

АНАЛИЗ ПРИМЕНИМОСТИ МЕТОДОВ ИНТЕРПОЛЯЦИИ И ЭКСТРАПОЛЯЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Евгений Викторович Щерба (аспирант, e-mail: evscherba@gmail.com)
Омский государственный технический университет

Аннотация

В ходе разработки системы защиты цифровой видеoinформации был поставлен вопрос о восстановлении исходного изображения на основе некоторого его сегмента. В представленной работе произведен теоретический и экспериментальный анализ применимости методов интерполяции и экстраполяции для решения этой задачи. Полученные результаты позволили выбрать наилучший метод сегментации для использования в системе защиты.

Ключевые слова: защита видеoinформации, разделение секрета, сегментация изображения, восстановление изображения, интерполяция, экстраполяция.

Введение

Неотъемлемым атрибутом большинства видеосистем следующего поколения станет использование потоковой передачи видеoinформации по компьютерным сетям. Но при передаче информации по открытому каналу связи неизбежно встает задача её защиты. Наиболее часто для решения этой задачи используется шифрование передаваемых данных. Но большинство традиционных систем шифрования не могут напрямую использоваться для работы с цифровой видеoinформацией в системах реального времени, поскольку их скорость шифрования недостаточно высока, особенно в тех случаях, когда алгоритмы реализуются программным обеспечением. К тому же, существование различных алгоритмов сжатия в цифровых видеосистемах делает довольно сложным включение этапа шифрования во всю систему в целом [1]. Таким образом, для защиты содержания цифровых видеоизображений требуются особые системы.

При осуществлении криптографического анализа системы защиты канала передачи видеoinформации на основе схемы с разделением секрета (СРС) был поставлен вопрос о возможности восстановления исходного изображения на основе некоторого количества его проекций, т.е. некоторого сегмента исходного изображения [2]. Основной подход к решению данной задачи, предложенный в ряде работ, заключается в применении к восстанавливаемому изображению методов интерполяции и экстраполяции [3, 4]. Целью данной статьи является анализ возможностей этих методов в контексте безопасного применения системы защиты. Необходимость анализа также обоснована поиском метода образования проекций из исходного изображения, сводящего эффективность методов восстановления к минимуму.

Целью восстановления изображения $h(x,y)$, скомпонованного из проекций, является получение из него при помощи некоторой обработки изображения $\hat{f}(x,y)$, которое близко к идеальному изображению $f(x,y)$ по заданному критерию. Ошибка оценивания в каждой точке изображения определяется следующим образом:

$$\varepsilon(x, y) = \hat{f}(x, y) - f(x, y), \quad (1)$$

а средняя квадратичная ошибка (СКО) через ее квадрат, то есть дисперсию ошибки:

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{M_1 M_2} \sum_{x=0}^{M_1-1} \sum_{y=0}^{M_2-1} (\hat{f}(x,y) - f(x,y))^2. \quad (2)$$

Критерий минимума квадрата СКО ($\varepsilon^2 \rightarrow \min$), используемый в данной статье для сравнения методов восстановления, является наиболее универсальным и распространенным критерием качества восстановления [5].

1. Интерполяция на «равномерной сетке»

В случае, когда проекция представляет собой сетку с равноудаленными узлами (рис. 1а) с заданными в этих узлах значениями функции $h(x,y)$, искомым результатом можно получить, воспользовавшись билинейной интерполяцией (рис. 1б).

По своей сути билинейная интерполяция представляет собой расширение линейной интерполяции для функций от двух переменных. Пусть необходимо найти значение функции $h(x,y)$ в произвольной точке (x', y') . Значения функции $h(x,y)$ в каждой из четырех точек, ближайших к точке (x', y') , являются известными. Поэтому искомое значение этой функции в точке с координатами (x', y') может быть получено по известным значениям в четырех соседних точках с помощью выражения:

$$h(x', y') = ax' + by' + cx'y' + d, \quad (3)$$

где четыре коэффициента в правой части выражения могут быть определены из системы четырех уравнений с четырьмя неизвестными, для получения которой нужно последовательно подставить в (3) координаты и известные значения функции $h(x,y)$ в каждой из четырех соседних точек. После того как коэффициенты найдены, не составляет труда определить искомые значения.

Альтернативой билинейной интерполяции на равномерной сетке может выступать метод интерполяции бикубическим сплайном (рис. 1в).

Интерполяция кубическими сплайнами заключается в поиске таких полиномов третьей степени на каждом из отрезков (границы которых являются соседними узлами сетки), у которых первая и вторая производные совпадают с первой и второй производной соседнего полинома.



Рис. 1. Пример интерполяции на «равномерной сетке»:
1а – исходное изображение, 1б – результат билинейной интерполяции,
1в – результат интерполяции бикубическим сплайном

Таким образом, получаемая непрерывная кусочно-полиномиальная функция обладает непрерывными первой и второй производной, что фактически означает её гладкость (второго порядка). Для построения бикубического сплайна требуется предварительно построить последовательность из M одномерных кубических сплайнов по строкам двумерной матрицы значений функции $h(x, y)$ в узлах сетки. Далее, для получения каждого интерполируемого значения необходимо проделать следующие шаги:

1. Произвести M сплайн интерполяций для получения вектора значений $h(x_i, y), i = 0, \dots, M - 1$.
2. Построить одномерный кубический сплайн по полученным значениям.
3. Произвести сплайн интерполяцию искомого значения $h(x, y)$.

Бикубическая интерполяция сплайнами позволяет добиться минимума ε^2 при интерполяции на «равномерной сетке».

2. Экстраполяция

Пусть теперь необходимо найти значение функции $h(x, y)$ в точке (x', y') , которая лежит вне пределов области заданных значений $h(x, y)$. В этом случае необходимо решать задачу экстраполяции. В некоторых случаях при экстраполяции изображений неплохие результаты могут быть получены с помощью линейного прогнозирования [6, 7]. Пусть $\{z'_\alpha\}$ – последовательность измерений набора значений некоторой величины z , обозначаемого $\{z\}$ и связанного с ней случайным шумом:

$$z'_\alpha = z_\alpha + n_\alpha. \quad (4)$$

Основная идея линейного прогнозирования заключается в линейном представлении некоторого истинного произвольного значения z_* через последовательность значений $\{z'_\alpha\}$:

$$z_* = \sum_{\alpha} d_{*\alpha} z'_\alpha + v_*. \quad (5)$$

Необходимо найти такие коэффициенты $d_{*\alpha}$, чтобы отклонение v_* в некотором смысле было мини-

мальным. Естественный путь минимизировать отклонение v_* – построить прогноз наилучший в среднеквадратичном смысле:

$$\langle v_*^2 \rangle = \left\langle \left[\sum_{\alpha} d_{*\alpha} (z_\alpha + n_\alpha) - z_* \right]^2 \right\rangle \rightarrow \min. \quad (6)$$

На примере, представленном в статье с помощью линейного прогнозирования, экстраполировано свыше 30% площади изображения (рис. 2а, рис. 2б). Однако следует заметить, что этот метод имеет достаточное количество ограничений и применим лишь в некоторых случаях.

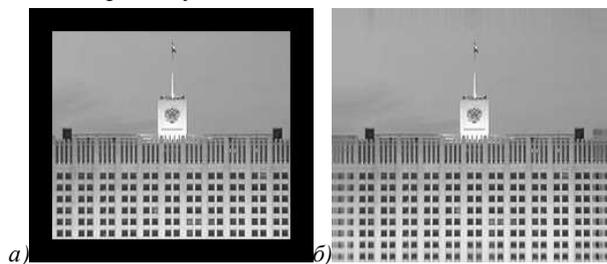


Рис. 2. Пример экстраполяции линейным прогнозированием: 2а – исходное изображение, 2б – результат экстраполяции

3. Интерполяция на «неравномерной сетке», восстановление «яркостных» разрывов

Возвращаясь к случаю проекции вида «равномерная сетка», следует обозначить ещё один особый случай, когда проекция представляет собой «неравномерную сетку» либо «равномерную сетку» с разрывами. Несмотря на то, что решение задачи восстановления обозначенной проекции может быть сведено к комбинации двух вышеуказанных решений (интерполяции и экстраполяции), разрывы трудно восстановимы. Опытные данные свидетельствуют о том, что билинейная интерполяция разрывов более эффективна, чем бикубическая интерполяция сплайнами (рис. 3).

Существует ли способ ещё сильнее снизить эффективность представленных решений при восстановлении разрывов?

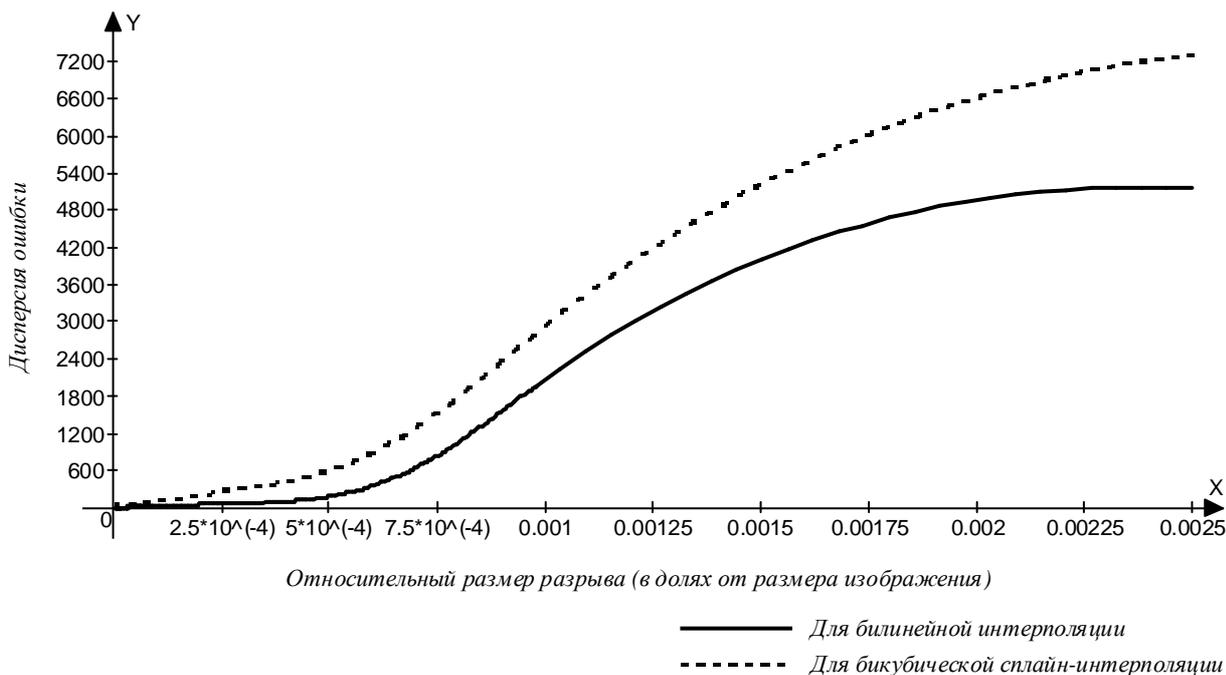


Рис. 3. Результаты интерполяции случайного одиночного разрыва

Ведь исходная задача состоит в том, чтобы максимально усложнить процесс восстановления исходного изображения на основе некоторого (неполного) количества его проекций для аналитика.

В результате проведенных исследований был предложен способ сегментации на основе значения $f(x,y)$. Каждая проекция в результате сегментации будет включать в себя точки из определенного диапазона яркости, число которых определяется числом проекций. В соответствии со значением $f(x,y)$ точки разбиваются на классы. В схеме с 2-мя проекциями эти классы выглядят следующим образом:

$$P_0 = \left\{ (x, y) \mid f(x, y) < \frac{1}{M_1 M_2} \sum_{x=0}^{M_1-1} \sum_{y=0}^{M_2-1} f(x, y) \right\},$$

$$P_1 = \left\{ (x, y) \mid f(x, y) \geq \frac{1}{M_1 M_2} \sum_{x=0}^{M_1-1} \sum_{y=0}^{M_2-1} f(x, y) \right\}. \tag{7}$$

А для случая произвольного числа $n = 2^k$ ($k > 1$) проекций определение классов происходит рекуррентно:

$$P_i = \left\{ (x, y) \mid f(x, y) < \frac{2^{k-1}}{M_1 M_2} \sum_{(x,y) \in \bar{P}_j} f(x, y) \right\},$$

$$P_{i+1} = \left\{ (x, y) \mid f(x, y) \geq \frac{2^{k-1}}{M_1 M_2} \sum_{(x,y) \in \bar{P}_j} f(x, y) \right\}. \tag{8}$$

Здесь \bar{P}_j - это класс, образованный для схемы с 2^{k-1} проекциями, т.е. $j \in [0; 2^{k-1} - 1]$, а $i = 2j$.

Таким образом, каждая точка из исходного изображения попадет в одну и только одну проекцию. Поскольку проекции будут иметь те же простран-

ственные размеры, что и исходное изображение, а при переходе точки из изображения в проекцию её координаты сохраняются, некоторое количество точек в проекции будет неопределено, т.е. будут образованы «яркостные» разрывы.

Особенность разрывов такого рода состоит в том, что применяемое для них «сглаживание» не обеспечивает необходимого результата, а дисперсия ошибки интерполяции с увеличением числа проекций в системе растет быстрее, чем для случайного разрыва (рис. 4). Кроме того, поскольку выборка данных в проекцию не случайна, возможность линейного прогнозирования отсутствующих данных также исключена.

Таким образом, методы интерполяции и линейного прогнозирования в некоторых случаях позволяют восстановить исходное изображение на основе некоторого числа проекций. Но, исходя из полученных результатов, способ «яркостной» сегментации исходного изображения на проекции позволяет минимизировать эффективность рассмотренных методов и наилучшим образом отвечает заявленным требованиям.

Литература

1. **Володин, А.А.** Обработка видео в системах телевизионного наблюдения / А.А. Володин, В.Г. Митько, Е.Н. Спинко // Вопросы защиты информации. – 2002. – № 4(59). – С. 34-47.
2. **Щерба, Е.В.** Метод защиты канала передачи видеoinформации на основе мультиплексирования трафика / Е.В. Щерба // Вопросы защиты информации. – 2008. – № 1(80). – С. 55-60.
3. **Гонсалес, Р.** Цифровая обработка изображений. / Р. Гонсалес, Р. Вудс – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
4. **Press, W.H.** Interpolation, Realization, and Reconstruction of Noisy, Irregularly Sampled Data / W.H. Press, G.B. Rybicki // Astrophysical Journal. 1992. – Vol. 398. – P. 169-176.

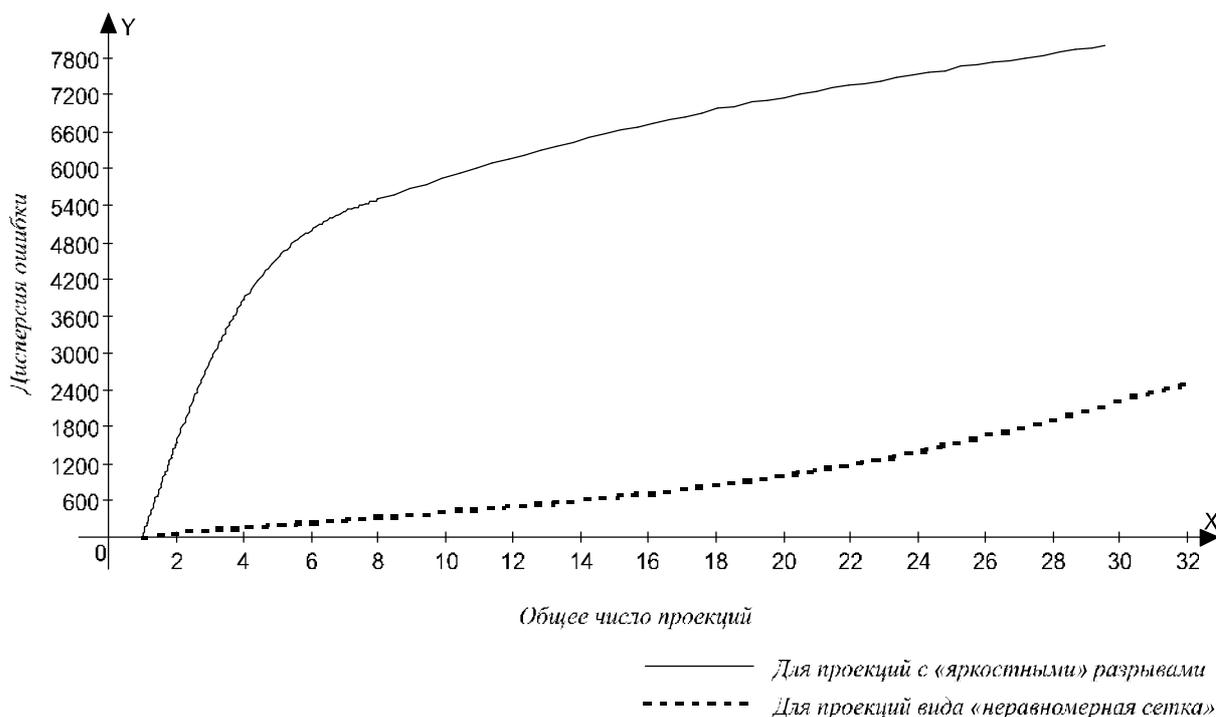


Рис. 4. Результаты билинейной интерполяции для двух видов проекций

5. **Сойфер, В.А.** Теоретические основы цифровой обработки изображений / В.А. Сойфер, В.В. Сергеев, С.Б. Попов, В.В. Мясников – Самара: СГАУ, 2000. – 256 с.
6. **Brezinski, C.** Extrapolation Methods. Theory and Practice. / C. Brezinski, M. Redivo Zaglia – Amsterdam: Elsevier Science and Technology, 1991. – 474 pp.
7. **Press, W.H.** Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing. Third Edition. / W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery – Cambridge, Cambridge University Press, 2007. – 1256 pp.

References

1. **Volodin, A.A.** Video data processing in television observation systems / A.A. Volodin, V.G. Mitco, E.N. Spinko // Information Security Issues. – 2002. – № 4(59). – P. 34-47. – (in Russian).
2. **Shcherba, E.V.** A method for secure video streaming on basis of multiplexing system / E.V. Shcherba // Information Security Issues. – 2008. – № 1(80). – P. 55-60. – (in Russian).
3. **Gonzales, R.** Digital Image Processing / R. Gonzales, R. Woods – Moscow: Technosphere, 2005. – 1072 p. – (in Russian).
4. **Press, W.H.** Interpolation, Realization, and Reconstruction of Noisy, Irregularly Sampled Data / W.H. Press, G.B. Rybicki // Astrophysical Journal. 1992. – Vol. 398. – P. 169-176.
5. **Soifer, V.A.** Theoretical fundamentals of digital image processing / V.A. Soifer, V.V. Sergeev, S.B. Popov, V.V. Myasnikov – Samara: SSAU, 2000. – 256 p. – (in Russian).
6. **Brezinski, C.** Extrapolation Methods. Theory and Practice. / C. Brezinski, M. Redivo Zaglia - Amsterdam: Elsevier Science and Technology, 1991. - 474 pp.
7. **Press, W.H.** Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing. Third Edition. / W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery - Cambridge, Cambridge University Press, 2007. - 1256 pp.

APPLICATION ANALYSIS OF INTERPOLATION AND EXTRAPOLATION METHODS AS USED FOR IMAGE RESTORATION

*Evgeny Victorovich Shcherba (post-graduate student, e-mail: evscherba@gmail.com)
Omsk State Technical University*

Abstract

This paper addresses the possibilities of interpolation and extrapolation methods application for digital image restoration. The main part of efforts has been devoted to the development a segmentation method for secure video streaming system.

Key words: video information security, secret sharing, image segmentation, image restoration, interpolation, extrapolation.

Поступила в редакцию 04.05.2009 г.