

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ РЕЛЬЕФОВ ПО ОПОРНЫМ ИЗОБРАЖЕНИЯМ МЕСТНОСТИ

Гошин Е.В.<sup>1</sup>, Фурсов В.А.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет),

<sup>2</sup> Институт систем обработки изображений РАН

### Аннотация

В работе рассматривается методика формирования последовательности рельефов по заданным опорным изображениям местности с использованием критерия, основанного на вычислении показателя сопряжённости векторов – образов текущих рельефов с подпространством, образованным векторами – образами опорных рельефов. Приводится пример реализации методики.

**Ключевые слова:** моделирование последовательности рельефов, карта высот, показатель сопряжённости, пространство опорных рельефов.

### Введение

В некоторых приложениях требуется оперативно формировать последовательность похожих рельефов, постепенно переходя от одного заданного типа рельефа к другому. Такая задача возникает, например, при формировании последовательности сцен в процессе моделирования рельефов в тренажёрах, используемых для отработки навыков управления летательным аппаратом и др.

Простейший способ задания рельефов – поле высот, которое может быть задано в виде изображения, относительные яркости точек которого соответствуют высотам в этих точках. Поэтому термины «рельеф» и «изображение» в указанном контексте здесь употребляются наравне.

Формирование полей яркости (изображений) для каждого рельефа требует довольно больших вычислительных ресурсов, поэтому в указанных случаях наиболее целесообразной представляется стратегия, заключающаяся в «пересчёте» следующего изображения по известному текущему.

Наиболее простым способом формирования таких последовательностей является построение дискретного ряда изображений на основе соотношений, полученных путём линейной интерполяции между заданными изображениями. В работах [1, 2] описывается также несколько нелинейных методов формирования таких последовательностей, адаптированных к движению.

Ключевым вопросом в рассматриваемой задаче является выбор меры близости похожих изображений, который определяет метод, схему пересчёта изображений и свойства последовательных рельефов. В настоящей статье предлагается использовать для этой цели так называемый показатель сопряжённости [3] с пространством опорных векторов, который в работах [4-6] применялся при формировании признакового пространства в задаче распознавания изображений.

### 1. Постановка задачи

Пусть задано  $K$  так называемых опорных изображений, представляющих собой поля высот релье-

фов, заданные в виде распределений яркости. Каждое изображение развёрнуто по строкам и представлено в виде вектора  $\mathbf{y}^{(k)} = [\mathbf{y}_1^{(k)}, \dots, \mathbf{y}_N^{(k)}]^T$  (здесь и далее верхними индексами в скобках будут обозначаться различные векторы, а нижними – координаты векторов).

Опорные изображения образуют некую укрупнённую последовательность рельефов, промежутки между которыми должны быть заполнены «похожими» изображениями полей высот (яркости) так, чтобы обеспечивался постепенный переход от одного опорного изображения к другому.

Известно, что в теории распознавания образов в качестве характеристики близости двух векторов широко используется величина нормированной взаимной корреляции [7]:

$$R = \frac{\mathbf{x}^T \mathbf{y}}{(\mathbf{x}^T \mathbf{x})^{1/2} (\mathbf{y}^T \mathbf{y})^{1/2}} = \cos(\widehat{\mathbf{y}, \mathbf{x}}). \quad (1)$$

Указанная мера может использоваться для количественной оценки близости лишь к одному из опорных векторов и не учитывает величину и ориентацию в пространстве других опорных векторов.

Если при построении последовательности изображений переход должен осуществляться последовательно от одного опорного вектора к другому, вся последовательность распадается на ряд подпоследовательностей, в формировании каждой из которых будут участвовать два «соседних» опорных вектора. Таким образом, в рассматриваемой задаче достаточно построить процедуру формирования подпоследовательности векторов, в которой участвует лишь два опорных вектора, т.е. осуществляется переход, например, от опорного вектора –  $\mathbf{y}^{(1)}$  к вектору  $\mathbf{y}^{(2)}$ . При переходе к последующим опорным векторам эта процедура формирования повторяется. Искомые векторы  $\mathbf{x}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$  подпоследовательности в данном случае должны принадлежать гиперплоскости, образованной векторами  $\mathbf{y}^{(1)}$  и  $\mathbf{y}^{(2)}$ .

Простейший способ формирования такой последовательности векторов – вычисление координат в виде линейной комбинации опорных векторов:

$$\mathbf{x} = (\varepsilon)\mathbf{y}^{(1)} + (1-\varepsilon)\mathbf{y}^{(2)}. \quad (2)$$

Однако при этом величина нормированной взаимной корреляции может быть определена лишь после вычисления вектора  $\mathbf{x}$ . Поэтому для определения подходящего в смысле меры (1) вектора может потребоваться несколько шагов.

Задача состоит в том, чтобы построить одношаговую процедуру вычисления координат каждого очередного вектора формируемой последовательности векторов, принадлежащих пространству векторов  $\mathbf{y}^{(1)}$  и  $\mathbf{y}^{(2)}$ , обладающих наперёд заданными значениями меры различия (1). В частности, рассматривается способ пересчёта, в основе которого лежит требование задания углов между векторами, представляющими элементы последовательности.

### 2. Основные соотношения

Формирование векторов  $\mathbf{x}^{(m)}$ ,  $m = 1, 2, \dots$  будет осуществляться по правилу:

$$\mathbf{x}^{(m)} : Q(\hat{R}) = \max_{\forall \mathbf{x}^{(k)}} R, \quad (3)$$

$$\text{где } R = \frac{(\mathbf{x}^{(m)})^T \mathbf{Y} (\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{Y}^T \mathbf{x}^{(m)}}{(\mathbf{x}^{(m)})^T \mathbf{x}^{(m)}},$$

при условии, что заданы величины  $\cos(\widehat{\mathbf{x}^{(m)}, \mathbf{y}^{(k)}})$ :

$$\begin{aligned} \cos(\widehat{\mathbf{x}^{(m)}, \mathbf{y}^{(k)}}) &= \\ &= \frac{(\mathbf{x}^{(m)})^T \mathbf{y}^{(k)}}{\left( (\mathbf{x}^{(m)})^T \mathbf{x}^{(m)} \right)^{1/2} \left( (\mathbf{y}^{(k)})^T \mathbf{y}^{(k)} \right)^{1/2}}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{а } \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}^{(1)} & \mathbf{y}^{(2)} \end{bmatrix} - \quad (5)$$

$(N \times 2)$ -матрица, составленная из опорных векторов  $\mathbf{y}^{(1)}$  и  $\mathbf{y}^{(2)}$ .

Для компактности записей далее будут использоваться следующие обозначения.

$$\begin{cases} \|\mathbf{x}^{(m)}\| = \left( (\mathbf{x}^{(m)})^T \mathbf{x}^{(m)} \right)^{1/2}, \\ \|\mathbf{y}^{(k)}\| = \left( (\mathbf{y}^{(k)})^T \mathbf{y}^{(k)} \right)^{1/2}, \\ c^{(mk)} = (\mathbf{x}^{(m)})^T \mathbf{y}^{(k)}. \end{cases} \quad (6)$$

Вводятся также более компактные обозначения для элементов обратной матрицы  $(\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1}$ :

$$(\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}^{(1)T} \mathbf{y}^{(1)} & \mathbf{y}^{(1)T} \mathbf{y}^{(2)} \\ \mathbf{y}^{(2)T} \mathbf{y}^{(1)} & \mathbf{y}^{(2)T} \mathbf{y}^{(2)} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Следует заметить, что элементы этой матрицы являются константами, т.к. опорные векторы считаются заданными.

С учётом (6) и (7) показатель сопряжённости в (3) можно переписать в виде

$$R = \frac{\begin{bmatrix} c^{(m)(1)} & c^{(m)(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c^{(m)(1)} \\ c^{(m)(2)} \end{bmatrix}}{\sum_i (x_i^{(m)})^2}. \quad (8)$$

После дифференцирования  $R$  по компонентам вектора  $\mathbf{x}_i$  и упрощения получившихся выражений получаем систему  $N$  уравнений для вычисления искомого вектора:

$$x_i = \begin{bmatrix} y_i^{(1)} & y_i^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^{(11)} & a^{(12)} \\ a^{(21)} & a^{(22)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c^{(m)(1)} \\ c^{(m)(2)} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\text{где } c^{(mk)} = \|\mathbf{x}^{(m)}\| \cdot \|\mathbf{y}^{(k)}\| \cdot \cos(\widehat{\mathbf{x}^{(m)}, \mathbf{y}^{(k)}}). \quad (10)$$

Заметим, что в (9) координаты искомого вектора являются линейными комбинациями координат опорных векторов.

### 3. Описание технологии формирования последовательности векторов

Исходными данными для проведения вычислений в соответствии с (9) являются параметры  $c^{(mk)}$ ,  $a^{(ij)}$ , которые задаются или вычисляются с использованием априори известных опорных векторов. Можно показать, что искомое решение системы (9) может быть получено уже на первом шаге.

Параметры  $a^{(ij)}$  вычисляются однократно для заданных опорных векторов  $\mathbf{y}^{(k)}$ . Параметры  $c^{(mk)}$  определяются при формировании каждого очередного вектора последовательности. Входящие в выражение (10) нормы  $\|\mathbf{y}^{(k)}\|$  также однократно вычисляются для опорных векторов.

Для определения фигурирующих в (10) значений косинусов углов вначале вычисляется угол между опорными векторами  $\mathbf{y}^{(1)}$  и  $\mathbf{y}^{(2)}$ :

$$\varphi = (\widehat{\mathbf{y}^{(1)}, \mathbf{y}^{(2)}}) = \arccos \left( \frac{\sum_i y_i^{(1)} y_i^{(2)}}{\|\mathbf{y}^{(1)}\| \cdot \|\mathbf{y}^{(2)}\|} \right). \quad (11)$$

Затем этот угол разбивается на части с учётом требуемой степени «похожести» формируемых векторов.

В настоящей работе рассмотрен случай  $M$  равных углов. В этом случае углы, образуемые векторами последовательности с опорными векторами  $\mathbf{y}^{(1)}$  и  $\mathbf{y}^{(2)}$ , равны соответственно:

$$\begin{cases} \left( \overline{\mathbf{x}^{(m)}}, \mathbf{y}^{(1)} \right) = \frac{m\varphi}{M}, \\ \left( \overline{\mathbf{x}^{(m)}}, \mathbf{y}^{(2)} \right) = \frac{(M-m)\varphi}{M}. \end{cases} \quad (12)$$

Норма  $\|\mathbf{x}^{(m)}\|$  может быть выражена через нормы опорных векторов, например, с использованием условия линейной зависимости от угла. В случае равных углов это условие может быть записано в виде зависимости от номера вектора последовательности. При этом выражение для вычисления значений норм векторов принимает вид:

$$\|\mathbf{x}^{(m)}\| = \frac{m\|\mathbf{y}^{(2)}\| + (M-m)\|\mathbf{y}^{(1)}\|}{M}, \quad (13)$$

а параметры  $c^{(mk)}$  вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} c^{(m1)} &= \\ &= \left( \frac{m\|\mathbf{y}^{(2)}\| + (M-m)\|\mathbf{y}^{(1)}\|}{M} \right) \cdot \|\mathbf{y}^{(1)}\| \cdot \cos\left(\frac{m\varphi}{M}\right), \\ c^{(m2)} &= \\ &= \left( \frac{m\|\mathbf{y}^{(2)}\| + (M-m)\|\mathbf{y}^{(1)}\|}{M} \right) \cdot \|\mathbf{y}^{(2)}\| \cdot \cos\left(\frac{(M-m)\varphi}{M}\right). \end{aligned}$$

#### 4. Примеры реализации

Для проверки процедуры было проведено два типа экспериментов: для одномерных и двумерных случаев. Первый является более наглядным для сравнения с процедурой выбора весов линейной комбинации по соотношению (2). На рис. 1, 2 приведены результаты обработки одномерных векторов с формированием последовательности векторов указанной процедурой и с разделением угла на равные части, соответственно.

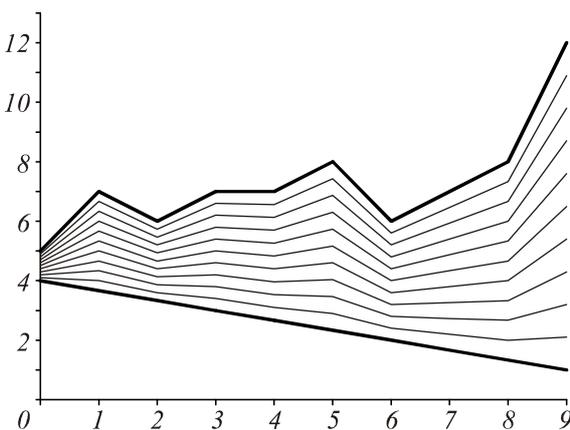


Рис. 1. Обработка с линейным изменением весов

По оси абсцисс указаны отсчёты (координаты) векторов, по оси ординат – их значения; векторы, обозначенные толстыми чёрными линиями – исходные.

Второй тип экспериментов проводился для демонстрации работы процедуры при формировании карт

высот рельефов. Два исходных рельефа приведены на рис. 3, 4 (слева – вид рельефа, справа – карта высот).

На рис. 5а-е приведена сформированная последовательность рельефов. Рельефы (а) и (е) – исходные. Остальные расположены последовательно – слева направо.

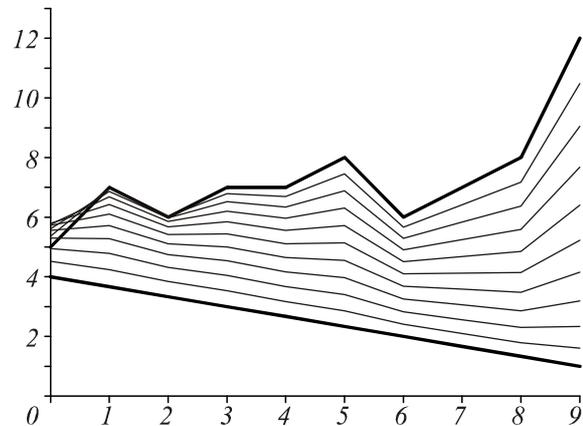


Рис. 2. Обработка методом равных углов

#### Заключение

Применение предложенной процедуры формирования последовательности рельефов особенно удобно в случае, когда число формируемых промежуточных изображений не фиксировано, а задано лишь условие близости между ними в смысле критерия (1).

В случае линейной интерполяции по соотношению (2) для достижения заданной меры близости (1) между изображениями потребуется либо провести достаточно значительный объём вычислений для определения параметра  $\epsilon$ , либо выполнить, возможно, несколько итераций для того, чтобы «подобрать» подходящую величину этого параметра.

Задавая в предложенном алгоритме различные значения параметров, можно получать последовательности рельефов с заданными свойствами, при этом вычислительная сложность повышается незначительно, поскольку большая часть вычислений может быть выполнена предварительно, при задании исходных опорных рельефов.

#### Благодарности

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Кадры» (ГК П2234) и РФФИ (проекты № 09-07-00269-а и № 11-07-12051-офи-м).

#### Литература

1. Castagno, R. A Method for Motion Adaptive Frame Rate Up-Conversion / R. Castagno, P. Haavisto, G. Ramponi // IEEE Transactions on circuits and Systems for Video Technology. – 1996. – Vol. 6. – P. 436-446.
2. Kuo, T.-Y. Motion-Compensated Frame Interpolation Scheme for H.263 Codec / Tien-Ying Kuo, JongWon Kim, C.-C. Jay Kuo // Circuits and Systems, 1999. ISCAS '99. Proceedings of the 1999 IEEE International Symposium. – 1999. – Vol. 4. – P. 491-494.
3. Демиденко, Е.З. Линейная и нелинейная регрессии / Е.З. Демиденко. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 304 с.

4. **Fursov, V.A.** Training in Pattern Recognition from a Small Number of Observations / V.A. Fursov // 15th International Conference on Pattern recognition (ISPR). – 2000. – Vol. 2 – P. 119-121.
5. **Фурсов, В.А.** Построение классификаторов для распознавания лиц на основе показателей сопряжённости /

- В.А. Фурсов, Н.Е. Козин // Компьютерная оптика. – 2005. – № 28 – С. 160-163. – ISSN 0134-2452.
6. **Fursov, V.A.** Building of Classifier Based on Conjugation Indexes / V.A. Fursov, I.A. Kulagina, N.E. Kozin // Proceedings of The 5th International Conference on Machine Learning and Data Mining. – 2007. – Vol. 16. – P. 231-235.

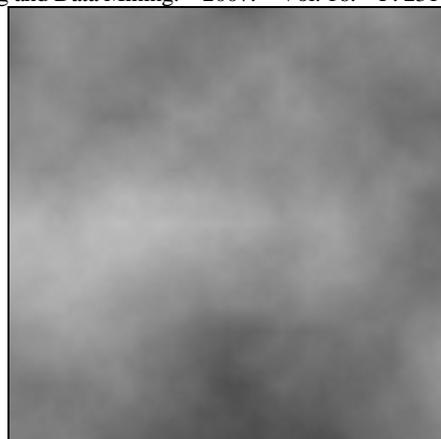
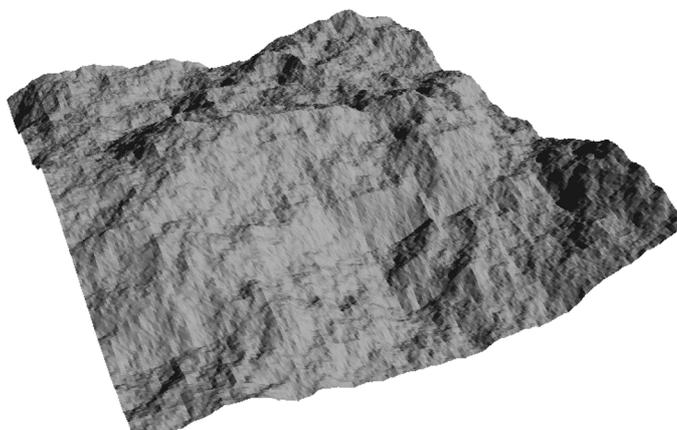


Рис.3. Начальный рельеф (исходный вектор №1)

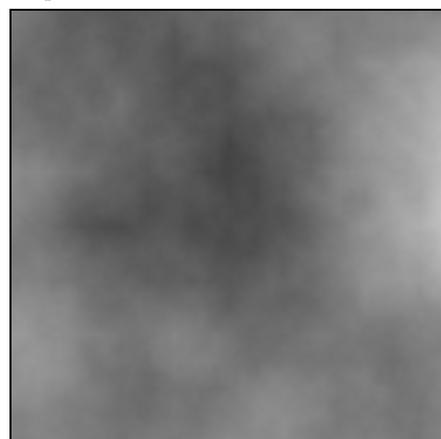


Рис.4. Конечный рельеф (исходный вектор №2)

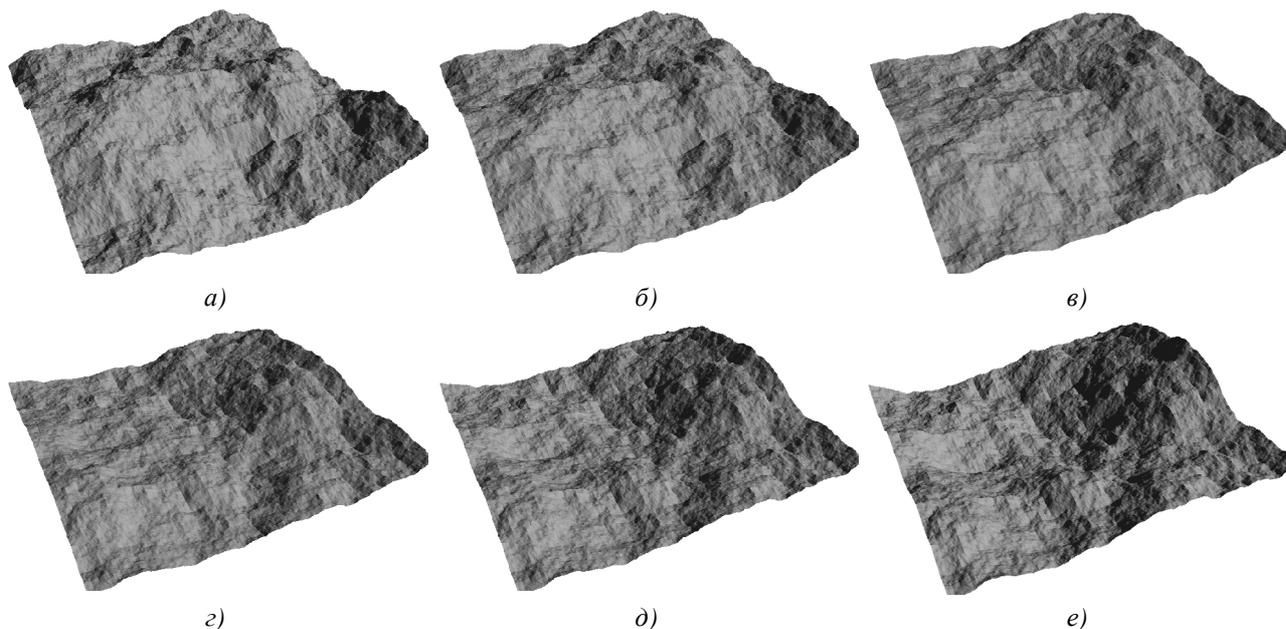


Рис.5. Сформированная последовательность рельефов

7. **Гонсалес, Р.** Принципы распознавания образов / Р.С. Гонсалес, Дж. Ту. – М.: Мир, 1978. – 414 с.

### References

1. **Castagno, R.** A Method for Motion Adaptive Frame Rate Up-Conversion / R. Castagno, P. Haavisto, G. Ramponi // IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology – 1996. – Vol. 6. – P. 436-446.
2. **Kuo, T-Y.** Motion-Compensated Frame Interpolation Scheme for H.263 Codec / Tien-Ying Kuo, JongWon Kim, C.-C. Jay Kuo // Circuits and Systems, 1999. ISCAS '99. Proceedings of the 1999 IEEE International Symposium. – 1999. – Vol. 4. – P. 491-494.
3. **Demidenko, E.Z.** Linear and nonlinear regressions / E.Z. Demidenko – Moscow: "Finances and statistics" Publisher, 1981. – 304 p. – (in Russian).
4. **Fursov, V.A.** Training in Pattern Recognition from a Small Number of Observations / V.A. Fursov // 15th International Conference on Pattern recognition (ISPR). – 2000. – Vol. 2 – P. 119-121.
5. **Fursov, V.A.** Constructing of Classifier for Face Recognition on the Basis of the Conjugation Indexes / V.A. Fursov, I.A. Kulagina, N.E. Kozin // Computer Optics. – 2005. – N 28. – P. 160-163. – (in Russian).
6. **Fursov, V.A.** Building of Classifier Based on Conjugation Indexes / V.A. Fursov, I.A. Kulagina, N.E. Kozin // Proceedings of The 5th International Conference on Machine Learning and Data Mining. – 2007. – Vol. 16. – P. 231-235.
7. **Gonzalez, R.** Pattern Recognition Principles. / Julius R.C. Gonzalez, J. Tou – Moscow: "Mir" Publisher, 1978. – 414 p. – (In Russian).

## SEQUENCE OF RELIEFS MODELLING BASED ON REFERENCE TERRAIN IMAGES

*Ye.V. Goshin<sup>1</sup>, V.A. Fursov<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup> *S.P. Korolyov Samara State Aerospace University,*

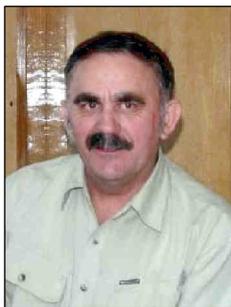
<sup>2</sup> *Image Processing Systems Institute of the RAS*

### Abstract

In this paper is considered a method of forming a sequence of reliefs based on the specified reference terrain images by using a criterion based on computation a conjugation indexes between a current reliefs and a reference reliefs. An example of the implementation is given.

**Key words:** modeling the sequence of reliefs, height map, conjugation index, relief space.

### Сведения об авторах



**Фурсов Владимир Алексеевич**, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой общей информатики в Самарском государственном аэрокосмическом университете. Область научных интересов: теория и методы оценивания по малому числу измерений, методы обработки и распознавания изображений, построение параллельных алгоритмов обработки и распознавания изображений, реализуемых с использованием многопроцессорных вычислительных систем.

E-mail: [fursov@ssau.ru](mailto:fursov@ssau.ru).

**Vladimir Alekseyevich Fursov** is Doctor of Engineering Science, Professor, head of General Informatics sub-department of Samara State Aerospace University, leading researcher. Research interests are development of the theory of estimation on small number of observations, development of methods of image processing and training to pattern recognition, development of high-performance parallel methods both algorithms of image processing and pattern recognition oriented on application of multiprocessor computing systems.



**Гошин Егор Вячеславович**, магистр прикладной математики и информатики, аспирант кафедры общей информатики Самарского государственного аэрокосмического университета. Область научных интересов: методы обработки и распознавания изображений.

E-mail: [goshine@yandex.ru](mailto:goshine@yandex.ru).

**Yegor Vyacheslavovich Goshin**, Master of Applied Mathematics and and Computer Science. Currently studies at Samara State Aerospace University. Research interests are image processing and recognition algorithms.

*Поступила в редакцию 3 мая 2011 г.*