РАСЧЕТ РАДИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫХ ПРЕЛОМЛЯЮЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ С УЧЕТОМ ФРЕНЕЛЕВСКИХ ПОТЕРЬ

Л.Л. Досколович[1,2], М.А. Моисеев[1,2]
[1]Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия,
[2]Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия

Аннотация

Получена система дифференциальных уравнений для расчета радиально-симметричных оптических элементов с учетом френелевских потерь. Рассчитан оптический элемент для создания равномерно освещенного круга диаметром 90 мм на расстоянии 10 мм от источника и показана необходимость учета френелевских потерь.

Ключевые слова: освещенность, преломляющая поверхность, френелевские потери, оптический элемент.

Введение

Расчет зеркал и преломляющих оптических поверхностей для фокусировки в заданную область является актуальной задачей светотехники [1,2]. В общем случае даже при точечном источнике света расчет оптической преломляющей поверхности или зеркала сводится к решению нелинейного дифференциального уравнения в частных производных типа уравнения Монже-Ампера [3,4]. Решение данной задачи является крайне сложным. Аналитические решения известны только для частных случаев радиальной или цилиндрической симметрии при точечном (компактном) источнике излучения [5-8].

В [5-7] рассмотрен расчет зеркала для формирования заданной диаграммы направленности и фокусировки в круг, для профиля зеркала получено аналитическое выражение. Обобщение полученного аналитического решения на случай преломляющего оптического элемента не представляет сложности. При расчете систем подсветки с размером освещаемой области значительно большим, чем толщина системы, возникает необходимость учета френелевских потерь. В данной работе рассмотрен расчет радиально-симметричных преломляющих оптических элементов для фокусировки в круг с заданной освещенностью с учетом френелевских потерь. При точечном (компактном) источнике задача сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений, разрешенных относительно производной. По мнению авторов, полученные уравнения ранее не были опубликованы. На расчетных примерах показана эффективность данного подхода при расчете оптических элементов с размером области фокусировки на порядок большим толщины системы.

1. Расчет преломляющей поверхности

Геометрия задачи показана на рис. 1. Требуется рассчитать профиль $r(\varphi)$ радиально-симметричного преломляющего оптического элемента из условия фокусировки в круг на плоскости $z = f$ с заданным распределением освещенности $E(\rho)$. Точечный (компактный) источник света имеет интенсивность $I_0(\varphi)$ и находится в начале координат. Показатель преломления материала оптического элемента равен n_1, показатель преломления окружающей среды – n_2.

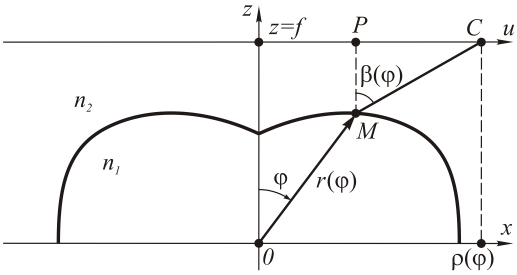


Рис. 1. Геометрия задачи

Направление луча от источника задается углом φ относительно оптической оси Oz. Пусть функция $\beta(\varphi)$ определяет угол между преломленным лучом и оптической осью. При заданной функции $\beta(\varphi)$ радиус-вектор $r(\varphi)$ может быть найден из следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{dr(\varphi)}{d\varphi} = -r(\varphi)\frac{\sin(\varphi+\beta(\varphi))}{n_1/n_2-\cos(\varphi+\beta(\varphi))}. \qquad (1)$$

Уравнение (1) несложно получить из закона Снеллиуса. Аналогичный результат для профиля зеркала представлен в работах [5-7]. Уравнение (1) переходит в уравнение зеркала при $n_1/n_2 = -1$. Пусть радиус точки пересечения луча с выходной плоскостью обозначается за $\rho(\varphi)$. В таком случае функция $\beta(\varphi)$ выражается из прямоугольного треугольника MPC на рис. 1:

$$\beta(\varphi) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\rho(\varphi)-r(\varphi)\sin(\varphi)}{f-r(\varphi)\cos(\varphi)}\right). \qquad (2)$$

Функция $\rho(\varphi)$ определяется из условия формирования требуемой освещенности $E_0(\rho)$ в плоскости $z = f$. Согласно закону сохранения светового потока

$$I_0(\varphi)T(\varphi,r(\varphi))\mathrm{d}\Omega = E(\rho(\varphi))\mathrm{d}S, \qquad (3)$$

где $\mathrm{d}\Omega = 2\pi\sin(\varphi)\mathrm{d}\varphi$ – дифференциал телесного угла, $\mathrm{d}S = 2\pi\rho(\varphi)\mathrm{d}\rho(\varphi)$ – дифференциал площади, $\rho(\varphi)$ – координата пересечения луча с выходной плоскостью, $T(\varphi,r(\varphi))$ – коэффициент пропускания Френеля для неполяризованного света. Согласно выражению (3),

$$\frac{\mathrm{d}\rho^2(\varphi)}{\mathrm{d}\varphi}=\frac{2I(\varphi)T(\varphi,r(\varphi))\sin(\varphi)}{E_0(\rho(\varphi))}. \tag{4}$$

Коэффициент пропускания Френеля $T(\varphi,r(\varphi))$ для неполяризованного света равен среднему арифметическому коэффициентов пропускания для базовых поляризаций (случаи, когда вектор электрического поля перпендикулярен или параллелен плоскости падения) и зависит от углов падения $\theta_i(\varphi)$ и преломления $\theta_t(\varphi)$ луча [9]:

$$T(\varphi,r(\varphi))=\left(T_{\parallel}(\varphi,r(\varphi))+T_{\perp}(\varphi,r(\varphi))\right)/2, \tag{5}$$

$$T_{\perp}(\varphi,r(\varphi))=\frac{n_2\cos(\theta_t)}{n_1\cos(\theta_i)}\left|\frac{2n_1\cos(\theta_i)}{n_2\cos(\theta_i)+n_1\cos(\theta_t)}\right|^2, \tag{6}$$

$$T_{\parallel}(\varphi,r(\varphi))=\frac{n_2\cos(\theta_t)}{n_1\cos(\theta_i)}\left|\frac{2n_1\cos(\theta_i)}{n_1\cos(\theta_i)+n_2\cos(\theta_t)}\right|^2. \tag{7}$$

Величины $\cos(\theta_i)$ и $\cos(\theta_t)$ в (6)–(7) несложно получить в виде

$$\cos\left(\theta_i\left(r(\varphi)\right)\right)=r(\varphi)\Big/\sqrt{r^2(\varphi)+\left(\frac{\mathrm{d}r(\varphi)}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2},$$

$$\cos\left(\theta_t\left(r(\varphi)\right)\right)=\sqrt{1-\frac{n_1^2}{n_2^2}\sin\left(\theta_i\left(r(\varphi)\right)\right)}. \tag{8}$$

Таким образом, с учетом выражений (1), (2) и (4), система дифференциальных уравнений для расчета преломляющей поверхности $r(\varphi)$ запишется в виде:

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}r(\varphi)}{\mathrm{d}\varphi}=-r(\varphi)\dfrac{\sin\left(\varphi+\operatorname{arcrtg}\left(\dfrac{\sqrt{t(\varphi)}-r(\varphi)\sin(\varphi)}{f-r(\varphi)\cos(\varphi)}\right)\right)}{n_1/n_2-\cos\left(\varphi+\operatorname{arcrtg}\left(\dfrac{\sqrt{t(\varphi)}-r(\varphi)\sin(\varphi)}{f-r(\varphi)\cos(\varphi)}\right)\right)},\\[2ex] \dfrac{\mathrm{d}t(\varphi)}{\mathrm{d}\varphi}=I(\varphi)\sin(\varphi)T(\varphi,r(\varphi))\Big/E\left(\sqrt{t}\right),\ t(\varphi)=\rho^2(\varphi),\end{cases} \tag{9}$$

где коэффициент пропускания Френеля $T(\varphi,r(\varphi))$ определяется выражениями (5)–(7). В системе уравнений использована новая функция $t(\varphi)=\rho^2(\varphi)$. Она позволяет избежать особенности в уравнении (4) (деление на ноль в точке $\rho(0)=0$).

Система (9) содержит дифференциальные уравнения, разрешенные относительно производной, поэтому для ее интегрирования можно применять стандартные методы, например, метод Рунге-Кутта. При коэффициенте пропускания Френеля $T(\varphi,r(\varphi))\equiv 1$ система уравнений (9) распадается на два независимых дифференциальных уравнения для расчета профиля преломляющей поверхности без учета френелевских потерь. При $T(\varphi,r(\varphi))\equiv 1$ и $n_1/n_2=-1$ получаются уравнения, используемые при расчете зеркал и приведенные в работах [5–7].

2. Примеры расчета

Был рассчитан оптический элемент для фокусировки в круг диаметром 90 *мм* с постоянной освещенностью, расположенный в плоскости $z=10$ ì ì. Расчет проводился для ламбертовского источника с интенсивностью $I(\varphi)=\cos(\varphi)$, $\varphi\in[0,\pi/2)$ при показателе преломления $n=1{,}56$ (полиметилметакрилат). Для интегрирования системы (9) использовался метод Рунге-Кутта 5-ого порядка (начальные условия: высота профиля $r(0)=5$ мм, $\rho(0)=0$ мм). Рассчитанный профиль оптического элемента и характерные размеры показаны на рис. 2.

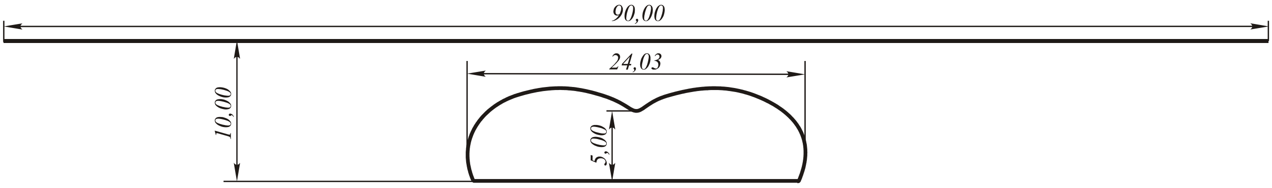
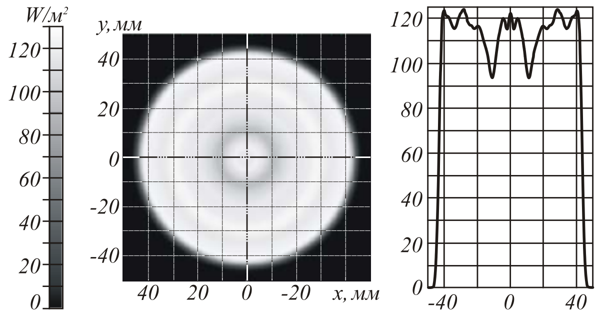


Рис. 2. Профиль оптического элемента и область фокусировки с соблюдением пропорций

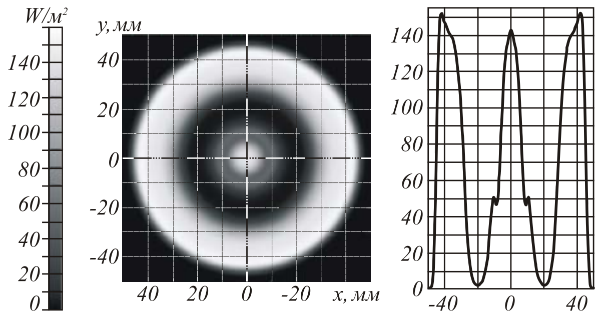
Расчетное распределение освещенности в плоскости фокусировки приведено на рис. 3. Расчет освещенности проводился с помощью коммерческой программы по светотехнике TracePro [10]. Распределение на рис. 3 близко к равномерному, среднеквадратичное отклонение распределения освещенности от постоянного значения составляет $8{,}2\%$. Флуктуации освещенности связаны как с погрешностями лучевого расчета, так и с тем фактом, что система уравнений (9) не учитывает вторичных отражений внутри линзы. Энергетическая эффективность фокусировки, определяемая как доля излученного светового потока, попавшая в круг, составляет 69%.



Irradiance Min:5.3959e-015 W/m², Max:124.35 W/m², Ave:69,69 W/m²
RMS:55.629, Total Flux:0.6969 W 9971 Incident Rays

Рис. 3. Распределение освещенности от оптического элемента, рассчитанного с учетом френелевских потерь

Для сравнения на рис. 4 показан результат расчета освещенности в выходной плоскости для оптического элемента, рассчитанного без учета френелевских потерь. Распределение на рис. 4 существенно неравномерное.



Irradiance Min:3.871e-013 W/m², Max:152.32 W/m², Ave:59,213 W/m²
RMS:61.039, Total Flux:0.59213 W 8542 Incident Rays

Рис. 4. Распределение освещенности от оптического элемента, рассчитанного без учета френелевских потерь

Темное кольцо обусловлено наличием на преломляющей поверхности области, для которой угол падения (угол между падающим лучом и нормалью к поверхности) близок к углу полного внутреннего отражения. На рис. 5 показаны зависимости угла падения и коэффициента пропускания Френеля от угла φ. Из графиков видно, что для значений $\varphi \in (10°;35°)$ угол падения луча близок к углу полного внутреннего отражения ($39{,}868°$) и френелевские потери составляют 75% и более. Приведенный пример демонстрирует важность учета френелевских потерь.

Заключение

Получены формулы расчета радиально-симметричных оптических элементов для фокусировки в круглую область на плоскости с учетом френелевских потерь.

Приведенные расчетные примеры показывают возможность формирования равномерной освещенности в области фокусировки при толщине системы, на порядок меньшей размера области фокусировки. Показана необходимость учета френелевских потерь при расчете оптических элементов с такими параметрами.

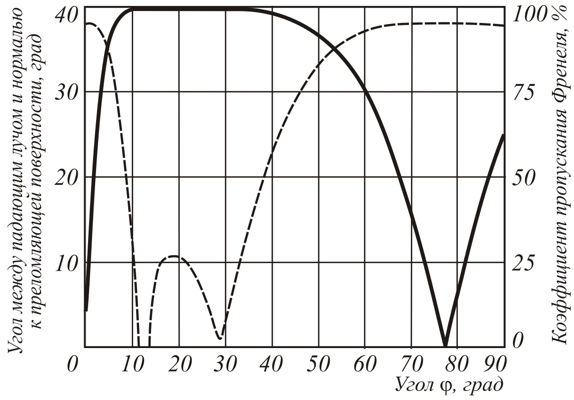


Рис. 5. Зависимости угла падения луча на преломляющую поверхность (сплошная линия, левая ось ординат) и коэффициента пропускания Френеля (прерывистая линия, правая ось ординат) от угла φ

Благодарности

Работа выполнена при поддержке российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» ("BHRE", грант CRDF RUX0-014-SA-06), «Фонда содействия отечественной науке», грантов РФФИ № 07-07-97601-р_офи, 07-01-96602-р_поволжье_а, 08-07-99005-р_офи и Президента РФ № НШ-3086.2008.9.

Литература

1. **Muschaweck, J.** Tailored LED lowbeam headlamps / J. Muschaweck // Laser+photonik. 2004. – p. 26–28.
2. **Muschaweck, J.** Tailored freeform optical surface / J. Muschaweck, H. Ries // J. Opt. Soc. Am. A. 2002. – Vol. 19(3). – p. 590–595.
3. **Guan, P.** On a Monge-Ampere equation arising in geometric optics / P. Guan, X-J. Wang // J. Differential Geometry. 1998. – Vol. 48. – p. 205–223.
4. **Погорелов, А.В.** Об уравнениях Монжа-Ампера эллиптического типа / А.В. Погорелов – Харьков: Изд-во ХГУ, 1956. – 111 с.
5. **Elmer, W.B.** Optical design of reflectors / W.B. Elmer // Applied Optics. 1978. – Vol. 17(7). – p. 977–979.
6. **Elmer, W.B.** Optical design of reflectors / W.B. Elmer – N.Y.: Willey, 1985.
7. **Kusch, O.** Computer-aided optical design of illumination and irradiating devices / O. Kusch – M.: "ASLAN" Publishing House, 1993.
8. **Doskolovich, L.L.** Designing a mirror to form a line-shaped directivity diagram / L.L. Doskolovich, N.L. Kazansky, S. Bernard // Journal of Modern Optics. 2007. – Vol. 54(4). – p. 589–597.
9. **Борн, М.** Основы оптики. / М. Борн, Э. Вольф – М.: Наука, 1973.
10. http://www.lambdares.com/software_products/tracepro//tracepro/

DESIGN OF RADIALLY-SYMMETRICAL REFRACTIVE SURFACE TAKING INTO ACCOUNT FRESNEL LOSS

L.L. Doskolovich[1,2], M.A. Moiseev[1,2]
[1]Image processing systems institute Russian academy of sciences, Samara, Russia,
[2]Samara State Aerospace University, Samara, Russia

Abstract

A system of differential equations for designing radially symmetric optical elements with regard for Fresnel losses is derived. An optical element to produce a uniformly illuminated circle (of diameter 90 mm) at a distance of 10 mm from the light source is designed. The necessity of taking the Fresnel losses into account is substantiated.

Key words: irradiance, refracting surface, Fresnel loss, optical element.
Citation: Doskolovich LL, Moiseev MA. Design of radially-symmetrical refractive surface taking into account Fresnel loss. Computer Optics 2008; 32(2): 201-3.
Acknowledgements: The work was supported by the Russian-American program "Basic Research and Higher Education» ("BHRE", grant CRDF RUX0-014-SA-06), "Russian Science Support Foundation" grant RFFI № 07-07-97601-r_ofi 07 -01-96602-r_povolzhe_a, 08-07-99005-r_ofi and the President of the Russian Federation number NS-3086.2008.9.

References

[1] Muschaweck J. Tailored LED lowbeam headlamps. Laser+photonik 2004: 26–28.
[2] Muschaweck J, Ries H. Tailored freeform optical surface. J. Opt. Soc. Am. A 2002; 19(3): 590–595.
[3] Guan P, Wang X-J. On a Monge-Ampere equation arising in geometric optics. J. Differential Geometry 1998; 48: 205–223.
[4] Pogorelov AV. Monge-Ampere equations of elliptic type [In Russian]. Kharkiv: V.N. Karazin Kharkiv National University, 1956; 111 p.
[5] Elmer WB. Optical design of reflectors. Applied Optics 1978; 17(7): 977–979.
[6] Elmer WB. Optical design of reflectors. N.Y.: Willey, 1985.
[7] Kusch O. Computer-aided optical design of illumination and irradiating devices. M.: "ASLAN" Publishing House, 1993.
[8] Doskolovich LL, Kazanskiy NL, Bernard S. Designing a mirror to form a line-shaped directivity diagram. Journal of Modern Optics 2007; 54(4): 589–597.
[9] Born M, Wolf E. Principles of Optics [In Russian]. Moscow: “Nauka” (Science) Publisher, 1973.
[10] http://www.lambdares.com/software_products/tracepro/ /tracepro/.