

## ЗЕРКАЛЬНЫЕ ЛАЗЕРНЫЕ ПУЧКИ ЭЙРИ

Хонина С.Н.<sup>1,2</sup>, Волотовский С.Г.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Учреждение Российской академии наук Институт систем обработки изображений РАН,

<sup>2</sup> Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева

### Аннотация

В работе рассмотрен новый тип пучков Эйри, описываемых суперпозицией ограниченных по  $n$ -му нулю (или экстремуму) смещенных и зеркально отраженных функций Эйри. Распределение таких зеркальных функций Эйри, гладко сшитых в начале координат по месту усечения, напоминает четные и нечетные моды Эрмита-Гаусса. Однако пучки, согласованные с зеркальными функциями Эйри не сохраняют свой вид в дальней зоне, а их спектр описывается косинусной функцией от нелинейного аргумента (с кубической и линейной зависимостью). При распространении зеркальные пучки Эйри демонстрируют расходимость, пропорциональную квадрату пройденного расстояния.

**Ключевые слова:** моды лазерного излучения, лазерные пучки Эйри, спектральные свойства, отклонение от прямолинейного распространения и ускорение, зеркальные пучки Эйри.

### Введение

Интерес к функциям Эйри, возникший в конце семидесятых годов прошлого века в контексте квантовой механики [1], был реанимирован в последнее время в связи с новыми возможностями, которые предлагает дифракционная оптика в физической реализации математических абстракций.

Функции Эйри являются бесконечно протяженными: экспоненциально спадая при положительных значениях аргумента, при отрицательных значениях, подобно бесселевым функциям, демонстрируют осциллирующий характер с плохо затухающей амплитудой [2], поэтому для их физической реализации требуется усечение. В статье [3] были рассмотрены пучки Эйри с конечной энергией, описываемые произведением классической моды Эйри и экспоненциальной функции, а в работе [4] получена обобщенная формула, описывающая парааксиальное прохождение Эйри-Гауссовых пучков через оптическую ABCD-систему.

Хотя аподизация гауссовым или экспоненциальным распределением (в последнем случае Фурье-образ пропорционален гауссовой функции) позволяет достаточно просто формировать такие пучки с помощью пространственного модулятора света, освещенного лазерным излучением, в обоих случаях формируемые пучки фактически перестают быть бездифракционными, хотя приблизительно сохраняют свой вид до некоторого расстояния.

В работе [5] был рассмотрен иной способ усечения бесконечной моды Эйри – с помощью прямоугольной апертуры, усекающей функцию в положительной части аргумента при спадении ее практически до нуля, а в отрицательной части до  $n$ -го нуля. Аналогичное «ограниченное» распределение Эйри формируется в поперечном сечении мод лазеров «шепчущей галереи» [6-8]. В статье [5] проводилось сравнение степени расходимости трех типов усеченных пучков Эйри: экспоненциальных, гауссовых и просто ограниченных диафрагмой - и было численно показано, что в последнем случае

осциллирующая структура пучка и узкий четко выделенный максимум интенсивности сохраняется гораздо дольше, чем в двух первых.

В работе [9] обсуждались результаты экспериментального формирования таких пучков Эйри с помощью бинарно-кодированных фазовых дифракционных оптических элементов (ДОО). При этом с помощью параметров кодирования варьировался энергетический вклад высокочастотных составляющих формируемого пучка и была продемонстрирована генерация распределения, бесконечно долго сохраняющего концентрацию энергии в узком боковом лепестке. В дальней зоне к основному лепестку добавляется симметричный. Именно такой пучок был использован для захвата полистироловых микрошариков и выстраивания их в ряд. Также лазерные пучки Эйри использовались и для других типов оптического манипулирования микрочастицами [10, 11].

Среди других сопротивляющихся дифракции мод пучки Эйри выделяются особым свойством «ускорения», которое при распространении в свободном пространстве проявляется как отклонение от прямолинейной траектории по параболическому закону  $x \sim z^2$  [3, 12-14].

В работах [15, 16] было рассмотрено обобщенное семейство двумерных «ускоряющихся» пучков на основе пучков Эйри и параболических пучков и способы их генерации. В этом случае двумерный пучок представляется как произведение одномерного пучка Эйри или параболического и любого другого одномерного распределения.

Аналогичный двумерный составной пучок Эйри-Эрмита-Гаусса рассмотрен в работах [6-8, 17], где показано, что в дальней зоне дифракции после выхода лазерной моды из резонатора в свободное пространство пучок Эйри можно аппроксимировать набором смещенных гауссовых пучков различной ширины в соответствии с осцилляциями пучка Эйри. При этом расходимость пучка Эйри в дальней зоне будет такой же, как у гауссового пучка.

В данной работе рассмотрены ограниченные пучки Эйри, описываемые суперпозицией усеченных по  $n$ -му нулю (или экстремуму) смещенных и зеркально отраженных функций Эйри, названных зеркальными пучками Эйри. Распределение таких ограниченных функций Эйри, гладко сшитых в начале координат по месту усечения, напоминает четные и нечетные моды Эрмита-Гаусса, однако они не сохраняют свой вид в дальней зоне, а их спектр описывается косинусной функцией от нелинейного аргумента (с кубической и линейной зависимостью). При распространении зеркальные пучки Эйри демонстрируют расходимость, пропорциональную квадрату пройденного расстояния.

### 1. Свойства одномерных функций Эйри

Функция Эйри является решением не зависящего от времени уравнения Шредингера [1]:

$$-\psi''(x) + x\psi(x) = \varepsilon\psi(x), \quad \psi(x) = Ai(x - \varepsilon). \quad (1)$$

Для  $\varepsilon = 0$  получаем:

$$Ai''(x) - xAi(x) = 0, \quad (2)$$

откуда

$$xAi'(x) = Ai''(x). \quad (3)$$

Для действительных  $x$ :

$$Ai(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\left(\frac{t^3}{3} + xt\right)} dt, \quad (4)$$

следовательно, Фурье-образ от функции Эйри:

$$F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} Ai(x) e^{-ixt} dx = \exp\left(\frac{it^3}{3}\right) \quad (5)$$

представляет собой распределение

$$F(t) = A(t) \exp[i\varphi(t)]$$

с равномерной амплитудой  $A(t) = \text{const} = 1$  и кубической фазой  $\varphi(t) = t^3/3$ .

Также моды Эйри являются решением параксиального волнового уравнения:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2ik \frac{\partial}{\partial z}\right) \psi(x, z) = 0 \quad (6)$$

и при распространении в свободном пространстве приобретают лишь фазовый набег и «ускорение», т.е. смещение пропорционально квадрату пройденного расстояния [13]:

$$\psi(X, Z) = Ai\left[X - (Z/2)^2\right] \times \exp\left[iXZ/2 - iZ^3/12\right], \quad (7)$$

где  $X = x/c$  - безразмерная поперечная координата,  $Z = z/(kc^2)$  - нормированное расстояние распространения.

Моды (7) обладают бесконечной энергией и протяженностью, поэтому при физической реализации,

как и при численном моделировании, необходимо их ограничивать.

Фурье-образ от ограниченной функции Эйри:

$$F^c(t) = \int_{c_1}^{c_2} Ai(x) e^{-ixt} dx \quad (8)$$

можно описать сверткой:

$$\begin{aligned} F^c(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} Ai(x) \cdot \text{rect}\left(\frac{x + (c_1 + c_2)/2}{c_2 - c_1}\right) e^{-ixt} dx = \\ &= \frac{(c_1 + c_2)}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[\frac{it^3}{3} + \frac{it(c_1 + c_2)}{2}\right] \times \\ &\times \text{sinc}[(c_2 - c_1)(x - t)/2] dt, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\text{rect}(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$   $\text{sinc}(t) = \frac{\sin(t)}{t}$ .

При увеличении интервала  $[c_1, c_2]$  масштабный множитель в функции  $\text{sinc}(t)$  будет увеличиваться, а следовательно, осцилляций в спектре будет становиться больше. В пределе  $c \text{sinc}(ct) \xrightarrow{c \rightarrow \infty} \delta(t)$  и свертка (9) перейдет в (5).

На спектральных свойствах функций Эйри построена физическая реализация ограниченных экспоненциальных и гауссовых пучков Эйри с помощью многоуровневого динамического пространственного модулятора света [4, 13, 16]. В каждом из случаев используются свойства свертки с соответствующими Фурье-образами.

В статьях [5, 9] был рассмотрен альтернативный способ генерации ограниченных пучков Эйри, основанный на усечении по корням (значениям аргумента, соответствующим нулям функции).

Учитывая асимптотику функции Эйри при  $x \rightarrow \infty$ :

$$Ai(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} \frac{\exp\left(-\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right)}{2\sqrt{\pi}x^{\frac{1}{4}}}, \quad (10)$$

в положительной части координатной оси можно ограничиться  $c_2 = c_0 = 5$ .

Асимптотика функции Эйри при  $x \rightarrow -\infty$  имеет следующий вид:

$$Ai(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin\left(\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{\pi}x^{\frac{1}{4}}}, \quad (11)$$

и корни (нули) функции аппроксимируются выражением:

$$x_n = \left(\frac{3}{2}\pi n - \frac{3\pi}{8}\right)^{\frac{2}{3}}, \quad (12)$$

т.е. функция осциллирует с уменьшающимся периодом:

$$\Delta_n = x_{n+1} - x_n \approx \frac{4}{3n} \left( \frac{3}{2} \pi n \right)^{2/3}. \quad (13)$$

Тогда ограниченная справа в соответствии с (10) до  $c_0 = 5$ , а слева по  $n$ -му корню (12) функция Эйри описывается следующим выражением:

$$Ai_n(x) = Ai(x) \cdot \text{rect} \left( \frac{x + (x_n + c_0)/2}{c_0 - x_n} \right). \quad (14)$$

Для удобства моделирования и сравнения распределения (12) центрируются и масштабируются с целью приведения к единичному интервалу области определения  $[-1, 1]$ .

Масштабирование входного распределения  $\psi(x, z=0) = Ai((x+x_0)/c)$  влияет на ускорение пучка при распространении [4, 5]:

$$\psi(x, z) = Ai \left[ \frac{x+x_0}{c} - \left( \frac{z}{2kc^2} \right)^2 \right] \times \exp \left\{ i \frac{z}{2kc^2} \left[ \frac{x+x_0}{c} - \left( \frac{z}{2kc^2} \right)^2 \right] + \frac{i}{3} \left( \frac{z}{2kc^2} \right)^3 \right\}. \quad (15)$$

При этом параметр ускорения связан с масштабным множителем следующим соотношением:

$$x = \tau^2 z^2 - x_0, \quad \tau = \frac{1}{2kc^{3/2}}. \quad (16)$$

В табл. 1 показано параксиальное распространение одномерных пучков Эйри, ограниченных справа  $c_2 = 5$ , а слева 9-ю и 27-ю нулями ( $x_9 \approx 12$ ,  $x_{27} \approx 25$ ), на расстояние  $z \in [20 \text{ мм}, 500 \text{ мм}]$  в диапазоне  $x \in [-2 \text{ мм}, 2 \text{ мм}]$  при длине волны  $\lambda = 633 \text{ нм}$ , которая также используется во всех рассмотренных далее случаях.

Как видно из табл. 1, приведенные выше рассуждения полностью подтверждаются результатами численного моделирования. При увеличении номера  $n$  в (12), т.е. при уменьшении масштаба, наблюдается увеличение кривизны траектории распространения основного лепестка (ускорение) и приближение спектра к равномерному распределению.

Если провести аппроксимацию отклонения траектории распространения основного лепестка от прямолинейного движения по формуле (16), то в рассмотренных примерах для  $n=9$   $\tau \approx 1,3 \cdot 10^{-3}$ , а для  $n=27$   $\tau \approx 2,9 \cdot 10^{-3}$ .

Таблица 1. Распространение одномерных ограниченных пучков Эйри и спектральные распределения интенсивности

	$Ai_9(x)$	$Ai_{27}(x)$
Входное распределение амплитуды		
Распределение интенсивности при распространении $z \in [20 \text{ мм}, 500 \text{ мм}]$ $x \in [-2 \text{ мм}, 2 \text{ мм}]$		
Спектральное распределение интенсивности		

Таким образом, при уменьшении масштаба  $c^{-1} = (c_0 - x_n)/2$  в 1,7 раза ускорение увеличилось в 2,2 раза. Учитывая спектральные свойства, можно формировать лазерные пучки, приближенно описываемые функцией Эйри, выполняя преобразование Фурье от ограниченного равномерного распределения с кубической фазой:

$$Ai^c(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-t_0}^{t_0} \exp\left(\frac{it^3}{3} + ixt\right) dt = \int_{-\infty}^{\infty} Ai(t) \text{sinc}[t_0(x-t)] dt \xrightarrow{t_0 \rightarrow \infty} Ai(x). \tag{17}$$

Если рассматривать формирование пучков Эйри с использованием ограниченного равномерного распределения с кубической фазой (17), то также для удобства моделирования удобно рассматривать единственный интервал области определения, а в кубической фазе ввести масштабирующий коэффициент.

При этом для выполнения преобразования Фурье можно воспользоваться линзой или рассмотреть

распространение на большое расстояние по сравнению с размерами входной апертуры:

$$F(x, z) = \frac{k}{2\pi iz} \exp(ikz) \exp\left(\frac{ikx^2}{2z}\right) \times \int_{-1}^1 \exp(i\alpha t^3) \times \exp\left(\frac{ikt^2}{2z}\right) \exp\left(\frac{ikxt}{z}\right) dt \xrightarrow{z \rightarrow \infty} Ai^c(x). \tag{18}$$

В табл. 2 показано формирование ограниченных пучков Эйри на основе (18) при  $\alpha = 10$  и  $\alpha = 30$  на расстояние  $z \in [10 \text{ мм}, 1000 \text{ мм}]$  в диапазоне  $x \in [-3 \text{ мм}, 1 \text{ мм}]$ .

Как видно из табл. 2, при увеличении параметра  $\alpha$  в (18), что эквивалентно уменьшению масштаба функции Эйри, а также увеличению  $t_0$  в (17), распределение в дальней зоне дифракции становится ближе (с учетом модуляции sinc-функцией) к идеальной функции Эйри. Также наблюдается усиление изогнутости траектории распространения основного лепестка (увеличение ускорения).

Таблица 2. Формирование ограниченных пучков Эйри с использованием кубической фазы  $\exp(i\alpha t^3)$  при распространении в свободном пространстве

	$\alpha = 10$	$\alpha = 30$
Входное распределение фазы		
Распределение интенсивности при распространении $z \in [10 \text{ мм}, 1000 \text{ мм}]$ $x \in [-3 \text{ мм}, 1 \text{ мм}]$		
Распределение интенсивности на расстоянии $z=1000 \text{ мм}$ от входной плоскости		

Аналогичные результаты можно получить при использовании линзы или при дополнении кубической

фазы сходящейся сферической волной. В работе [18] был рассмотрен новый тип пучков Эйри, сформиро-

ванных в фокальной плоскости линзы при дифракции на круглой апертуре сферической волны, модифицированной кубической фазой. Такие пучки долго сохраняют хорошо выраженный максимальный пик, распространяющийся по параболической траектории.

В табл. 3 показано формирование ограниченных пучков Эйри с использованием кубической фазы  $\exp(i\alpha t^3)$  при  $\alpha = 10$  и  $\alpha = 30$  и сходящегося сферического фронта  $\exp(-ikt^2/2f)$  при  $f = 100$  мм при распространении в свободном пространстве на расстояние  $z \in [10 \text{ мм}, 250 \text{ мм}]$  в диапазоне  $x \in [-1 \text{ мм}, 1 \text{ мм}]$ .

Нужно отметить, что при дополнении кубической фазы квадратичной составляющей усиливается кривизна траектории основного лепестка, причем для меньших  $\alpha$  она выражена сильнее.

Из выражения (3) легко видеть, что второй производной функции Эйри соответствует первая производная в спектральной области:

$$\int_{-\infty}^{\infty} Ai''(x) e^{-ixt} dx = \int_{-\infty}^{\infty} x Ai'(x) e^{-ixt} dx = \\ = F'(t) = t^2 \exp\left(\frac{it^3}{3}\right), \tag{19}$$

т.е. представляет распределение с квадратично растущей амплитудой и кубической фазой.

Также из (4) можно получить соответствие для первой производной:

$$Ai'(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} t \exp\left(\frac{it^3}{3} + ixt\right) dt, \tag{20}$$

которое представляет собой распределения с линейной амплитудой и кубической фазой.

Таблица 3. Формирование ограниченных пучков Эйри с использованием кубической фазы и сходящегося сферического фронта при распространении в свободном пространстве

	$\alpha = 10, f = 100$ мм	$\alpha = 30, f = 100$ мм
Входное распределение фазы		
Распределение интенсивности при распространении $z \in [10 \text{ мм}, 250 \text{ мм}]$ $x \in [-1 \text{ мм}, 1 \text{ мм}]$		
Распределение интенсивности на расстоянии $z=100$ мм от входной плоскости		

В табл. 4 показано формирование пучков, пропорциональных производным функциям Эйри, с использованием кубической фазы  $\exp(i\alpha t^3)$  при  $\alpha = 5$ , а также линейной и квадратичной амплитудных

составляющих. Показаны результаты моделирования распространения в свободном пространстве на расстояние  $z \in [30 \text{ мм}, 1000 \text{ мм}]$  в диапазоне  $x \in [-4 \text{ мм}, 2 \text{ мм}]$ .

Таблица 4. Формирование пучков, пропорциональных производным функциям Эйри, с использованием кубической фазы и амплитудной составляющей

	$t \exp(i\alpha t^3) \rightarrow Ai'(x)$	$t^2 \exp(i\alpha t^3) \rightarrow Ai''(x)$
Входное распределение амплитуды (сплошная линия) и фазы (пунктирная линия)		
Распределение интенсивности при распространении $z \in [30 \text{ мм}, 1000 \text{ мм}]$ $x \in [-4 \text{ мм}, 2 \text{ мм}]$		
Распределение интенсивности на расстоянии $z = 250 \text{ мм}$ от входной плоскости		
Спектральное распределение интенсивности		

Из табл. 4 видно, что в данном случае, в отличие от формирования ограниченных пучков Эйри, в дальней зоне дифракции максимальное значение приходится на более узкие лепестки, т.к. линейная и тем более квадратичная амплитудная функции усиливают вклад высоких частот.

### 2. Зеркальные пучки Эйри

Рассмотрим сумму функции Эйри с ее зеркальным отражением. С учетом (4) и масштабирующего коэффициента:

$$Ai(x) + Ai(-x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \cos(\alpha t^3) e^{ixt} dt, \quad (21)$$

получаем в спектральной плоскости  $\cos(\alpha t^3)$ .

Аналогичный результат можно получить для суммы смещенных в разные стороны функций Эйри:

$$Ai(x-b) + Ai(-(x+b)) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \cos(\alpha t^3 - bt) e^{ixt} dt. \quad (22)$$

В табл. 5 показано формирование зеркальных пучков Эйри на основе выражений (21) и (22) при  $\alpha = 9$  и  $b = 50$ . Показаны результаты моделирования распространения в свободном пространстве на расстояние  $z \in [20 \text{ мм}, 700 \text{ мм}]$  в диапазоне  $x \in [-3 \text{ мм}, 3 \text{ мм}]$ .

В первом случае, когда зеркально-отраженные распределения не сдвинуты друг относительно друга, происходит фокусировка, а во втором случае формируются два симметричных основных

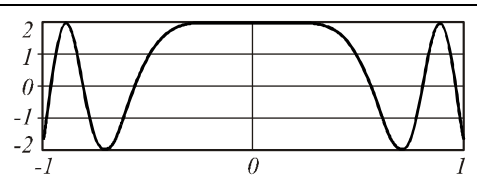
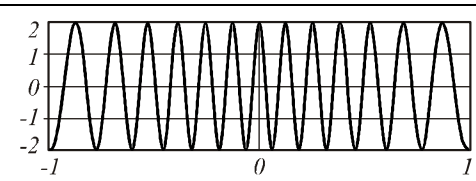
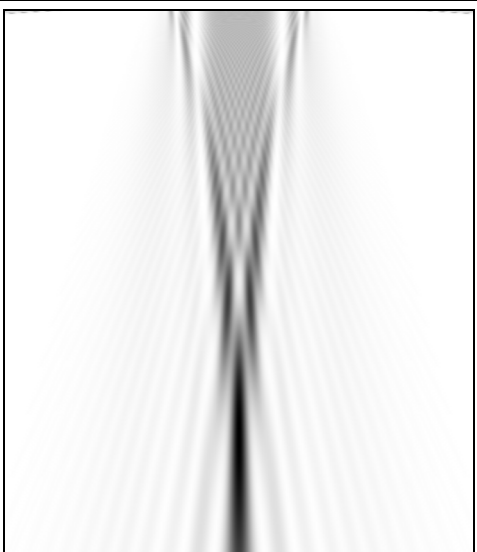
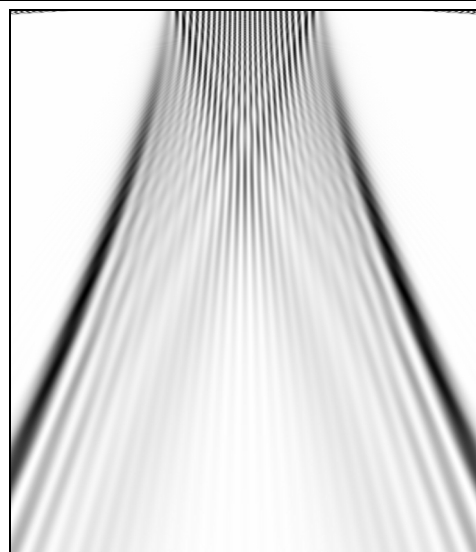
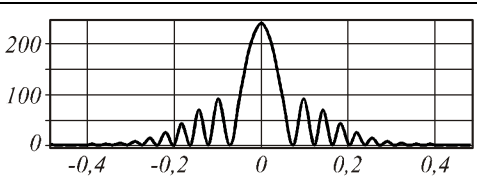
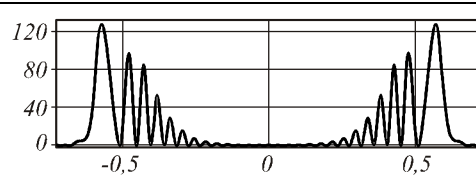
лепестка, распространяющихся по изогнутой траектории.

Зеркальные пучки Эйри можно формировать также из объектной плоскости в виде суммы смещенных ограниченных распределений (14):

$$mA_i = A_i(x - x_n) + (-1)^{n-1} A_i(-x - x_n). \quad (23)$$

Введение коэффициента в (23) связано с соблюдением гладкости сшивки двух функций в точке зеркального отражения (в данном случае при  $x = 0$ ), что иллюстрируется в табл. 6.

Таблица 5. Формирование зеркальных пучков Эйри с помощью косинусного распределения от кубического аргумента

	$\cos(\alpha t^3)$	$\cos(\alpha t^3 - bt)$
Входное распределение амплитуды		
Распределение интенсивности при распространении $z \in [20 \text{ мм}, 700 \text{ мм}]$ $x \in [-3 \text{ мм}, 3 \text{ мм}]$		
Спектральное распределение интенсивности		

В табл. 6 показано формирование зеркальных пучков Эйри на основе выражения (23) при  $n = 10$  с учетом коэффициента сшивки и без учета. Показаны результаты моделирования распространения в свободном пространстве на расстояние  $z \in [0,5 \text{ мм}, 50 \text{ мм}]$  в диапазоне  $x \in [-0,5 \text{ мм}, 0,5 \text{ мм}]$ .

Интересно, что гладко сшитые зеркальные пучки Эйри напоминают моды Эрмита-Гаусса [19, 20], но их спектральное распределение выглядит иначе и

близко к косинусной функции от нелинейного аргумента (рис. 1).

На рис. 1 показано сравнение четных и нечетных мод Эрмита-Гаусса и зеркальных пучков Эйри, масштабы которых согласованы так, чтобы совпадали координаты периферийных экстремумов. Четные зеркальные пучки Эйри формируются из распределения, описываемого суммой ограниченных функций Эйри, которые обрезаются в отрицательной части аргумента по  $n$ -му экстремуму.

Таблица 6. Формирование зеркальных пучков Эйри из объектной плоскости в виде суммы смещенных ограниченных распределений (19) при  $n = 10$

	Без учета коэффициента сшивки	С учетом коэффициента сшивки
Входное распределение амплитуды		
Распределение интенсивности при распространении $z \in [0,5 \text{ мм}, 50 \text{ мм}]$ $x \in [-0,5 \text{ мм}, 0,5 \text{ мм}]$		
Спектральное распределение интенсивности		

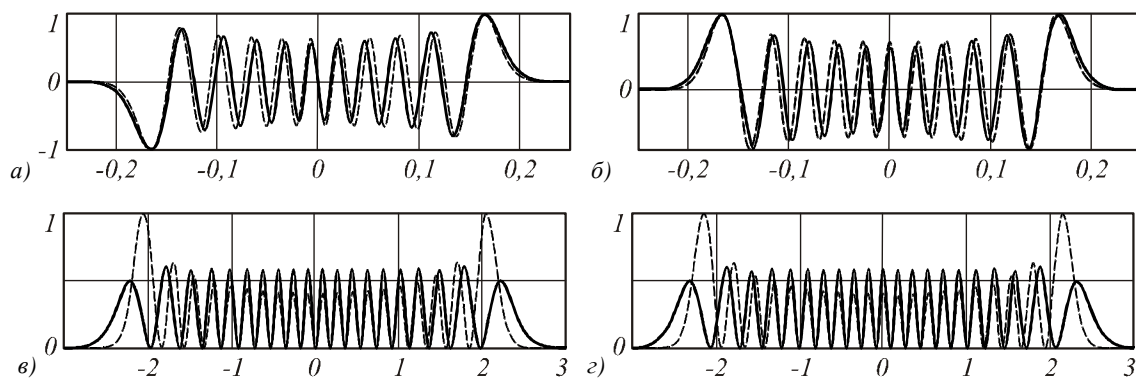


Рис. 1. Сравнительное распределение амплитуды для мод Эрмита-Гаусса (пунктирная линия) и зеркальных пучков Эйри (сплошная линия) для 19 нулей (а) и 20 нулей (б), а также соответствующее спектральное распределение интенсивности для 19 нулей (в) и 20 нулей (г)

На рис. 1 видно, что спектральное распределение зеркальных пучков Эйри содержит более высокие пространственные частоты, чем согласованные моды Эрмита-Гаусса, но при этом центральная часть (низкие и средние пространственные частоты) имеет равномерное по интенсивности распределение.

Сравнение распространения мод Эрмита-Гаусса и зеркальных пучков Эйри для 39 нулей при использовании линзы с фокусным расстоянием  $f = 10$  мм приведено в табл. 7. Показаны результаты модели-

рования распространения в свободном пространстве на расстояние  $z \in [0,5 \text{ мм}, 10 \text{ мм}]$  в диапазоне  $x \in [-0,25 \text{ мм}, 0,25 \text{ мм}]$ .

Как видно из табл. 7, траектория распространения зеркальных пучков Эйри отличается от траектории распространения мод Эрмита-Гаусса и имеет большую кривизну, особенно в периферийной части. При этом огибающая интенсивности центральной части зеркальных пучков Эйри близка к горизонтальной прямой.



Таблица 7. Сравнение распространения мод Эрмита-Гаусса и зеркальных пучков Эйри для 39 нулей при использовании линзы ( $f = 10$  мм)

	Мода Эрмита-Гаусса	Зеркальный пучок Эйри
Входное распределение амплитуды (сплошная линия) и фазы (пунктирная линия)		
Распределение интенсивности при распространении $z \in [0, 5 \text{ мм}, 10 \text{ мм}]$ $x \in [-0, 25 \text{ мм}, 0, 25 \text{ мм}]$		
Распределение интенсивности на расстоянии $z = 3$ мм от входной плоскости		

### Заключение

В данной работе рассмотрены способы формирования ограниченных пучков Эйри на основе дифрагирования бесконечных мод или их спектрального распределения. При этом показана зависимость параметра ускорения пучков Эйри от масштаба.

Введен новый тип пучков Эйри, описываемых суперпозицией ограниченных по  $n$ -му нулю (или экстремуму) смещенных и зеркально отраженных функций Эйри. Распределение таких зеркальных функций Эйри, гладко сшитых в начале координат по месту усечения, напоминает четные и нечетные моды Эрмита-Гаусса. Однако пучки, согласованные с зеркальными функциями Эйри не сохраняют свой вид в дальней зоне, а их спектр описывается косинусной функцией от нелинейного аргумента (с кубической и линейной зависимостью). При распространении зеркальные пучки Эйри демонстрируют расходимость, пропорциональную квадрату пройденного расстояния.

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (грант CRDF PG08-014-1), грантов РФФИ 10-07-00109-а, 10-07-00438-а и гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ НШ-7414.2010.9.

### Литература

1. **Berry, M.V.** Nonspreading wave packets / M.V. Berry, N.L. Balazs // *Am. J. Phys.* – 1979. – V. 47(3). – P. 264-267.
2. **Abramowitz, M.** Handbook of Mathematical Functions / M. Abramowitz and I.A. Stegun – Courier Dover Publications, 1972. – 1046 p.
3. **Siviloglou, G.A.** Accelerating finite energy Airy beams / G.A. Siviloglou, D.N. Christodoulides // *Opt. Letters.* – 2007. – V. 32(8). – P. 979-981.
4. **Banders, M.A.** Airy-Gauss beams and their transformation by paraxial optical systems / M.A. Banders, J.C. Gutierrez-Vega // *Opt. Express.* – 2007. – V. 15(25). – P. 16719-16728.

5. **Хонина, С.Н.** Ограниченные 1D пучки Эйри: лазерный веер / С.Н. Хонина, С.Г. Волоотовский // Компьютерная оптика. – 2008. – Т. 32, № 2. – С. 168-174.
6. **Marhic, M.E.** Whispering-Gallery CO<sub>2</sub> Laser / M.E. Mar-hic, L.I. Kwan, M. Epstein // IEEE J. Quant. Electr. – 1979. – QE-15(6). – P. 487-490.
7. **Grossman, J.G.** Radio-frequency-excited carbon dioxide metal waveguide laser / J.G. Grossman, L.W. Casperson, and O.M. Stafsudd // App. Opt. – 1983. – V. 22(9). – P. 1298-1305.
8. **Al-Mashaabi, F.S.** Direct current-excited CW CO<sub>2</sub> metal waveguide laser / F.S. Al-Mashaabi and L.W. Casperson // App. Opt. – 1989. – V. 28(10). – P. 1899-1903.
9. **Хонина, С.Н.** Формирование лазерных пучков Эйри с помощью бинарно-кодированных дифракционных оптических элементов для манипулирования микрочастицами / С.Н. Хонина, Р.В. Скиданов, О.Ю. Моисеев // Компьютерная оптика. – 2009. – Т. 33, № 2. – С. 138-146.
10. **Baumgartl, J.** Optically mediated particle clearing using Airy wavepackets / J. Baumgartl, M. Mazilu, and K. Dholakia // Nat. Photonics. – 2008. – Vol. 2. – P. 675–678.
11. **Baumgartl, J.** Optical redistribution of microparticles and cells between microcells / J. Baumgartl, G. Hannappel, D.J. Stevenson, D. Day, M. Gu, and K. Dholakia // Lab on a Chip. – 2009. – V. 9. – P. 1334-1336.
12. **Besieris, I.M.** A note on an accelerating finite energy Airy beam / I.M. Besieris and A.M. Shaarawi // Opt. Lett. – 2007. – V. 32. – P. 2447-2449.
13. **Siviloglou, G.A.** Observation of accelerating Airy beams / G.A. Siviloglou, J. Broky, A. Dogariu, and D.N. Christodoulides // Phys. Rev. Lett. – 2007. – V. 99. – P. 213901.
14. **Saari, P.** Laterally accelerating Airy pulses / Peeter Saari // Optics Express. – 2008. – Vol. 16, No. 14. – P. 10303-10308.
15. **Bandres, M.A.** Accelerating beams / Miguel A. Bandres // Optics Letters. – 2009. – Vol. 34, No. 24. – P. 3791-3793.
16. **Davis, J.A.** Generation of accelerating Airy and accelerating parabolic beams using phase-only patterns / Jeffrey A. Davis, Mark J. Mitry, Miguel A. Bandres, Isaac Ruiz, Kevin P. McAuley, and Don M. Cottrell // Applied Optics. – 2009. – Vol. 48, No. 17. – P. 3170-3176.
17. **Grossman, J.G.** Propagation of Airy-Hermite-Gaussian waveguide modes in free space / Jonathan G. Grossman, Lee W. Casperson, Oscar M. Stafsudd, and Leroy V. Sutter, Jr. // Applied Optics. – 1984. – Vol. 23, No. 1. – P. 48-52.
18. **Carretero, L.** Nonparaxial diffraction analysis of Airy and SAiry beams / Luis Carretero, Pablo Acebal, Salvador Blaya, Celia Garcia, Antonio Fimia, Roque Madrigal, Angel Murciano // Optics Express. – 2009. – Vol. 17, No. 25. – P. 22432- 22441.
19. **Siegman, A.E.** Lasers. Chapter 16. – University Science Books, 1986.
20. **Yariv, A.** Quantum Electronics (3rd ed.) – Wiley, 1989.
2. **M. Abramowitz and I. A. Stegun,** Handbook of Mathematical Functions (Dover, 1972).
3. **Siviloglou G.A., Christodoulides D.N.,** Accelerating finite energy Airy beams, Opt. Letters 32(8), 979-981 (2007).
4. **Banders M.A., Gutierrez-Vega J.C.,** Airy-Gauss beams and their transformation by paraxial optical systems, Opt. Express 15(25), 16719-16728 (2007).
5. **Khonina S.N., Volotovskiy S.G.,** Bounded 1D Airy beams: laser fan, Computer Optics, 32(2), 168-174 (2008). – (in Russian).
6. **Marhic M. E., Kwan L. I., Epstein M.,** Whispering-Gallery CO<sub>2</sub> Laser, IEEE J. Quant. Electr. QE-15(6), 487-490 (1979).
7. **Grossman J. G., Casperson L. W., and Stafsudd O. M.,** Radio-frequency-excited carbon dioxide metal waveguide laser, App. Opt. 22(9), 1298-1305 (1983).
8. **Al-Mashaabi F. S. and Casperson L. W.,** Direct current-excited CW CO<sub>2</sub> metal waveguide laser, App. Opt. 28(10), 1899-1903 (1989).
9. **Khonina S.N., Skidanov R.V., Moiseev O.Yu.,** Airy laser beams generation by binary-coded diffractive optical elements for microparticles manipulation, Computer Optics, 33(2), 138-146 (2009). – (in Russian).
10. **J. Baumgartl, M. Mazilu, and K. Dholakia,** “Optically mediated particle clearing using Airy wavepackets,” Nat. Photonics 2, 675–678 (2008).
11. **J. Baumgartl, G. Hannappel, D. J. Stevenson, D. Day, M. Gu, and K. Dholakia,** “Optical redistribution of microparticles and cells between microcells,” Lab on a Chip 9, 1334–1336 (2009).
12. **I. M. Besieris and A. M. Shaarawi,** “A note on an accelerating finite energy Airy beam,” Opt. Lett. 32, 2447-2449 (2007).
13. **G. A. Siviloglou, J. Broky, A. Dogariu, and D. N. Christodoulides,** “Observation of accelerating Airy beams,” Phys. Rev. Lett. 99, 213901 (2007).
14. **Saari, P.** Laterally accelerating Airy pulses / Peeter Saari // Optics Express. – 2008. – Vol. 16, No. 14. – P. 10303-10308.
15. **Bandres, M.A.** Accelerating beams / Miguel A. Bandres // Optics Letters. – 2009. – Vol. 34, No. 24. – P. 3791-3793.
16. **Davis, J.A.** Generation of accelerating Airy and accelerating parabolic beams using phase-only patterns / Jeffrey A. Davis, Mark J. Mitry, Miguel A. Bandres, Isaac Ruiz, Kevin P. McAuley, and Don M. Cottrell // Applied Optics. – 2009. – Vol. 48, No. 17. – P. 3170-3176.
17. **Grossman, J.G.** Propagation of Airy-Hermite-Gaussian waveguide modes in free space / Jonathan G. Grossman, Lee W. Casperson, Oscar M. Stafsudd, and Leroy V. Sutter, Jr. // Applied Optics. – 1984. – Vol. 23, No. 1. – P. 48-52.
18. **Carretero, L.** Nonparaxial diffraction analysis of Airy and SAiry beams / Luis Carretero, Pablo Acebal, Salvador Blaya, Celia Garcia, Antonio Fimia, Roque Madrigal, Angel Murciano // Optics Express. – 2009. – Vol. 17, No. 25. – P. 22432- 22441.
19. **Siegman A. E.** Lasers. Chapter 16. University Science Books (1986).
20. **Yariv A.,** Quantum Electronics (3rd ed.). Wiley. (1989).

### References

1. **Berry M.V., Balazs N.L.** Nonspreiding wave packets, Am. J. Phys. 47(3), 264-267 (1979).

## MIRROR LASER AIRY BEAMS

*S.N. Khonina<sup>1,2</sup>, S.G. Volotovskiy<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Institution of Russian Academy of Sciences Image Processing Systems Institute RAS,*

<sup>2</sup>*S.P. Korolyov Samara State Aerospace University*

### Abstract

The new type of the limited Airy beams, representing superposition of truncated on  $n$ -th zero (or extremum) displaced and mirror reflected Airy functions, is considered. Distribution of such mirror Airy beams smoothly sewed in a place of truncation, reminds even and odd Hermite-Gaussian modes. However they do not keep the shape in a far zone, and their spectrum is described by cosine function of nonlinear argument (with cubic and linear dependence). At propagation mirror Airy beams show symmetric acceleration in opposite sides, i.e. the divergence proportional to a square of the passed distance.

**Key words:** laser modes, laser Airy beams, spectral properties, a deviation from rectilinear propagation and acceleration, mirror Airy beams.

### Сведения об авторах



**Хонина Светлана Николаевна**, доктор физико-математических наук, профессор Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королева; ведущий научный сотрудник Учреждения Российской академии наук Институт систем обработки изображений РАН. E-mail: [khonina@smr.ru](mailto:khonina@smr.ru).

Область научных интересов: дифракционная оптика, сингулярная оптика, модовые и поляризационные преобразования, оптическое манипулирование, оптическая и цифровая обработка изображений.

**Svetlana Nikolaevna Khonina**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences; Professor of the Samara State Aerospace University named after S.P. Korolev. Leading researcher of the Image Processing Systems Institute of the RAS. E-mail: [khonina@smr.ru](mailto:khonina@smr.ru).

Research interests: diffractive optics, singular optics, mode and polarization transformations, optical manipulating, optical and digital image processing.



**Волотовский Сергей Геннадьевич**, 1959 года рождения, в 1984 году окончил Куйбышевский авиационный институт имени академика С.П.Королева (КуАИ) по специальности «Прикладная математика», работает ведущим программистом в Учреждении Российской академии наук Институт систем обработки изображений РАН, e-mail: [sv@smr.ru](mailto:sv@smr.ru).

Область научных интересов: разработка программного обеспечения расчета и моделирования работы элементов дифракционной оптики.

**Sergey Gennadjevich Volotovskiy** (b. 1959) graduated from Kuibyshev Aviation Institute named after academician S. P. Korolev (KuAI) on a specialty "Applied mathematics", works as the leading programmer in the Image Processing Systems Institute of the RAS. E-mail: [sv@smr.ru](mailto:sv@smr.ru).

Research interests: software design, modeling of systems with diffractive optical elements.

*Поступила в редакцию 29 апреля 2010 г.*