

СЖАТИЕ СВЕТА В ДВУХАТОМНОЙ МОДЕЛИ ДЖЕЙНСА-КАММИНГСА С НЕВЫРОЖДЕННЫМИ ДВУХФОТОННЫМИ ПЕРЕХОДАМИ

*Евгений Константинович Баикуров (профессор, e-mail: bash@ssu.samara.ru),
Светлана Петровна Липатова (магистр, e-mail: bash@ssu.samara.ru)
Самарский государственный университет*

Аннотация

Исследованы особенности сжатия света в системе двух двухуровневых атомов с вырожденными двухфотонными переходами, взаимодействующих с модой когерентного электромагнитного поля в идеальном резонаторе. В результате численного моделирования параметров сжатия показано, что в случае двухфотонных переходов максимальная степень сжатия поля значительно превосходит соответствующую величину для однофотонного случая.

Ключевые слова: двухуровневый атом, вырожденные двухфотонные переходы, сжатие света.

Одним из наиболее перспективных направлений в современной квантовой оптике является исследование сжатых состояний электромагнитного поля. Явление сжатия света изучено в настоящее время как теоретически, так и экспериментально в огромном количестве работ (см. ссылки в обзорах и монографиях [1],[2]). Такие состояния привлекают особое внимание не только потому, что они позволяют глубже понять природу электромагнитного поля, но и благодаря их широким возможным применениям для высокоточных оптических измерений, оптической связи, квантовых вычислений и др. [2]. Экспериментально сжатие света было впервые реализовано в 1985 году в нелинейном процессе четырехволнового смешения света в оптическом резонаторе [3]. Позднее для генерации сжатых состояний электромагнитного поля использовались различные нелинейные оптические процессы. В настоящее время выполнено более 40 различных экспериментов по наблюдению сжатых состояний света в различных нелинейных оптических средах, в том числе для пучков атомов в резонаторах [1]. Для атомов в резонаторах эксперименты по генерации сжатого света в настоящее время выполнены только для случая высоких плотностей атомов. При наличии точного резонанса моды резонаторного поля с атомным переходом такая система атомов представляет собой сильно нелинейную среду, в которой возможна генерация сжатого света, регистрируемого экспериментально. Имеются две группы экспериментов по наблюдению сжатых состояний света для пучков атомов в резонаторе. В эксперименте Орозко с соавторами [4] использовались плотные пучки атомов Na, а в эксперименте Х. Бэчера с соавторами [5] использовались атомные пучки Ba, создающие оптически тонкие слои атомов в резонаторе. В обоих экспериментах не удалось добиться заметного практически значимого подавления шума (уменьшение уровня шума для резонаторного поля составило примерно 20 %). При этом авторам не удалось проинтерпретировать результаты экспериментов в рамках обычной полуклассической модели нелинейной среды, основанной на уравнениях Максвелла-Блоха [6]. Таким образом, для адекватного описания особенностей атом-полевого взаимодействия в реализованных экс-

периментах необходим полный анализ квантовой динамики атомной и полевой подсистем. Хорошо известно, что простейшей нетривиальной моделью, позволяющей описать квантовые эффекты излучения атома в резонаторе, является модель Джейнса-Каммингса, описывающая двухуровневый атом, взаимодействующий с выделенной модой квантованного электромагнитного поля в идеальном резонаторе. В рамках этой модели и ее простейших обобщений, учитывающих наличие дополнительного третьего атомного уровня, многофотонных переходов, многомодовости квантового электромагнитного поля и второго двух- или трехуровневого атома, как оказалось, могут быть описаны практически все основные квантовые эффекты, возникающие при взаимодействии излучения с веществом, в том числе и сжатие света [7]. В настоящее время интерес к таким моделям перестал быть чисто теоретическим, поскольку реализация одноатомного однофотонного и двухфотонного лазера и микролазера [8],[9] предоставила возможность непосредственного исследования таких систем и экспериментальной проверки основных положений квантовой электродинамики. Модель Джейнса-Каммингса с диссипацией была реализована также на ионах в магнитных ловушках, квантовых точках и в сверхпроводящих системах [2]. Для единичных ионов в магнитных ловушках Пауля наблюдалась генерация колебательных сжатых состояний ионов [10].

Возможность сжатия света в модели Джейнса-Каммингса и ее простейших обобщениях анализировалась многими авторами, начиная с работы П. Мейстре и М. Зубайри [11]. Многочисленные ссылки на последующие работы можно найти в обзоре [12] и монографии [1]. Для описания результатов экспериментов по генерации сжатого света пучками атомов в резонаторах [4],[5] естественно рассмотреть многоатомную модель Джейнса-Каммингса. При этом точные решения для временного поведения наблюдаемого поля могут быть получены только в простейшем случае двухатомных систем. Сжатие света в простейшей системе двух двухуровневых атомов с различными типами переходов в идеальном резонаторе в случае вакуумного, коге-

рентного и теплового состояний резонаторного поля было рассмотрено в работах [13]-[16]. При этом для случая, когда в атомах разрешены однофотонные переходы, максимальная степень сжатия для двухатомной модели составляет около 20 %, что находится в согласии с экспериментальными результатами. В настоящее время особое внимание в квантовой оптике и квантовой информатике уделяется многофотонным процессам ввиду высокой степени корреляции испускаемых атомами фотонов [17]. Представляет большой интерес исследовать особенности сжатия света в двухатомной модели Джейнса-Каммингса с невырожденными двухфотонными переходами, так как наличие сильной корреляции между фотонами должно приводить к усилению степени сжатия резонаторного поля. Сжатие света в многофотонной двухатомной модели рассматривалось ранее в [13], [14]. Однако авторы ограничились рассмотрением случая вакуумного или слабого когерентного начального состояния поля (среднее начальное число фотонов в моде $\bar{n} \ll 1$), в то время как в указанных выше экспериментах выполнялось противоположное условие $\bar{n} \gg 1$.

В настоящей работе нами детально исследованы особенности сжатия света в вырожденной двухфотонной двухатомной модели Джейнса-Каммингса для различных начальных интенсивностей резонаторного поля и различных начальных состояний атомной подсистемы. Заметим, что аналогичное исследование для невырожденной двухфотонной модели проведено нами в работе [18].

Рассмотрим систему двух двухуровневых атомов с частотой атомного перехода ω_0 , взаимодействующих с модой квантового когерентного электромагнитного поля частоты ω посредством двухфотонных невырожденных переходов. Предположим также наличие в системе двухфотонного резонанса $\omega_0 = 2\omega$. Тогда гамильтониан изучаемой системы в приближении вращающейся волны можно записать в виде

$$H = \hbar\omega a^+ a + \sum_{j=1}^2 \hbar\omega_0 R_j^z + \sum_{j=1}^2 \hbar g (R_j^+ a^2 + R_j^- a^{+2}), \quad (1)$$

где a^+ (a) - оператор рождения (уничтожения) фотона резонаторной моды, R_j^z - оператор полуразности населенностей в j -ом двухуровневом атоме, R_j^+ (R_j^-) - повышающий (понижающий) оператор в j -ом двухуровневом атоме и g - константа атом-фотонного взаимодействия. Обозначим через $|+\rangle$ и $|-\rangle$ возбужденное и основное состояния одиночного атома, а через $|n\rangle$ фоковское состояние моды резонаторного поля. Тогда двухатомная волновая функция есть $|v_1, v_2\rangle = |v_1\rangle |v_2\rangle$, где $v = +, -$.

Пусть атомы приготовлены в начальный момент в произвольной чистой суперпозиции базисных векторов

$$|\Psi(0)\rangle = \alpha |+, +\rangle + \beta |+, -\rangle + \gamma |-, +\rangle + \delta |-, -\rangle,$$

где $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ - произвольные комплексные числа, удовлетворяющие условию нормировки, а резонаторное поле в когерентном состоянии

$$|v\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n\rangle.$$

Здесь $F_n = \exp(-\bar{n}/2) \frac{\bar{n}^{-n/2}}{\sqrt{n!}} e^{i\phi}$, где \bar{n} - среднее

число фотонов в моде, а ϕ - фаза когерентного состояния.

Точное решение временного уравнения Шредингера для модели с гамильтонианом (1) и при выбранных начальных условиях имеет вид

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_n (A_n(t) |+, +\rangle |n\rangle + B_n(t) |+, -\rangle |n+2\rangle + C_n |-, +\rangle |n+2\rangle + D_n |-, -\rangle |n+4\rangle), \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} A_n(t) &= \frac{1}{2\Omega_n^2} (p_n^2 + q_n^2 \cos[2\Omega_n t]) \alpha F_n - \\ &\quad - \frac{i q_n}{2\Omega_n} \sin[2\Omega_n t] (\beta + \gamma) F_{n+2} - \frac{p_n q_n}{\Omega_n^2} \sin^2[\Omega_n t] \delta F_{n+4}, \\ B_n(t) &= -\frac{i q_n}{2\Omega_n} \sin[2\Omega_n t] \alpha F_n + (\cos^2[\Omega_n t] \beta - \\ &\quad - \sin^2[\Omega_n t] \gamma) F_{n+2} - \frac{i p_n}{2\Omega_n} \sin[2\Omega_n t] \delta F_{n+4}, \\ C_n &= -\frac{i q_n}{2\Omega_n} \sin[2\Omega_n t] \alpha F_n + (\cos^2[\Omega_n t] \gamma - \\ &\quad - \sin^2[\Omega_n t] \beta) F_{n+2} - \frac{i p_n}{2\Omega_n} \sin[2\Omega_n t] \delta F_{n+4}, \\ D_n &= -\frac{p_n q_n \sin^2[\Omega_n t]}{\Omega_n^2} \alpha F_n - \\ &\quad - \frac{i p_n \sin[2\Omega_n t]}{2\Omega_n} (\beta + \gamma) C_{n+2} + \frac{(q_n^2 + p_n^2 \cos[2\Omega_n t])}{2\Omega_n^2} \delta F_{n+4}, \end{aligned}$$

где

$$q_n = \sqrt{(n+1)(n+2)}, \quad p_n = \sqrt{(n+3)(n+4)},$$

и $\Omega_n = \sqrt{(p_n^2 + q_n^2)}/2$ - частоты Раби.

Для того чтобы исследовать возможность сжатия моды поля введем стандартным образом медленноменяющиеся квадратурные компоненты для моды резонаторного поля

$$X_1 = (1/2)(a e^{i\omega t} + a^+ e^{-i\omega t}),$$

$$X_2 = (1/2i)(a e^{i\omega t} - a^+ e^{-i\omega t}).$$

Поскольку квадратурные компоненты удовлетворяют коммутационному соотношению $[X_1, X_2] = i/2$, соотношение неопределенностей для них принимает вид

$$(\Delta X_1)^2 (\Delta X_2)^2 \geq 1/16,$$

где $(\Delta X_i)^2 = \langle X_i^2 \rangle - \langle X_i \rangle^2$ ($i = 1, 2$) – дисперсии квадратурных компонент. Как известно, сжатое состояние минимизирует соотношение неопределенностей для квадратурных компонент. При этом для одной из компонент (сжатой) выполняется соотношение $(\Delta X_i)^2 < 1/4$ ($i = 1, 2$). Для анализа численных расчетов удобно ввести так называемые параметры сжатия следующим образом

$$S_i = \frac{(\Delta X_i)^2 - 1/4}{1/4} = 4(\Delta X_i)^2 - 1 \quad (i = 1, 2).$$

Условие $S_i < 0$ для какой-либо из квадратурных компонент будет означать наличие в ней уменьшения флуктуаций поля ниже квантового предела. Значению $S_i = -1$ соответствует полное отсутствие квантовых флуктуаций в соответствующей квадратурной компоненте. Часто в качестве критерия сжатия используют также величину $|S_i| \times 100\%$. Тогда 100% сжатию соответствует нулевая неопределенность одной из компонент. В терминах операторов рождения и уничтожения фотонов параметры сжатия можно представить в виде

$$S_1 = 2\langle a^+ a \rangle + 2\text{Re}\langle a^2 e^{2i\omega t} \rangle - 4(\text{Re}\langle a e^{i\omega t} \rangle)^2, \quad (3)$$

$$S_2 = 2\langle a^+ a \rangle - 2\text{Re}\langle a^2 e^{2i\omega t} \rangle - 4(\text{Im}\langle a e^{i\omega t} \rangle)^2. \quad (4)$$

Используя явное выражение для волновой функции (2) нетрудно вычислить явные временные зависимости параметров сжатия, определяемые формулами (3) и (4). Указанные соотношения не приведены из-за их слишком громоздкого вида. Результаты численного моделирования временной зависимости параметров сжатия для различных значений параметров модели приведены на рис. 1-3.

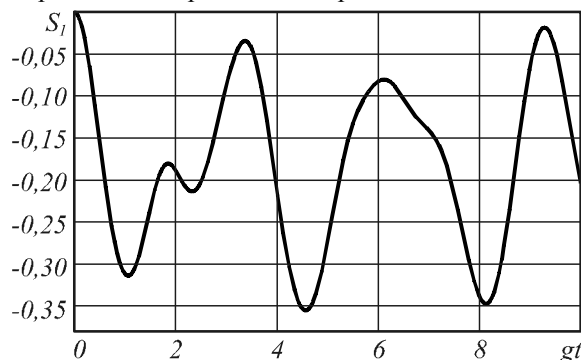


Рис. 1. Длинновременное поведение параметра сжатия S_1 для модели с $\bar{n} = 0,2$. Атомы в начальный момент времени находятся в состоянии $|-, -\rangle$.

На рис. 1 показано длинновременное поведение параметра сжатия в первой квадратурной компоненте для малых значений начальной интенсивности резонаторного поля и атомов, приготовленных в начальный момент времени в основном состоянии $|-, -\rangle$.

Из рисунка видно, что для малых начальных интенсивностей поля параметр сжатия S_1 принимает для любых моментов времени отрицательное значение, это говорит о стационарном характере сжатия в первой квадратурной компоненте. Естественно, что при этом в любой момент времени $S_2 > 0$, т.е. во второй квадратурной компоненте сжатие отсутствует при любых начальных интенсивностях резонаторного поля. Такое поведение модели заметно отличается от поведения двухатомной однофотонной модели, для которой при выбранных начальных интенсивностях поля параметры сжатия S_1 и S_2 осциллируют во времени, принимая как положительные, так и отрицательные значения.

При этом максимальная степень сжатия составляет около 20%. При увеличении начальной интенсивности поля число пиков для параметра сжатия S_1 в области отрицательных значений сжатия уменьшается (при условии $\bar{n} > 1,5$ остается всего один пик в отрицательной области). При этом максимальная степень сжатия в первой квадратурной компоненте в области первого пика достигает 60% в случае $\bar{n} = 1,5$ (см. рис.2).

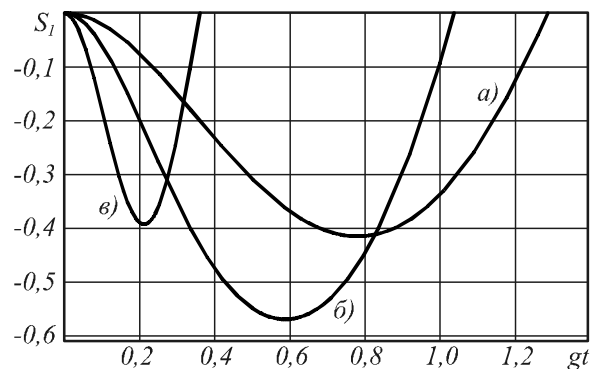


Рис. 2. Коротковременное поведение параметра сжатия S_1 для модели с: а) $\bar{n} = 0,5$ б) $\bar{n} = 1,5$ в) $\bar{n} = 5$. Атомы в начальный момент времени находятся в состоянии $|-, -\rangle$.

Таким образом, максимальная степень сжатия в двухфотонной модели почти в три раза превосходит соответствующую величину для однофотонной модели, исследованной в [14-17]. На рис. 3 показано коротковременное поведение параметра сжатия S_1 в случае возбужденного начального состояния атомов. Максимальная степень сжатия в первой квадратурной компоненте составляет около 40% и достигается для среднего числа фотонов $\bar{n} = 15$. При этом сжатие в первой квадратурной компоненте возникает с запаздыванием во времени. Интересно отметить, что в случае однофотонных переходов сжатие в первой квадратурной компоненте возникает только в случае, когда атомы первоначально приготовлены в основном состоянии [14,15]. Для двухфотонного случая, как показывает численное моделирование, сжатие возможно при любом начальном состоянии атомов.

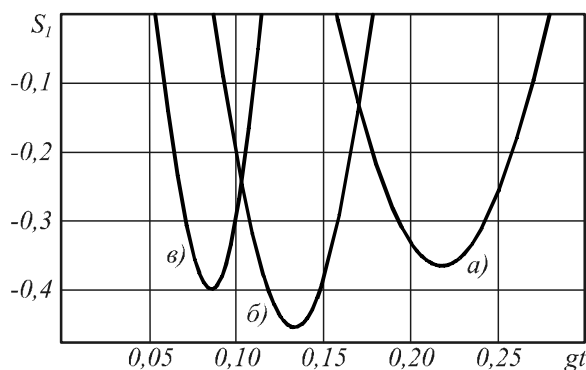


Рис. 3. Коротковременное поведение параметра сжатия S_1 для модели с: а) $\bar{n} = 8$ б) $\bar{n} = 15$ в) $\bar{n} = 25$. Атомы в начальный момент времени находятся в основном состоянии $|+, +\rangle$

Таким образом, в настоящей работе мы детально исследовали особенности сжатия света в системе двух атомов с вырожденными двухфотонными переходами, взаимодействующих с модой когерентного поля в резонаторе без потерь. При этом было показано, что такая нелинейная среда является значительно более выгодной для генерации сжатого света в сравнении с системой атомов, в которой разрешены однофотонные переходы. Поэтому представляло бы интерес проведение эксперимента по наблюдению сжатого света для систем атомов в резонаторе с использованием двухфотонных переходов.

Литература

1. **Bachor, H.-A.** A Guide to experiments in quantum optics. / H.-A. Bachor, T. Ralph – Weinheim: Wiley - VCH, 2004. – 420 p.
2. **Walls, D.F.** Quantum optics / D.F. Walls, G. Milburn – Berlin: Springer, 2008. – 651 p.
3. **Slusher, R.E.** /R.E. Slusher, L.W. Hollberg, B. Yurke, J.C. Mertz and J.F. Valley // Phys. Rev. Lett. – 1985. – V.55. – P. 2409–2416.
4. **Orozco, L.A.** Squeezed-state generation in optical bistability / L.A. Orozco [and other] // J. Opt. Soc. Am. – 1987. – V.B4. – №11. – P. 1490-1500.
5. **Hope, D.M.** The atom-cavity system as a generator of quadrature squeezed states / D.M. Hope [and other] // Appl. Phys. – 1992. – V.B55. – №3. – P. 210 - 215.
6. **Пластун, И.Л.** Исследование влияния нестационарных когерентных эффектов и резонансного самовоздействия на характеристики лазерного пучка, модулированного по частоте / И.Л. Пластун, В.Л. Дербов // Компьютерная оптика. – 2009. – Т.33. – №3. – С. 233 - 239.
7. **Shore, B.W.** On the Jaynes-Cummings model / B.W. Shore, P.L. Knight // J.Mod.Opt. – 1993. – V.40. – P. 1195-1238.
8. **Haroche, S.** Exploring the Quantum. Atoms, Cavities and Photons /S. Haroche, J.-M. Raimond – New York: Oxford University Press, 2006 – 606 p.
9. **Walther, H.** Cavity quantum electrodynamics / H. Walther [and other] // Rep. Prog. Phys. – 2006. – V.69. – P. 1325-1382.
10. **Meekhof, D.M.** Generation of nonclassical states of a trapped atom / D.M. Meekhof [and other] // Phys. Rev. Lett. –1996. – V.76. – №11. – P.1796 - 1799.

11. **Meystre, P.** Squeezed states in the Jaynes-Cummings model / P. Meystre, M.S. Zubairy // Phys. Lett. – 1982. – V.A89. – №8. – P. 390-392.
12. **Dodonov, V.V.** 'Nonclassical' states in quantum optics: a 'squeezed' review of the first 75 years / V.V. Dodonov // J. Opt. B: Quant. Semiclass. Opt. – 2002. – V.4. – P.R1-R33.
13. **Kadantseva, E.P.** Light squeezing in the two-atom one-mode model with multi-photon transitions / E.P.Kadantseva, Fam le Kien, A.S. Shumovsky // Physica. – 1988. – V.C150. – P. 445-456.
14. **Bashkirov, E.K.** Squeezing of the square of the field amplitude in the two-atom one-mode model with multiphoton transitions / E.K. Bashkirov, A.S. Shumovsky A.S.// Intern. Journ. Mod. Phys. – 1990. – V.B4. – №9. P. 1579 - 1587.
15. **Bashkirov, E.K.** Squeezing and amplitude-squared squeezing in the model of two nonidentical two-level atoms / E.K. Bashkirov // Intern. Jour. Modern Phys. –2007. – V.21. – №2. – P. 145-157.
16. **Башкиров Е.К.** Сжатие и статистика света в диссипативной двухатомной модели Джейнса-Каммингса / Е.К. Башкиров, М.С. Русакова // Оптика и спектроскопия. – 2008. – Т.105. – № 1. – С. 82-88.
17. **Dell'Anno, F.** Multiphoton quantum optics and quantum state engineering / F. Dell'Anno, S. De Siena, F. Illuminati // Phys. Reports. – 2006. – V.428. – P. 53-168.
18. **Bashkirov, E.K.** Dynamics of two-atom Jaynes-Cummings model with nondegenerate two-photon transitions / E.K. Bashkirov // Laser Physics. – 2006. –V.16. – № 8. – P. 1218-1226.

References

1. **Bachor, H.-A.** A Guide to experiments in quantum optics. / H.-A. Bachor, T. Ralph – Weinheim: Wiley - VCH, 2004. – 420 p.
2. **Walls, D.F.** Quantum optics / D.F. Walls, G. Milburn – Berlin: Springer, 2008. – 651 p.
3. **Slusher, R.E.** /R.E. Slusher, L.W. Hollberg, B. Yurke, J.C. Mertz and J.F. Valley // Phys. Rev. Lett. – 1985. – V.55. – P. 2409–2416.
4. **Orozco, L.A.** Squeezed-state generation in optical bistability / L.A. Orozco [and other] // J. Opt. Soc. Am. – 1987. – V.B4. – №11. – P. 1490-1500.
5. **Hope, D.M.** The atom-cavity system as a generator of quadrature squeezed states / D.M. Hope [and other] // Appl. Phys. – 1992. – V.B55. – №3. – P. 210 - 215.
6. **Plastun, I.L.** Investigation of the nonstationary coherent effects and resonant self action influence on the characteristics of a frequency modulated laser beam / I.L. Plastun, V.L. Derbov // Computer Optics. – 2009. – V.33. – №3. – P. 233 - 239.
7. **Shore, B.W.** On the Jaynes-Cummings model / B.W. Shore, P.L. Knight // J.Mod.Opt. – 1993. – V.40. – P. 1195-1238.
8. **Haroche, S.** Exploring the Quantum. Atoms, Cavities and Photons /S. Haroche, J.-M. Raimond – New York: Oxford University Press, 2006 – 606 p.
9. **Walther, H.** Cavity quantum electrodynamics / H. Walther [and other] // Rep. Prog. Phys. – 2006. – V.69. – P. 1325-1382.
10. **Meekhof, D.M.** Generation of nonclassical states of a trapped atom / D.M. Meekhof [and other] // Phys. Rev. Lett. –1996. – V.76. – №11. – P.1796 - 1799.
11. **Meystre, P.** Squeezed states in the Jaynes-Cummings model / P. Meystre, M.S. Zubairy // Phys. Lett. – 1982. – V.A89. – №8. – P. 390-392.

12. **Dodonov, V.V.** 'Nonclassical' states in quantum optics: a 'squeezed' review of the first 75 years / V.V. Dodonov // J. Opt. B: Quant. Semiclass. Opt. – 2002. – V.4. – P.R1-R33.
13. **Kadantseva, E.P.** Light squeezing in the two-atom one-mode model with multi-photon transitions / E.P.Kadantseva, Fam le Kien, A.S. Shumovsky // Physica. – 1988. – V.C150. – P. 445-456.
14. **Bashkirov, E.K.** Squeezing of the square of the field amplitude in the two-atom one-mode model with multiphoton transitions / E.K. Bashkirov, A.S. Shumovsky A.S.// Intern. Journ. Mod. Phys. – 1990. – V.B4. – №9. P. 1579 - 1587.
15. **Bashkirov, E.K.** Squeezing and amplitude-squared squeezing in the model of two nonidentical two-level atoms / E.K. Bashkirov // Intern. Jour. Modern Phys. – 2007. – V.21. – №2. – P. 145-157.
16. **Bashkirov E.K.** Statistics and light squeezing and field statistics in dissipative two-atom Jaynes-Cummings / E.K. Bashkirov, M.S. Rusakova // Optics and Spectroscopy Оптика и спектроскопия. – 2008. – Т.105. – № 1. – P. 73-78.
17. **Dell'Anno, F.** Multiphoton quantum optics and quantum state engineering / F. Dell'Anno, S. De Siena, F. Illuminati // Phys. Reports. – 2006. – V.428. – P. 53-168.
18. **Bashkirov, E.K.** Dynamics of two-atom Jaynes-Cummings model with nondegenerate two-photon transitions / E.K. Bashkirov // Laser Physics. – 2006. –V.16. – № 8. – P. 1218-1226.

LIGHT SQUEEZING IN TWO-ATOM JAYNES-CUMMINGS MODEL WITH DEGENERATE TWO-PHOTON TRANSITIONS

*Eugene Konstantinovich Bashkirov (professor, e-mail: bash@ssu.samara.ru),
Svetlana Petrovna Lipatova (master, e-mail: bash@ssu.samara.ru)
Samara State University*

Abstract

The light squeezing for two two-level atom interacting with coherent field in ideal cavity via degenerate two-photon transitions has been investigated. The computer modeling of the squeezing parameter revealed that degenerate two-photon process is of great efficiency than that from one-photon process.

Key words: two-level atom, degenerate two-photon transitions, light squeezing.

В редакцию поступила 23.10.2009 г.