

ОПТИМИЗАЦИЯ СХЕМЫ Д. ГАБОРА ДЛЯ ЗАПИСИ КОМПЬЮТЕРНЫХ ГОЛОГРАММ

Артур Николаевич Бородин¹ (научный сотрудник, e-mail: artur_b@mail.ru),

Александр Николаевич Малов¹ (профессор, e-mail: cohol2007@yandex.ru),

Алексей Викторович Сычевский² (аспирант, e-mail: apple.irk@mail.ru)

¹ Иркутское высшее военное авиационное инженерное училище (Военный институт),

² Иркутский государственный медицинский университет

Аннотация

Обсуждаются возможности цифрового восстановления голограмм, записанных на матричном фотоприемнике по схеме Д. Габора. Рассматриваются вопросы определения предельных расстояний от объекта до голограммы, в зависимости от характеристик матричного фотоприемника и геометрических параметров схемы записи. При записи и восстановлении компьютерных голограмм на небольших расстояниях качество восстановленных изображений достаточно низкое, что связано, прежде всего, с наличием сопряженного мнимого изображения, удаленного на малое расстояние от действительного. На больших расстояниях влияние мнимого изображения уменьшается, но при этом излучение опорной волны, дифрагирующее на высокочастотных периодах голограммы, выходит из области построения действительного изображения, что снижает качество восстановления действительного изображения.

Ключевые слова: компьютерная голография, осевая схема, параметры ПЗС-матрицы, полупроводниковый лазер, соотношение сигнал/шум, оптимальное расстояние.

Введение

Оптически формируемые голограммы могут быть записаны не только с использованием фотопластин, но и при помощи ПЗС-матриц [1]. Оцифрованные голограммы могут обрабатываться для восстановления амплитуды и фазы мнимого или действительного изображения. Один из вариантов такого подхода основан на использовании дифракционного интеграла для восстановления волнового фронта [2] и построен на одномерной интерпретации формулы дифракции как двумерного или трехмерного Фурье-преобразования.

Определить показатель пространственного (линейного) разрешения в изображении, восстановленном с голограммы, не составляет труда [3]. Целью настоящей работы было определение продольного разрешения при компьютерном восстановлении голограмм, основанном на прямом расчете дифракционного интеграла.

Обобщенная схема для анализа компьютерной голограммы представлена на рис. 1.

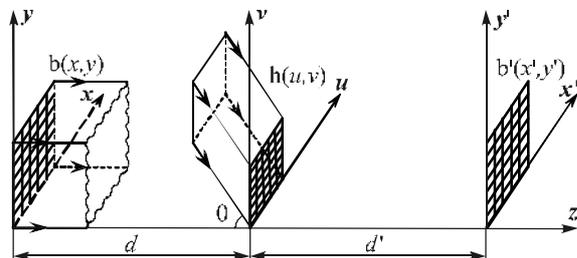


Рис. 1. Схема записи и восстановления компьютерной голограммы

Здесь $b(x, y)$ – предметная плоскость, $h(u, v)$ – плоскость голограммы, $b'(x', y')$ – плоскость восстановленного изображения. ПЗС-матрица расположена в плоскости (u, v) , на расстоянии d от поверхно-

сти объекта. Восстановленное действительное изображение находится в (x', y') – плоскости, которая расположена на расстоянии d' от плоскости голограммы.

Максимальная частота интерференционных полос на голограмме определяется углом θ между опорной волной и предметной волной:

$$\delta = \frac{\lambda}{2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}, \quad (1)$$

где δ – период интерференционных полос, а λ – длина волны. Для ПЗС-матрицы с пиксельным интервалом Δu требуется, по крайней мере, два пикселя на период интерференционных полос $2\Delta u < \delta$ или

$$\theta < \frac{\lambda}{2\Delta u} \quad (2)$$

и для небольших углов θ выполняется $\sin \theta \approx \theta$.

Малые углы θ получаются для небольших объектов, или для объектов, помещенных на большом удалении от ПЗС-матрицы, или за счет оптического уменьшения поля рассеивающей линзой [4].

Вместо оптического восстановления, при освещении проявленной голограммы опорной волной, в компьютерной голографии по зарегистрированной голограмме рассчитывается картина дифракции в плоскости изображения. Это поле представляет действительное изображение, если $d' = d$, или мнимое изображение, если $d' = -d$.

Формула дифракции Рэлея-Зоммерфельда [5] для восстановления волнового фронта $b'(x', y')$ представляет собой интеграл суперпозиции

$$b'(x', y') = \iint h(u, v) r(u, v) g(x', y', u, v) du dv, \quad (3)$$

где импульсная характеристика $g(x', y', u, v)$ имеет вид:

$$g(x', y', u, v) = \frac{1}{i\lambda} \cdot \frac{\exp\{ik\rho\}}{\rho} \cos\phi = \frac{d'}{i\lambda} \cdot \frac{\exp\left\{ik\sqrt{d'^2 + (u-x')^2 + (v-y')^2}\right\}}{d'^2 + (u-x')^2 + (v-y')^2}, \quad (4)$$

где

$$\rho = \sqrt{d'^2 + (u-x')^2 + (v-y')^2}, \quad (5)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (6)$$

$$\cos\phi = \frac{d'}{\rho}. \quad (7)$$

Выражения (3) и (4) показывают, что линейная система, характеризующая:

$$g(x', y', u, v) = g(x'-u, y'-v), \quad (8)$$

является пространственно-инвариантной: интеграл суперпозиции представляет собой свертку.

При восстановлении голограмм, записанных по схеме Д. Габора, на одной оси с голограммой формируются два сопряженных изображения - действительное и мнимое (рис. 2). Эти изображения находятся на расстоянии $2d'$ друг от друга. Сфокусированное действительное изображение всегда сопровождается расфокусированным мнимым.

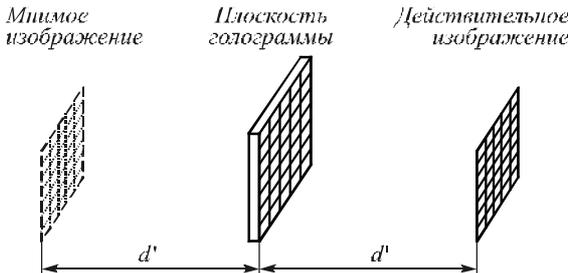


Рис. 2. Образование сопряженных изображений при восстановлении компьютерных голограмм

Предельные расстояния

Ограничение минимального расстояния при записи и восстановлении осевых голограмм объясняется, прежде всего, образованием двух сопряженных изображений.

При восстановлении действительного изображения его качество зависит от расстояния до голограммы: чем ближе был объект в момент записи, тем лучше. Однако на малых расстояниях большое влияние оказывает сопряженное мнимое изображение. При увеличении расстояния излучение опорной волны, дифрагирующее на высоких пространственных частотах голограммы, выходит из области построения действительного изображения, что снижает разрешение по объекту и тем самым ухудшает качество действительного изображения.

Очевидно, что в зависимости от вида пространственно-частотного спектра предмета существует оптимальное расстояние для записи компьютерных

голограмм по методу Д. Габора, обеспечивающее заданное разрешение по объекту.

Согласно теореме отсчетов сигнал может быть точно восстановлен по выборочным отсчетам, если расстояние между соседними отсчетами меньше или

$$\text{равно } \Delta x = \frac{2\pi}{\omega_{xs}}; \quad \Delta y = \frac{2\pi}{\omega_{ys}}.$$

Таким образом, частота дискретизации должна быть, по крайней мере, в два раза больше полосы частот исходного аналогового сигнала. В этом случае непрерывное изображение можно полностью восстановить по дискретным отсчетам. При дискретизации изображений с недостаточной частотой происходит появление в восстановленном изображении ложных низкочастотных гармоник.

Обозначим: 1 – ПЗС-приемник, 2 – плоскость голографируемого объекта, h – расстояние от ПЗС-приемника до плоскости голографируемого объекта; L – ширина чипа ПЗС-матрицы; N – число элементов в одном ряду ПЗС-приемника (рис. 3).

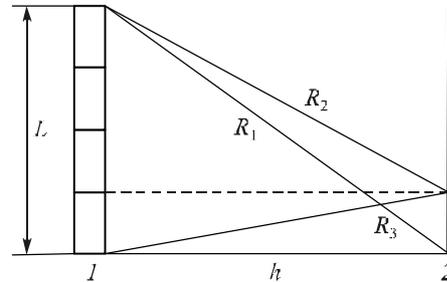


Рис. 3. Определение максимального расстояния h от объекта до плоскости ПЗС-матрицы

Пусть P_1, P_2 – разность хода до двух ближайших точек объекта, причем $P_1 = R_1 - h$; $P_2 = R_2 - R_3$.

Для определения максимального расстояния необходимо выполнение следующего условия:

$$P_1 - P_2 = \frac{\lambda}{2}. \quad (9)$$

Из рис. 3 видно:

$$R_1^2 = h^2 + L^2, \quad (10)$$

$$R_2^2 = h^2 + \left(L - \frac{L}{N}\right)^2, \quad (11)$$

$$R_3^2 = h^2 + \left(\frac{L}{N}\right)^2. \quad (12)$$

Сопоставив (9), (10), (11) и (12), получим:

$$\sqrt{h^2 + L^2} - h - \sqrt{h^2 + \left(L - \frac{L}{N}\right)^2} + \sqrt{h^2 + \left(\frac{L}{N}\right)^2} = \frac{\lambda}{2}. \quad (13)$$

Зная, что $x^2 \leq 1$, и выполняя разложение в ряд, можно записать:

$$\frac{h}{2} \left(\frac{L^2}{N^2 h^2} + \frac{L^2}{h^2} - \frac{L^2}{h^2} \left(\frac{N-1}{n} \right)^2 \right) = \frac{\lambda}{2}. \quad (14)$$

И в итоге получим:

$$h = \frac{2L^2}{N\lambda}. \quad (15)$$

Для ПЗС-матрицы с размерами пикселя 17,4 мкм, $N = 1024$ и длиной волны $\lambda = 650$ нм получаем предельное расстояние для записи цифровых голограмм $h_{\max} \approx 950$ мм.

Выбор оптимального расстояния

Для определения оптимального расстояния записи голограмм использовалась стандартная модель: «семишпальная мира» (квадрат, составленный из тринадцати чередующихся полос постоянной яркости, с частотой 0,5 лин/мм), голограммы которой были записаны на различных расстояниях (от 1 до 900 мм, с шагом 10 мм), а затем восстановлены её действительные изображения.

Проводились сравнения интенсивностей между исходной моделью шпальной мира и восстановленными изображениями на различных расстояниях. Из графика отношения сигнал/шум видно, что на расстояниях от 300 до 500 мм восстановленным изображениям соответствует минимальный уровень шума (рис. 4). Под шумом, в данном случае, следует понимать присутствие детерминированной помехи на восстановленных изображениях.

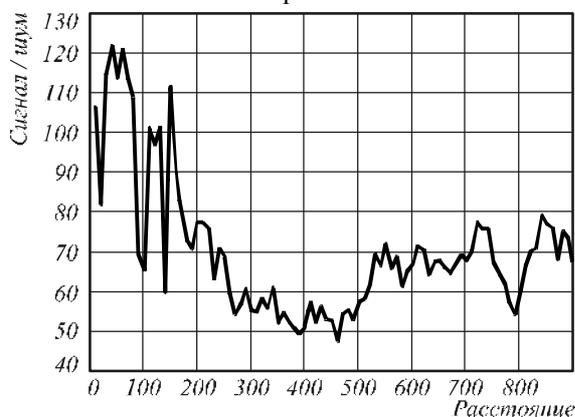


Рис. 4. График суммарных значений детерминированной помехи для восстановленных изображений шпальной мира

При записи и восстановлении компьютерных голограмм на небольших расстояниях – менее 200 мм качество восстановленных изображений достаточно низкое. Ухудшение связано с несколькими факторами, например, с влиянием муаровых эффектов, из-за биений частоты мира и раstra ПЗС-приемника, но главным образом, это связано с наличием сопряженного мнимого изображения, удаленного на малое расстояние от действительного.

Для шпальной мира оптимальным расстоянием записи и восстановления изображений будет расстояние, на котором мира восстанавливается с наиболее четкой границей контраста черных и белых полос.

Определение четкой границы контраста проводилось с применением прямого преобразования Фурье [6] и построения графиков разности спектра пространственных частот для различных расстояний (рис. 5). Из графика видно, что минимальное отклонение интенсивности спектра пространственных частот восстановленного изображения от интенсивности спектра исходной мира соответствует расстоянию 300 мм.

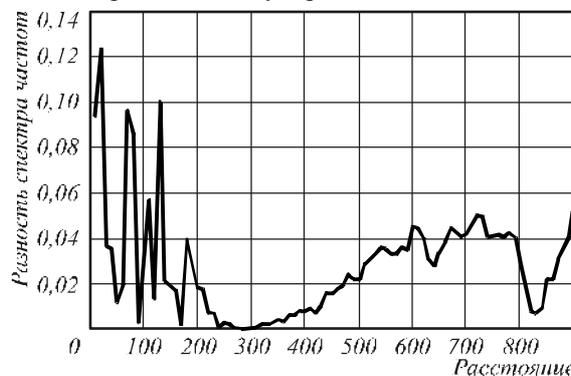


Рис. 5. Суммарные разности спектра пространственных частот восстановленных изображений и модельной частоты тестовой мира

Продольное разрешение компьютерных голограмм

Для определения продольного разрешения были компьютерно синтезированы серии оцифрованных голограмм 1024×1024 элемента. В качестве модельного объекта использовали две черные точки размерами 2×2 элемента на белом фоне. Было задано исходное (базовое) расстояние от ПЗС-камеры до плоскости объекта $d = 200$ мм. Затем в интервале $d \pm 1$ мм от базового расстояния был синтезирован еще ряд голограмм с минимальным шагом продольной дискретизации $\Delta d = 0,01$ мм.

Далее, из всех голограмм, созданных в интервале ($d \pm 1$ мм), вычиталась базовая (основная) голограмма ($\Delta d = 0$). Затем для всех полученных массивов разности вычислялся модуль среднего значения интенсивности и строился график изменения квадрата модуля среднего значения интенсивности при поперечном смещении базовой голограммы относительно исходного расстояния.

Аналогичные вычисления были проведены для базовых расстояний от 200 до 1000 мм от плоскости матрицы до плоскости объекта. На рис. 6 приведены результаты моделирования.

Голограммы полагались различными, если при изменении Δd среднее значение интенсивности всех элементов голограммы меняется не менее чем на один разряд градации интенсивности. Если среднее значение интенсивности пикселей голограммы меняется менее чем на один разряд, то голограммы слабо отличаются и о высоком продольном разрешении говорить нельзя.

Исходя из полученных результатов, оптимальным следует считать расстояние 300 мм от плоскости ПЗС-камеры для записи и восстановления компьютерных голограмм. При данном расстоянии

наблюдается максимальная крутизна ветвей графика значений интенсивности, что говорит о более быстром изменении интенсивности при смещении плоскости голограммы по глубине, т.е. имеется более высокое продольное разрешение.

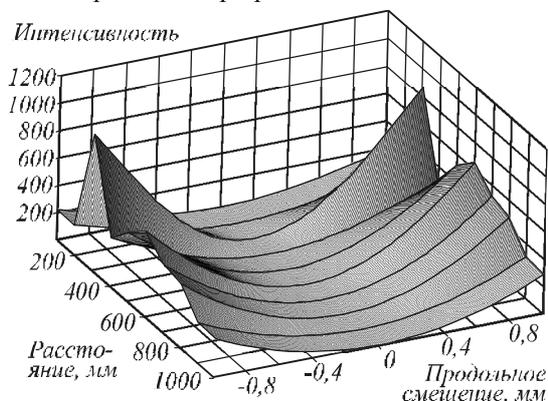


Рис. 6. Изменение квадрата модуля среднего значения интенсивности для разностей синтезированных голограмм на различных расстояниях с шагом продольной дискретизации $\Delta d = 0,01$ мм

Изменение среднего значения интенсивности пикселей на один разряд происходит при смещении голограммы по глубине не менее чем на 0,1 мм. Следовательно, для данного оптимального расстояния максимальное продольное разрешение составляет 0,1 мм.

Экспериментальная проверка

Для эксперимента была собрана установка для записи осевых голограмм по схеме Д. Габора (рис. 7). В качестве исследуемого объекта использовалась стеклянная пластинка с нанесенными контурами цифр – стандартная телевизионная мира. Рисунок телевизионной мира создан напылением металла, благодаря чему голографируемый объект является более контрастным, чем обычные шпальные миры, и полностью удовлетворяет условиям записи и восстановления голограмм Д. Габора.

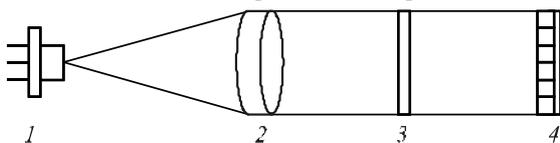


Рис. 7. Схема экспериментальной установки для компьютерной записи голограмм Д. Габора:

- 1 – полупроводниковый лазерный диод, 2 – расширитель пучка, 3 – стандартная мира, 4 – ПЗС-матрица

Особенностью эксперимента являлось то, что вместо гелий-неонового лазера использовался компактный полупроводниковый лазер с мощностью излучения 20 мВт при длине волны $650 \text{ нм} \pm 10 \text{ нм}$.

Были записаны габоровские голограммы стандартной миры при расстояниях от 160 до 480 мм на чипе ПЗС-камеры, с шагом дискретизации 10 мм. После восстановления действительных изображений миры на заданных расстояниях, был построен график отношения сигнал/шум для восстановленного изображения (рис. 8).

В натурном эксперименте, помимо детерминированной помехи, свой вклад вносят и случайные шумы. Из графика (рис. 8) видно, что минимальные значения суммарного уровня шума лежат в диапазоне расстояний от 300 до 350 мм. Минимальное значение приходится на расстояние 310 мм от ПЗС-матрицы.

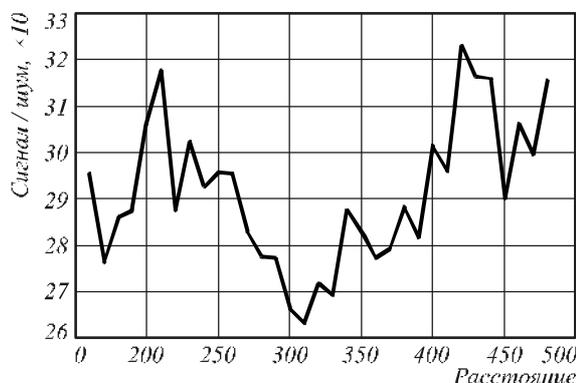


Рис. 8. График значений суммарного уровня шума для восстановленных изображений телевизионной миры

Для расстояния с минимальным отношением сигнал/шум были восстановлены плоскости действительных изображений в интервале $\Delta d = \pm 1$ мм от исходного расстояния 310 мм с шагом продольной дискретизации 0,01 мм. Затем из исходного изображения последовательно вычитались остальные изображения в заданном интервале (рис. 9).

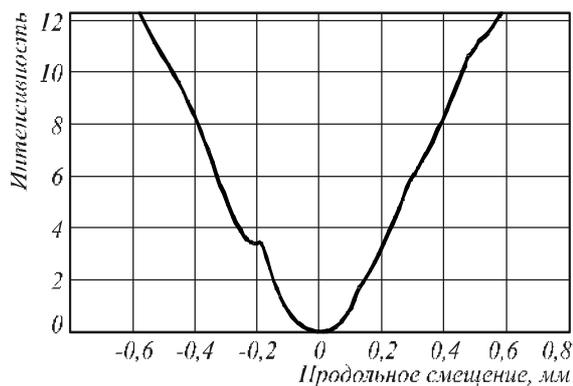


Рис. 9. Изменение квадрата среднего значения интенсивности для разностей восстановленных изображений на расстоянии 310 ± 1 мм при шаге продольной дискретизации 0,01 мм

Из полученных данных видно, что среднее значение интенсивности всех элементов голограммы меняется на один разряд градации интенсивности лишь при продольном смещении плоскости восстановленного действительного изображения не менее чем на 0,1 мм. Следовательно, для данного оптимального расстояния максимальное продольное разрешение составляет 0,1 мм.

Результаты и выводы

Основные выводы можно сформулировать следующим образом:

- 1. Решена задача оптимизации параметров схемы Д. Габора (расстояние для записи компьютерных

голограмм в зависимости от ширины матрицы, числа элементов в одном ряду ПЗС-приемника и длины волны) для получения заданного продольного и поперечного разрешения.

2. Для ПЗС-матрицы с размерами пикселя 17,4 мкм и излучения полупроводникового лазера с длиной волны $650 \text{ нм} \pm 10 \text{ нм}$ получен оптимальный интервал расстояний для записи и восстановления изображений компьютерных голограмм – от 300 до 500 мм.

3. Для оптимального расстояния 300 мм от ПЗС-приемника до плоскости голографируемого объекта рассчитано и экспериментально обосновано максимальное продольное разрешение при компьютерном восстановлении голограмм – 0,1 мм.

При восстановлении изображений основным недостатком осевой схемы является не само по себе наличие двух изображений, а то, что их невозможно разделить – когда фокусируется действительное изображение, оно всегда сопровождается расфокусированным мнимым изображением. Таким образом, даже для объектов с большим пропусканием качество изображений ухудшается из-за их раздвоенности. Исключить этот недостаток можно при использовании, например, внеосевых схем записи голограмм, но при этом появляются другие ограничения, в частности, на минимальный угол между опорным и предметным лучами [7].

Литература

1. **Захаров, Ю.Н.** Исследование когерентных свойств лазерного излучения методами голографии и спекл-интерферометрии / Ю.Н. Захаров, А.Н. Малов, А.Ю. Попов, А.В. Тюрин // Компьютерная оптика. – 2009. – Т. 33, № 1. – С. 61-69.
2. **Coetmellec, S.** Characterization of diffraction patterns directly from in-line holograms with the fractional Fourier transform / S. Coetmellec, D. Lebrun, C. Oezkul // Appl. Optics. 2002. – Vol.41. – P. 312-319.
3. Методы компьютерной обработки изображений / под ред. В.А. Соифера – М.: Физматлит, 2003. – 784 с.
4. **Schnars, U.** Direct recording and numerical reconstruction of holograms: reduction of the spatial frequency spectrum / U. Schnars, Th.M. Kreis, W. Jueptner // Opt. Eng. – 1996. – Vol.35, No.4. – P. 977-982.
5. **Гудмен, Дж.** Введение в Фурье-оптику / Дж. Гудмен // – М.: Мир, 1970. – 364 с.
6. Дифракционная компьютерная оптика / под ред. В.А. Соифера – М.: Физматлит, 2007. – 736 с.
7. **Бородин, А.Н.** Применение полупроводниковых лазеров в компьютерной голографии / А.Н. Бородин, А.Н. Малов, А.В. Сычевский // Голография: Фундаментальные исследования, инновационные проекты и нанотехнологии, 2008. – С. 279-285.

References

1. **Zakharov, Yu.N.** Holography and speckle-interferometry methods of laser irradiation coherence properties investigations / Yu.N. Zakharov, A.N. Malov, A.Yu. Popov, A.V. Tyurin // Computer optics. – 2009. – V. 33, № 1. – P. 61-69. – (in Russian).
2. **Coetmellec, S.** Characterization of diffraction patterns directly from in-line holograms with the fractional Fourier transform / S. Coetmellec, D. Lebrun, C. Oezkul // Appl. Optics. – 2002. – Vol.41. – P. 312-319.
3. Methods of Computer images processing / edited by V.A. Soifer – Moscow: Fizmatlit, 2003. – 784 p. – (in Russian).
4. **Schnars, U.** Direct recording and numerical reconstruction of holograms: reduction of the spatial frequency spectrum / U. Schnars, Th.M. Kreis, W. Jueptner // Opt. Eng. – 1996. – Vol.35, No.4. – P. 977-982.
5. **Goodman, J.** Introduction to Fourier Optics. – Moscow: Mir, 1970. – 364 p. – (in Russian).
6. Diffraction Computer optics / edited by V.A. Soifer – Moscow: Fizmatlit, 2007. – 736 p. – (in Russian).
7. **Borodin, A.N.** Computer holography with the semiconductor laser / A.N. Borodin, A.N. Malov, A.V. Sychevskiy // Holography: Fundamental investigations, innovation projects and nanotechnology, 2008. – P. 279-285. – (in Russian).

D.GABOR'S SCHEME OPTIMIZATION FOR COMPUTER HOLOGRAM RECORDING

Arthur Nikolayevich Borodin¹ (researcher, e-mail: artur_b@mail.ru),

Alexander Nikolayevich Malov¹ (professor, e-mail: cohol2007@yandex.ru),

Alexey Victorovich Sychevskiy² (post-graduate student, e-mail: apple.irk@mail.ru)

¹ Irkutsk Higher Air force Engineering School (Military Institute),

² Irkutsk State Medical University

Abstract

Possibilities of the digital holograms reconstruction, which has been recorded on the D. Gabor scheme, are discussed. There are problems to define the limiting distances of holograms recording with the help of axial-scheme in depended on characteristics of CCD-matrix and geometrical parameters of the scheme of recording the holograms. When the recording and reconstruction of digital holograms on small distances the quality of the reconstruction images is low enough. First of all this deterioration is connected with the twain virtual-image, which removes on small distance from real-image, and as a result the high noise's level on reconstruction images. When the distance increases, the quality of the real-image's reconstruction becomes worse, but the influence of virtual-image with it all decreases.

Key words: computer holography, axial-scheme, parameters of CCD-matrix semiconductor laser, signal/noise, optimal distance.