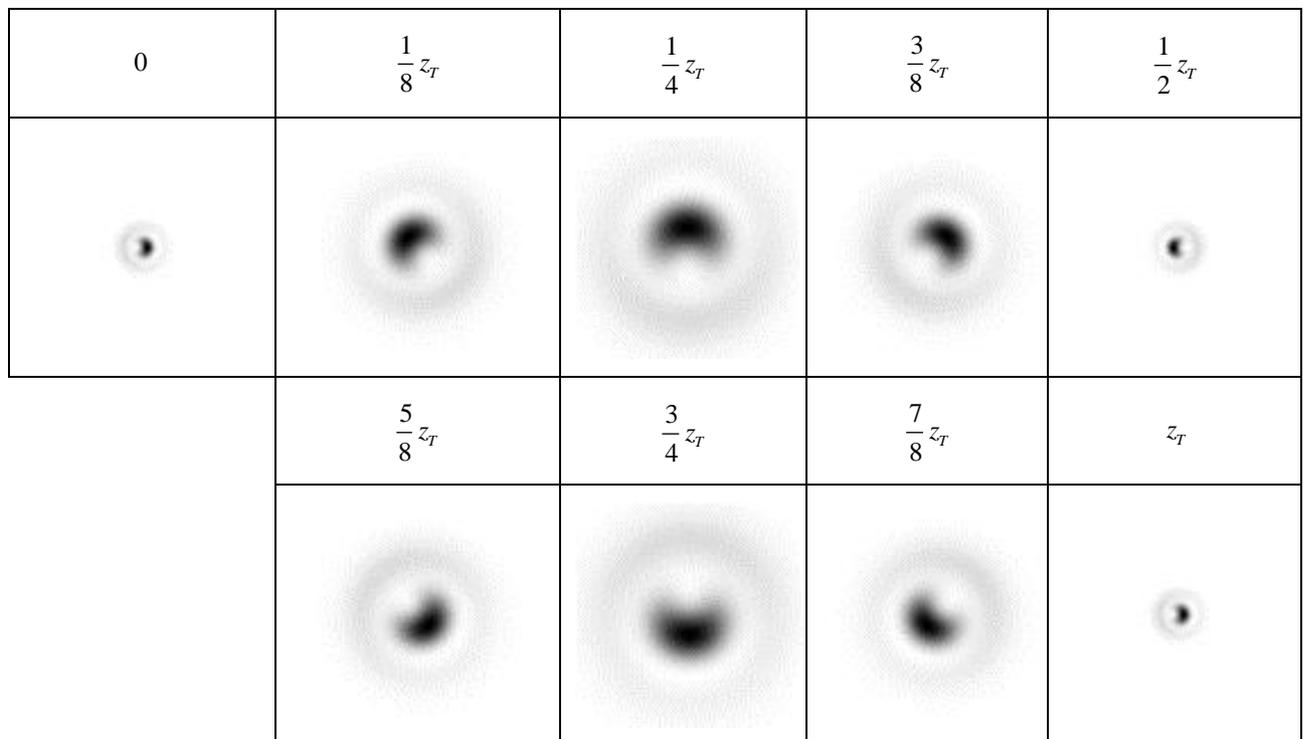


Рис. 4. Распределения интенсивности для суперпозиции мод $\Psi_{0,0} + \Psi_{1,-1}$ ($\sigma = \frac{1}{2}\sigma_0$).

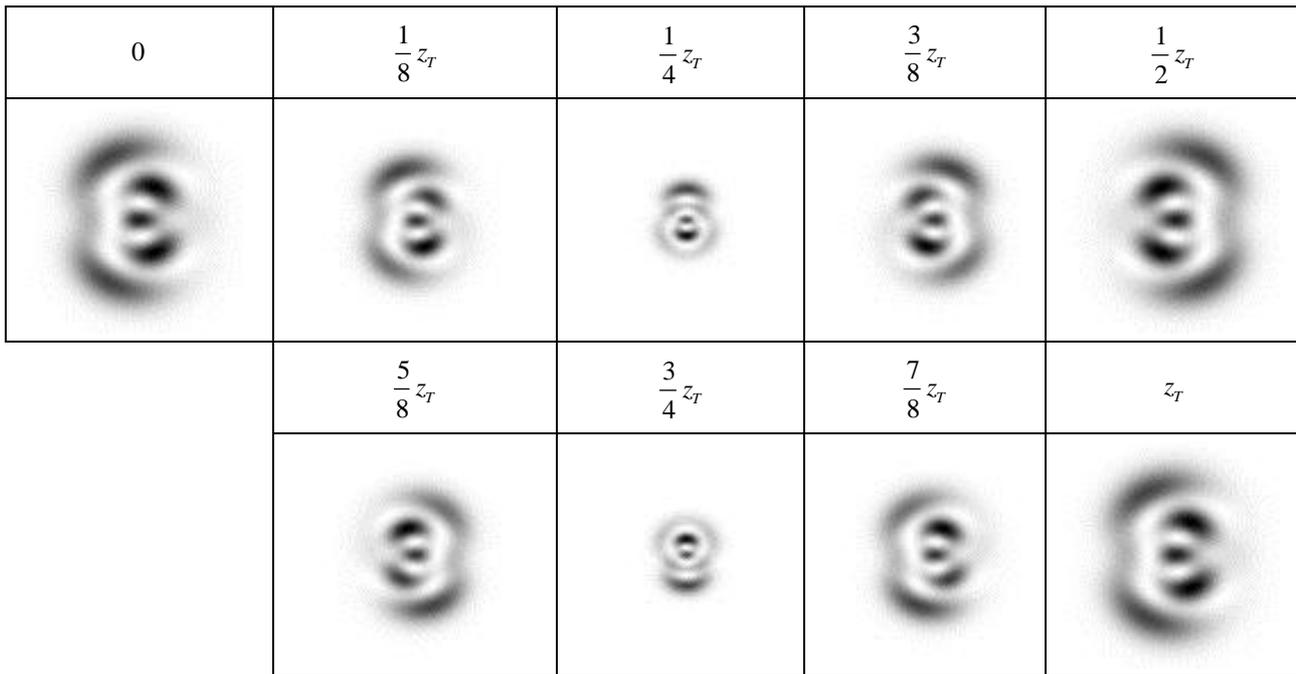


Рис.5. Распределения интенсивности для суперпозиции мод $\Psi_{2,0} + \Psi_{1,2} + \Psi_{0,3}$ ($\sigma = \frac{3}{2}\sigma_0$).

3. Заключение

В данной работе проведено исследование распространения монохроматических линейно поляризованных световых пучков в неоднородной среде и, в частности, в волокне с параболическим профилем показателя преломления.

В работе выполнена аппроксимация дифференциального оператора распространения в среде с малыми неоднородностями, которая позволяет рассматривать распространение световых пучков в неоднородной среде как распространение в однородной среде через систему тонких оптических элементов.

С помощью предельного перехода при бесконечно большом количестве линз, находящихся на бесконечно малых расстояниях друг от друга, получен в приближении Френеля интегральный оператор распространения световых полей в параболической среде. При анализе параксиального интеграла было установлено самовоспроизведение поперечного распределения световых пучков с определённым периодом z_T . В пределе при стремлении дисперсионного параметра волокна к нулю интегральный оператор переходит в интеграл Френеля, описывающий распространение светового поля в однородной среде.

Аналитически получен результат действия интегрального оператора на моды Гаусса - Лагерра с произвольным начальным эффективным радиусом. Если начальный радиус совпадает с радиусом собственной моды для этого волокна, то полученная результирующая функция совпадает с модой ГЛ с точностью до двух слагаемых в разложении Тейлора величины $\beta_{n,m}$. В случае несовпадения эффективных радиусов пучков периодически расширяется и

сужается, восстанавливаясь на расстояниях, кратных периоду z_T .

Благодарности

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российско-Американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (грант CRDF RUX0-014-Sa-06), а также грантов РФФИ № 07-07-97600 и 08-07-99007.

Литература

1. **Короленко, П. В.** Оптика когерентного излучения. – М.: Наука, 1997
2. **Feit M.D., Fleck J.A.** Light Propagation in Graded-Index Optical Fibers // Appl. Opt., 1978. Vol. 17 (24). PP. 3990-3998
3. **Okoshi T., Kitazawa S.** The Beam Propagation Method // Analysis methods for electromagnetic wave problems. Editor E. Yamashita, Artech House, 1990. Chapter 10.
4. **Huand W. et al.** The Finite-Difference Vector Beam Propagation Method: Analysis and Assesment // J. of Lightwave Technology, 1992. Vol. 10 (3).
5. **Lu Y.Y.** Some Techniques for Computing Wave Propagation in Optical Waveguides // Communications in Computational Physics, 2006. Vol. 1. PP. 1056-1075.
6. **Снайдер А., Лав Д.** Теория оптических волноводов. – М.: Радио и связь, 1987
7. Методы компьютерной оптики / Под ред. В.А.Сойфера. – М.: Физматлит, 2003. – 688с.
8. **Корн, Г.** Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн - М.: Наука, 1977. - 832 с.
9. **Стрилец А. С., Хонина С. Н.** Исследование распространения лазерных пучков в параболическом оптическом волокне с помощью интегрального параксиального оператора / Компьютерная оптика, 2007. Том 31 - № 4. – С.33-39.

**MATCHING AND INVESTIGATION METHODS BASED ON DIFFERENTIAL
AND INTEGRAL OPERATORS OF LASER RADIATION PROPAGATION
IN A MEDIUM WITH SMALL INHOMOGENEITIES**

A.S. Striletz^{1,2}, S.N. Khonina^{1,2}

¹ *S.P. Korolyov Samara State Aerospace University*

² *Image Processing Systems Institute of the RAS*

Abstract

We now suggest monochromatic light-beam propagation in a medium with small inhomogeneities of the refractive index, in particular, in the medium with a parabolic profile of the refractive index. A simulation method is explained for light wave propagation in a parabolic fiber based on its propagation in a homogeneous media through a periodic sequence of thin lenses. Using a limiting transition to infinity of lenses, being spaced a differential distance apart, an integral operator of propagation in the parabolic medium with the paraxial approximation is received, and its properties are analyzed. The action of the paraxial integral operator on Gauss – Laguerre modes is examined.

Keywords: parabolic fiber, integral operator of propagation, paraxial approximation, Gauss – Laguerre modes.

Acknowledgements: The work was partly supported under the Russian-American Basic Research and Higher Education Program (grant CRDF RUX0-014-Sa-06) and by the Russian Foundation for Basic Research (grants Nos. 07-07-97600 and 08-07-99007).

Citation: Striletz AS, Khonina SN. Review and study of methods based on differential and integral operators of laser propagation in media with small inhomogeneities [In Russian]. *Computer Optics* 2008; 32(1): 33-38.

References

- [1] Korolenko PV. Optics of coherent radiation [In Russian]. Moscow: "Nauka" Publisher; 1997.
 - [2] Feit MD, Fleck JA. Light Propagation in Graded-Index Optical Fibers. *Appl. Opt.* 1978; 17(24): 3990- 3998.
 - [3] Okoshi T, Kitazawa S. The Beam Propagation Method. Analysis methods for electromagnetic wave problems. Editor Yamashita E. Artech House 1990; 10.
 - [4] Huand W et al. The Finite-Difference Vector Beam Propagation Method: Analysis and Assessment. *J. of Lightwave Technology* 1992; 10(3).
 - [5] Lu YY. Some Techniques for Computing Wave Propagation in Optical Waveguides. *Communications in Computational Physics* 2006; 1: 1056-1075.
 - [6] Snyder A, Love JD. Optical Waveguide Theory [In Russian]. Moscow: "Radio i svyaz' " Publisher; 1987.
 - [7] Methods of Computer Optics. Edited by V.A. Soifer [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2003: 688.
 - [8] Korn G, Korn T. Mathematical Handbook [In Russian]. Moscow: "Nauka" Publisher; 1977: 832.
 - [9] Striletz AS, Khonina SN. Propagation of laser vortex beams in a parabolic optical fiber using an integral paraxial operator [In Russian]. *Computer Optics* 2007; 31(4): 33-39.
-