

## ЗАТУХАНИЕ ВОЛНОВОДНЫХ МОД ТОНКИХ ПЛЁНОК: РАЗДЕЛЕНИЕ ВКЛАДОВ ПОГЛОЩЕНИЯ И ПОВЕРХНОСТНОГО РАССЕЯНИЯ СВЕТА

Сотский А.Б., Чудаковский П.Я.

Могилёвский государственный университет им. А.А. Кулешова

### Аннотация

В рамках допущений о хорошей локализации энергии волноводных мод в тонкой плёнке и о малости по сравнению с длиной волны излучения среднеквадратичных отклонений и интервалов автокорреляции шероховатостей границ плёнки получено аналитическое решение задачи о разделении вкладов в коэффициенты затухания мод ТЕ-поляризации эффектов материального поглощения и поверхностного рассеяния света. На основе этого решения сформулирован алгоритм восстановления мнимой части комплексного показателя преломления плёнки, использующий вещественные части постоянных распространения и коэффициенты затухания двух ТЕ-мод плёнки, измеряемые методом волноводной спектроскопии. Эффективность подхода подтверждена расчётом дифракционных полей, возникающих при распространении волноводных мод вдоль плёнок с шероховатыми границами.

*Ключевые слова:* волноводная спектроскопия, волноводная мода, коэффициент затухания волноводных мод, тонкие плёнки.

### Введение

Оптический контроль шероховатости поверхности и коэффициентов поглощения тонких плёнок играет важную роль в микро-, наноэлектронике и интегральной оптике [1–5]. Для соответствующих измерений перспективен метод волноводной спектроскопии, основанный на призмном возбуждении в плёнке волноводных мод [2, 3]. Его высокая чувствительность объясняется значительной длиной взаимодействия зондирующего излучения, распространяющегося вдоль плёнки в виде волноводной моды, с материалом плёнки и её границами. В настоящей работе основное внимание уделено проблеме восстановления указанным методом мнимой части комплексного показателя преломления плёнки  $k_f$ . Эта проблема возникает при спектроскопии материалов тонких плёнок.

В методе волноводной спектроскопии осуществляется обработка углового распределения интенсивности отражённого светового пучка в призмном устройстве связи, дающая вещественную часть постоянной распространения  $h$  и коэффициент затухания  $\alpha_t$  возбуждаемой моды [2, 3]. Значение  $\alpha_t$  определяется материальным поглощением света и его рассеянием на микроскопических дефектах волноводящей структуры. Данное рассеяние имеет место на внутренних неоднородностях материала плёнки и на её границах. В настоящей работе рассматривается последний из указанных механизмов рассеяния, который является, как правило, преобладающим [6].

Если предположить, что потери мощности моды плёнки, вызванные поглощением и рассеянием света, мультипликативны, а процесс рассеяния является стационарным и эргодическим, то можно принять приближение [6, 7]

$$\alpha_t = -2 \operatorname{Im} h + \alpha_s, \quad (1)$$

где  $\operatorname{Im} h$  – мнимая часть постоянной распространения моды плёнки с идеально гладкими границами, связанная с материальным поглощением света,  $\alpha_s$  – вклад в коэффициент затухания моды поверхностного рассеяния света.

Существующие алгоритмы решения обратных задач волноводной спектроскопии используют комплексные постоянные распространения мод плёнки  $h = \operatorname{Re} h + i \operatorname{Im} h$  и сводят дело к определению толщины  $d$  и комплексного показателя преломления плёнки  $n_f - ik_f$  из известных дисперсионных уравнений [2, 8, 9]. При этом значения  $d$  и  $n_f$  могут быть выражены через  $\operatorname{Re} h$ , измеренные как минимум для двух мод, а значение  $k_f$  – через  $\operatorname{Im} h$  одной из мод. Следовательно, определение  $\operatorname{Im} h$ , а значит, и  $k_f$  по измеряемым значениям  $\alpha_t$  предполагает такую обработку экспериментальных данных, которая позволила бы разделить вклады в  $\alpha_t$  материального поглощения и поверхностного рассеяния света.

Ныне в методе волноводной спектроскопии используется приближение  $\alpha_t = -2 \operatorname{Im} h$ , которое представляет собой простейший вариант указанного разделения [2, 3, 6]. Но такой подход может быть оправдан только при исследовании сильно поглощающих плёнок (затухание мод  $>10$  дБ/см) с почти гладкими поверхностями [2, 3, 6].

Попытка селективной оценки величин  $\operatorname{Im} h$  и  $\alpha_s$  была предпринята в работе [10]. Соответствующая техника, основанная на анализе углового спектра энергетического коэффициента отражения светового пучка при призмном возбуждении мод плёнки, предполагает проведение измерений при различных толщинах воздушного зазора между призмой связи и исследуемой плёнкой и при этом довольно трудоёмка. Кроме того, известно, что на указанный спектр оказывает влияние эффект выхода излучения возбуждаемой моды за пределы призмы связи [2, 11, 12]. Поскольку в работе [10] названный эффект игнорируется, можно ожидать, что предлагаемый в ней подход будет эффективен только при условии достаточно сильного ( $>25$  дБ/см [12]) затухания мод, когда данный эффект не существует. Ограничение применимости своего метода случаем сильно затухающих мод качественно оговорено и авторами работы [10].

Ниже представлен иной способ определения коэффициентов  $\text{Im}h$ ,  $\alpha_s$  и  $k_f$ . В нём указанные коэффициенты аналитически выражаются через значения  $\text{Re}h$  и  $\alpha_f$  для двух мод ТЕ-поляризации, направляемых плёнкой (экспериментальное определение последних величин методом волноводной спектроскопии не вызывает принципиальных затруднений [2, 11, 12]). Эффективность предлагаемого метода подтверждена численными расчётами затухания ТЕ-мод различного порядка, выполненными с помощью спектрального разложения дифракционного поля по локальным модам нерегулярной волноводной структуры.

**1. Разделение вкладов поглощения и поверхностного рассеяния в затухание мод**

Пусть мода ТЕ-поляризации, поле которой зависит от времени как  $\exp(i\omega t)$ , распространяется в  $z$ -направлении вдоль диэлектрической плёнки с двумя шероховатыми границами, отделяющими её от одной среды (например, воздуха) и другой среды (подложки). Эти границы описываются независимыми случайными функциями  $y = y_+(x, z)$  и  $y = y_-(x, z)$  соответственно. В большинстве представляющих практический интерес ситуаций можно считать, что средние значения указанных функций равны:  $\overline{y_+(x, z)} = 0$ ,  $\overline{y_-(x, z)} = -d$ , и что выполнены неравенства

$$\lambda_0^{-1} \sqrt{\Delta y_{+-}^2} \ll 1, \lambda_0^{-1} B_x^{(+, -)} \ll 1, \lambda_0^{-1} B_z^{(+, -)} \ll 1, (2)$$

где  $\sqrt{\Delta y_+^2}$  и  $\sqrt{\Delta y_-^2}$  – среднеквадратичные отклонения функций  $y_+(x, z)$  и  $y_-(x, z)$ ;  $B_x^{(+)}$ ,  $B_z^{(+)}$ ,  $B_x^{(-)}$ ,  $B_z^{(-)}$  – интервалы автокорреляции этих функций в  $x$ - и  $z$ -направлениях,  $\lambda_0$  – длина волны излучения в вакууме. Тогда потерю мощности моды  $dP_s$  на отрезке  $dz$ , вызванную рассеянием излучения на границах раздела сред, можно приближённо представить в виде суммы [7]

$$dP_s = dP_s^{(+)} + dP_s^{(-)}, (3)$$

где  $dP_s^{(+)}$  и  $dP_s^{(-)}$  – мощности излучения, рассеянного верхней и нижней поверхностями плёнки. Согласно [7] данные величины пропорциональны интенсивности моды в окрестности соответствующих поверхностей:

$$dP_s^{(+)} = -W_1 |A(x, z)|^2 |Y(0)|^2 dz, (4)$$

$$dP_s^{(-)} = -W_2 |A(x, z)|^2 |Y(-d)|^2 dz, (5)$$

где  $W_1$  и  $W_2$  – некоторые коэффициенты, определяемые статистическими свойствами функций  $y_+(x, z)$ ,  $y_-(x, z)$ , показателями преломления сред и длиной волны излучения [7],  $A(x, z)$  – амплитуда моды,  $Y(y)$  – поперечное распределение  $x$ -компоненты электрического поля моды регулярного плёночного волновода толщины  $d$ .

В аддитивном приближении [6] полные потери мощности моды на отрезке  $dz$  представляются в виде

$$dP = dP_a + dP_s, (6)$$

где  $dP_a$  – потери мощности, вызванные поглощением излучения в средах. Как известно [13],

$$dP_a = 2 \text{Im} h P(x, z) dz, (7)$$

где

$$\text{Im} h = \frac{k_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} \text{Im}[\varepsilon(y)] |Y(y)|^2 dy}{2 \text{Re} h \int_{-\infty}^{\infty} |Y(y)|^2 dy}, (8)$$

$$P(x, z) = |A(x, z)|^2 \int_{-\infty}^{\infty} |Y(y)|^2 dy, (9)$$

$k_0 = 2\pi\lambda_0^{-1}$  – волновое число света в вакууме,  $\varepsilon(y)$  – относительная диэлектрическая проницаемость регулярной волноведущей структуры, в которой границы плёнки описываются уравнениями  $y=0$  и  $y=-d$ . Предположим, что выполнено неравенство  $k_f \ll n_f$ , характерное для большинства представляющих практический интерес ситуаций, и что энергия мод хорошо локализована в плёнке. Тогда в (8) можно приближённо положить

$$\text{Re} h = k_0 n_f, \text{Im}[\varepsilon(y)] = -2n_f k_f, (10)$$

в результате чего получим:

$$\text{Im} h = -k_0 k_f. (11)$$

В соответствии с (3)–(7), (9)

$$\frac{dP}{P} = dz (2 \text{Im} h - KW), (12)$$

где

$$K = \frac{|Y(0)|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |Y(y)|^2 dy}, W = W_1 + \frac{W_2 |Y(-d)|^2}{|Y(0)|^2},$$

или после учёта известного дисперсионного уравнения для ТЕ-мод плёночного волновода [13]

$$K = \frac{2k_0 [n_f^2 - (\text{Re} h)^2 k_0^{-2}]}{(k_0 d + \gamma_a^{-1} + \gamma_s^{-1})(n_f^2 - n_a^2)}, (13)$$

$$W = W_1 + W_2 (n_f^2 - n_a^2)(n_f^2 - n_s^2)^{-1},$$

где

$$\gamma_a = \sqrt{(\text{Re} h)^2 k_0^{-2} - n_a^2}, \gamma_s = \sqrt{(\text{Re} h)^2 k_0^{-2} - n_s^2},$$

$n_a$  и  $n_s$  – показатели преломления сред, примыкающих к плёнке.

Заметим, что из (12) следует выражение (1), где

$$\alpha_s = KW, (14)$$

а  $\text{Im} h$  имеет вид (11).

Предположим теперь, что методом волноводной спектроскопии измерены вещественные части по-

стоянных распространения и коэффициенты затухания двух ТЕ-мод плёнки, равные  $\text{Re}h_l$ ,  $\text{Re}h_j$  и  $\alpha_l^{(l)}$ ,  $\alpha_j^{(j)}$ , где  $l$  и  $j$  – номера мод. Если величины  $n_a$  и  $n_s$  известны (что обычно имеет место), то из дисперсионного уравнения для ТЕ-мод плёнки несложно рассчитать величины  $n_f$  и  $d$  [2]. В результате будут определены коэффициенты  $K_l$  и  $K_j$  вида (13) для каждой из мод. После этого из (1), (13), (14) найдём:

$$\alpha_s^{(l)} = K_l W, \quad (15)$$

$$k_f = (2k_0)^{-1}(\alpha_l^{(l)} - \alpha_s^{(l)}), \quad (16)$$

$$W = (\alpha_l^{(l)} - \alpha_j^{(j)})(K_l - K_j)^{-1}, \quad (17)$$

где  $K_l$  и  $\alpha_s^{(l)}$  – коэффициенты  $K$  и  $\alpha_s$ , отнесённые к  $l$ -й моде.

Выражения (11), (13), (15)–(17) определяют аналитическое решение обратной оптической задачи о разделении вкладов поглощения и поверхностного рассеяния поля волноводной моды и об определении коэффициента поглощения тонкой плёнки через измеряемые величины.

Полученное решение основано на ряде приближений, поэтому его корректность нуждается в проверке. Соответствующие оценки можно получить, численно рассчитав постоянные распространения и коэффициенты затухания ТЕ-мод структуры с заданными значениями  $d$ ,  $n_a$ ,  $k_a$ ,  $n_f$ ,  $k_f$ ,  $n_s$ ,  $k_s$  ( $n_a - ik_a$ ,  $n_s - ik_s$  – комплексные показатели преломления окружающих плёнку сред) и сравнив результат решения обратной задачи для  $k_f$  с исходным значением  $k_f$ . Подобные расчёты представлены в следующем разделе.

## 2. Численное моделирование затухания мод

Проблема расчёта поверхностного рассеяния полей мод оптических волноводов исследовалась в ряде работ (см. [7, 14, 15] и цитированную там литературу). При этом в основном рассматривались различные варианты теории возмущений для дифракционных полей. Подобные решения не имеют точно очерченных границ применимости, поэтому их использование для тестирования полученного выше решения обратной задачи проблематично.

Более точные вычислительные схемы для исследования дифракционных полей в продольно-нерегулярных волноводах были предложены в [11, 12, 16–19].

В [16] применительно к закрытым планарным волноводам рассмотрен метод Галёркина, в котором используется линейная сплайн-интерполяция компонент поля в направлении, ортогональном оси волновода. Расчёт амплитуд сплайнов на продольно-нерегулярном участке волновода сведён к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений. В [16] обоснована принципиальная сходимость предложенной расчётной схемы, но примеры её практического применения не представлены.

Открытые планарные волноводы с продольно-нерегулярными границами исследовались в [17, 18]. В данных работах использована ступенчатая интерполяция границ плёнки на нерегулярных участках. Такая модель позволяет рассматривать нерегулярный волновод как последовательность отрезков регулярных волноводов. Компоненты поля в каждом из этих волноводов представляются в виде рядов Фурье по координате, ортогональной оси волновода, причём границы интервалов периодичности гармоник Фурье располагаются внутри полностью согласованных слоёв (ПСС). Амплитуды гармоник Фурье выражаются через матрицы рассеяния, которые строятся из условий согласования компонент электромагнитного поля на границах регулярных волноводов. В указанных работах рассчитаны коэффициенты прохождения мод через нерегулярные участки тонких плёнок с шероховатыми границами [17] и с периодическими дифракционными решётками, вытравленными на поверхности плёнок [18]. В [17] исследованы только симметричные волноводы ( $n_a = n_s$ ,  $k_a = k_s$ ).

В [11, 12, 19] выполнен расчёт дифракционных полей, возникающих при возбуждении волноводных мод плёнок с шероховатыми границами посредством ограниченной призмы связи. Используемый при этом метод представляет собой модификацию известного метода спектральных разложений дифракционных полей в открытых планарных структурах по модам таких структур [14, 20]. В своей классической формулировке этот метод приводит к интегро-дифференциальным уравнениям относительно амплитуд мод непрерывного спектра, строгое решение которых представляет сложную проблему [14, 20]. В [11, 12, 19] вместо открытых плёночных волноводов рассматриваются закрытые планарные структуры с дискретным спектром мод. Отражение излучения от внешних границ данных структур минимизируется за счёт использования ПСС, которые моделируют открытое пространство. В результате, решение дифракционной задачи сводится к численному интегрированию систем либо обыкновенных дифференциальных, либо интегральных уравнений относительно амплитуд мод и не вызывает принципиальных затруднений.

Представленная ниже расчётная схема представляет собой развитие результатов работ [11, 12, 19]. Мы рассматриваем затухание мод в общем случае асимметричных плёночных волноводов ( $n_a \neq n_s$ ,  $k_a \neq k_s$ ). Дифракционное поле, связанное с рассеянием излучения на шероховатых границах плёнки, при каждом значении  $z$  представляется в виде разложения по локальным модам закрытой волноводущей структуры с ПСС. Данные моды строятся с учётом шероховатости границ плёнки, что обеспечивает достаточно быструю сходимость результатов (см. ниже). Кроме того, использование локальных мод, в отличие от рядов Фурье, позволяет естественным

образом выделить в каждом сечении волновода амплитуду той моды, затухание которой анализируется.

Как и авторы работ [14–18], мы ограничиваемся рассмотрением двумерной дифракционной задачи ( $\partial/\partial x \equiv 0$ ,  $y_{+-}(x, z) = y_{+-}(z)$ ). Основанием для этого служит то, что двумерная модель шероховатости границ оптических волноводов приводит к корректному описанию реальных экспериментов по измерению затухания мод [14]. Кроме того, решение обратной задачи (11), (13), (15)–(17), как это очевидно из его вывода, идентично при рассмотрении как трёхмерной, так и двумерной моделей шероховатости границ плёнки. Поэтому для тестирования данного решения естественно исследовать более простую двумерную дифракционную задачу.

Рассматриваемая структура представлена на рис. 1. Здесь плёнка со средней толщиной  $d$  окружена средами с конечными средними толщинами  $d_s$  и  $d_a$ . Плёнка имеет шероховатые границы на конечном участке  $0 < z < z_r$  оси  $0z$ . Вне этого участка структура является регулярной и плоскопараллельной. На вход данного участка из области  $z < 0$  падает некоторая мода плёнки. При  $y=A$  и  $y=B$  структура ограничена идеально проводящими экранами. К экранам примыкают плоскопараллельные ПСС толщины  $\Delta$ .

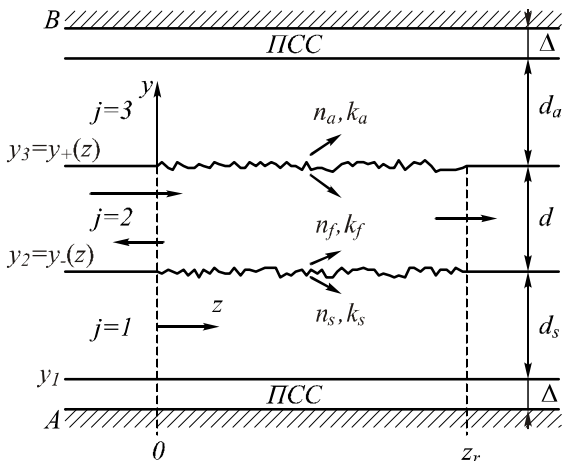


Рис. 1. Рассматриваемая структура

Тензоры относительной магнитной и диэлектрической проницаемости ПСС удовлетворяют соотношениям [21]

$$\left. \begin{aligned} \mu_{ij} &= \mu_{ji}, \quad \mu_{xy} = \mu_{xz} = \mu_{yz} = 0, \\ \varepsilon_{ij} &= \varepsilon_{ji}, \quad \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \mu_{xx} = \mu_{zz} = \mu_o &= \alpha \exp\left(\frac{-i\pi}{4}\right), \quad \mu_{yy} = \mu_e = \left(\frac{1}{\mu_o}\right), \\ \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_o &= \varepsilon_j \mu_o, \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_e = \frac{\varepsilon_j}{\mu_o}, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

где  $\alpha > 0$  – некоторая вещественная константа,  $\varepsilon_j$  – диэлектрическая проницаемость среды, контактирующей с ПСС ( $j$  принимает значения 1 либо 3;  $\varepsilon_1 = (n_s - ik_s)^2$ ,  $\varepsilon_3 = (n_a - ik_a)^2$ ).

Нетрудно показать, что при выполнении (18), (19) коэффициенты отражения плоских волн ТЕ-и ТМ-поляризации от границы раздела «диэлектрик–ПСС» равны

$$R = -\exp(-2i\mu_o\sigma_j k_0\Delta), \quad (20)$$

где  $\sigma_j = \sqrt{\varepsilon_j} \cos\theta$ ,  $\theta$  – угол падения волны. В соответствии с (20) при достаточно большом значении  $\Delta$  отражение излучения от ПСС становится пренебрежимо малым ( $|R| \rightarrow 0$ ) независимо от его поляризации и угла падения. Таким образом, ПСС моделируют открытое пространство в закрытой волноводной структуре.

Согласно уравнениям Максвелла,  $x$  – компонента напряжённости электрического поля ТЕ-волн в области  $A \leq y \leq B$  (рис. 1) – описывается уравнением

$$\mu_e \frac{\partial}{\partial y} \mu_o^{-1} \frac{\partial}{\partial y} E_x + \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_x + k_0^2 \varepsilon(y, z) E_x = 0, \quad (21)$$

решаемым с нулевыми граничными условиями при  $y = A$ ,  $y = B$ . Здесь в областях ПСС функция  $\varepsilon(y, z)$  принимает определённые выше значения  $\varepsilon_j$ , а  $\mu_o$  и  $\mu_e$  определяются по формулам (19). Вне этих областей  $\mu_o = \mu_e = 1$ , а функция  $\varepsilon(y, z)$  описывает диэлектрическую проницаемость нерегулярной планарной структуры.

Рассмотрим задачу Штурма–Лиувилля

$$\left. \begin{aligned} \left[ \mu_e \frac{\partial}{\partial y} \mu_o^{-1} \frac{\partial}{\partial y} + k_0^2 \varepsilon(y, z) - h_v^2(z) \right] \varphi_v(y, z) &= 0, \\ \varphi_v(A, z) = 0, \quad \varphi_v(B, z) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

где  $z$  является фиксированным параметром. Эта задача имеет дискретный набор нетривиальных решений (мод), которые формируют полный набор функций на отрезке  $A \leq y \leq B$  [22]. При этом  $h_v(z)$  имеет смысл постоянной распространения, а  $\varphi_v(y, z)$  – поперечного распределения поля  $v$ -й локальной моды, эквивалентной моде продольно-регулярной планарной структуры с  $\varepsilon(y) = \varepsilon(y, z)$ .

В соответствии с (22), в  $l$ -м слое структуры

$$\begin{aligned} \varphi_v(y, z) &= \varphi_{vl} \cos[\sigma_l(y - y_l)] + \\ &+ \varphi'_{vl} \sin[\sigma_l(y - y_l)] / \sigma_l, \end{aligned} \quad (23)$$

где  $\varphi_{vl} = \varphi_v(y_l)$ ,  $\varphi'_{vl} = \partial\varphi_v / \partial y|_{y=y_l}$ ,  $y_l = y_l(z)$  – нижняя граница слоя (рис. 1),  $\sigma_l = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_l - h_v^2(z)}$ ,  $\varepsilon_l$  – диэлектрическая проницаемость слоя. Согласно (22) и (23), имеют место соотношения

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{v3} &= \varphi_{v2} \cos(\sigma_2 d_2) + \varphi'_{v2} \sin(\sigma_2 d_2) / \sigma_2 \\ \varphi'_{v3} &= -\varphi_{v2} \sigma_2 \sin(\sigma_2 d_2) + \varphi'_{v2} \cos(\sigma_2 d_2) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

$$\varphi'_{v2} = t_v, \quad \varphi_{v2} = \frac{t_v(1-q)}{i\sigma_1(1+q)},$$

$$q = \exp[-2i\sigma_1(d_1 + \mu_o\Delta)],$$

где  $d_l = d_l(z)$  – локальная толщина  $l$ -го слоя,  $t_v = t_v(z)$  – множитель, определяемый из условия нормировки полей мод

$$\int_A^B \mu_e^{-1} \varphi_v(y, z) \varphi_\mu(y, z) dy = \delta_{v\mu}, \quad (25)$$

где  $\delta_{v\mu}$  – символ Кронекера (ортогональность функций  $\varphi_v$  с различными номерами  $v$  следует из (22)).

Из (20), (22), (23) получаем дисперсионное уравнение относительно  $h_v(z)$ :

$$\sigma_3(i\sigma_3\varphi_{v3} - \varphi'_{v3})\exp[-i\sigma_3(d_3 + \mu_o\Delta)] + \sigma_3(i\sigma_3\varphi_{v3} + \varphi'_{v3})\exp[i\sigma_3(d_3 + \mu_o\Delta)] = 0. \quad (26)$$

В соответствии с (24), левая часть (26) является целой трансцендентной функцией комплексной переменной  $h_v$ . В результате число корней уравнения (26) на полной комплексной плоскости неограниченно велико [22]. Значения этих корней в любой замкнутой области комплексной плоскости могут быть рассчитаны методом контурного интегрирования [23]. Последующее построение функций  $\varphi_v(y, z)$  на основании (23)–(25) не вызывает затруднений.

В силу полноты набора функций  $\varphi_v(y, z)$  на отрезке  $A \leq y \leq B$  решение уравнения (21) может быть представлено в виде равномерно сходящихся рядов

$$\left. \begin{aligned} E_x(y, z) &= \sum_v U_v(z) \varphi_v(y, z), \\ \frac{\partial}{\partial z} E_x(y, z) &= \sum_v V_v(z) \varphi_v(y, z), \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

где  $U_v(z)$  и  $V_v(z)$  – некоторые функции  $z$ . Подставляя (27) в (21) и учитывая (25), приходим к обыкновенным дифференциальным уравнениям с переменными коэффициентами

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dz} U_v &= V_v - \sum_\mu D_{v\mu} U_\mu, \\ \frac{d}{dz} V_v &= -U_v h_v^2 - \sum_\mu D_{v\mu} V_\mu, \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

где  $D_{\mu\mu} = 0$ ,

$$D_{v\mu} = D_{\mu v}(z) = k_0^2 [h_\mu^2(z) - h_v^2(z)]^{-1} \times \int_{A+\Delta}^{B-\Delta} \mu_e^{-1} \varphi_v(y, z) \varphi_\mu(y, z) \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} dy \quad (v \neq \mu).$$

В последнее выражение входит производная ступенчатой функции  $\partial \varepsilon / \partial z$ , которая выражается через дельта-функции Дирака. Интегрирование этих функций даёт аналитический результат:

$$D_{v\mu}(z) = \left[ (\varepsilon_2 - \varepsilon_3) \frac{dy_+}{dz} (\varphi_v \varphi_\mu)_{y=y_+(z)} + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \frac{dy_-}{dz} (\varphi_v \varphi_\mu)_{y=y_-(z)} \right] \frac{k_0^2}{h_\mu^2(z) - h_v^2(z)}, \quad (29)$$

где  $\varepsilon_2 = (n_f - ik_f)^2$ .

Ограничимся в бесконечных рядах (27)  $k$  слагаемыми. В этом случае (28) представляет собой замкнутую систему  $2k$  уравнений. Поскольку вне отрезка  $z_0 \leq z \leq z_r$  рассматриваемая волноведущая структура регулярна, в соответствующих областях выполняются соотношения  $dy_\pm / dz \equiv 0$ ,  $D_{v\mu}(z) \equiv 0$ . Тогда согласно (28)

$$\left. \begin{aligned} U_v &= a_v \exp(-ih_v^{(0)}z) + b_v \exp(ih_v^{(0)}z), \\ V_v &= -ih_v^{(0)} [a_v \exp(-ih_v^{(0)}z) - b_v \exp(ih_v^{(0)}z)] \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

при  $z \leq z_0$  и

$$\left. \begin{aligned} U_v &= c_v \exp(-ih_v^{(0)}z), \\ V_v &= -ih_v^{(0)} c_v \exp(-ih_v^{(0)}z) \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

при  $z \geq z_r$ . Здесь  $h_v^{(0)}$  – постоянная распространения  $v$ -й моды регулярных планарных структур, расположенных в областях  $z < z_0$  и  $z > z_r$ ;  $a_v, b_v, c_v$  – константы, имеющие смысл амплитуд падающих, отражённых и прошедших мод указанных регулярных структур. Значения  $a_v$  задаются внешними источниками излучения, а амплитуды  $b_v$  и  $c_v$  должны определяться в результате решения дифракционной задачи. Поскольку нас интересует затухание конкретной моды плёнки с номером  $\mu$ , в (30) следует положить

$$a_v = a \delta_{v\mu}, \quad (32)$$

где  $a$  – некоторая постоянная.

Для численного решения задачи (28)–(32) заменим её эквивалентными интегральными уравнениями. Эти уравнения получаются из уравнений, приведённых в [11, 19], путём исключения членов, описывающих поле светового пучка, падающего на волноведущую структуру, и имеют вид

$$U_v(z) = a_v \exp(-ih_v^{(0)}z) + \frac{1}{2} \int_0^z \Phi_v^{(-)}(z, z') dz' - \frac{1}{2} \int_z^{z_r} \Phi_v^{(+)}(z, z') dz', \quad (33)$$

$$V_v(z) = -ih_v^{(0)} a_v \exp(-ih_v^{(0)}z) - \frac{1}{2} ih_v^{(0)} \left[ \int_0^z \Phi_v^{(-)}(z, z') dz' + \int_z^{z_r} \Phi_v^{(+)}(z, z') dz' \right], \quad (34)$$

где

$$\Phi_v^{(\pm)}(z, z') = \exp[\pm ih_v^{(0)}(z - z')] [F_v(z') \pm G_v(z')],$$

$$F_v(z) = -\sum_\mu D_{v\mu}(z) U_\mu(z),$$

$$G_v(z) = (ih_v^{(0)})^{-1} [(h_v^{(0)})^2 - h_v^2(z)] U_v(z) - (ih_v^{(0)})^{-1} \sum_{\mu \neq v} D_{v\mu}(z) V_\mu(z).$$

Целесообразность перехода от задачи (28)–(32) к уравнениям (33), (34) объясняется тем, что они

содержат малые параметры  $(h_v^{(0)})^2 - h_v^2(z)$ ,  $D_{\text{вн}}(z)$  и допускают решение методом итераций (см. ниже).

Следует отметить, что объём вычислений в рассматриваемой расчётной схеме возрастает при увеличении порядка редукции рядов (27). Значение  $k$  при заданной точности решения определяется спектром используемых мод  $\varphi_v(y, z)$ , который, в свою очередь, зависит от толщины ПСС  $\Delta$ . В частности, при  $\Delta \rightarrow \infty$  данный спектр становится квазинепрерывным, поэтому  $k \rightarrow \infty$ . С другой стороны, при  $\Delta \rightarrow 0$  спектр мод является разреженным ( $k$  можно выбрать конечным), но получаемое решение будет искажено вследствие паразитного отражения излучения от вспомогательных идеально проводящих экранов. Как показано в [19], данное отражение становится пренебрежимо малым при условиях  $\alpha = 1$ ,  $\Delta \geq 1,1\lambda_0$ . Влияние выбора  $k$  на получаемое решение при конкретном значении  $\Delta$  из указанного диапазона обсуждается ниже.

С целью исследования затухания мод мы использовали для границ плёнки (рис. 1) модель

$$\begin{aligned} y_2 &= y_-(z) = -d + \Delta y_-(z) \quad (0 \leq z \leq z_r), \\ y_2 &= y_-(z) \equiv -d \quad (z \leq 0, z \geq z_r), \\ y_3 &= y_+(z) = \Delta y_+(z) \quad (0 \leq z \leq z_r), \\ y_3 &= y_+(z) \equiv 0 \quad (z \leq 0, z \geq z_r). \end{aligned}$$

Здесь  $\Delta y_-(z)$  и  $\Delta y_+(z)$  – независимые случайные функции. В эквидистантных узлах  $z_j = j\Delta z$  ( $j = \overline{0, N}$ ,  $\Delta z = z_r / N$ ) отрезка  $0 \leq z \leq z_r$  они принимают значения

$$\Delta y_{\pm}^{(0),(N)} = 0, \Delta y_{\pm}^{(j)} = b(r_{\pm}^{(j)} - 0,5) \quad (N > j > 0),$$

где  $\Delta y_{\pm}^{(j)} = \Delta y_{\pm}(z_j)$ ;  $r_{+}^{(j)}$  и  $r_{-}^{(j)}$  – независимые случайные числа, равномерно распределённые на отрезке  $(0, 1)$  (при расчётах  $r_{+}^{(j)}$  и  $r_{-}^{(j)}$  задавались равномерным генератором псевдослучайных чисел);  $0,5b$  – максимальная амплитуда колебаний функций  $\Delta y_-(z)$  и  $\Delta y_+(z)$ . Между узлами ( $z_j \leq z \leq z_{j+1}$ ) данные функции линейны:

$$\Delta y_{\pm}(z) = \Delta y_{\pm}^{(j)} + (z - z_j)(\Delta y_{\pm}^{(j+1)} - \Delta y_{\pm}^{(j)}) / \Delta z.$$

В рамках принятой модели автокорреляционные функции  $\rho_{\pm}(\sigma) = \overline{\Delta y_{\pm}(z)\Delta y_{\pm}(z + \sigma)}$  равны

$$\rho_{\pm}(\sigma) = \frac{b^2}{12} \left[ \frac{7}{6} - \frac{3}{2}\zeta + \frac{1}{2}\zeta^2 - \frac{1}{2}(1 - \zeta)^3 \right] \quad (\zeta \leq 1),$$

$$\rho_{\pm}(\sigma) = \frac{b^2(2 - \zeta)^3}{72} \quad (1 \leq \zeta \leq 2), \quad \rho_{\pm}(\sigma) = 0 \quad (\zeta \geq 2),$$

где  $\zeta = \sigma / \Delta z$ . Согласно последним формулам, для интервалов корреляции  $B_z^{(\pm)}$  можно использовать оценку  $B_z^{(\pm)} \approx \Delta z$ .

При расчётах мы полагали  $\lambda_0 = 0,6328$  мкм,  $\alpha = 1$ ,  $\Delta = 1$  мкм,  $b = 0,05$  мкм,  $\Delta z = 0,1$  мкм,  $n_s = 1,457$ ,

$k_s = 10^{-6}$ ,  $d_s = 3$  мкм,  $n_f = 1,5147$ ,  $k_f = 1,1326 \cdot 10^{-5}$ ,  $n_a = 1$ ,  $k_a = 0$ ,  $d_a = 3$  мкм. Здесь  $d_s$  и  $d_a$  – толщины окружающих плёнку сред в диапазонах  $z \leq 0$ ,  $z \geq z_r$  (рис. 1), а значения показателей преломления соответствуют плёнке из стекла К8, нанесённой на кварцевую подложку и контактирующей с воздухом. Вычисления выполнены для плёнок двух толщин:  $d = 3$  мкм и  $d = 1,5$  мкм, которые направляют, соответственно, 4 и 2 собственных моды. Опишем подробно результаты расчётов, относящиеся к плёнке с  $d = 3$  мкм (рис. 2–4).

Ключевую роль при решении уравнений (33), (34) играет построение спектра комплексных постоянных распространения мод  $h_v(z)$ . Фрагмент такого спектра, рассчитанный методом контурного интегрирования, приведён на рис. 2. Он относится к регулярной планарной структуре ( $z \leq 0$ ,  $z \geq z_r$ ). Четыре крайние правые точки спектра (вставка на рис. 2) соответствуют собственным модам плёнки с номерами 0, 1, 2, 3. Постоянные распространения этих мод равны:

$$\left. \begin{aligned} h_0^{(0)} &= k_0(1,51172454 - i \cdot 1,131 \cdot 10^{-5}), \\ h_1^{(0)} &= k_0(1,50281694 - i \cdot 1,123 \cdot 10^{-5}), \\ h_2^{(0)} &= k_0(1,48808230 - i \cdot 1,103 \cdot 10^{-5}), \\ h_3^{(0)} &= k_0(1,46806775 - i \cdot 1,032 \cdot 10^{-5}). \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

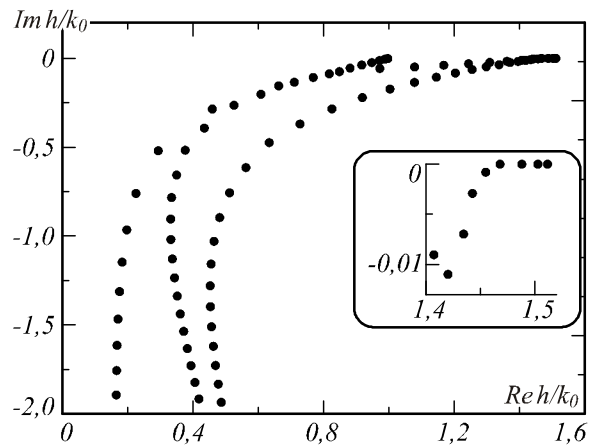


Рис. 2. Расположение постоянных распространения мод на комплексной плоскости

В качестве базиса разложений (27) мы использовали  $k$  мод, постоянные распространения которых  $h_v^{(0)}$  наиболее близки по модулю к постоянной распространения моды, падающей на вход нерегулярного участка плёнки. Данный выбор объясняется тем, что коэффициенты связи мод (28) обратно пропорциональны разностям  $h_{\mu}^2(z) - h_v^2(z)$ .

Численное решение уравнений (33), (34) было выполнено методом итераций. В качестве нулевого приближения выбирались функции  $V_v(z) = -ih_v^{(0)}U_v(z)$ ,  $U_v(z) = a\delta_{\text{вн}} \exp(-ih_v^{(0)}z)$ .



Практически стопроцентная сходимость решений при всех использованных значениях  $k$ , указанных ниже, наблюдалась при 6–7 итерациях.

На рис. 3 серыми быстро колеблющимися кривыми представлены расчётные зависимости  $|U_\mu(z)/a|^2$  на нерегулярном участке плёнки, соответствующие поступающим на вход данного участка модам с номерами  $\mu = 0$  и  $\mu = 1$ . Данные кривые рассчитаны при  $k = 70$  и конкретной реализации случайных функций  $\Delta y_-(z)$  и  $\Delta y_+(z)$  (фрагмент графика толщины плёнки приведён на вставке рис. 3).

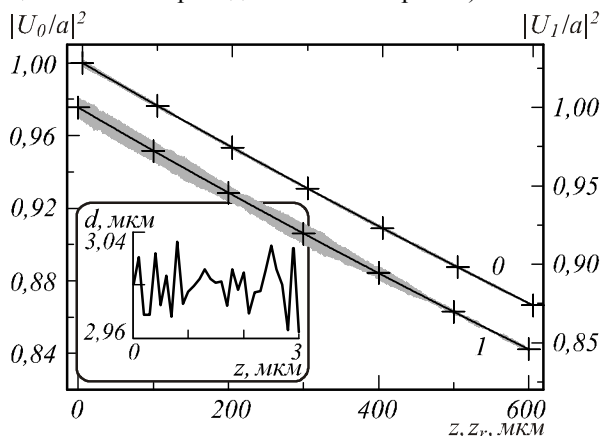


Рис. 3. Затухание основной (0) и первой высшей (1) мод на нерегулярном участке плёнки. На вставке – фрагмент зависимости  $d(z)$

Известно, что увеличение порядка (или номера) моды сопровождается усилением рассеяния её излучения на шероховатых границах плёнки [7]. Этим объясняется то, что колебания зависимости  $|U_1(z)/a|^2$  на рис. 3 являются более выраженными, чем в случае зависимости  $|U_0(z)/a|^2$ . Интересно, что для обеих рассмотренных мод амплитуда указанных колебаний максимальна в начале нерегулярного участка, причём  $|U_{0,1}(z)/a|^2 \neq 1$ . Эта особенность объясняется отражением мод от нерегулярного участка плёнки.

Заметим, что зависимости, аналогичные приведённым на рис. 3, измеряют в экспериментах по исследованию затухания волноводных мод методом фотометрирования их треков, при этом коэффициенты затухания мод определяют путём аппроксимации данных зависимостей экспонентами вида  $\exp(-\alpha_i z)$  [24]. Результаты подобной аппроксимации зависимостей 0 и 1 на рис. 3 представлены чёрными линиями. Этим линиям соответствуют значения  $\alpha_i = 2,387 \cdot 10^{-4} \text{ мкм}^{-1}$  ( $\mu = 0$ ) и  $\alpha_i = 2,791 \cdot 10^{-4} \text{ мкм}^{-1}$  ( $\mu = 1$ ), которые определены методом наименьших квадратов.

Строго говоря, рассмотренная оценка  $\alpha_i$  является приближённой, так как в функцию  $U_\mu(z)$  при  $z < z_r$  дают вклад моды, распространяющиеся как в положительном, так и в отрицательном направлениях оси  $0z$ . Более корректно коэффициент затухания  $\mu$ -й моды может быть найден путём экспоненциальной интерполяции зависимости  $|U_\mu(z_r)/a|^2$ , поскольку

при  $z \geq z_r$  моды, распространяющиеся в отрицательном направлении оси  $0z$ , отсутствуют (см. (31)) [10]. Экспериментально функция  $|U_\mu(z_r)/a|^2$  может быть оценена известным методом двух призм [25], в котором с помощью подвижной призмы связи осуществляется полный вывод излучения моды, прошедшей отрезок волновода контролируемой длины  $z_r$ . Погрешность восстановления  $\alpha_i$  этим методом составляет около 0,02 дБ/см [25].

Результаты расчёта функций  $|U_{0,1}(z_r)/a|^2$  представлены на рис. 3 крестиками. Как видно, эти данные практически не отклоняются от графиков описанных выше экспонент, что подтверждает корректность подхода, использованного в [24]. Аналогичная картина имеет место и при рассмотрении мод плёнки с номерами 2 и 3 (эти графики не приведены). Представленные ниже значения  $\alpha_i$  найдены обоими описанными способами, которые привели к идентичным (в приведённых ниже десятичных разрядах) результатам. Расчёты выполнены в диапазоне  $z_r \leq 500$  мкм.

Рис. 4 иллюстрирует внутреннюю сходимость принятой вычислительной схемы.

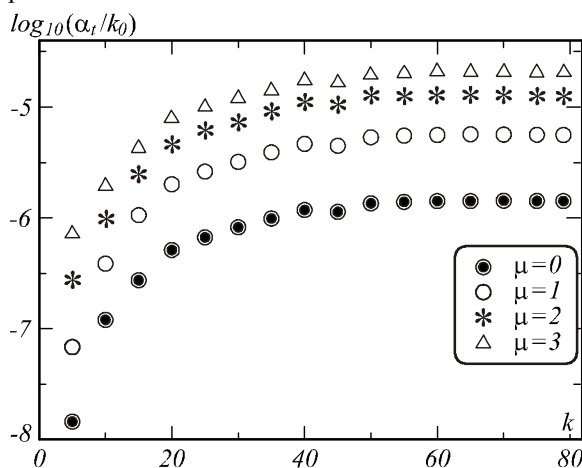


Рис. 4. Зависимости расчётных коэффициентов затухания мод плёнки от порядка редукции рядов (29)

Как видно из рис. 4, использование в качестве базиса для представления дифракционных полей локальных мод нерегулярной волноведущей структуры обеспечивает сравнительно быструю сходимость решения (практически стопроцентная стабилизация результатов для  $\alpha_i$  наблюдается при  $k \geq 60$ ). Для сравнения, в [17, 18] устойчивые данные для коэффициентов затухания мод получались при использовании более 200 гармоник Фурье.

Аналогичные результаты мы получили и при исследовании плёнки с  $d = 1,5$  мкм, которая направляет две собственные моды с постоянными распространения

$$\begin{cases} h_0^{(0)} = k_0(1,50490664 - i1,113 \cdot 10^{-5}), \\ h_1^{(0)} = k_0(1,47660575 - i1,009 \cdot 10^{-5}). \end{cases} \quad (36)$$

Обратимся теперь к оценке корректности решения обратной задачи (11), (13), (15)–(17). Исходные данные для такой оценки, полученные описанным методом, представлены в табл. 1.

Таблица 1. Модовые характеристики плёнок

Плёнка	Мода	$10^5 \alpha_t / (2k_0)$	$10^3 K / k_0$
$d = 3 \text{ мкм}$	0	1,2020	0,419709
	1	1,4054	1,65903
	2	1,7286	3,63191
	3	2,0684	5,92077
$d = 1,5 \text{ мкм}$	0	1,5765	2,47799
	1	2,7138	8,80641

В табл. 2 приведены результаты расчёта коэффициента  $W$ , отвечающего за поверхностное рассеяние света и итоговое решение обратной задачи о восстановлении мнимой части показателя преломления плёнок. Значения  $k_f$  и  $W$  рассчитаны на основании выражений (16) и (17) при использовании пар мод с номерами, указанными во втором столбце табл. 2 (при вычислении  $k_f$  на основании (16) конкретный выбор одного из двух указанных номеров мод не существует). Использование основной моды (с номером 0) во всех парах мод в табл. 2 объясняется тем, что для данной моды приближение (10), (11) имеет максимальную точность [6].

Таблица 2. Восстановление мнимой части показателя преломления плёнок

Плёнка	Моды	$10^3 W$	$10^5 k_f$
$d = 3 \text{ мкм}$	0, 1	3,2823	1,1331
	0, 2	3,2788	1,1332
	0, 3	3,1500	1,1359
$d = 1,5 \text{ мкм}$	0, 1	3,5945	1,1311

Согласно табл. 1, величины  $\alpha_t / (2k_0)$ , относящиеся к модам различного порядка, существенно отличаются как от соответствующих значений  $-\text{Im } h/k_0$  (см. (35), (36)), так и друг от друга. Это указывает на грубый характер упомянутого во введении приближения  $\alpha_t = -2 \text{Im } h$ . Из табл. 1 следует также резкое возрастание затухания моды при увеличении её номера. В соответствии с (1), (35), (36), этот эффект можно связать только с поверхностным рассеянием света. В принятой модели затухания мод данный эффект описывается выражениями (14), (17).

Количественно судить о корректности приближения (14) позволяет табл. 2. Из неё видно, что, несмотря на существенный разброс значений  $\alpha_t^{(j)}$  и  $K_j$  для различных мод (см. табл. 1), коэффициент  $W$ , характеризующий рассеивающие свойства поверхностей плёнки, остаётся почти постоянным. Некоторый рост  $W$  при уменьшении  $d$  объясняется, по-видимому, усилением корреляции излучения, рассеянного двумя границами плёнки, которая при записи (3) игнорировалась.

Об эффективности полученного решения обратной оптической задачи по определению  $k_f$  свидетельствует последний столбец табл. 2. Представленные в нём данные позволяют сделать вывод о целесообразности использования пары мод низшего порядка. В этом случае модули отклонения восстанов-

ленных значений  $k_f$  от исходного значения  $k_f = 1,1326 \cdot 10^{-5}$  минимальны и равны  $5 \cdot 10^{-9}$  (четырёхмодовая плёнка) и  $15 \cdot 10^{-9}$  (двухмодовая плёнка). При таких уровнях погрешности предлагаемого метода основным источником ошибок при восстановлении  $k_f$  будут погрешности измерения  $\alpha_t$ . Например, при расчёте  $k_f$  на основании (16) экспериментальной погрешности  $\alpha_t$ , равной 0,02 дБ/см, будет соответствовать погрешность  $k_f$ , равная  $40 \cdot 10^{-9}$ .

### Заключение

При условиях малых по сравнению с длиной волны излучения среднеквадратичных отклонений и интервалов автокорреляции шероховатостей границ тонкой плёнки (2) и хорошей локализации энергии волноводных мод в плёнке (10), (11) получено аналитическое решение задачи о разделении вкладов в затухание волноводных мод эффектов поглощения и поверхностного рассеяния света. В рамках данного решения мнимая часть показателя преломления плёнки может быть рассчитана по формуле (16) после измерения вещественных частей постоянных распространения и коэффициентов затухания двух ТЕ-мод плёнки. Корректность предложенного подхода подтверждена численными расчётами дифракционных полей, возникающих при распространении волноводных мод вдоль плёнок с шероховатыми границами.

### Литература

1. **Глянько, М.С.** Программное обеспечение для устройства контроля чистоты и шероховатости оптических подложек / М.С. Глянько, П.Ю. Изотов // Компьютерная оптика. – 2012. – Т. 36, № 2. – С. 242-248.
2. **Khomchenko, A.** Waveguide spectroscopy of thin films / A. Khomchenko. – Elsevier, 2005. – 236 p.
3. **Cardin, J.** Determination of refractive index, thickness, and the optical losses of thin films from prism-film coupling measurements / J. Cardin, D. Leduc // Appl. Opt. – 2008. – Vol. 47, N 7. – P. 894-900.
4. **Биленко, Д.И.** Определение оптических свойств и толщины нанослоёв по угловым зависимостям коэффициента отражения / Д.И. Биленко, А.А. Сагайдачный, В.В. Галушка, В.П. Полянская // ЖТФ. – 2010. – Т. 80, № 10. – С. 89-94.
5. **Тарасов, И.А.** Эллипсометрическая экспресс-методика определения толщины и профилей оптических постоянных в процессе роста наноструктур Fe/SiO<sub>2</sub>/Si(100) / И.А. Тарасов, Н.Н. Косырев, С.Н. Варнаков, С.Г. Овчинников, С.М. Жарков, В.А. Швец, С.Г. Бондаренко, О.Е. Терещенко // ЖТФ. – 2012. – Т. 82, № 9. – С. 44-48.
6. **Хансперджер, Р.** Интегральная оптика: Теория и технология / Р. Хансперджер. – М.: Мир, 1985. – 384 с.
7. **Унгер, Х.Г.** Планарные и волоконные оптические волноводы / Х.Г. Унгер. – М.: Мир, 1980. – 656 с.
8. **Сотский, А.Б.** Анализ распределения интенсивности отражённого пучка в схеме призмного возбуждения диэлектрических волноводов / А.Б. Сотский, А.А. Романенко, А.В. Хомченко, И.У. Примак // Радиотехника и электроника. – 1999. – Т. 44, № 6. – С. 687-695.
9. **Хомченко, А.В.** Волноводный метод измерения параметров тонких плёнок / А.В. Хомченко, А.Б. Сотский, А.А. Романенко, Е.В. Глазунов, А.В. Шульга // Журнал технической физики. – 2005. – Т. 75, № 6. – С. 98-106.



10. **Zhang, X.-J.** Simple and efficient technique for evaluating the optical losses from surface scattering and volume attenuation in a thin film / Xi-Jing Zhang, Xi-Zhi Fan, Hui-Tian Wang, Jing-Liang He, N.B. Ming // *Opt. Express*. – 2002. – Vol. 10, N 25. – P. 1485-1490.
11. **Сотский, А.Б.** Отражение светового пучка от призмы связи. Ч.1 / А.Б. Сотский, П.Я. Чудаковский, И.У. Примак, Л.И. Сотская // *Вестник Могилёвского государственного университета им. А.А. Кулешова*. – 2012. – Т. 39, № 1. – С. 44-59.
12. **Сотский, А.Б.** Отражение светового пучка от призмы связи. Ч.2 / А.Б. Сотский, П.Я. Чудаковский, И.У. Примак, Л.И. Сотская // *Вестник Могилёвского государственного университета им. А.А. Кулешова*. – 2012. – Т. 40, № 2. – С. 45-59.
13. **Тамир, Т.** Интегральная оптика / Т. Тамир. – М.: Мир, 1978. – 344 с.
14. **Маркузе, Д.** Оптические волноводы / Д. Маркузе. – М.: Мир, 1974. – 576 с.
15. **Лахад, Л.С.А.** Рассеяние лазерного излучения в градиентных волноводах с шероховатой границей / Л.С.А. Лахад, А.Н. Осовицкий // *Вестник РУДН. серия: Физика*. – 2005. – Т. 13, № 1. – С. 60-67.
16. **Ильинский, А.С.** Математические модели в электродинамике / А.С. Ильинский, В.В. Кравцов, А.Г. Свешников. – М.: Высшая школа, 1991. – 224 с.
17. **Elson, J.M.** Propagation in planar waveguides and the effects of wall roughness / J.M. Elson // *Opt. Express*. – 2001. – Vol. 9, N 9. – P. 461-475.
18. **Silberstein, E.** Use of grating theories in integrated optics / E. Silberstein, P. Lallane, J.P. Hugonin, Q. Cao // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 2001. – Vol. 18, N 11. – P. 2865-2875.
19. **Сотский, А.Б.** Дифракция света в планарных структурах с полностью согласованными слоями / А.Б. Сотский, П.Я. Чудаковский, И.У. Примак // *Вестник Могилёвского государственного университета им. А.А. Кулешова*. – 2010. – Т. 29, № 1. – С. 45-50.
20. **Шевченко, В.В.** Плавные переходы в открытых волноводах / В.В. Шевченко. – М.: Наука, 1969. – 192 с.
21. **Sacks, Z.S.** A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition / Z.S. Sacks, D.M. Kingsland, R. Lee, J. Lee // *IEEE Trans. Antennas Propagat.* – 1995. – Vol. 43, N 12. – P. 1460-1463.
22. **Шевченко, В.В.** О спектральном разложении по собственным и присоединённым функциям одной несамосопряженной задачи типа Штурма-Лиувилля на всей оси / В.В. Шевченко // *Дифференциальные уравнения*. – 1979. – Т. 15, № 11. – С. 2004-2020.
23. **Сотский, А.Б.** Теория оптических волноводных элементов / А.Б. Сотский. – Могилёв: МГУ им. А.А. Кулешова, 2011. – 456 с.
24. **Strasser, T.A.** Optical loss measurement of low-loss thin-film waveguides by photographic analysis / T.A. Strasser, M.C. Gupta // *Appl. Opt.* – 1992. – Vol. 31, N 12. – P. 2041-2046.
25. **Weber, H.P.** Loss measurement in thin-film optical waveguides / H.P. Weber, F.A. Dunn, W.N. Leibolt // *Appl. Opt.* – 1973. – Vol. 12, N 4. – P. 755-757.
3. **Cardin, J.** Determination of refractive index, thickness, and the optical losses of thin films from prism-film coupling measurements / J. Cardin, D. Leduc // *Appl. Opt.* – 2008. – Vol. 47, N 7. – P. 894-900.
4. **Bilenko, D.I.** Determination of optical properties and thickness of the nanolayers on the angular dependence of the reflection coefficient / D.I. Bilenko, A.A. Sagaidachny, V.V. Galuska, V.P. Polyanskaya // *The Journal of Technical Physics*. – 2010. – Vol. 80, N 10. – P. 89-94. – (In Russian).
5. **Tarasov, I.A.** Ellipsometric express method for determining the thickness and optical constants of the profiles in the growth process of nanostructures Fe/SiO<sub>2</sub>/Si (100) / I.A. Tarasov, N.N. Kosyrev, S.N. Varnakov, S.G. Ovchinnikov, S.M. Zharkov, V.A. Shvets, S.G. Bondarenko, O.E. Tereshchenko // *The Journal of Technical Physics*. – 2012. – Vol. 82, N 9. – P. 44-48. – (In Russian).
6. **Hunsperger, R.** Integrated optics: Theory and Technology / R. Hunsperger. – Moscow: "Mir" Publisher, 1985. – 384 p. – (In Russian).
7. **Unger, H.G.** Planar optical waveguides and fibers / H.G. Unger. – Moscow: "Mir" Publisher, 1980. – 656 p. – (In Russian).
8. **Sotsky, A.B.** Analysis of the reflected beam intensity distribution in the scheme of prism excitation of dielectric waveguides / A.B. Sotsky, A.A. Romanenko, A.V. Khomchenko, I.U. Primak // *Radiotekh. Electron.* – 1999. – Vol. 44, N 6. – P. 687-695. – (In Russian).
9. **Khomchenko, A.V.** The waveguide method of measuring the parameters of thin films / A.V. Khomchenko, A.B. Sotsky, A.A. Romanenko, E.V. Glazunov, A.V. Shulga // *The Journal of Technical Physics*. – 2005. – Vol. 75, N 6. – P. 98-106. – (In Russian).
10. **Zhang, X.-J.** Simple and efficient technique for evaluating the optical losses from surface scattering and volume attenuation in a thin film / Xi-Jing Zhang, Xi-Zhi Fan, Hui-Tian Wang, Jing-Liang He, N.B. Ming // *Opt. Express*. – 2002. – Vol. 10, N 25. – P. 1485-1490.
11. **Sotsky, A.B.** Light beam reflection from the prism-film coupler. Part I. Theoretical model / A.B. Sotsky, P.J. Chudakouski, I.U. Primak, L.I. Sotskaya // *Vestnik Mogilev State University*. – 2012. – Vol. 19, N 1. – P. 44-59. – (In Russian).
12. **Sotsky, A.B.** Light beam reflection from the prism-film coupler. Part II. The solution of the inverse problem for the waveguide / A.B. Sotsky, P.J. Chudakouski, I.U. Primak, L.I. Sotskaya // *Vestnik Mogilev State University*. – 2012. – Vol. 40, N 2. – P. 45-59. – (In Russian).
13. **Tamir, T.** Integrated optics / T. Tamir. – Moscow: "Mir" Publisher, 1978. – 344 p. – (In Russian).
14. **Marcuse, D.** Light transmission optics / D. Marcuse. – Moscow: "Mir" Publisher, 1972. – 576 p. – (In Russian).
15. **Lahad, L.S.A.** Dispersion of light in the gradient waveguides with rough border / L.S.A. Lahad, A.N. Osovitsky // *Vestnik RUDN (Physics)*. – 2005. – Vol. 13, N 1. – P. 60-67. – (In Russian).
16. **Ilyinsky, A.S.** Mathematical models of electrodynamics / A.S. Ilyinsky, V.V. Kravtsov, A.G. Sveshnikov. – Moscow: "Vysshaya Shkola" Publisher, 1991. – 224 p. – (In Russian).
17. **Elson, J.M.** Propagation in planar waveguides and the effects of wall roughness / J.M. Elson // *Opt. Express*. – 2001. – Vol. 9, N 9. – P. 461-475.
18. **Silberstein, E.** Use of grating theories in integrated optics / E. Silberstein, P. Lallane, J.P. Hugonin, Q. Cao // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 2001. – Vol. 18, N 11. – P. 2865-2875.
19. **Sotsky, A.B.** Diffraction of light in planar structures with perfectly matched layers / A.B. Sotsky, P.J. Chudakouski,

### References

1. **Glyanko, M.S.** Software for the device for detection of cleanliness and roughness of optical substrates / M.S. Glyanko, P.Yu. Izotov // *Computer Optics*. – 2012. – Vol. 36, N 2. – P. 242-248. – (In Russian).
2. **Khomchenko, A.** Waveguide spectroscopy of thin films / A. Khomchenko. – Elsevier, 2005. – 236 p.

- I.U. Primak // Vestnik Mogilev State University. – 2010. – Vol. 29, N 1. – P. 45-50. – (In Russian).
20. **Shevchenko, V.V.** Smooth transitions in open waveguides / V.V. Shevchenko. – Moscow: “Nauka” Publisher, 1969. – 192 p. – (In Russian).
21. **Sacks, Z.S.** A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition / Z.S. Sacks, D.M. Kingsland, R. Lee, J. Lee // IEEE Trans. Antennas Propagat. – 1995. – Vol. 43, N 12. – P. 1460-1463.
22. **Shevchenko, V.V.** About a spectral resolution on characteristic and associated functions of one non self-conjugate problem of type of Sturm-Liouville on all axis / V.V. Shevchenko // Differential Equations. – 1979. – Vol. 15, N 11. – P. 2004-2020. – (In Russian).
23. **Sotsky, A.B.** Theory of optical waveguide elements / A.B. Sotsky. – Mogilev: MSU Publisher, 2011. – 456 p. – (In Russian).
24. **Strasser, T.A.** Optical loss measurement of low-loss thin-film waveguides by photographic analysis / T.A. Strasser, M.C. Gupta // Appl. Opt. – 1992. – Vol. 31, N 12. – P. 2041-2046.
25. **Weber, H.P.** Loss measurement in thin-film optical waveguides / H.P. Weber, F.A. Dunn, W.N. Leibolt // Appl. Opt. – 1973. – Vol. 12, N 4. – P. 755-757.

## ATTENUATION OF WAVEGUIDE MODES OF THIN FILMS: SEPARATION OF CONTRIBUTIONS OF ABSORPTION AND SURFACE SCATTERING OF THE LIGHT

*A.B. Sotsky, P.Ya. Chudakouski  
Mogilev State A. Kuleshov University*

### *Abstract*

Analytical solution for the problem on separation of contributions of the material effects of absorption and surface scattering of the light in the attenuation coefficients of TE polarization modes is obtained under the assumption of a good localization of the energy of waveguide modes in a thin film and mean square deviations and the autocorrelation intervals of rough boundaries of film are small than the wavelength of the radiation. Based on this solve the algorithm of reconstruction of the imaginary part of the complex refractive index for the film is formulated. This algorithm uses of the real parts of the propagation constants and attenuation coefficients for the two TE modes of film, that are measured by means the waveguide spectroscopy. Effectiveness of the approach is confirmed by calculation of the diffraction fields arising at the propagation of waveguide modes along the film with rough boundaries.

*Key words:* waveguide spectroscopy, waveguide mode, attenuation coefficient of waveguide modes, thin film.

### *Сведения об авторах*



**Сотский Александр Борисович**, 1953 года рождения. В 1976 году окончил Белорусский государственный университет. Доктор физико-математических наук (2002 г.), профессор, работает профессором кафедры экспериментальной и теоретической физики Могилёвского государственного университета им. А.А. Кулешова. Область научных интересов: дифракционная оптика, интегральная и волоконная оптика, обратные оптические задачи.

**Alexandr Borisovich Sotsky** (b. 1953). In 1976 graduated from Belarusian State University. Doctor of Physical and Mathematical Sciences (2002), professor, a professor of the Department of Experimental and Theoretical Physics in Mogilev State A. Kuleshov University. Research interests: diffractive optics, integrated and fiber optics, optical inverse problems.



**Чудаковский Павел Яковлевич**, 1985 года рождения. В 2008 году окончил Могилёвский государственный университет имени А.А. Кулешова. Магистр физико-математических наук (2009), аспирант кафедры экспериментальной и теоретической физики Могилёвского государственного университета имени А.А. Кулешова. Область научных интересов: волноводная оптика.

E-mail: [pawel206265@mail.ru](mailto:pawel206265@mail.ru).

**Pavel Yakovlevich Chudakouski**, (b. 1985). In 2008 graduated from Mogilev State A. Kuleshov University. Master of Mathematical and Physical Sciences (2009), post-graduate student of the Department of Experimental and Theoretical Physics in Mogilev State A. Kuleshov University. Research interests: waveguide optics.

*Поступила в редакцию 9 октября 2012 г.*