

ДИФРАКЦИОННАЯ ОПТИКА, ОПТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

ГЕОМЕТРООПТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ФОКУСИРОВКИ В ЛИНИЮ В НЕПАРАКСИАЛЬНОМ СЛУЧАЕ

Антон Юрьевич Дмитриев (стажер-исследователь, *tonydm@mail.ru*),
Досколович Леонид Леонидович (ведущий научный сотрудник, *e-mail: leonid@smr.ru*),
Сергей Иванович Харитонов (старший научный сотрудник, *prognoz@smr.ru*)
Моисеев Михаил Александрович (инженер, *e-mail: mikhail@smr.ru*)
Учреждение Российской академии наук Институт систем обработки изображений РАН,
Самарский государственный аэрокосмический университет им. С.П. Королева

Аннотация

Расчет функции эйконала из условия фокусировки в произвольную кривую в непараксиальном случае сведен к решению обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Проведен расчет функций эйконала для фокусировки в отрезок и в дугу окружности. Функции эйконала использованы для расчета преломляющих оптических элементов. Результаты моделирования показывают высокое качество фокусировки в отрезок и дугу.

Ключевые слова: эйконал, оптический элемент, криволинейные координаты, интенсивность, световое поле, линейная плотность.

Введение

В работах [1-7] рассмотрен расчет функции эйконала из условия фокусировки в произвольную линию. Однако даже в параксиальном приближении аналитический расчет функции эйконала возможен только для случаев фокусировки в простые линии, такие как отрезок, кольцо и т.п. В общем случае произвольной кривой расчет эйконала требует решения нелинейного уравнения для каждой точки апертуры [6, 7].

В работах [6, 7] предложено использовать специальную криволинейную систему координат, значительно упрощающую расчет в параксиальном приближении. В работе [8] предложено использовать другую криволинейную систему координат, позволяющую получить простое аналитическое выражение для функции эйконала в общем, непараксиальном случае. Функция эйконала в [8] зависит от функции $a(\xi)$, определяющей углы прихода лучей в точки кривой $\mathbf{X}(\xi)$. Функция $a(\xi)$ определяет распределение энергии вдоль кривой фокусировки. Для расчета функции $a(\xi)$ в [8] был использован итерационный метод.

В данной работе расчет функции $a(\xi)$ сводится к решению обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. В качестве примера приведены расчеты функций эйконала из условия фокусировки в отрезок и дугу окружности. По полученным эйконалам рассчитаны преломляющие оптические элементы, формирующие распределения освещенности в виде отрезка и дуги окружности.

1. Функция эйконала в криволинейной системе координат

Для полноты изложения приведем основные результаты, полученные в работе [8]. Рассматривается

задача расчета эйконала светового поля из условия преобразования светового пучка с распределением интенсивности $I_0(\mathbf{u})$, где $\mathbf{u} = (u, v)$ - декартовы координаты в плоскости фокусатора, в кривую, заданную параметрическим уравнением

$$\mathbf{X}(\xi) = (X(\xi), Y(\xi), f), \quad (1)$$

где ξ - натуральный параметр, а f - расстояние от плоскости задания эйконала ($z=0$) до плоскости фокусировки ($z=f$).

Будем считать, что выполняется приближение тонкого оптического элемента, в рамках которого расчет оптического элемента, формирующего заданное распределение интенсивности в плоскости фокусировки, сводится к расчету функции эйконала $\psi(\mathbf{u})$ в плоскости $z=0$ [6, 7].

Введем понятие слоя как одномерного множества $\Gamma(\xi)$ точек (u, v) в плоскости задания эйконала, направляющих излучение в одну и ту же точку $\mathbf{X}(\xi)$ кривой.

В работе [8] расчет функции эйконала предлагалось проводить в следующей криволинейной системе координат, связанной с лучами:

$$\begin{aligned} u(\xi, \eta) &= X(\xi) + a(\xi)\sqrt{f^2 + \eta^2} X'(\xi) - \eta Y'(\xi), \\ v(\xi, \eta) &= Y(\xi) + a(\xi)\sqrt{f^2 + \eta^2} Y'(\xi) + \eta X'(\xi), \end{aligned} \quad (2)$$

где $a(\xi)$ - котангенс угла раствора конической поверхности, на которой лежат лучи, приходящие в точку $\mathbf{X}(\xi)$ кривой фокусировки. Координата ξ в (2) определяет слой, а координата η - положение точки на слое $\Gamma(\xi)$. В координатах (2) эйконал имеет вид [8]:

$$\begin{aligned} \psi(\xi, \eta; a(\xi)) &= -\sqrt{1 + a^2(\xi)}\sqrt{f^2 + \eta^2} - \\ &- \int_0^\xi \frac{a(t)}{\sqrt{1 + a^2(t)}} dt. \end{aligned} \quad (3)$$

Эйконал (3) зависит от функции $a(\xi)$, задающей углы раствора конусов лучей, приходящих на линию фокусировки. Функция $a(\xi)$ определяет распределение энергии вдоль кривой фокусировки [8].

2. Формирование заданной линейной плотности энергии вдоль кривой фокусировки

Световой поток, заключенный между слоями $\Gamma(\xi)$, $\Gamma(\xi + \Delta\xi)$, имеет вид

$$\Delta\Phi = \Delta\xi \int_{\eta_1(\xi)}^{\eta_2(\xi)} I_0(\xi, \eta) J(\xi, \eta) d\eta, \tag{4}$$

где $\eta_1(\xi), \eta_2(\xi)$ - пределы интегрирования по η для слоя $\Gamma(\xi)$,

$$J(\xi, \eta) = \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial v}{\partial \eta} - \frac{\partial u}{\partial \eta} \frac{\partial v}{\partial \xi} = \left[1 + \frac{da(\xi)}{d\xi} \sqrt{f^2 + \eta^2} \right] + \eta(a^2(\xi) + 1) K(\xi) \tag{5}$$

– якобиан преобразования координат,

$$K(\xi) = \frac{dX^2(\xi)}{d\xi^2} \cdot \frac{dY(\xi)}{d\xi} - \frac{dX(\xi)}{d\xi} \cdot \frac{dY^2(\xi)}{d\xi^2}$$

– кривизна кривой (1).

По построению элемента световой поток $\Delta\Phi$, заключенный между слоями $\Gamma(\xi)$, $\Gamma(\xi + \Delta\xi)$, переходит в элемент кривой длины $\Delta\xi$, заключенный между точками $\mathbf{X}(\xi)$, $\mathbf{X}(\xi + \Delta\xi)$. Соответственно, световой поток, приходящийся на единицу длины кривой фокусировки, имеет вид

$$I(\xi) = \int_{\eta_1(\xi)}^{\eta_2(\xi)} I_0(\xi, \eta) J(\xi, \eta) d\eta. \tag{6}$$

Функция (6) называется линейной плотностью энергии вдоль кривой.

Уравнение (6) позволяет определить функцию $a(\xi)$ из условия формирования заданной линейной плотности $I(\xi)$. Действительно, подставив (5) в (6), получим для $a(\xi)$ следующее дифференциальное уравнение первого порядка, разрешенное относительно производной:

$$\frac{da(\xi)}{d\xi} = \frac{\left(I(\xi) - \int_{\eta_1(\xi)}^{\eta_2(\xi)} I_0(\xi, \eta) \left(1 + \eta(a^2(\xi) + 1) K(\xi) \right) d\eta \right)}{\left(\int_{\eta_1(\xi)}^{\eta_2(\xi)} I_0(\xi, \eta) \sqrt{f^2 + \eta^2} d\eta \right)}. \tag{7}$$

Таким образом, согласно (3), (7), задача фокусировки в кривую с заданной линейной плотностью $I(\xi)$ сводится к задаче нахождения функции $a(\xi)$ из уравнения (7).

Рассмотрим случай, когда апертура является круглой с радиусом R . Тогда $\eta_1(\xi), \eta_2(\xi)$ находятся из уравнения

$$u^2(\xi, \eta) + v^2(\xi, \eta) = R^2. \tag{8}$$

Подставим (2) в (8) и получим уравнение четвертой степени относительно η :

$$\begin{aligned} & \eta^4 (a^2(\xi) + 1)^2 + \\ & + \eta^3 (4(a^2(\xi) + 1)(X'(\xi)Y(\xi) - X(\xi)Y'(\xi))) + \\ & + \eta^2 (2(a^2(\xi) + 1)(R^2 - X^2(\xi) - Y^2(\xi) - \\ & - a^2(\xi)f^2) + 4a^2(\xi)(X(\xi)X'(\xi) + Y(\xi)Y'(\xi))^2 + \\ & + 4(X'(\xi)Y(\xi) - X(\xi)Y'(\xi))^2) + \\ & + \eta(4(X'(\xi)Y(\xi) - X(\xi)Y'(\xi)) \times \\ & \times (R^2 - X^2(\xi) - Y^2(\xi) - a^2(\xi)f^2)) + \\ & + (R^2 - X^2(\xi) - Y^2(\xi) - a^2(\xi)f^2)^2 - \\ & - 4a^2(\xi)f^2(X(\xi)X'(\xi) + Y(\xi)Y'(\xi))^2 = 0. \end{aligned} \tag{9}$$

Уравнение (9) имеет два действительных решения. Алгоритм решения (9) общеизвестен и приведен, например, в [9].

В случае, когда интенсивность падающего пучка постоянна, $I_0(\mathbf{u}) = I_0$, интегралы в (7) по переменной η вычисляются аналитически. При этом уравнение (7) принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{da(\xi)}{d\xi} = & \left(\frac{I(\xi)}{I_0} - \left\{ \eta - \frac{\eta^2(a^2(\xi) + 1)}{2} K(\xi) \right\} \right) \bigg|_{\eta=\eta_1(\xi)}^{\eta=\eta_2(\xi)} / \\ & / \left(\left\{ \frac{\eta\sqrt{f^2 + \eta^2}}{2} + \frac{f^2}{2} \ln \left| \eta + \sqrt{f^2 + \eta^2} \right| \right\} \right) \bigg|_{\eta=\eta_1(\xi)}^{\eta=\eta_2(\xi)}. \end{aligned} \tag{10}$$

Рассмотрим случай, когда интенсивность падающего пучка является гауссовской функцией:

$$I_0(\mathbf{u}(\xi, \eta)) = I_0 \cdot \exp\left(-\frac{\mathbf{u}^2(\xi, \eta)}{\sigma_l^2}\right), \tag{11}$$

где σ_l – параметр, определяющий ширину гауссовского пучка. Для гауссовского пучка аналитические результаты удается получить при использовании асимптотического метода Лапласа [10]. Используя метод Лапласа для вычисления интеграла в (6), получим

$$\begin{aligned} \int \exp\left(-\frac{\mathbf{u}^2(\xi, \eta)}{\sigma_l^2}\right) J(\xi, \eta) d\eta = & \int \exp\left(-\frac{S(\xi, \eta)}{\sigma_l^2}\right) \times \\ \times J(\xi, \eta) d\eta \approx & \sqrt{\frac{2\pi\sigma_l^2}{S''(\xi, \eta_0(\xi))}} J(\xi, \eta_0(\xi)) \times \\ \times \exp\left(-\frac{S(\xi, \eta_0(\xi))}{\sigma_l^2}\right), \end{aligned} \tag{12}$$

где $S'' = \frac{d^2(\mathbf{u}^2(\xi, \eta))}{d\eta^2}$, $\eta_0(\xi)$ - стационарные точки,

которые находятся из уравнения $\frac{d(\mathbf{u}^2(\xi, \eta))}{d\eta} = 0$.

Данное уравнение является уравнением четвертой степени относительно η . Таким образом, выражение для линейной плотности (6) принимает вид:

$$I(\xi) \approx \sigma_l I_0 \sqrt{\frac{2\pi}{S''(\xi)}} \exp\left(-\frac{S(\xi)}{\sigma_l^2}\right) J(\xi, \eta_0(\xi)), \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} S(\xi) = & \\ = & \left(X(\xi) + a(\xi)\sqrt{f^2 + \eta_0^2(\xi)} X'(\xi) - \eta_0(\xi) Y'(\xi) \right)^2 + \\ & + \left(Y(\xi) + a(\xi)\sqrt{f^2 + \eta_0^2(\xi)} Y'(\xi) + \eta_0(\xi) X'(\xi) \right)^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S''(\xi) = & 2 \left[1 + a^2(\xi) + \frac{a(\xi)f^2}{(f^2 + \eta_0^2(\xi))^{3/2}} \times \right. \\ & \left. \times (X(\xi)X'(\xi) + Y(\xi)Y'(\xi)) \right]. \end{aligned}$$

Подставив в (13) выражение для якобиана (5), получим дифференциальное уравнение для функции $a(\xi)$:

$$\begin{aligned} \frac{da(\xi)}{d\xi} = & \frac{1}{\sqrt{f^2 + \eta_0^2(\xi)}} \left[\frac{1}{\sigma_l} \frac{I(\xi)}{I_0} \sqrt{\frac{S''(\xi)}{2\pi}} \times \right. \\ & \left. \times \exp\left(\frac{S(\xi)}{\sigma_l^2}\right) - \eta_0(\xi) (a^2(\xi) + 1) K(\xi) \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

3. Фокусировка в отрезок и дугу окружности

Рассмотрим фокусировку в отрезок

$$\mathbf{X}(\xi) = \left(\xi - \frac{d}{2}, 0, f \right), \quad \xi \in [0, d] \quad (15)$$

с постоянной линейной плотностью. Апертуру будем считать круглой с радиусом R , а интенсивность падающего пучка - постоянной, $I_0(\mathbf{u}) = I_0$. Для отрезка (15) криволинейные координаты (2) имеют вид:

$$\begin{aligned} u = & \xi - \frac{d}{2} + a(\xi)\sqrt{f^2 + \eta^2}, \\ v = & \eta. \end{aligned} \quad (16)$$

В этом случае пределы интегрирования по η определяются из биквадратного уравнения, полученного подстановкой (15) в (9):

$$\begin{aligned} \eta^4 (a^2(\xi) + 1)^2 + \eta^2 (2(a^2(\xi) + 1) \times \\ \times (X^2(\xi) + a^2(\xi)f^2 - R^2) - 4a^2(\xi)X^2(\xi)) + \\ + (X^2(\xi) + a^2(\xi)f^2 - R^2)^2 - \\ - 4a^2(\xi)X^2(\xi)f^2 = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Дифференциальное уравнение (10) принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{da(\xi)}{d\xi} = & \left[\frac{\pi R^2}{d} - (\eta_2(\xi) - \eta_1(\xi)) \right] \times \\ & \times \left[\frac{\eta\sqrt{f^2 + \eta^2}}{2} + \right. \\ & \left. + \frac{f^2}{2} \ln \left| \eta + \sqrt{f^2 + \eta^2} \right| \right]_{\eta=\eta_1(\xi)}^{\eta=\eta_2(\xi)}^{-1}. \end{aligned} \quad (18)$$

На основе формул (3), (18) был проведен расчет эйконала для фокусировки в отрезок при следующих параметрах: $d = 60\lambda$, $R = 50\lambda$, $f = 50\lambda$, длина волны $\lambda = 1$ мкм. Полученная функция эйконала в декартовых координатах, взятая по модулю λ , приведена на рис. 1. На рис. 2 представлена расчетная функция линейной плотности энергии вдоль отрезка фокусировки. Для сравнения на рис. 2 пунктирной линией показана линейная плотность, формируемая для случая параксиального приближения.

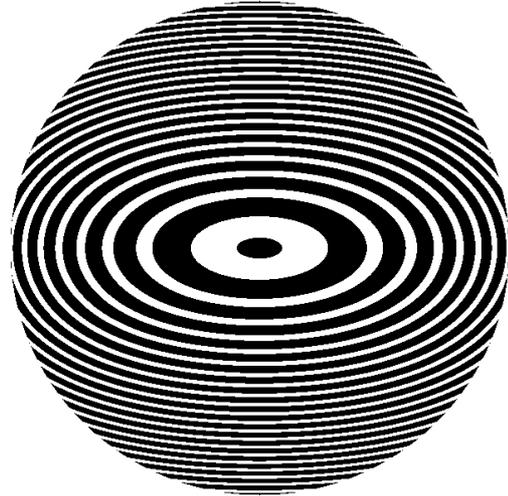


Рис. 1. Функция эйконала для фокусировки в отрезок в случае равномерного освещающего пучка

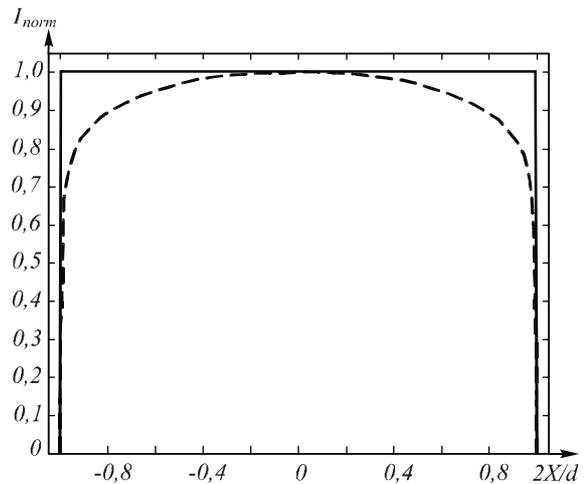


Рис. 2. Нормированная линейная плотность вдоль отрезка фокусировки в случае круглой апертуры фокусатора

В параксиальном приближении функция $a(\xi)$ определяется из уравнения

$$\frac{da(\xi)}{d\xi} = \frac{\pi R^2}{f} \left(2d \sqrt{R^2 - \left(\xi - \frac{d}{2} + a(\xi)f \right)^2} \right)^{-1}. \quad (19)$$

Уравнение (19) получено подстановкой первого уравнения из (16) в закон сохранения светового потока в параксиальной форме

$$\int_0^\xi I d\xi' = \int_{-R}^{u(\xi)} \int_{-\sqrt{R^2-u'^2}}^{\sqrt{R^2-u'^2}} I_0 du' dv'. \quad (20)$$

Рис. 2 показывает, что непараксиальный эйконал обеспечивает формирование постоянной линейной плотности. При использовании параксиальной функции $a(\xi)$ (19) линейная плотность спадает к концам отрезка.

Линейная плотность также рассчитывалась в рамках скалярной теории дифракции. Расчет производился по формуле

$$I(x) = \int_{-\varepsilon/2}^{\varepsilon/2} E(x, y, f) dy, \quad (21)$$

где $\varepsilon \gg \Delta$, $\Delta = \lambda f / R$ – дифракционная ширина отрезка фокусировки, а функция интенсивности $E(x, y, f)$ рассчитывалась с использованием непараксиального интеграла Кирхгофа:

$$E(x, y, f) = \left| \frac{-ik}{2\pi} \iint_D \sqrt{I_0} \exp(ik\psi(\mathbf{u})) \frac{\exp(ikL)}{L} \frac{f}{L} d\mathbf{u} \right|^2, \quad (22)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $L = \sqrt{(x-u)^2 + (y-v)^2 + f^2}$.

На рис. 3 сплошной линией представлен результат расчета линейной плотности (21), (22) в приближении Кирхгофа для непараксиального эйконала. Пунктирной линией изображена линейная плотность при параксиальном эйконале.

Сравнение результатов, полученных непараксиальной и параксиальной функций эйконала, показывает, что и в приближении Кирхгофа непараксиальный эйконал также обеспечивает значительно более равномерную линейную плотность вдоль отрезка фокусировки.

Рассмотрим случай фокусировки в отрезок (15) гауссовского пучка (11). Дифференциальное уравнение (14) в этом случае принимает вид:

$$\frac{da(\xi)}{d\xi} = \frac{1}{\sqrt{f^2 + \eta_0^2(\xi)}} \times \left[\frac{\sigma_t}{d} \sqrt{\frac{\pi S''(\xi)}{2}} \exp\left(\frac{S(\xi)}{\sigma_t^2}\right) \right], \quad (23)$$

где $S(\xi) = \left(X(\xi) + a(\xi) \sqrt{f^2 + \eta_0^2(\xi)} \right)^2 + \eta_0^2(\xi)$.

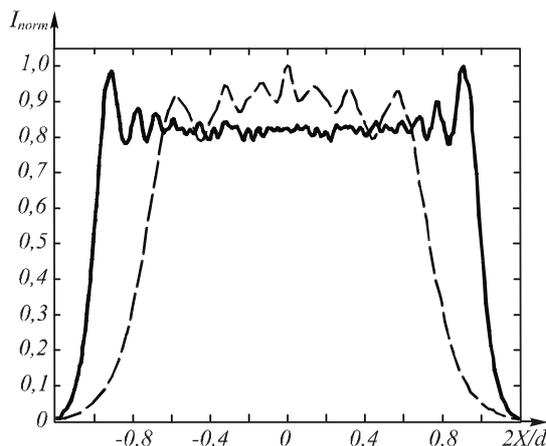


Рис. 3. Нормированная линейная плотность вдоль отрезка фокусировки в случае круглой апертуры

Расчетная функция эйконала в декартовых координатах, по модулю λ , представлена на рис. 4. Расчет проводился при следующих параметрах: $d = 60\lambda$, $R = 50\lambda$, $f = 50\lambda$, $\sigma_t = 20\lambda$, $\lambda = 1$ мкм.

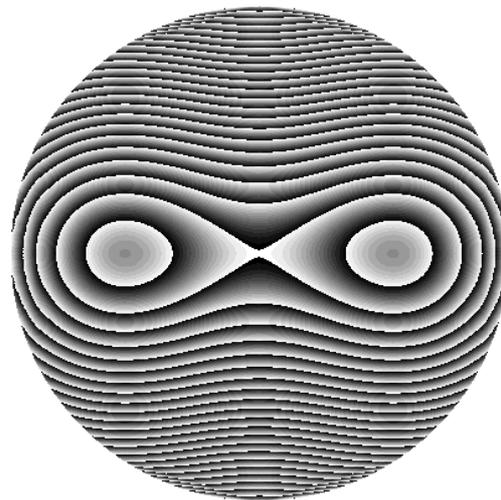


Рис. 4. Функция эйконала для фокусировки в отрезок в случае гауссовского освещающего пучка

На рис. 5 представлен результат расчета линейной плотности $I(x)$ вдоль отрезка в приближении Кирхгофа для случая гауссовского пучка.

Линейная плотность является достаточно равномерной. Небольшой провал в середине отрезка объясняется приближенным вычислением интеграла (6) методом Лапласа.

Также был произведен расчет эйконала из условия фокусировки в дугу окружности

$$\begin{aligned} X(\xi) &= R_1 \sin\left(\left(\frac{\xi - d}{2}\right)/R_1\right), \\ Y(\xi) &= R_1 \cos\left(\left(\frac{\xi - d}{2}\right)/R_1\right) - R_1, \end{aligned} \quad \xi \in [0, d] \quad (24)$$

где $R_1 = \frac{\varphi\pi}{180}$ – радиус дуги, φ – угловой размер дуги.

Расчет проводился для равномерного пучка с круг-

лой апертурой. В этом случае для расчета $a(\xi)$ использовалось общее уравнение (10).

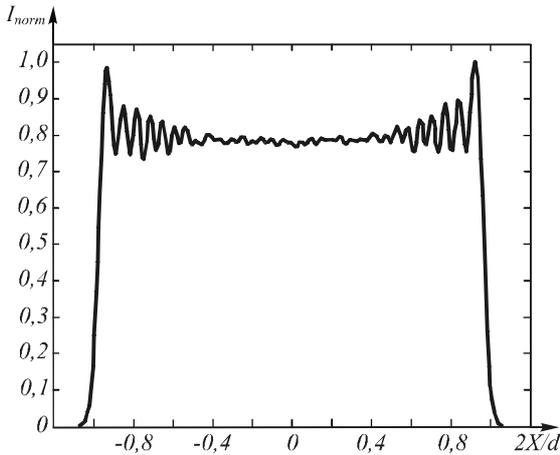


Рис. 5. Нормированная линейная плотность вдоль отрезка фокусировки для случая гауссовского освещающего пучка

На рис. 6 приведено расчетное распределение эйконала при следующих параметрах: $\lambda = 1$ мкм, $d = 40\lambda$, $R = 50\lambda$, $f = 50\lambda$, $\varphi = 120^\circ$.

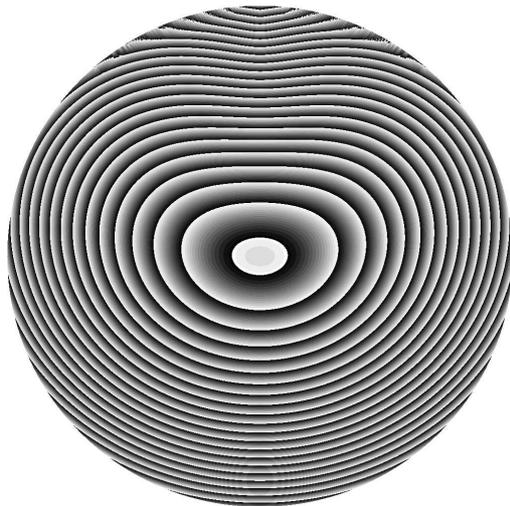


Рис. 6. Функция эйконала для фокусировки в дугу в случае равномерного освещающего пучка

На рис. 7 представлен результат расчета интенсивности в плоскости фокусировки в приближении Кирхгофа для эйконала, рассчитанного из условия фокусировки в дугу окружности при равномерном освещающем пучке. Рис. 7 показывает высокое качество фокусировки в дугу окружности.

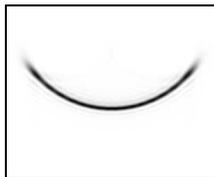


Рис. 7. Распределение интенсивности в плоскости фокусировки в приближении Кирхгофа от фокусатора в дугу окружности

4. Расчет преломляющих элементов

Предложенный метод расчета эйконала может быть применен для расчета преломляющих оптических элементов. Пусть распределение эйконала $\psi(\mathbf{u})$ в плоскости $z = 0$ рассчитано из условия фокусировки в заданную область. Оптический элемент будем считать расположенным непосредственно перед плоскостью $z = 0$. Нижнюю поверхность оптического элемента со стороны падения пучка будем считать плоской (рис. 8). Тогда, пренебрегая изменением освещенности входного пучка при прохождении через оптический элемент, сведем задачу расчета оптического элемента к расчету верхней преломляющей поверхности элемента из условия формирования заданного эйконала $\psi(\mathbf{u})$ в плоскости $z = 0$.

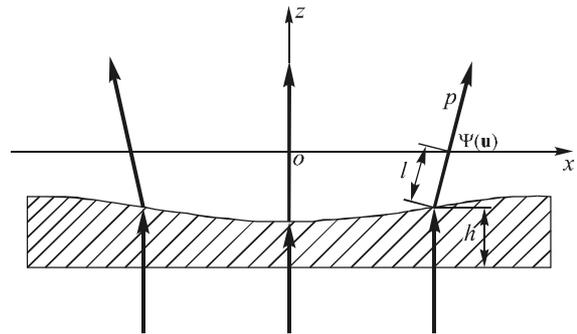


Рис. 8. Геометрия преломляющего оптического элемента для фокусировки пучка с плоским волновым фронтом

Эйконал $\psi(\mathbf{u})$ определяет направления распространения лучей в виде

$$\mathbf{p}(\mathbf{u}) = \left(\nabla\psi(\mathbf{u}), \sqrt{1 - (\nabla\psi(\mathbf{u}))^2} \right), \quad (25)$$

$$\text{где } \nabla\psi(\mathbf{u}) = \left(\frac{\partial\psi(\mathbf{u})}{\partial u}, \frac{\partial\psi(\mathbf{u})}{\partial v} \right).$$

Запишем уравнение верхней преломляющей поверхности в виде

$$\mathbf{S}(\mathbf{u}) = \mathbf{r}(\mathbf{u}) - l(\mathbf{u})\mathbf{p}(\mathbf{u}), \quad (26)$$

где $\mathbf{S}(\mathbf{u}) = (x(\mathbf{u}), y(\mathbf{u}), z(\mathbf{u}))$ - вектор поверхности в координатах $\mathbf{u} = (u, v)$, $\mathbf{r} = (u, v, 0)$ - радиус вектор точки в плоскости $z = 0$, $\mathbf{p}(\mathbf{u}) = (p_x(\mathbf{u}), p_y(\mathbf{u}), p_z(\mathbf{u}))$ - вектор направления луча, определяемый по формуле (25), $l(\mathbf{u})$ - расстояние от точки плоскости $z = 0$ до преломляющей поверхности по направлению $\mathbf{p}(\mathbf{u})$. Функция $l(\mathbf{u})$ в (26) определяется из уравнения

$$\psi(\mathbf{u}) = l(\mathbf{u}) + nh(\mathbf{u}), \quad (27)$$

где n - коэффициент преломления материала оптического элемента, $h(\mathbf{u})$ - толщина оптического элемента. Уравнение (27) определяет равенство при $z = 0$ оптических длин лучей, прошедших через эле-

мент, заданному эйконалу $\psi(\mathbf{u})$. Толщина оптического элемента может быть записана через функцию $l(\mathbf{u})$ в виде

$$h(\mathbf{u}) = -p_z(\mathbf{u})l(\mathbf{u}) - z_0, \quad (28)$$

где z_0 – координата нижней границы оптического элемента. Из (27), (28) получим функцию $l(\mathbf{u})$ в виде

$$l(\mathbf{u}) = \frac{\psi(\mathbf{u}) + nz_0}{1 - np_z(\mathbf{u})}. \quad (29)$$

Таким образом, преломляющая поверхность для формирования заданного эйконала $\psi(\mathbf{u})$ имеет вид (26), (29). Отметим, что эйконал $\psi(\mathbf{u})$ в плоскости $z = 0$ определен с точностью до константы. Эта константа должна выбираться из условия, чтобы верхняя преломляющая поверхность в точке с наибольшей толщиной касалась плоскости $z = 0$. В этом случае предположение о том, что освещенность входного пучка при прохождении через оптический элемент слабо меняется, имеет наименьшую ошибку. На рис. 8 элемент расположен несколько ниже плоскости $z = 0$ только из соображений наглядности при выводе формул преломляющей поверхности.

На рис. 9, 10 представлены преломляющие поверхности, восстановленные по эйконалам, рассчитанным из условия фокусировки в отрезок и дугу окружности, соответственно. В случае фокусировки в отрезок расчет эйконала производился при следующих параметрах: $d = 10$ мм, $R = 25$ мм, $f = 50$ мм.

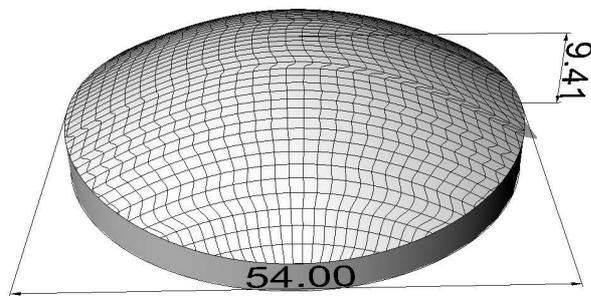


Рис. 9. Преломляющий элемент для формирования распределения освещенности в виде отрезка

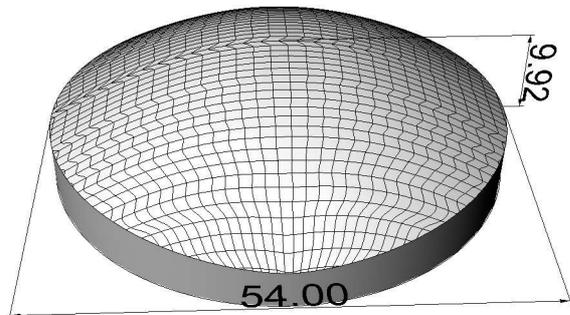


Рис. 10. Преломляющий элемент для формирования распределения освещенности в виде дуги окружности

При фокусировке в дугу окружности расчет производился при параметрах: $d = 10$ мм, $R = 25$ мм, $f = 50$ мм, $\varphi = 100^\circ$.

Работа рассчитанных оптических элементов была промоделирована средствами специализированной программы по светотехнике TracePro [11]. На рис. 11, 12 представлены распределения освещенности, полученные в результате моделирования работы полученных элементов в пакете TracePro.

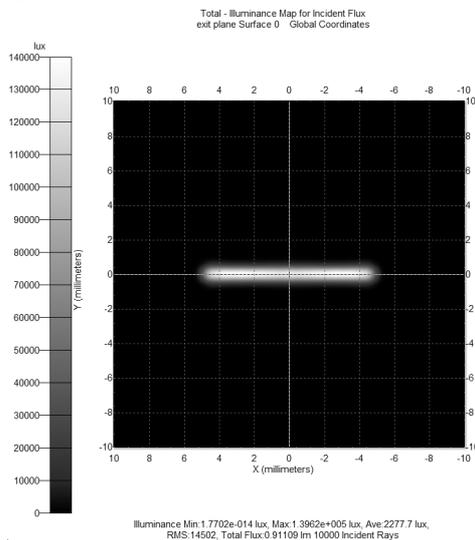


Рис. 11. Результаты моделирования работы преломляющего элемента для формирования распределения освещенности в виде отрезка в TracePro

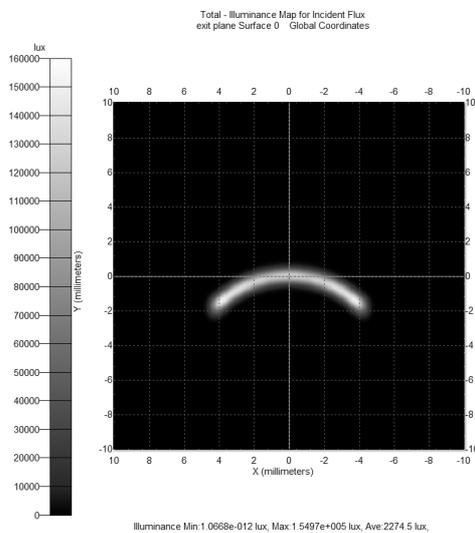


Рис. 12. Результаты моделирования работы преломляющего элемента для формирования распределения освещенности в виде дуги окружности в TracePro

Рис. 11, 12 показывают высокое качество фокусировки в отрезок и дугу окружности соответственно.

Заключение

Расчет функции эйконала из условия фокусировки в произвольную кривую в непараксиальном случае сведен к решению обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, разрешенного относи-

тельно производной. Проведен расчет эйконолов из условия фокусировки в отрезок и дугу окружности для случаев равномерного и гауссовского освещающих пучков. Показано, что непараксиальный эйконал обеспечивает значительно более равномерную линейную плотность вдоль отрезка по сравнению с параксиальным решением. Функции эйконала могут быть использованы для расчета преломляющих оптических элементов, предназначенных для фокусировки в кривые. Приведенные примеры расчета оптических элементов для фокусировки в отрезок и дугу окружности показывают высокую работоспособность такого подхода.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (BRHE), гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ (НШ-3086.2008.9) и грантов РФФИ № 07-07-91580-АСП_а, 08-07-99005-р_офи, 09-07-92421-КЕ и Фонда содействия отечественной науке.

Литература

1. **Данилов, В.А.** Оптические элементы, фокусирующие когерентное излучение в произвольную фокальную линию / В.А. Данилов и др. // препринт, №69. – М.: ФИАН, 1983, С 41.
2. **Гончарский, А.В.** Обратные задачи когерентной оптики, фокусировка в линию / А.В. Гончарский, В.В. Степанов // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1986. – Т. 26, №.1. – С. 80-91.
3. **Гончарский, А.В.** Решение обратной задачи фокусировки лазерного излучения в произвольную кривую / А.В. Гончарский и др. // Доклады АН СССР 1983. – Т. 273, №3. – С. 605-608.
4. **Данилов, В.А.** Теория когерентных фокусаторов / Б.Е. Кинбер, А.Е. Шилов // Компьютерная оптика. - М.: МЦНТИ, 1987. - Вып.1. - С.40-52.
5. **Гончарский, А.В.** Математические модели в задачах синтеза плоских оптических элементов // Компьютерная оптика. - М.: МЦНТИ, 1987. - Вып.1. - С. 19-31.
6. Методы компьютерной оптики (Издание второе, исправленное) / под ред. В.А. Соифера – М.: Физматлит, 2003. – 688 с. – Глава 5.
7. Дифракционная компьютерная оптика / под ред. В.А. Соифера - М.: Физматлит, 2007. – Глава 3.
8. **Дмитриев, А.Ю.** Геометрооптический расчет фокусатора в линию в непараксиальном случае / А.Ю. Дмитриев, Л.Л. Досколович, С.И. Харитонов // Компьютерная оптика. – 2008. – Т.32, №4. – С. 343-347.
9. **Корн, Г., Корн, Т.** Справочник по математике. – М.: Наука, 1970.
10. **Федорюк, М.В.** Асимптотика: Интегралы и ряды. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – Глава 2.
11. <http://www.lambdaires.com/products/tracepro/index.phtml>

References

1. **Danilov V.A.** Optical elements to focus into an arbitrary focal line, / V.A. Danilov et al. // preprint, №69 – Moscow: Lebedev Physical Institute, 1983, p. 41. – (in Russian)
2. **Goncharsky A.V.** Inverse problem of coherent optics, focusing into a line / A.V. Goncharsky, V.V. Stepanov // J. Calculat. Math. And Math. Phy. 1986. Vol. 26, №.1, pp. 80-91. – (in Russian)
3. **Goncharsky A.V.** Solving the inverse problem of focusing the laser light into an arbitrary curve / A.V. Goncharsky et al. // Dokl. USSR Acad Sci. 1983. Vol. 273, №3. pp. 605-608. – (in Russian)
4. **Danilov V.A.** Theory of coherent focusers / B.E. Kinber, A.E. Shilov // Computer optics. - Moscow, Pergamon Press, 1989. - Vol. 1, №1. - pp. 29-38.
5. **Goncharsky A.V.** Mathematical models in the design of flat optics elements // Computer optics - Moscow, Pergamon Press, 1989. - Vol. 1, №1. - pp. 13-20
6. Methods of Computer Optics (Secondary Edition) / edited by V.A. Soifer – Moscow: Fizmatlit, 2003. – 688 c. – (in Russian).
7. Diffractive Computer Optics / edited by V.A. Soifer – Moscow: Fizmatlit, 2007. Chapter 3. – (in Russian)
8. **Dmitriev A.Yu.** Geometric-optics design of focusators into a line in nparaxial case / A.Yu. Dmitriev, L.L. Doskolovich, S.I. Kharitonov // Computer optics, Vol.32, №4, pp. 343-347. – (in Russian)
9. **Korn G., Korn T.** Reference-book on mathematics. Moscow: Nauka, 1970. – (in Russian)
10. **Fedoryuk M.V.** Asymptotic: Integrals and series. – Moscow: Nauka. Phys.-math. lit., 1987. Chapter 2. – (in Russian)
11. <http://www.lambdaires.com/products/tracepro/index.phtml>

GEOMETRIC-OPTICS DESIGN OF OPTICAL ELEMENTS TO PRODUCE A LINE FOCUS

*Anton Yurievich Dmitriev (apprentice researcher, tonydm@mail.ru),
Leonid Leonidovich Doskolovich (leading researcher, leonid@smr.ru),
Sergei Ivanovich Kharitonov (senior researcher prognos@smr.ru),
Moiseev Mikhail Alexandrovich (engineer, e-mail: mikhail@smr.ru)
Image Processing Systems Institute of the RAS,
S. P. Korolyov Samara State Aerospace University*

Abstract

The calculation of the eikonal from the condition of focusing into a line with designed energy distribution reduces to a first-order differential equation solved for the derivative. We design a DOE and non-diffractive refractive optical elements to produce a line-segment focus and a circular-arc focus. The simulation shows that the optical elements produce high-quality focal lines.

Key words: eikonal, optical element, curvilinear coordinates, intensity, light field, line density.

В редакцию поступила 07.03.2009г.