

## МЕТОД РАСЧЁТА ЗЕРКАЛ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ЗАДАНЫХ ДВУМЕРНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ОСВЕЩЁННОСТИ

Бызов Е.В., Моисеев М.А., Досколович Л.Л.

Институт систем обработки изображений Российской академии наук,  
Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

### Аннотация

Представлен метод расчёта отражающей поверхности, формирующей заданное двумерное распределение освещённости при протяжённом источнике. Метод основан на представлении отражающей поверхности в виде бикубического сплайна и последующей оптимизации её параметров из условия формирования заданного светового распределения. Рассчитаны две отражающих поверхности, формирующие равномерно освещённые прямоугольную и эллиптическую области. Неравномерность распределения освещённости в обоих случаях составила менее 10 %.

**Ключевые слова:** отражающая поверхность, зеркало, распределение освещённости, обратная задача, трассировка лучей.

### Введение

В общем случае излучающий элемент светодиода излучает свет во всех направлениях в телесном угле, соответствующем полусфере. Применение светодиодов в системах освещения требует использования вторичной оптики, направляющей излучаемый световой поток в заданную область пространства и обеспечивающей формирование в этой области заданного распределения освещённости. В качестве вторичной оптики используются оптические элементы с преломляющими или отражающими поверхностями, устанавливаемые непосредственно над излучающим элементом. Задача расчёта отражающей (преломляющей) поверхности из условия формирования заданного распределения освещённости является задачей высокой сложности и даже в приближении точечного источника сводится к решению нелинейного дифференциального уравнения второго порядка в частных производных эллиптического типа [1-4]. Аналитические решения данного уравнения возможны только в тривиальных случаях, соответствующих задачам с радиальной и цилиндрической симметрией [5-8]. В настоящее время для расчёта отражающих (преломляющих) поверхностей свободной формы используются различные численные и итерационные методы [9-16]. Эффективность существующих методов является недостаточно высокой, и задача расчёта зеркала для формирования постоянной освещённости в прямоугольной области по-прежнему имеет большое практическое значение [14]. В работах [17,18] авторами статьи предложен эффективный итерационный метод расчёта преломляющих поверхностей для формирования заданных распределений освещённости. Метод основан на представлении преломляющей поверхности в виде бикубического сплайна, заданного в сферической системе координат, и последующей оптимизации его параметров. В настоящей работе рассмотрена модификация этого метода для случая расчёта отражающих (зеркальных) поверхностей. Примеры расчёта зеркал для формирования постоянной освещённости в областях прямоугольной и эллиптиче-

ской формы демонстрируют высокие рабочие характеристики метода.

### 1. Постановка задачи

Пусть источник света (светодиод) расположен в начале координат и излучает в полусферу  $z < 0$ . В полупространстве  $z < 0$  находится зеркальная поверхность  $\mathbf{r}$ , отражающая лучи от источника (рис. 1). Задача заключается в определении формы зеркала  $\mathbf{r}$  из условия формирования в выходной плоскости  $z = f$ ,  $f > 0$  заданного распределения освещённости  $E_0(u, v)$ , где  $u, v$  – декартовы координаты при  $z = f$ .

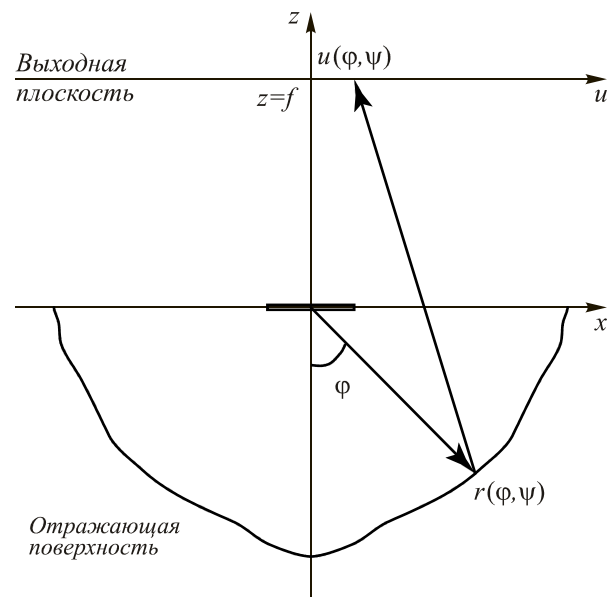


Рис. 1. Взаимное расположение источника, зеркала и выходной плоскости

Представим поверхность зеркала  $\mathbf{r}$  через модуль её радиус-вектора  $r(\varphi, \psi)$ , где  $\varphi \in [0, 2\pi)$ ,  $\psi \in [0, \pi/2]$  – углы сферической системы координат, причём  $\psi$  – угол между радиус-вектором и вектором  $(0, 0, -1)$ . Следуя [16-18], определим функцию модуля радиус-вектора в виде бикубического

сплайна  $r(\varphi, \psi; \mathbf{c})$  с вектором параметров  $\mathbf{c}$ . Вектор  $\mathbf{c}$  содержит значения модуля радиус-вектора, а также его первые и смешанные производные в узлах сетки  $(\varphi_i, \psi_j)$ , соответствующей некоторому разбиению прямоугольника  $(\varphi, \psi) \in [0, 2\pi] \times [0, \pi/2]$ . Задачу расчёта отражающей поверхности сформулируем как задачу минимизации следующей функции невязки [18]:

$$\begin{aligned} \varepsilon(\mathbf{c}) &= \|E(u, v; \mathbf{c}) - E_0(u, v)\| = \\ &= \sqrt{\frac{1}{\|S\|} \iint_S (E_0(u, v) - E(u, v; \mathbf{c}))^2 du dv} \rightarrow \min_{\mathbf{c}}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\|S\|$  – площадь области  $S$ , в которой требуется сформировать заданное распределение освещённости  $E_0(u, v)$ , а  $E(u, v; \mathbf{c})$  – распределение освещённости, формируемое отражающей поверхностью с вектором параметров  $\mathbf{c}$ .

Количество параметров оптимизации в задаче оптимизации (1) равно количеству узлов сплайновой сетки, умноженному на четыре (в каждом узле необходимо определить значение модуля радиус-вектора и трёх его производных). При формировании симметричных распределений освещённости, соответствующих прямоугольной или эллиптической области, функцию  $r(\varphi, \psi)$  достаточно определить в первом квадранте. Это позволяет уменьшить число параметров оптимизации в четыре раза.

### 2. Расчёт формируемого распределения освещённости при точечном источнике излучения

Для решения задачи оптимизации (1) необходимо разработать метод решения прямой задачи расчёта распределения освещённости  $E(u, v; \mathbf{c})$  [17], формируемого зеркальной поверхностью с вектором параметров  $\mathbf{c}$ . Рассмотрим решение данной задачи для случая точечного источника, расположенного в начале координат.

Определим соответствие между угловыми координатами луча, выходящего из источника, и координатами точки прихода отражённого от зеркала луча в выходную плоскость  $z = f$ . Введём единичный вектор  $\mathbf{a}_0(\varphi, \psi)$ , задающий направление падающего на зеркало луча:

$$\mathbf{a}_0(\varphi, \psi) = \frac{\mathbf{r}(\varphi, \psi; \mathbf{c})}{r(\varphi, \psi; \mathbf{c})}. \quad (2)$$

Согласно закону Снеллиуса, единичный вектор отражённого луча  $\mathbf{a}_1(\varphi, \psi)$  имеет вид:

$$\mathbf{a}_1(\varphi, \psi) = \mathbf{a}_0(\varphi, \psi) - 2(\mathbf{a}_0, \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n}(\varphi, \psi), \quad (3)$$

где

$$\mathbf{n}(\varphi, \psi) = \left[ \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi}, \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \psi} \right] / \left\| \left[ \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi}, \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \psi} \right] \right\| \quad (4)$$

– единичный вектор нормали к поверхности зеркала. Квадратные скобки в (4) обозначают векторное произведение. Так как точка  $\mathbf{r}(\varphi, \psi)$  является началом отражённого луча, а вектор  $\mathbf{a}_1(\varphi, \psi)$  определяет его направление, то несложно получить координаты точки пересечения отражённого луча с выходной плоскостью в виде:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(\varphi, \psi; \mathbf{c}) &= r(\varphi, \psi; \mathbf{c}) \sin \varphi \cos \psi + \\ &+ a_{1x}(\varphi, \psi; \mathbf{c}) l(\varphi, \psi; \mathbf{c}), \\ \tilde{v}(\varphi, \psi; \mathbf{c}) &= r(\varphi, \psi; \mathbf{c}) \sin \varphi \sin \psi + \\ &+ a_{1y}(\varphi, \psi; \mathbf{c}) l(\varphi, \psi; \mathbf{c}), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $l(\varphi, \psi; \mathbf{c}) = (f + r(\varphi, \psi; \mathbf{c}) \cos \psi) / a_{1z}(\varphi, \psi; \mathbf{c})$  – расстояние, пройденное отражённым лучом до выходной плоскости  $z = f$ . Отметим, что выражения (5) не учитывают возможность двойного отражения луча от зеркальной поверхности. Такое допущение широко используется при расчёте зеркал [5, 6] и не является существенным ограничением.

Получим интегральное выражение для распределения освещённости  $E(u, v)$ , формируемого в выходной плоскости отражающей поверхностью с вектором параметров  $\mathbf{c}$ . Согласно закону сохранения светового потока, световой поток, излученный источником в элемент телесного угла  $d\Omega = \sin \psi d\varphi d\psi$ , равен световому потоку, попавшему на соответствующий элемент площади  $du dv$  в выходной плоскости:

$$I(\varphi, \psi) \sin \psi d\varphi d\psi = E(u, v; \mathbf{c}) du dv. \quad (6)$$

Используя свойства двумерной дельта-функции Дирака, преобразуем выражение (6) к интегральному виду:

$$\begin{aligned} E(u, v; \mathbf{c}) &= \iint_{\varphi, \psi} I(\varphi, \psi) \sin \psi \times \\ &\times \delta(u - \tilde{u}(\varphi, \psi; \mathbf{c}), v - \tilde{v}(\varphi, \psi; \mathbf{c})) d\varphi d\psi. \end{aligned} \quad (7)$$

Для численных расчётов дельта-функцию в (7) следует аппроксимировать функцией Гаусса:

$$\begin{aligned} E(u, v; \mathbf{c}) &= \iint_{\varphi, \psi} I(\varphi, \psi) \sin \psi \times \\ &\times \delta_{\sigma}(u - \tilde{u}(\varphi, \psi; \mathbf{c}), v - \tilde{v}(\varphi, \psi; \mathbf{c})) d\varphi d\psi, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\delta_{\sigma}(u - \tilde{u}(\varphi, \psi), v - \tilde{v}(\varphi, \psi)) = \frac{1}{\pi \sigma^2} \exp\left(-\frac{u^2 + v^2}{\sigma^2}\right).$$

Выражение (8) представляет собой усреднённое распределение освещённости в выходной плоскости,

причём радиус усреднения определяется параметром  $\sigma$  функции Гаусса.

**3. Расчёт формируемого распределения освещённости при протяжённом источнике излучения**

Рассмотрим случай протяжённого источника излучения, расположенного в области  $G$  в плоскости  $z = 0$ . Аппроксимируем протяжённый источник набором  $N$  точечных источников с распределениями интенсивности  $I_i(\varphi, \psi)$ ,  $i \in 1, \dots, N$  и представим распределение освещённости от протяжённого источника в виде суммы распределений освещённости  $E_i(u, v; \mathbf{c})$ , формируемых точечными источниками:

$$E(u, v; \mathbf{c}) = \sum_{i=1}^N E_i(u, v; \mathbf{c}). \tag{9}$$

Получим интегральное выражение для распределения освещённости, формируемого точечным источником с функцией интенсивности  $I_i(\varphi, \psi)$  и расположенным в точке  $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i, 0)$ . Элементарный телесный угол с вершиной в точке  $\mathbf{x}_i$ , соответствующий элементу площади отражающей поверхности  $dS = \left[ \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi}, \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \psi} \right] d\varphi d\psi$ , имеет вид:

$$d\Omega = \frac{\left( \left[ \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi}, \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \psi} \right], \mathbf{a}_0 \right)}{(\mathbf{r}(\varphi, \psi; \mathbf{c}) - \mathbf{x}_i)^2} d\varphi d\psi. \tag{10}$$

Подставив (10) в (8), вместо  $\sin \psi d\varphi d\psi$  получим

$$E_i(u, v) = \iint_{\varphi, \psi} I_i(\tilde{\varphi}, \tilde{\psi}) \frac{\left( \left[ \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi}, \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \psi} \right], \mathbf{a}_0 \right)}{(\mathbf{r}(\varphi, \psi; \mathbf{c}) - \mathbf{x}_i)^2} \times \tag{11}$$

$$\times \delta_\sigma(u - \tilde{u}(\varphi, \psi; \mathbf{c}), v - \tilde{v}(\varphi, \psi; \mathbf{c})) d\varphi d\psi,$$

где

$$\tilde{\varphi} = \arctan \frac{r_y(\varphi, \psi; \mathbf{c}) - y_i}{r_x(\varphi, \psi; \mathbf{c}) - x_i},$$

$$\tilde{\psi} = \arccos \frac{-r_z(\varphi, \psi; \mathbf{c})}{|\mathbf{r}(\varphi, \psi; \mathbf{c}) - \mathbf{x}_i|}.$$

Отметим, что для расчёта функций  $\tilde{u}(\varphi, \psi)$  и  $\tilde{v}(\varphi, \psi)$  в (11) необходимо использовать выражение (2) при

$$\mathbf{a}_0(\varphi, \psi) = \frac{\mathbf{r}(\varphi, \psi; \mathbf{c}) - \mathbf{x}_i}{|\mathbf{r}(\varphi, \psi; \mathbf{c}) - \mathbf{x}_i|}. \tag{12}$$

Таким образом, выражение для суммарного усреднённого распределения освещённости  $E(u, v)$ , формируемого  $N$  точечными источниками, имеет вид:

$$E(u, v) = \sum_{i=1}^N \iint_{\varphi, \psi} I_i(\tilde{\varphi}, \tilde{\psi}) \frac{\left( \left[ \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi}, \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \psi} \right], \mathbf{a}_0 \right)}{(\mathbf{r}(\varphi, \psi; \mathbf{c}) - \mathbf{x}_i)^2} \times \tag{13}$$

$$\times \delta_\sigma(u - \tilde{u}(\varphi, \psi; \mathbf{c}), v - \tilde{v}(\varphi, \psi; \mathbf{c})) d\varphi d\psi.$$

При  $N \rightarrow \infty$  сумма (13) переходит в интеграл по поверхности  $G$  протяжённого источника:

$$E(u, v) = \iint_G \iint_{\varphi, \psi} B(\tilde{\varphi}, \tilde{\psi}, \mathbf{x}; \mathbf{c}) a_{0z} \frac{\left( \left[ \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi}, \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \psi} \right], \mathbf{a}_0 \right)}{(\mathbf{r} - \mathbf{x})^2} \times \tag{14}$$

$$\times \delta_\sigma(u - \tilde{u}(\varphi, \psi; \mathbf{c}), v - \tilde{v}(\varphi, \psi; \mathbf{c})) d\varphi d\psi dx dy,$$

где  $B(\varphi, \psi, \mathbf{x}; \mathbf{c})$  – яркость точки  $\mathbf{x} = (x, y, 0)$  источника в направлении точки  $\mathbf{r}(\varphi, \psi; \mathbf{c})$  отражающей поверхности.

**4. Примеры расчёта отражающих поверхностей**

Приведённый метод расчёта зеркал был реализован в среде программирования Matlab. При этом для минимизации функции ошибки (1) был использован градиентный метод Бройдена – Флетчера – Голдфарба – Шанно [19], реализованный в оптимизационной библиотеке Matlab. Использование оптимизационных библиотек Matlab требует от пользователя только программирования оптимизируемой функции (1) и методов расчёта освещённости, формируемых отражающей поверхностью.

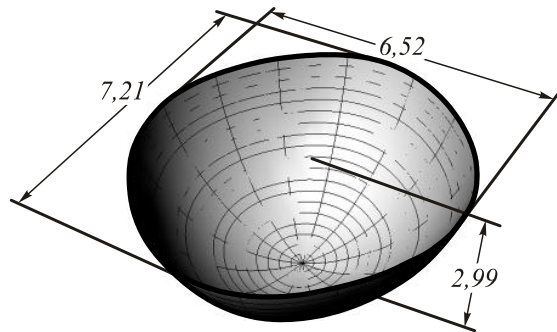


Рис. 2. Зеркало, формирующее равномерное распределение освещённости в прямоугольной области  $26,6 \times 17,7$  мм на расстоянии 10 мм при точечном ламбертовском источнике (габаритные размеры указаны в миллиметрах)

Рассмотрим два примера, иллюстрирующих работу метода. На рис. 2 приведена рассчитанная с помощью выражений (1), (8) поверхность зеркала, формирующего постоянное распределение освещённости в прямоугольной области  $26,6 \times 17,7$  мм на расстоянии 10 мм при точечном ламбертовском источнике излучения. В качестве начального приближения для зеркальной поверхности была использована осесимметричная поверхность, формирующая постоянное распределение освещённости в круге с радиусом 12,2 мм и рассчитанная аналитическим методом [5, 6]. Для оптимизации осесимметричная поверхность была аппроксимирована (в первом квадранте) бикубическим сплайном с 56 параметрами.

Распределение освещённости, формируемое рассчитанной поверхностью, приведено на рис. 3 и показывает формирование равномерно освещённой прямоугольной области заданного размера. Среднеквадратичное отклонение (СКО) формируемого распределения освещённости от равномерного составило 7,5%. Все распределения освещённости, представленные в статье, получены с помощью коммерческого программного обеспечения по моделированию светотехнических систем TracePro® [20]. Это подтверждает правильность выполненных расчётов. Отметим, что программа TracePro® предназначена только для моделирования и не позволяет рассчитывать зеркала из условия формирования заданной освещённости.

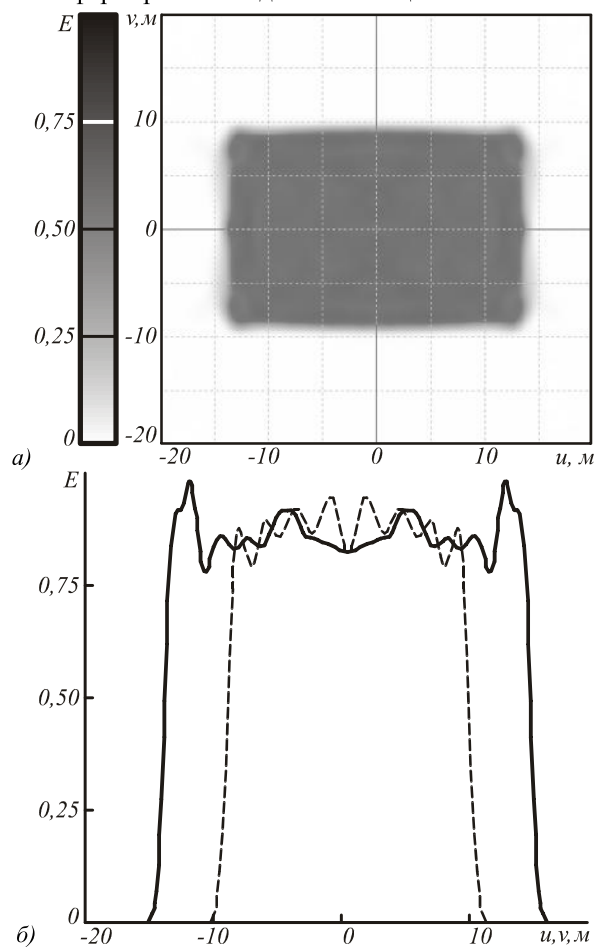


Рис. 3. Полутоновое распределение освещённости, формируемое зеркалом на рис. 2 при точечном источнике (а); сечения распределения освещённости в плоскостях  $v=0$  (непрерывная линия) и  $u=0$  (пунктирная линия) (б)

На рис. 4 приведено распределение освещённости, формируемое зеркальной поверхностью на рис. 2 при протяжённом источнике с размерами  $1 \times 1$  мм. Такие размеры источника соответствуют размерам излучающей площадки светодиода Luxeon® Rebel. Отметим, что расстояние от источника до вершины зеркала на рис. 2 составляет всего 2,99 мм, то есть всего в три раза больше стороны источника. Рис. 4 показывает существенное ухудшение равномерности формируемого распределения по сравнению с рис. 3, СКО распределения освещённости на рис. 3 от равно-

мерного распределения составляет 21%. Таким образом, учёт размеров источника излучения при расчёте компактных зеркал (с размерами в несколько миллиметров) является существенным.

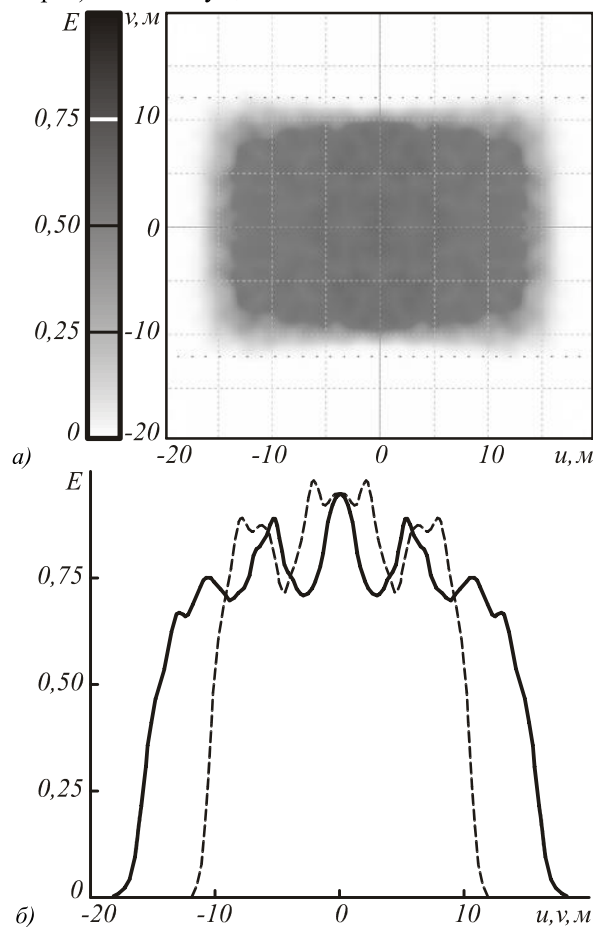


Рис. 4. Полутоновое распределение освещённости, формируемое зеркалом на рис. 2 при протяжённом источнике  $1 \times 1$  мм (а); сечения распределения освещённости в плоскостях  $v=0$  (непрерывная линия) и  $u=0$  (пунктирная линия) (б)

Зеркальная поверхность на рис. 2 была дополнительно прооптимизирована с использованием выражений (1), (13) для протяжённого ламбертовского источника с размером  $1 \times 1$  мм. Внешний вид зеркальной поверхности изменился незначительно (максимальные изменения модуля радиус-вектора поверхности не превысили 0,1 мм). Распределение освещённости, формируемое зеркалом, рассчитанным для протяжённого источника, приведено на рис. 5 и показывает формирование значительно более равномерного прямоугольника. Среднеквадратичное отклонение распределения на рис. 5 от постоянного составляет 9,6%.

В качестве второго примера была рассчитана поверхность зеркала (рис. 6) для формирования равномерного распределения освещённости в эллиптической области с полуосями 15 мм и 10 мм на расстоянии 10 мм от протяжённого ламбертовского источника  $1 \times 1$  мм. В качестве начального приближения также использовалась осесимметричная поверхность, формирующая постоянную освещённость в круге.

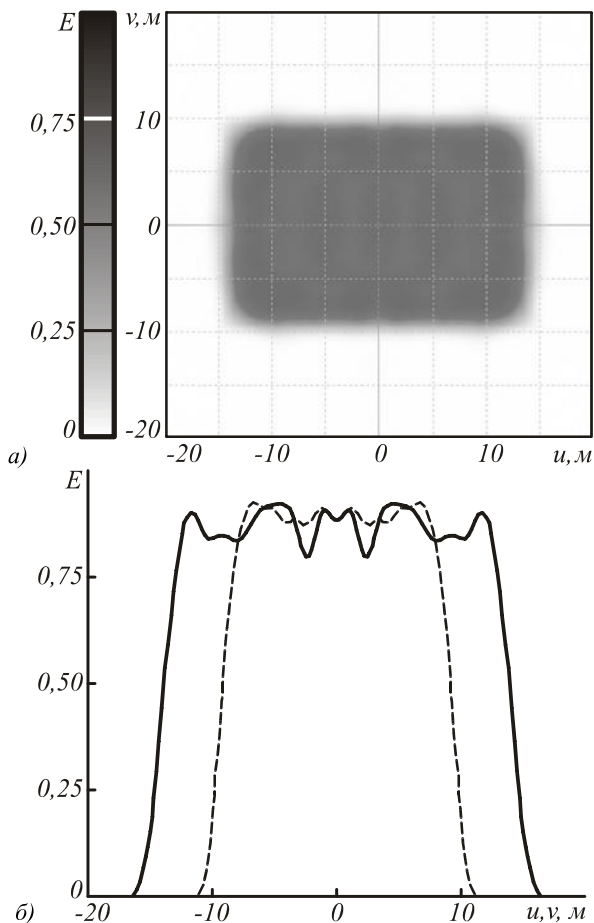


Рис. 5. Полутоновое распределение освещенности, формируемое зеркалом, рассчитанным для протяжённого источника  $1 \times 1$  мм (а); сечения распределения освещенности в плоскостях  $v=0$  (непрерывная линия) и  $u=0$  (пунктирная линия) (б)

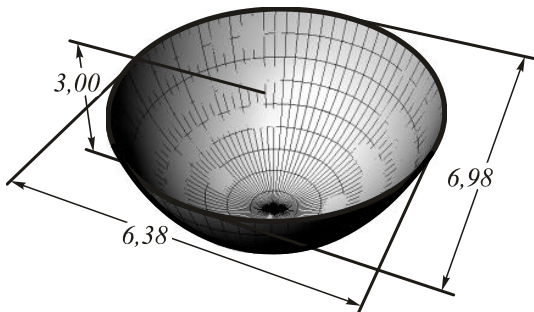


Рис. 6. Зеркало, формирующее равномерное распределение освещенности в эллиптической области с полуосями 15 мм и 10 мм на расстоянии 10 мм при ламбертовском источнике  $1 \times 1$  мм (габаритные размеры указаны в миллиметрах)

Для оптимизации поверхность в первом квадранте была аппроксимирована бикубическим сплайном с 56 параметрами. Оптимизация, как и ранее, проводилась в два этапа: сначала была рассчитана поверхность, формирующая заданное распределение освещенности при точечном источнике, затем была проведена дополнительная оптимизация поверхности с учётом размеров источника излучения.

Распределение освещенности, формируемое рассчитанной поверхностью (рис. 6), приведено на рис. 7

и показывает формирование равномерно освещенной области эллиптической формы с заданными размерами. СКО формируемого распределения освещенности от равномерного распределения составляет 8,8 %.

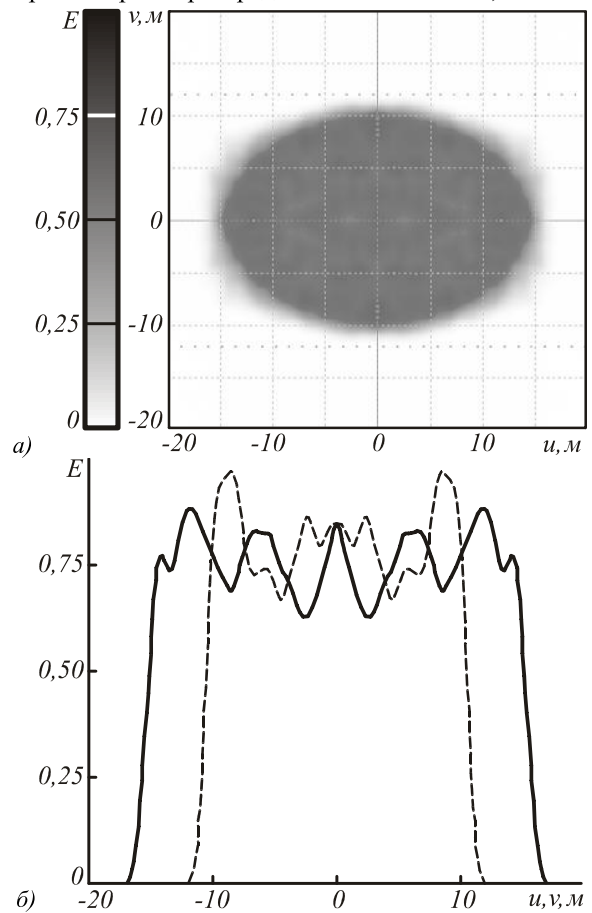


Рис. 7. Полутоновое распределение освещенности, формируемое зеркалом при протяжённом источнике  $1 \times 1$  мм (а); сечения распределения освещенности в плоскостях  $v=0$  (непрерывная линия) и  $u=0$  (пунктирная линия) (б)

### Заключение

В работе представлен метод расчёта зеркальной поверхности свободной формы из условия формирования заданного распределения освещенности. Метод учитывает размеры источника излучения, что позволяет его использовать при расчёте компактных зеркал с размерами всего в несколько раз превышающими размеры источника излучения. Рассчитаны поверхности зеркал с толщиной 3 мм, формирующих равномерные распределения освещенности в прямоугольной ( $26,6 \times 17,7$  мм) и эллиптической (полуоси 15 мм и 10 мм) областях при протяжённом ламбертовском источнике  $1 \times 1$  мм. СКО формируемых зеркалами распределений освещенности от равномерных распределений составило менее 10 %, что свидетельствует о хорошей работоспособности разработанного метода.

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке государственных контрактов 07.514.11.4055, 07.514.11.4060 и



07.514.11.4105, гранта Президента Российской Федерации НШ-4128.2012.9 и грантов РФФИ №№ 10-07-00553 и 11-07-13164.

### Литература

- Guan, P.** On a Monge-Ampere equation arising in geometric optics [Text] / P. Guan, X.-J. Wang // Journal of Differential Geometry. – 1998. – Vol. 48, N 2. – P. 205-223. – ISSN 0022-040X.
- Oliker, V.I.** Geometric and variational methods in optical design of reflecting surfaces with prescribed irradiance properties [Text] / V.I. Oliker // SPIE Proceedings. – 2005. – Vol. 5942. – P. 594207.
- Parkyn, W.A.** Illumination lenses designed by extrinsic differential geometry [Text] / W.A. Parkyn // SPIE Proceedings. – 1998. – Vol. 3482. – P. 389-396.
- Kirkilionis, M.** Trends in Nonlinear Analysis [Text] / M. Kirkilionis, S. Kromker, R. Rannacher, F. Tomi. – Berlin: Springer, 2003. – 193-224 p.
- Elmer, W.B.** Optical design of reflectors. Part 2 [Text] / W.B. Elmer // Applied Optics. – 1978. – Vol. 17, N 7. – P. 977-979. – ISSN 0003-6935.
- Kusch, O.** Computer-aided optical design of illumination and irradiating devices [Text] / O. Kusch – Moscow: “ASLAN” Publishing House, 1993. – 192 p.
- Досколович, Л.Л.** Расчёт радиально-симметричных преломляющих поверхностей с учётом френелевских потерь [Текст] / Л.Л. Досколович, М.А. Моисеев // Компьютерная оптика. – 2008. – Т. 32, № 2. – С. 201-203. – ISSN 0134-2452.
- Досколович, Л.Л.** Расчёт преломляющих оптических элементов для формирования диаграммы направленности в виде прямоугольника [Текст] / Л.Л. Досколович, М.А. Моисеев // Оптический журнал. – 2009. – Т. 76, № 7. – С. 70-76. – ISSN 0030-4042.
- Ries, H.** Tailored freeform optical surfaces [Text] / H. Ries, J. Muschaweck // Journal of Optical Society of America A. – 2002. – Vol. 19, N 3. – P. 590-595. – ISSN 1084-7529.
- Ries, H.** Optimized tailoring for lens design [Text] / H. Ries, R. Jetter // SPIE Proceedings. – 2005. – Vol. 5875. – P. 58750A.
- Ding, Y.** Freeform LED lens for uniform illumination [Text] / Y. Ding, X. Liu, Zh. Zheng, P. Gu // Optics Express. – 2008. – Vol. 16, N 17. – P. 12958-12966. – ISSN 1094-4087.
- Wang, K.** Design of compact freeform lens for application specific light-emitting diode packaging [Text] / K. Wang, F. Chen, Z. Liu, X. Luo, Sh. Liu // Optics Express. – 2010. – Vol. 18, N 2. – P. 413-425. – ISSN 1094-4087.
- Luo, Y.** Design of compact and smooth free-form optical system with uniform illuminance for LED source [Text] / Y. Luo, Z. Feng, Y. Han, H. Li // Optics Express. – 2010. – Vol. 18, N 9. – P. 9055-9063. – ISSN 1094-4087.
- Fournier, F.R.** Fast freeform reflector generation using source-target maps [Text] / F.R. Fournier, W.J. Cassarly, J.P. Rolland // Optics Express. – 2010. – Vol. 18, N 5. – P. 5295-5304. – ISSN 1094-4087.
- Michaelis, D.** Cartesian oval representation of freeform optics in illumination systems [Text] / D. Michaelis, P. Schreiber, A. Bräuer // Optics Letters. – 2011. – Vol. 36, N 6. – P. 918-920. – ISSN 0146-9592.
- Moiseev, M.A.** Design of high efficient freeform LED lens for illumination of elongated rectangular regions [Text] / M.A. Moiseev, L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy // Optics Express. – 2011. – Vol. 19, N S3. – P. A225-A233. – ISSN 109434087.
- Moiseev, M.A.** Design of refractive spline surface for generating required irradiance distribution with large angular dimension [Text] / M.A. Moiseev, L.L. Doskolovich // J. Mod. Opt. – 2010. – Vol. 57, N 7. – P. 536-544. – ISSN 09503.
- Моисеев, М.А.** Расчёт преломляющего оптического элемента для формирования заданного распределения при протяжённом источнике излучения [Текст] / Л.Л. Досколович, М.А. Моисеев // Компьютерная оптика. – 2010. – Т. 34, № 2. – С. 194-200. – ISSN 01342452.
- [http://en.wikipedia.org/wiki/BFGS\\_method](http://en.wikipedia.org/wiki/BFGS_method).
- [http://lambdare.com/software\\_products/tracepro](http://lambdare.com/software_products/tracepro).

### References

- Guan, P.** On a Monge-Ampere equation arising in geometric optics [Text] / P. Guan, X.-J. Wang // Journal of Differential Geometry. – 1998. – Vol. 48, N 2. – P. 205-223. – ISSN 0022-040X.
- Oliker, V.I.** Geometric and variational methods in optical design of reflecting surfaces with prescribed irradiance properties [Text] / V.I. Oliker // SPIE Proceedings. – 2005. – Vol. 5942. – P. 594207.
- Parkyn, W.A.** Illumination lenses designed by extrinsic differential geometry [Text] / W.A. Parkyn // SPIE Proceedings. – 1998. – Vol. 3482. – P. 389-396.
- Kirkilionis, M.** Trends in Nonlinear Analysis [Text] / M. Kirkilionis, S. Kromker, R. Rannacher, F. Tomi. – Berlin: Springer, 2003. – 193-224 p.
- Elmer, W.B.** Optical design of reflectors. Part 2 [Text] / W.B. Elmer // Applied Optics. – 1978. – Vol. 17, N 7. – P. 977-979. – ISSN 0003-6935.
- Kusch, O.** Computer-aided optical design of illumination and irradiating devices [Text] / O. Kusch – Moscow: “ASLAN” Publishing House, 1993. – 192 p.
- Doskolovich, L.L.** Design of radially-symmetrical refractive surface taking into account Fresnel loss [Text] / L.L. Doskolovich, M.A. Moiseev // Computer Optics. – 2008. – Vol. 32, N 2. – P. 201-203. – ISSN 0134-2452. – (In Russian).
- Moiseev, M.A.** Calculations for refracting optical elements for forming directional patterns in the form of a rectangle [Text] / M.A. Moiseev, L.L. Doskolovich // J. Opt. Tech. – 2009. – Vol. 76(7). – P. 430-434. – ISSN 0030-4042. – (In Russian).
- Ries, H.** Tailored freeform optical surfaces [Text] / H. Ries, J. Muschaweck // Journal of Optical Society of America A. – 2002. – Vol. 19, N 3. – P. 590-595. – ISSN 1084-7529.
- Ries, H.** Optimized tailoring for lens design [Text] / H. Ries, R. Jetter // SPIE Proceedings. – 2005. – Vol. 5875. – P. 58750A.
- Ding, Y.** Freeform LED lens for uniform illumination [Text] / Y. Ding, X. Liu, Zh. Zheng, P. Gu // Optics Express. – 2008. – Vol. 16, N 17. – P. 12958-12966. – ISSN 1094-4087.
- Wang, K.** Design of compact freeform lens for application specific light-emitting diode packaging [Text] / K. Wang, F. Chen, Z. Liu, X. Luo, Sh. Liu // Optics Express. – 2010. – Vol. 18, N 2. – P. 413-425. – ISSN 1094-4087.
- Luo, Y.** Design of compact and smooth free-form optical system with uniform illuminance for LED source [Text] / Y. Luo, Z. Feng, Y. Han, H. Li // Optics Express. – 2010. – Vol. 18, N 9. – P. 9055-9063. – ISSN 1094-4087.

14. **Fournier, F.R.** Fast freeform reflector generation using source-target maps [Text] / F.R. Fournier, W.J. Cassarly, J.P. Rolland // *Optics Express*. – 2010. – Vol. 18, N 5. – P. 5295-5304. – ISSN 1094-4087.
15. **Michaelis, D.** Cartesian oval representation of freeform optics in illumination systems [Text] / D. Michaelis, P. Schreiber, A. Bräuer // *Optics Letters*. – 2011. – Vol. 36, N 6. – P. 918-920. – ISSN 0146-9592.
16. **Moiseev, M.A.** Design of high efficient freeform LED lens for illumination of elongated rectangular regions [Text] / M.A. Moiseev, L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy // *Optics Express*. – 2011. – Vol. 19, N 3. – P. A225-A233. – ISSN 109434087.
17. **Moiseev, M.A.** Design of refractive spline surface for generating required irradiance distribution with large angular dimension [Text] / M.A. Moiseev, L.L. Doskolovich // *J. Mod. Opt.* – 2010. – Vol. 57, N 7. – P. 536-544. – ISSN 09503.
18. **Moiseev, M.A.** Design of refractive optical element producing required irradiance distribution for extended light source [Text] / M.A. Moiseev, L.L. Doskolovich // *Computer Optics*. – 2010. – Vol. 34(2). – P. 194-200. – ISSN 0134-2452. – (In Russian).
19. [http://en.wikipedia.org/wiki/BFGS\\_method](http://en.wikipedia.org/wiki/BFGS_method).
20. [http://lambdares.com/software\\_products/tracepro](http://lambdares.com/software_products/tracepro).

## METHOD FOR DESIGN OF REFLECTIVE SURFACES PRODUCING PRESCRIBED TWO-DIMENSIONAL IRRADIANCE DISTRIBUTIONS

*E.V. Byzov, M.A. Moiseev, L.L. Doskolovich  
S.P. Korolyov Samara State Aerospace University,  
Image Processing Systems Institute of the RAS*

### Abstract

A method for design of reflective surface producing the prescribed irradiance distribution from extended light source is presented. The method includes parameterization of the reflective surface by bicubic spline and optimization of its parameters from condition of required irradiance distribution generation. The surfaces producing uniformly illuminated rectangular and elliptical areas are computed. The non-uniformity of the generated irradiance distribution is less than 10% in both cases.

**Key words:** reflective surface, mirror, irradiance distribution, inverse problem, raytracing.



**Бызов Егор Владимирович**, 1988 года рождения. В 2007 году окончил Лицей имени Д. Кантемира города Кишинёва и в 2008 году поступил на первый курс факультета информатики Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва по специальности «Прикладные математика и физика».

E-mail: [xameak@bigmir.net](mailto:xameak@bigmir.net).

**Egor Vladimirovich Byzov** (b. 1988) finished school named after D. Kantemir in Chishinau in 2007. Currently he is the student of Samara Space Aerospace University, Informatics Department, majoring in Applied Mathematics and Physics.



**Моисеев Михаил Александрович**, 1986 года рождения, в 2008 году с отличием окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ) по специальности 010600 «Прикладные математика и физика». Кандидат физико-математических наук (2011 год), работает научным сотрудником в лаборатории дифракционной оптики Института систем обработки изображений РАН (ИСОИ РАН). Является членом международного научного общества *SPIE*. Моисеев М.А. – специалист в области решения обратных задач геометрической оптики. В списке научных работ М.А. Моисеева 14 статей и 2 авторских свидетельства.

Homepage: <http://www.ipsi.smr.ru/staff/MoiseevM.htm>. E-mail: [mikhail@smr.ru](mailto:mikhail@smr.ru).

**Mikhail Alexandrovich Moiseev** (b. 1986) graduated with honors (2008) from the Samara State Aerospace University named after S.P. Korolyov (SSAU), majoring in Applied Mathematics and Physics. He received his Philosophy Degree in Physics and Mathematics (2011) from Samara State Aerospace University. He is a researcher in diffraction optics laboratory of Image Processing Systems Institute of the RAS (IPSI RAS). He is a *SPIE* member. He is co-author of 14 scientific papers and 2 inventions and patents. His current research interests include nonimaging optics.

*Сведения об авторе Досколович Леонид Леонидович – см. стр. 101 этого номера.*

*Поступила в редакцию 30 декабря 2011 г.*