

АНАЛИЗ ОСЕВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИ ОСТРОЙ ФОКУСИРОВКЕ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ПОЛЯРИЗАЦИЙ ОСВЕЩАЮЩЕГО ПУЧКА

Хонина С.Н., Устинов А.В.

Институт систем обработки изображений РАН

Аннотация

В работе проведён анализ осевого распределения острогофокусированного лазерного пучка, представляющего собой суперпозицию вихревых фазовых функций, при различных поляризациях. Получено аналитическое решение для каждой из компонент электрического поля при ограничении падающего пучка кольцевой апертурой произвольной ширины. Также получены приближённые аналитические оценки для осевого распределения в элементарных функциях, позволяющие легко анализировать характер интенсивности вдоль оптической оси. Численно исследовано влияние весовых соотношений суперпозиции вихревых фазовых функций в падающем пучке и типа поляризации на соотношение вклада различных компонент электрического поля в фокальную область на оптической оси.

Ключевые слова: острая фокусировка, вихревые фазовые функции, распределение вдоль оптической оси.

Введение

Возможность управления продольным распределением является одной из составляющих решения задачи трёхмерного формирования светового излучения. Такая возможность особенно востребована в приложениях, где важно объёмное фокальное распределение – оптический захват и манипулирование, конфокальная и многофотонная микроскопия, оптическая литография, оптическое хранение данных, голография, прямая лазерная запись.

Известно, что использование узкой кольцевой диафрагмы, позволяющей уменьшить размер фокального пятна в поперечном направлении для излучения с радиальной поляризацией [1, 2], приводит к удлинению фокального пятна в продольном направлении. Таким образом, формируется тонкая световая игла [3]. Аналогичный результат, но при меньших потерях энергии, можно получить для полной апертуры за счёт использования дополнительных фазовых бинарных оптических элементов [4–6]. В случае азимутальной поляризации будет формироваться тонкая световая трубка [7, 8].

Однако часто необходимо также уменьшение размера фокального пятна вдоль оптической оси. Для этого используются различные методы, в том числе интерференция встречных пучков – так называемая 4r1-система [9, 10]. В работах [11, 12] был рассмотрен расчёт фазовых оптических элементов для достижения сверхразрешения в 4r1-системе в поперечном или продольном направлении. В работе [12] рассмотрен только случай линейной поляризации. Причём получены лишь приближённые аналитические оценки.

Также для линейной поляризации была решена обратная задача формирования осевого распределения на основе разложения ядра интегрального оператора по полиномам Гегенбауэра [13, 14].

Для цилиндрических пучков с азимутальной и радиальной поляризацией также были разработаны методы формирования заданного объёмного распределения [15–22], в том числе оптические «бутылки»,

полые световые сферы, цепочки и массивы фокальных пятен. Причём, учитывая сложность юстировки в 4r1-системе, рассматривался и расчёт фильтров для одной линзы [15, 17, 18]. Как правило, эти методы являются численными и часто итерационными.

Для различных целей и задач являются оптимальными те или иные типы поляризации, поэтому для выполнения сравнительной оценки полезно иметь аналитические оценки для наиболее часто используемых типов поляризации. В работе [23] были получены такие оценки для поперечного распределения в фокальной плоскости. В данной работе рассматривается аналитическое решение для осевого распределения при фокусировке излучения, ограниченного кольцевой апертурой произвольной ширины. Эти результаты могут быть использованы для оценки продольного распределения при фокусировке полей от различных колец, имеющих определённые значения фазы [12, 15]. Рассмотрены основные типы поляризации лазерного излучения – азимутальная, радиальная, круговая и линейная – как в случае плоского фазового фронта, так и при наличии вихревой фазы.

1. Анализ осевого распределения при различных поляризациях

Векторное электрическое поле в однородной диэлектрической среде вблизи фокуса, расположенного от объектива на расстоянии значительно большем длины волны, можно описать в приближении Дебая [24]:

$$\mathbf{E}(\rho, \varphi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_0^{\Theta} \int_0^{2\pi} B(\theta, \phi) T(\theta) \mathbf{P}(\theta, \phi) \times \exp[ik(\rho \sin \theta \cos(\phi - \varphi) + z \cos \theta)] \sin \theta d\theta d\phi, \quad (1)$$

где (θ, ϕ) – сферические угловые координаты выходного зрачка, $B(\theta, \phi)$ – функция пропускания, $T(\theta)$ – функция аподизации зрачка; $\mathbf{P}(\theta, \phi)$ – матрица поляризации, которая определяется по коэффициентам поляризации падающего пучка, $n \sin \Theta = NA$, n – показате-

тель преломления среды, NA – числовая апертура линзы, f – фокусное расстояние. В апланатической системе пересчёт для радиальной координаты выполняется по синусному правилу $r = f \sin \theta$ и функция аподизации зрачка полагается равной $T(\theta) = \sqrt{\cos \theta}$.

Для функции пропускания, представимой в виде суперпозиции:

$$B(\theta, \phi) = \sum_m c_m D_m(\theta) \exp(im\phi), \quad (2)$$

интеграл по ϕ в (1) будет выражаться через соответствующую сумму функций Бесселя первого рода различного порядка, а векторное электрическое поле в фокальной области вычисляется одномерным интегрированием [25]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_m(\rho, \phi, z) = & -ikf \sum_m i^m c_m \exp(im\phi) \times \\ & \int_0^\theta D_m(\theta) \mathbf{Q}_m(\rho, \phi, \theta) \sqrt{\cos \theta} \sin \theta \times \\ & \times \exp(ikz \cos \theta) d\theta, \end{aligned} \quad (3)$$

где $D_m(\theta)$ может быть любой одномерной функцией, в том числе радиальной частью мод Гаусса–Лагерра, Цернике, Бесселя и т.д., а вид $\mathbf{Q}_m(\rho, \phi, \theta)$ зависит от поляризации входного поля. В частности, для декартовых компонент:

– при азимутальной поляризации:

$$\mathbf{Q}_m^{az,d}(\rho, \phi, \theta) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -[e^{i\phi} J_{m+1}(t) + e^{-i\phi} J_{m-1}(t)] \\ i[e^{i\phi} J_{m+1}(t) - e^{-i\phi} J_{m-1}(t)] \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (4)$$

– при радиальной поляризации:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_m^{rad,d}(\rho, \phi, \theta) = & \\ = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i[e^{i\phi} J_{m+1}(t) - e^{-i\phi} J_{m-1}(t)] \cos \theta \\ [e^{i\phi} J_{m+1}(t) + e^{-i\phi} J_{m-1}(t)] \cos \theta \\ -2J_m(t) \sin \theta \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (5)$$

– при круговой поляризации (правой «+» и левой «-»):

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_m^{circ\pm,d}(\rho, \phi, \theta) = & \frac{1}{\sqrt{2}} \times \\ & \begin{bmatrix} J_m(t) + \frac{1}{2} [J_m(t) - e^{\pm i2\phi} J_{m\pm 2}(t)] (\cos \theta - 1) \\ \pm i \left\{ J_m(t) + \frac{1}{2} (J_m(t) + e^{\pm i2\phi} J_{m\pm 2}(t)) (\cos \theta - 1) \right\} \\ \mp i e^{\pm i\phi} J_{m\pm 1}(t) \sin \theta \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (6)$$

– при линейной x -поляризации:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_m^{linx,d}(\rho, \phi, \theta) = & \\ = \begin{bmatrix} J_m(t) + \frac{1}{4} [2J_m(t) - e^{i2\phi} J_{m+2}(t) - \\ - e^{-i2\phi} J_{m-2}(t)] (\cos \theta - 1) \\ \frac{i}{4} [e^{i2\phi} J_{m+2}(t) - e^{-i2\phi} J_{m-2}(t)] (\cos \theta - 1) \\ - \frac{i}{2} [e^{i\phi} J_{m+1}(t) - e^{-i\phi} J_{m-1}(t)] \sin \theta \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $t = k\rho \sin \theta$.

Рассмотрим поле (3) на оптической оси для равномерной пропускающей функции в кольце с радиусами θ_1 и θ_2 :

$$D_m(\theta) = \begin{cases} 1, & \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_m(0, \phi, z) = & -ikf \sum_m i^m c_m \exp(im\phi) \times \\ & \int_{\theta_1}^{\theta_2} \mathbf{Q}_m(0, \phi, \theta) \sqrt{\cos \theta} \sin \theta \exp(ikz \cos \theta) d\theta. \end{aligned} \quad (9)$$

Выражения (4)–(7) значительно упрощаются при $\rho = 0$ и имеют ненулевое значение только для нескольких значений вихревого порядка m [25]:

$$\mathbf{Q}_{m=\pm 1}^{az,d}(0, \phi, \theta) = \frac{1}{2} e^{\mp i\phi} \begin{bmatrix} 1 \\ \mp i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\mathbf{Q}_{m=0}^{rad,d}(0, \phi, \theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\sin \theta \end{bmatrix}, \quad (11a)$$

$$\mathbf{Q}_{m=\pm 1}^{rad,d}(0, \phi, \theta) = \frac{1}{2} e^{\mp i\phi} \begin{bmatrix} \mp i \cos \theta \\ \cos \theta \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (11b)$$

$$\mathbf{Q}_{m=0}^{circ+,d}(0, \phi, \theta) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 + \cos \theta \\ i(1 + \cos \theta) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (12a)$$

$$\mathbf{Q}_{m=-1}^{circ+,d}(0, \phi, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\phi} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -i \sin \theta \end{bmatrix}, \quad (12b)$$

$$\mathbf{Q}_{m=-2}^{circ+,d}(0, \phi, \theta) = \frac{1}{2\sqrt{2}} e^{i2\phi} \begin{bmatrix} 1 - \cos \theta \\ -i(1 - \cos \theta) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (12b)$$

$$\mathbf{Q}_{m=0}^{linx,d}(0, \phi, \theta) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \cos \theta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (13a)$$

$$Q_{m=\pm 1}^{linx,d}(0, \varphi, \theta) = \frac{1}{2} e^{\mp i\varphi} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \pm i \sin \theta \end{bmatrix}, \quad (13б)$$

$$Q_{m=\pm 2}^{linx,d}(0, \varphi, \theta) = \frac{1}{4} e^{\mp i2\varphi} \begin{bmatrix} 1 - \cos \theta \\ \pm i(1 - \cos \theta) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (13в)$$

Как видно из выражений (10)–(13), поле (9) сводится к сумме слагаемых вида:

$$G(z) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} (\cos \theta)^{1/2} \sin \theta \exp(ikz \cos \theta) d\theta, \quad (14а)$$

$$G_c(z) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} (\cos \theta)^{3/2} \sin \theta \exp(ikz \cos \theta) d\theta, \quad (14б)$$

$$G_s(z) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} (\cos \theta)^{1/2} (\sin \theta)^2 \exp(ikz \cos \theta) d\theta. \quad (14в)$$

Причём выражения $G(z)$ и $G_c(z)$ соответствуют поперечным компонентам, а $G_s(z)$ – продольной компоненте. Выполним анализ выражений (14).

2. Аналитическая оценка продольных распределений

Интеграл (14а) вычисляется точно:

$$G(z) = \frac{(\cos \theta_1)^{1/2} \exp(ikz \cos \theta_1) - (\cos \theta_2)^{1/2} \exp(ikz \cos \theta_2)}{ikz} - \frac{\sqrt{\pi/2}}{i(k|z|)^{3/2}} \cdot \left\{ [C(k|z|\cos \theta_1) - C(k|z|\cos \theta_2)] + i \operatorname{sgn}(z) [S(k|z|\cos \theta_1) - S(k|z|\cos \theta_2)] \right\}, \quad (15)$$

где $C(\cdot)$, $S(\cdot)$ – функции Френеля [26].

Интеграл (14б) выражается через (15):

$$G_c(z) = \frac{(\cos \theta_1)^{3/2} \exp(ikz \cos \theta_1) - (\cos \theta_2)^{3/2} \exp(ikz \cos \theta_2)}{ikz} - \frac{3}{2ikz} G(z). \quad (16)$$

Интеграл (14в) можно взять приближённо. Сделаем замену переменных:

$$\begin{aligned} G_s(z) &= \int_{\theta_1}^{\theta_2} (\cos \theta)^{1/2} (\sin \theta)^2 \exp(ikz \cos \theta) d\theta = \\ &= \int_{\cos \theta_2}^{\cos \theta_1} \sqrt{x} \sqrt{1-x^2} \exp(ikzx) dx = \\ &= \int_{\sqrt{\cos \theta_2}}^{\sqrt{\cos \theta_1}} 2y \sqrt{1-y^4} \exp(ikzy^2) dy. \end{aligned} \quad (17)$$

В выражении (17) разложим квадратный корень в ряд Тейлора. При этом нулевое слагаемое ряда соответствует $G(z)$ из (15). Заметим, что чем меньше θ_1 , тем медленнее сходится ряд. Поэтому если хотя бы один предел по углу попадает в параксиальную область, то стоит использовать какой-либо другой приближённый способ. Далее будем считать, что θ_1 достаточно велико, чтобы ограничиться двумя слагаемыми ряда. Тогда выражение (17) приближённо равно:

$$\begin{aligned} G_s(z) &= G(z) \left(1 + \frac{15}{8(kz)^2} \right) - \frac{(\cos \theta_1)^{5/2} \exp(ikz \cos \theta_1) - (\cos \theta_2)^{5/2} \exp(ikz \cos \theta_2)}{2ikz} - \\ &- 5 \frac{(\cos \theta_1)^{3/2} \exp(ikz \cos \theta_1) - (\cos \theta_2)^{3/2} \exp(ikz \cos \theta_2)}{4(kz)^2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Полученные выражения являются довольно громоздкими и неудобными для анализа. Поэтому рассмотрим далее приближённые оценки.

Если z велико, то интенсивность для выражений (15), (16) и (18) примет следующий вид:

$$|G(z)|^2 \approx \frac{\cos \theta_1 + \cos \theta_2 - 2\sqrt{\cos \theta_1 \cos \theta_2} \cos[kz(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)]}{(kz)^2}, \quad (19а)$$

$$|G_c(z)|^2 \approx \frac{\cos^3 \theta_1 + \cos^3 \theta_2 - 2\sqrt{\cos^3 \theta_1 \cos^3 \theta_2} \cos[kz(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)]}{(kz)^2}, \quad (19б)$$

$$\begin{aligned} |G_s(z)|^2 &\approx \frac{\cos \theta_1 (2 - \cos^2 \theta_1)^2 + \cos \theta_2 (2 - \cos^2 \theta_2)^2}{4(kz)^2} - \\ &- \frac{\sqrt{\cos \theta_1 \cos \theta_2} (2 - \cos^2 \theta_1)(2 - \cos^2 \theta_2) \cos[kz(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)]}{2(kz)^2}. \end{aligned} \quad (19в)$$

Выражения (19) имеют примерно одинаковый осциллирующий характер, причём период осцилляций зависит от разности $(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$. Если разность велика, то осцилляции чаще.

Оценка выражений (15), (16) и (18) при малых значениях z получается громоздкой, но также можно заметить аналогичную осциллирующую зависимость от $(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$.

Более компактные оценки без зависимости от диапазона изменения z можно получить, когда в интегралах (14) отрезок интегрирования небольшой, т.е. кольцевая апертура не слишком широкая. В этом случае:

$$G(z) \approx \sqrt{\cos(\theta_a)} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \exp(ikz \cos \theta) d\theta = \tag{20a}$$

$$= \sqrt{\cos(\theta_a)} G_0(z),$$

$$G_c(z) \approx \sqrt{\cos^3(\theta_a)} G_0(z), \tag{20б}$$

$$G_s(z) \approx \sqrt{\cos(\theta_a)} \sin(\theta_a) G_0(z), \tag{20в}$$

$$G_0(z) = \frac{\exp(ikz \cos \theta_1) - \exp(ikz \cos \theta_2)}{ikz}, \tag{21}$$

где $\theta_a = (\theta_1 + \theta_2) / 2$.

Учитывая, что

$$|G_0(z)|^2 = \frac{4 \sin^2 [kz (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) / 2]}{(kz)^2}, \tag{22}$$

во всех случаях получается примерно одинаковая зависимость $\sin^2(\alpha x) / x^2$, период осцилляций которой определяется разностью $(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$. Отличие состоит только в коэффициенте, который, в конечном счёте, будет определять вклад соответствующих компонент.

Из выражений (20) видно, что если кольцевая апертура пропускает центральные лучи, то коэффициент пропорциональности для $G(z)$ и $G_c(z)$, соответствующих поперечным компонентам, будет значительно больше, чем коэффициент пропорциональности для $G_s(z)$, соответствующей продольной компоненте. Если же кольцевая апертура пропускает периферийные лучи, то $G_s(z)$ будет близка по абсолютным значениям к $G(z)$.

Значения выражений (14) при $z=0$ удобно получить, подставив $z=0$ в соответствующие интегралы. Таким образом, получим:

$$G(0) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} (\cos \theta)^{1/2} \sin \theta d\theta = \tag{23a}$$

$$= \frac{2}{3} [(\cos \theta_1)^{3/2} - (\cos \theta_2)^{3/2}],$$

$$G_c(0) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} (\cos \theta)^{3/2} \sin \theta d\theta = \tag{23б}$$

$$= \frac{2}{5} [(\cos \theta_1)^{5/2} - (\cos \theta_2)^{5/2}],$$

$$G_s(0) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} (\cos \theta)^{1/2} (\sin \theta)^2 d\theta = \tag{23в}$$

$$= \frac{2}{5} [(\cos \theta_1)^{3/2} \sin \theta_1 - (\cos \theta_2)^{3/2} \sin \theta_2] +$$

$$+ \frac{4}{5} \left[E\left(\frac{\theta_2}{2}, \sqrt{2}\right) - E\left(\frac{\theta_1}{2}, \sqrt{2}\right) \right],$$

где $E(\cdot)$ – эллиптический интеграл второго рода [26].

В (23в) эллиптический интеграл находится в неканонической форме (модуль больше 1). Для удобства использования таблиц и стандартных подпрограмм выражение (23в) можно переписать в следующем виде:

$$G_s(0) = \frac{2}{5} [(\cos \theta_1)^{3/2} \sin \theta_1 - (\cos \theta_2)^{3/2} \sin \theta_2] +$$

$$+ \frac{4}{5} \left\{ \sqrt{2} \left[E\left(\arccos(\sqrt{\cos \theta_2}), \frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \right. \right.$$

$$\left. - E\left(\arccos(\sqrt{\cos \theta_1}), \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \right] -$$

$$- \frac{1}{\sqrt{2}} \left[F\left(\arccos(\sqrt{\cos \theta_2}), \frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \right.$$

$$\left. - F\left(\arccos(\sqrt{\cos \theta_1}), \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \right] \right\},$$

где $F(\cdot)$, $E(\cdot)$ – неполные эллиптические интегралы первого и второго рода [26].

3. Численный анализ продольного распределения в зависимости от поляризации

Рассмотрим результаты моделирования при использовании выражения (9) для конкретных типов поляризации падающего излучения, содержащего суперпозицию вихревых фазовых функций.

3.1. Азимутальная поляризация

Как следует из формул (9) и (10), при острой фокусировке азимутально-поляризованного излучения на оптической оси будут ненулевые значения только при наличии вихревой фазы первого порядка $m = \pm 1$:

$$E_m^{az}(0, \varphi, z) = \frac{kf}{2} \begin{bmatrix} c_1 - c_{-1} \\ -i(c_1 + c_{-1}) \\ 0 \end{bmatrix} G(z). \tag{24}$$

Из формулы (24) видно, что, меняя коэффициенты c_1, c_{-1} , соответствующие вкладу вихревой фазы первого порядка с различными знаками, можно варьировать вклад x - и y -компонент. При $c_1 = c_{-1}$ входное фа-

зовое распределение будет соответствовать $\cos \phi$ и на оси будет только y -компонента, а при $c_1 = -c_{-1}$ фазовое распределение на входе будет соответствовать $\sin \phi$ и на оптической оси будет только x -компонента. Действие аналогичных бинарных фазовых структур на распределение в поперечной фокальной плоскости было рассмотрено в работе [6].

На рис. 1 показано осевое распределение общей нормированной интенсивности для азимутальной поляризации при $c_1 = 1, c_{-1} = 0$ в (24) для кольцевой апертуры, ограниченной максимальным значением угла $\theta_2 = 82^\circ$ и минимальным углом $\theta_1 = 0^\circ$ (сплошная линия), $\theta_1 = 48^\circ$ (штрихпунктирная линия), $\theta_1 = 70^\circ$ (пунктирная линия).

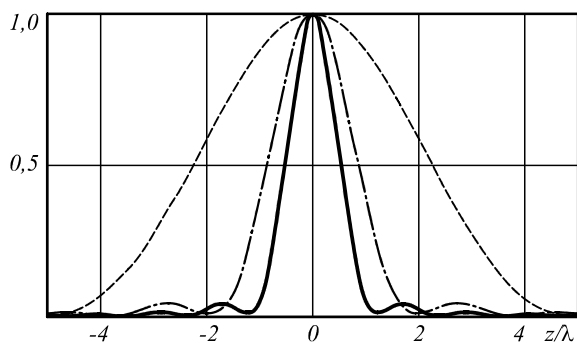


Рис. 1. Нормированное распределение общей интенсивности на оптической оси для азимутальной поляризации при $t=1$ при кольцевой апертуре, ограниченной углами $\theta_2 = 82^\circ$ и $\theta_1 = 0^\circ$ (сплошная линия), $\theta_1 = 48^\circ$ (штрихпунктирная линия), $\theta_1 = 70^\circ$ (пунктирная линия)

Как видно из рис. 1, интенсивность функции $G(z)$ близка к $\sin^2(\alpha x) / x^2$, как предсказывалось в разделе 2. Причём от ширины кольцевой апертуры зависит период осцилляций, а следовательно, и глубина фокуса. Широкая кольцевая апертура позволяет сконцентрировать основную энергию около фокальной плоскости. Сужение кольцевой апертуры приводит к увеличению глубины фокуса, «растягиванию» энергии вдоль оптической оси.

3.2. Радиальная поляризация

Из формул (9) и (11) следует, что при острой фокусировке радиально-поляризованного излучения на оптической оси будут ненулевые значения как в отсутствие вихревой фазы, так и при наличии вихревой фазы первого порядка:

$$\mathbf{E}_m^{rad}(0, \varphi, z) = \frac{kf}{2} \begin{bmatrix} -i(c_1 + c_{-1})G_c(z) \\ (c_1 - c_{-1})G_c(z) \\ 2ic_0G_s(z) \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Выражение (25) показывает, что распределение поперечных и продольной компонент имеет различный вид, причём вклад продольной компоненты даже при относительно небольшом значении c_0 существенный.

В табл. 1 приведены результаты моделирования острой фокусировки радиально-поляризованного излучения для кольцевой апертуры с $\theta_1 = 48^\circ$ и $\theta_2 = 82^\circ$ в случае различных значений коэффициентов c_0, c_1, c_{-1} , соответствующих суперпозиции вихревых фазовых функций в падающем пучке. При отсутствии вихревой фазы на оптической оси имеется только продольная компонента (первая строка табл. 1), а наличие вихревой фазы первого порядка любого знака приводит к появлению поперечных компонент (вторая строка табл. 1), причём нулевые значения $G_s(z)$ практически совпадают с минимумами $G_c(z)$. Если используется суперпозиция (2) с различным соотношением весов $|c_m|^2$, сумма которых нормирована, то при радиальной поляризации даже при относительно небольшом значении c_0 вклад продольной компоненты на оси очень существенный (третья строка табл. 1). Заметим, что при равенстве $c_1 = c_{-1}$ суперпозиция (2) приводит к бинарной фазе входного распределения (четвёртая строка табл. 1).

3.3. Круговая поляризация

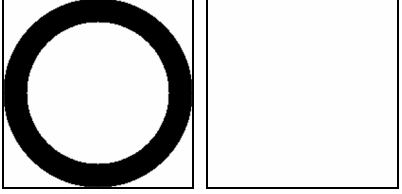
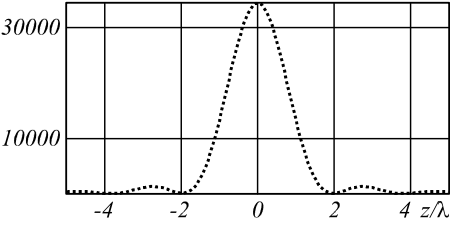

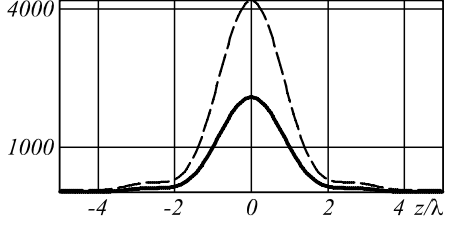

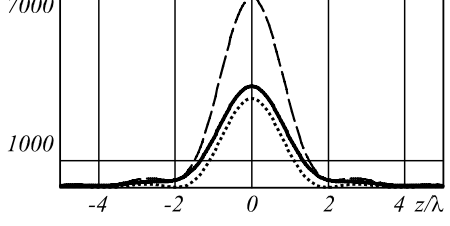
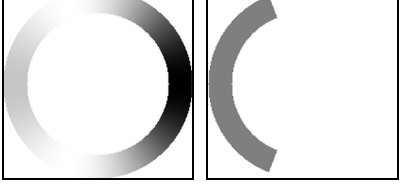
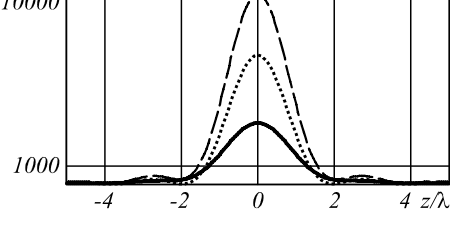
Для излучения с круговой поляризацией (рассмотрим для определённости правую поляризацию) в выражении (9) используются формулы (12), из которых следует, что нужно учитывать суперпозицию вихревых фазовых функций вплоть до второго порядка:

$$\mathbf{E}_m^{circ+}(0, \varphi, z) = -\frac{kf}{2\sqrt{2}} \begin{bmatrix} iG(z)[c_0 - c_{-2}] + iG_c(z)[c_0 + c_{-2}] \\ -G(z)[c_0 + c_{-2}] - G_c(z)[c_0 - c_{-2}] \\ 2ic_{-1}G_s(z) \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Из выражения (26) видно, что при $c_0 = \pm c_{-2}$ будут формироваться различные осевые распределения для x - и y -компонент. Наличие в падающем пучке вихревой фазовой функции первого порядка, направление вращения которой противоположно направлению вращения круговой поляризации, приведёт к появлению на оптической оси продольной компоненты.

В табл. 2 приведены результаты моделирования острой фокусировки излучения с правой круговой поляризацией для кольцевой апертуры с $\theta_1 = 48^\circ$ и $\theta_2 = 82^\circ$ в случае различных значений коэффициентов c_0, c_{-1}, c_{-2} . При $c_0 = -c_{-2}$ (первая строка табл. 2) распределение для x -компоненты соответствует $G(z)$, а для y -компоненты – $G_c(z)$, при этом хорошо видно, что интенсивность $|G(z)|^2$ значительно больше интенсивности $|G_c(z)|^2$, как и следует из выражений (20). Заметим, что при круговой поляризации, хотя и можно добиться появления продольной компоненты на оптической оси за счёт вихревой фазы первого порядка (вторая строка табл. 2), вклад её сравним с вкладом поперечных компонент при соответствующем соотношении весов $|c_m|^2$ (третья строка табл. 2).

Таблица 1. Результаты моделирования фокусировки радиально-поляризованного излучения для кольцевой апертуры с $\theta_1=48^\circ$ и $\theta_2=82^\circ$ (интенсивность поперечных компонент – сплошная линия, z-компоненты – точечная линия, общей – пунктирная линия)

Входное распределение: амплитуда (негативное изображение) и фаза	Интенсивность на оптической оси
$c_0 = 1, c_1 = c_{-1} = 0$ 	
$c_0 = 0, c_1 = 1, c_{-1} = 0$ 	
$c_0 = 0,31, c_1 = 0, c_{-1} = 0,95$ 	
$c_0 = 0,45, c_1 = c_{-1} = 0,63$ 	

3.4. Линейная поляризация

Для излучения с линейной поляризацией (рассмотрим для определённости x-поляризацию) в выражении (9) используются формулы (13), из которых следует, что нужно учитывать суперпозицию вихревых фазовых функций вплоть до второго порядка:

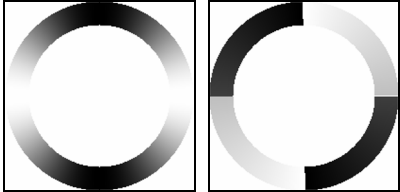
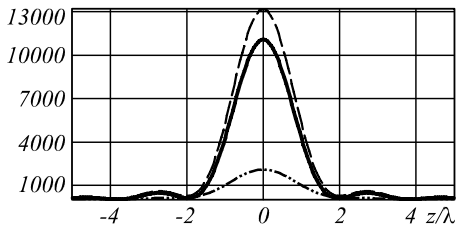
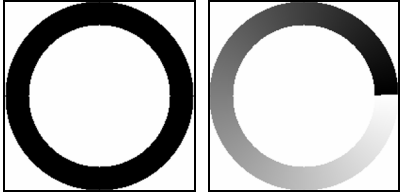
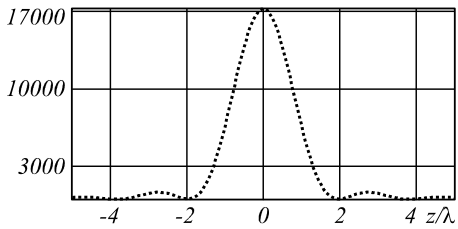
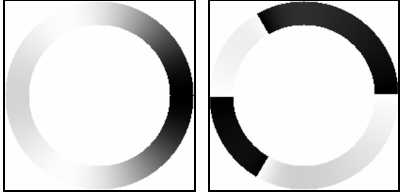
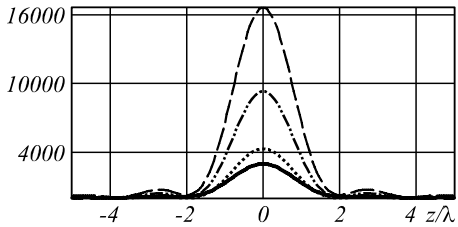
$$\mathbf{E}_m^{linx}(0, \varphi, z) = \frac{kf}{4} \times \begin{bmatrix} -2ic_0 [G(z) + G_c(z)] + i(c_2 + c_{-2}) [G(z) - G_c(z)] \\ -(c_2 - c_{-2}) [G(z) - G_c(z)] \\ 2i(c_1 + c_{-1}) G_s(z) \end{bmatrix} \quad (27)$$

Как видно из выражения (27), используя различные суперпозиции вихревых функций, можно управлять вкладом различных компонент на оптической оси. При $c_1 = \pm c_{-1}$ и $c_2 = \pm c_{-2}$ будут иметь ме-

сто бинарные фазовые структуры, действие которых на распределение в поперечной фокальной плоскости было рассмотрено в работе [6].

В табл. 3 приведены результаты моделирования острой фокусировки излучения с линейной x-поляризацией для кольцевой апертуры с $\theta_1 = 48^\circ$ и $\theta_2 = 82^\circ$ в случае различных значений коэффициентов $c_0, c_{\pm 1}, c_{\pm 2}$. В отсутствие вихревой фазы на оптической оси имеется только x-компонента (первая строка табл. 3), наличие вихревой фазы первого порядка любого знака приводит к появлению продольной компоненты (вторая строка табл. 3), а наличие вихревой фазы второго порядка любого знака позволяет получить на оптической оси вклад y-компоненты (третья строка табл. 3). Заметим, что при x-поляризации вклад y-компоненты относительно мал (четвёртая строка табл. 3).

Таблица 2. Результаты моделирования фокусировки излучения с правой круговой поляризацией для кольцевой апертуры с $\theta_1=48^\circ$ и $\theta_2=82^\circ$ (интенсивность x-компоненты – сплошная линия, y-компоненты – штрихпунктирная линия, z-компоненты – точечная линия, общей – пунктирная линия)

Входное распределение: амплитуда (негативное изображение) и фаза	Интенсивность на оптической оси
$c_0 = 0,71, c_{-1} = 0, c_{-2} = -0,71$ 	
$c_0 = 0, c_{-1} = 1, c_{-2} = 0$ 	
$c_0 = 0,71, c_{-1} = 0,5, c_{-2} = 0,5$ 	

Заключение

В работе проведён анализ осевого распределения острогофокусированного лазерного пучка, представляющего собой суперпозицию вихревых фазовых функций, при различных поляризациях. Получено аналитическое решение для осевого распределения для каждой из компонент электрического поля при ограничении падающего пучка кольцевой апертурой произвольной ширины, в том числе при полной апертуре.

Также получены приближённые аналитические оценки для осевого распределения в элементарных функциях, позволяющие легко анализировать характер продольного фокального распределения. Эти оценки соответствуют узкой кольцевой апертуре и показывают, что для всех компонент электрического поля распределение интенсивности на оптической оси имеет примерно одинаковую зависимость $\sin^2(\alpha x)/x^2$, период осцилляций которой определяется шириной кольцевой апертуры. Полученные выражения могут быть использованы для оценки продольного распределения при фокусировке поля от различных колец, имеющих определённые значения фазы.

Численно исследовано влияние весовых соотношений суперпозиции вихревых фазовых функций в падающем пучке и типа поляризации (азимутальной, радиальной, круговой или линейной) на соотношение вклада различных компонент электрического поля в фокальную область на оптической оси.

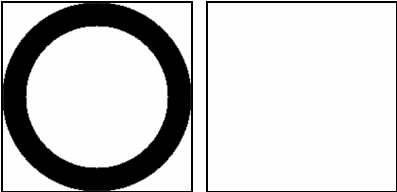
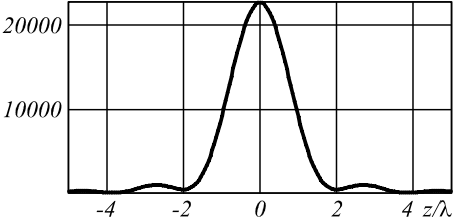
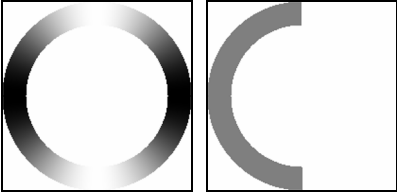
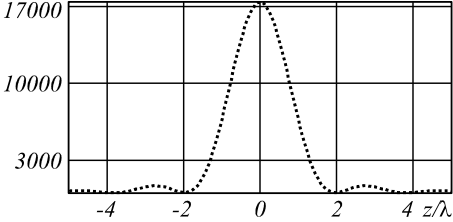

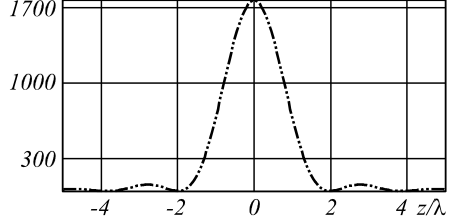

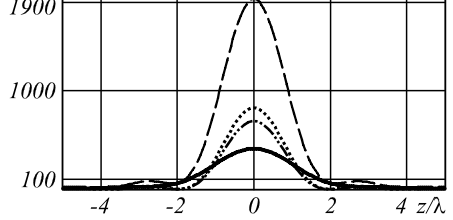
Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 13-07-97004-р_поволжье_a, гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ НШ-4128.2012.9, а также Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашение 8231.

Литература (References)

1. **Quabis, S.** Focusing light to a tighter spot / S. Quabis, R. Dorn, M. Eberler, O. Glockl and G. Leuchs // *Opt. Commun.* – 2000. – V. 179. – P. 1-7.
2. **Dorn, R.** Sharper focus for a radially polarized light beam / R. Dorn, S. Quabis and G. Leuchs // *Phys. Rev. Lett.* – 2003. – V. 91. – P. 233901.
3. **Kitamura, K.** Sub-wavelength focal spot with long depth of focus generated by radially polarized, narrow-width annular beam / K. Kitamura, K. Sakai and S. Noda // *Opt. Express.* – 2010. – Vol.18. – P. 4518-4525.
4. **Wang, H.** Creation of a needle of longitudinally polarized light in vacuum using binary optics / H. Wang, L. Shi, B. Lukyanchuk, C. Sheppard and C.T. Chong // *Nature Photonics.* – 2008. – Vol. 2. – P. 501-505.
5. **Huang, K.** 2010 Design of DOE for generating a needle of a strong longitudinally polarized field / K. Huang, P. Shi, X. Kang, X. Zhang and Y.P. Li // *Opt. Lett.* – 2010. – Vol.35. – P. 965-967.
6. **Khonina, S.N.** Controlling the contribution of the electric field components to the focus of a high-aperture lens using binary phase structures / S.N. Khonina, S.G. Volotovskiy // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2010. – Vol. 27, N 10. – P. 2188-2197.

Таблица 3. Результаты моделирования фокусировки излучения с линейной x -поляризацией для кольцевой апертуры с $\theta_1=48^\circ$ и $\theta_2=82^\circ$ (интенсивность x -компоненты – сплошная линия, y -компоненты – штрихпунктирная линия, z -компоненты – точечная линия, общей – пунктирная линия)

Входное распределение: амплитуда (негативное изображение) и фаза	Интенсивность на оптической оси
$c_0 = 1, c_{\pm 1} = c_{\pm 2} = 0$ 	
$c_0 = 0, c_1 = c_{-1} = 0,71, c_{\pm 2} = 0$ 	
$c_0 = c_{\pm 1} = 0, c_2 = -c_{-2} = 0,71$ 	
$c_0 = c_{-1} = 0,31, c_{-2} = 0,89, c_1 = c_2 = 0$ 	

7. **Youngworth, K.S.** Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams / K.S. Youngworth and T.G. Brown // Opt. Express. – 2000. – Vol.7. – P. 77–87.
8. **Zhan, Q.** Focus shaping using cylindrical vector beams / Q. Zhan and J.R. Leger // Opt. Express. – 2002. – Vol.10. – P. 324–331.
9. **Hell, S.** Fundamental improvement of resolution with a 4Pi-confocal fluorescence microscope using two-photon excitation / S. Hell and E.H.K. Stelzer // Opt. Commun. – 1992. – Vol. 93. – P. 277–282.
10. **Schrader, M.** 4Pi-confocal images with axial superresolution / M. Schrader and S.W. Hell. // J. Microsc. – 1996. – Vol. 183. – P. 189–193.
11. **de Juana, D.M.** Transverse or axial superresolution in a 4Pi-confocal microscope by phase only filters / D.M. de Juana, J.E. Oti, V.F. Canales and M.P. Cagigal // J. Opt. Soc. Am. A. – 2003. – Vol. 20. – P. 2172–2178.
12. **Yun, M.** Super-resolution with annular binary phase filter in the 4Pi-confocal system / M. Yun, M. Wang and L. Liu // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. – 2005. – Vol. 7. – P. 640–644.
13. **Kant, R.** Superresolution and increased depth of focus: an inverse problem of vector diffraction / R. Kant // J. Mod. Opt. – 2000. – Vol. 47. – P. 905–916.
14. **Jabbour, T.G.** Axial field shaping under high-numerical-aperture focusing / T.G. Jabbour, S.M. Kuebler // Opt. Lett. – 2007. – Vol. 32, N 5. – P. 527–529.
15. **Chen, W.** Three-dimensional focus shaping with cylindrical vector beams / W. Chen and Q. Zhan // Opt. Commun. – 2006. – Vol.265. – P. 411–417.
16. **Bokor, N.** Generation of a hollow dark spherical spot by 4pi focusing of a radially polarized Laguerre–Gaussian beam / N. Bokor and N. Davidson // Opt. Lett. – 2006. – Vol.31. – P. 149–151.
17. **Bokor, N.** A three-dimensional dark focal spot uniformly surrounded by light / N. Bokor and N. Davidson // Opt. Commun. – 2007. – Vol.279. – P. 229–234.
18. **Kozawa, Y.** Dark-spot formation by vector beams / Y. Kozawa and S. Sato // Opt. Lett. – 2008. – Vol.33. – P. 2326–2328.
19. **Zhao, Y.** Creation of a three-dimensional optical chain for controllable particle delivery / Y. Zhao, Q. Zhan, Y. Zhang and Y.P. Li // Opt. Lett. – 2005. – Vol.30. – P. 848–850.
20. **Yan, S.** Generation of multiple spherical spots with a radially polarized beam in a 4pi focusing system / S. Yan, B. Yao, W. Zhao and M. Lei // J. Opt. Soc. Am. A. – 2010. – Vol.27. – P. 2033–2037.
21. **Chen, Z.** 4Pi focusing of spatially modulated radially polarized vortex beams / Z. Chen and D. Zhao // Opt. Lett. – 2012. – Vol. 37, N 8. – P. 1286–1288.
22. **Wang, J.** Creation of uniform three-dimensional optical chain through tight focusing of space-variant polarized

- beams / J. Wang, W. Chen and Q. Zhan // J. Opt. – 2012. – Vol. 14. – P. 055004-055009.
23. **Khonina, S.N.** Analysis of wave aberration influence on reducing focal spot size in a high-aperture focusing system / S.N. Khonina, A.V. Ustinov and E.A. Pelevina // J. Opt. – 2011. – Vol. 13. – P. 095702-095714.
24. **Richards, B.** Electromagnetic diffraction in optical systems II. Structure of the image field in an aplanatic system / B. Richards and E. Wolf // Proc. Royal Soc. A. – 1959. – Vol. 253. – P. 358-379.
25. **Khonina, S.N.** Vortex phase transmission function as a factor to reduce the focal spot of high-aperture focusing system / S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy, S.G. Volotovskiy // Journal of Modern Optics. – 2011. – Vol. 58(9). – P. 748-760.
26. Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, Ed. M. Abramowitz and I. A. Stegun. - National Bureau of Standards, Washington, 1964. – 1046 p.

ANALYSIS OF THE AXIAL DISTRIBUTION OF A TIGHTLY FOCUSED BEAM WITH DIFFERENT POLARIZATIONS

S.N. Khonina, A.V. Ustinov

Image Processing Systems Institute of Russian Academy of Sciences

Abstract

The paper analyzes an axial distribution of the tightly focused laser beam with different polarizations. The beam is presented as a superposition of the vortex phase functions. An analytical solution for the each component of the electric field is obtained for the incident beam narrowed by a ring aperture of arbitrary width. Approximate analytical estimates for the axial distribution in elementary functions have been obtained also. This makes to easily analyze the nature of the intensity along the optical axis. The influence of weighted superposition of vortex phase functions in the incident beam and the type of polarization on the relative contributions of the different components of the electric field in the focal region of the optical axis is numerically investigated.

Key words: tight focusing, vortex phase functions, distribution along the optical axis.

Сведения об авторах



Хонина Светлана Николаевна, доктор физико-математических наук, профессор Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва; ведущий научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт систем обработки изображений РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, сингулярная оптика, модовые и поляризационные преобразования, оптическое манипулирование, оптическая и цифровая обработка изображений.

E-mail: khonina@smr.ru.

Svetlana Nikolaevna Khonina, Doctor of Physical and Mathematical Sciences; Professor of the Samara State Aerospace University named after S.P. Korolyov. Leading researcher of the Image Processing Systems Institute of the RAS. Research interests: diffractive optics, singular optics, mode and polarization transformations, optical manipulating, optical and digital image processing.



Устинов Андрей Владимирович, 1968 года рождения, в 1991 году окончил Куйбышевский авиационный институт имени академика С.П. Королёва (КуАИ) по специальности «Прикладная математика», работает ведущим программистом в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт систем обработки изображений РАН; является аспирантом Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва. Область научных интересов: дифракционная оптика, разработка программ моделирования работы оптических элементов; обработка изображений, в частности, гидродинамических процессов и биомедицинских.

E-mail: andr@smr.ru.

Andrey Vladimirovich Ustinov, (b. 1968) graduated from Kuibyshev Aviation Institute named after academician S.P. Korolyov (KuAI) on a specialty “Applied mathematics”, works as the leading programmer in the Image Processing Systems Institute of the RAS; postgraduate student of the Samara State Aerospace University named after S.P. Korolyov. Research interests: diffractive optics, software design for modeling of optical elements operating; images processing, particularly images of hydrodynamic processes and biomedical images.

Поступила в редакцию 15 февраля 2013 г.