

## ОПТИМИЗАЦИЯ ЯДРА ДИФФУЗИИ ОШИБКИ ДЛЯ РАСТРИРОВАНИЯ ПОЛУТОНОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Федосеев В.А.

Институт систем обработки изображений РАН,  
Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

### Аннотация

Настоящая работа посвящена поиску наилучшего с точки зрения качества ядра в методе диффузии ошибки, используемом для растривания полутоновых изображений, при различных ограничениях на вид ядра. В качестве объективной меры качества использовался показатель *WSNR*. Его выбор обусловлен результатами сравнения с другими мерами. Задача многомерной оптимизации решалась численно с использованием нескольких известных алгоритмов: Нелдера–Мида, BFGS и др. В результате исследования найдено ядро, позволяющее обеспечить выигрыш по качеству около 5% в сравнении с наилучшим из традиционно используемых ядром Флойда. Другие ядра позволяют существенно снизить вычислительную сложность алгоритма без снижения качества. Поскольку метод диффузии ошибки, существенно превосходя используемые в полиграфии методы по качеству получаемых образцов, всё же не находит широкого применения в этой области из-за относительно низкой скорости работы, полученные в работе результаты могут способствовать более активному использованию данного метода на практике.

**Ключевые слова:** растривание изображений, диффузия ошибки, ядро Флойда, ядро Джарвиса, функция контрастной чувствительности, *WSNR*, многомерная оптимизация, метод Нелдера–Мида.

### Введение

Растривание в настоящее время является самой распространённой технологией передачи полутоновых изображений через бинарное устройство вывода [1, 2]. Эта технология предполагает преобразование полутоновых изображений в монохромные и последующую печать последних. Таким образом, результирующие монохромные изображения должны создавать у наблюдателя иллюзию непрерывного тона. Это может достигаться за счёт локальных изменений плотности или размера точек в различных частях изображения.

Простейшим методом растривания является пороговая обработка [3], однако эффективное его применение ограничено контрастными изображениями с малым количеством уровней яркости; для фотореалистических изображений данный метод неприменим. Наиболее распространённым на практике методом, согласно [1], является метод пороговой обработки по матрице значений, циклически замощающей всё изображение. Размер матрицы должен, с одной стороны, быть достаточно малым, чтобы отражать резкие переходы яркости, а с другой стороны, достаточно большим, чтобы «передать» большее количество градаций серого. В зависимости от распределения пороговых значений в матрице такое растривание называют амплитудно-модулированным (АМ) или частотно-модулированным (ЧМ). Очевидно, что в случае матрицы  $1 \times 1$  этот метод вырождается в пороговую обработку. АМ-растривание и в особенности ЧМ-растривание, сохраняя высокое быстродействие, формируют более качественные результаты, однако, как правило, на них различима периодическая структура, вызванная использованием матрицы пороговых значений.

Известен также ряд усовершенствованных методов, не использующих в явном виде матричную пороговую обработку и потому свободных от этого недостатка. К ним можно отнести методы диффузии точек [4], диффузии ошибки [5], прямого поиска [2], квазиоптимальные методы [6] и пр. Однако все они проигрывают в быстродействии рассмотренному выше методу и потому практически не используются в промышленном полиграфическом производстве. Тем не менее, во многом такая ситуация обусловлена экономическими и историческими причинами; и существует лишь несколько научных работ, посвящённых объективным сравнительным исследованиям качества и быстродействия различных методов растривания [2, 7]. Между тем подобные исследования чрезвычайно важны, поскольку позволяют осуществлять обоснованный выбор в пользу того или иного метода в зависимости от типа обрабатываемых изображений и имеющихся технологических и временных ресурсов.

Настоящая работа посвящена исследованию метода диффузии ошибки – пожалуй, наиболее известного среди «нематричных» методов, реализованного во многих программных пакетах обработки изображений, таких как Adobe Photoshop, GIMP, IrfanView. Считается [8, 2], что этот метод позволяет получить визуально довольно качественные изображения, причём за приемлемое время (в отличие от чрезвычайно трудоёмких квазиоптимальных методов и методов бинарного поиска). Поэтому для проверки этого тезиса в данной работе осуществляется исследование качества метода диффузии ошибки в сравнении с другими известными методами. Основной же целью работы является отыскание параметров метода диффузии ошибки, улучшающих его качество и увеличивающих быстродействие относительно стандартных.

### 1. Метод диффузии ошибки

Пусть  $C$  – полутоновое изображение размером  $N_1 \times N_2$ , яркость пикселей которого  $C(n_1, n_2)$  принимает целые значения на отрезке  $[0, 255]$ . Результатом растривания является бинарное изображение  $C^B$  того же размера. Будем для простоты считать, что  $C^B(n_1, n_2)$  принимает значения 0 или 255.

Важнейшим параметром метода диффузии ошибки является *весовая функция*  $h(m_1, m_2)$  двух целочисленных аргументов (называемая также *ядром* алгоритма), принимающая вещественные значения и не равная нулю на ограниченном непустом множестве  $D_h$ :

$$\begin{aligned} \forall (m_1, m_2) \in D_h \quad h(m_1, m_2) \neq 0 \quad \text{и} \\ \forall (m_1, m_2) \notin D_h \quad h(m_1, m_2) = 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Количество ненулевых элементов ядра  $h$  будем обозначать  $\|D_h\|$ . При программной реализации ядро удобно представлять в виде матрицы вещественных чисел со смещённой индексацией размерами  $M_1 \times M_2$ , где  $M_1, M_2$  – количество строк и столбцов соответственно, содержащих ненулевые значения.

$$\|D_h\| < M_1 \times M_2.$$

В литературе принята следующая форма записи ядра  $h$ :

$$K \begin{pmatrix} 0 & 0 & \odot & X & \dots & X \\ X & X & X & X & \dots & X \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X & X & X & X & \dots & X \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где символом  $\odot$  помечен элемент  $h(0,0)$ ; нулём обозначены нулевые элементы, символом  $X$  – элементы, которые могут иметь ненулевое значение, а символом  $K$  – вынесенный за скобки общий коэффициент.

Ядро  $h$  должно удовлетворять ряду ограничений:

$$\forall m_2 \leq 0 \quad h(0, m_2) = 0, \tag{3}$$

$$\forall m_2, \forall m_1 < 0 \quad h(m_1, m_2) = 0, \tag{4}$$

$$\sum_{(m_1, m_2) \in D_h} h(m_1, m_2) = 1. \tag{5}$$

Как правило, размеры ядра невелики:

$$1 \leq M_1, M_2 \leq 5.$$

Приведём примеры наиболее известных весовых функций:

– ядро Флойда [5]:

$$\frac{1}{16} \begin{pmatrix} 0 & \odot & 7 \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}; \tag{6}$$

– ядро Джарвиса [9]:

$$\frac{1}{48} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \odot & 7 & 5 \\ 3 & 5 & 7 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \tag{7}$$

– ядро Стаки [10]:

$$\frac{1}{42} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \odot & 8 & 4 \\ 2 & 4 & 8 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}. \tag{8}$$

При растривании изображения методом диффузии ошибки для каждого пикселя производится пороговая обработка. Вслед за этим осуществляется распространение (диффузия) ошибки бинаризации на последующие необработанные пиксели. Ядро определяет доли ошибки, переносимые в каждый из пикселей. Формально этот процесс описывается следующими выражениями:

$$\begin{aligned} u(n_1, n_2) &= C(n_1, n_2) \quad \forall n_1 = \\ &= \overline{0..N_1 - 1}, \quad \forall n_2 = \overline{0..N_2 - 1}, \end{aligned} \tag{9}$$

$$C^B(n_1, n_2) = \begin{cases} 255, & u(n_1, n_2) \geq T, \\ 0, & u(n_1, n_2) < T, \end{cases} \tag{10}$$

$$e = C^B(n_1, n_2) - u(n_1, n_2) \tag{11}$$

$$\begin{aligned} \forall (m_1, m_2) \in D_h \quad u(n_1 + m_1, n_2 + m_2) := \\ := u(n_1 + m_1, n_2 + m_2) - e \cdot h(m_1, m_2). \end{aligned} \tag{12}$$

$U(n_1, n_2)$  – это вспомогательное изображение размерами  $N_1 \times N_2$ ,  $e$  – текущая ошибка бинаризации. Операции (10)–(12) повторяются для каждого пикселя  $(n_1, n_2)$ .

Выражения (9)–(12) позволяют объяснить смысл ограничений (3)–(4) и (5): первые два позволяют распространять ошибку только на ещё не пройденные отсчёты, а благодаря третьему осуществляется распространение полной величины ошибки.

Помимо весовой функции, на качество растривания оказывают влияние порядок обхода пикселей (построчный, серпантинный, Гильберта–Пеано [11] и др.), а также наличие или отсутствие адаптивных колебаний весов ядра [2]. Оба этих фактора позволяют улучшить качество растривания, однако чаще всего снижают быстродействие алгоритма. По этой причине, а также в силу возможности независимой регулировки первоначального ядра метода и порядка обхода, адаптивной корректировки весов, в данной работе исследуется только влияние весовой функции на качество и скорость растривания при использовании стандартного построчного обхода пикселей и отсутствия колебаний весов.

## 2. Выбор показателя качества растриванного изображения

### 2.1. Показатель WSNR

Выбор численного показателя, адекватно отражающего качество растривания, является отдельным предметом исследований, поскольку оцениваемое изображение содержит только чёрные и белые пиксели, которые в сочетании призваны создавать впечатление наличия различных оттенков серого цвета.

Простые метрики, основанные на попиксельном сравнении растриванного изображения с полутоновым оригиналом, в данном случае не годятся [2, 12, 13]. Для примера рассмотрим случай, когда  $C(n_1, n_2)$  во всех точках равно 128. Интуитивно ясно, что качественный результат растривания должен содержать примерно равное количество чёрных и белых точек, равномерно рассредоточенных по изображению. Между тем стандартный показатель  $PSNR$  (*peak signal-to-noise ratio*, [14]), вычисляемый по формуле

$$PSNR(C, C^B) = 10 \lg \frac{255^2 N_1 N_2}{\sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} (C(n_1, n_2) - C^B(n_1, n_2))^2}, \quad (13)$$

для такого результата будет очень близок значениям  $PSNR$  для полностью белого и полностью чёрного изображений в сравнении с исходным.

В работе [12] предложено использовать в качестве метрики качества растриванных изображений показатель  $WSNR$  (*weighted signal-to-noise ratio*), имеющий вид:

$$WSNR(C, C^B) = 10 \lg \frac{\sum_{m_1=0}^{N_1-1} \sum_{m_2=0}^{N_2-1} |H_{\mathfrak{S}}(m_1, m_2) \cdot C_{\mathfrak{S}}(m_1, m_2)|^2}{WMCE(C, C^B)}, \quad (14)$$

$$WMSE(C, C^B) = \sum_{m_1=0}^{N_1-1} \sum_{m_2=0}^{N_2-1} |H_{\mathfrak{S}}(m_1, m_2) \times (C_{\mathfrak{S}}(m_1, m_2) - C_{\mathfrak{S}}^B(m_1, m_2))|^2, \quad (15)$$

где  $C_{\mathfrak{S}}$  и  $C_{\mathfrak{S}}^B$  – дискретные спектры  $C$  и  $C^B$  соответственно, а  $H_{\mathfrak{S}}$  – спектр функции контрастной чувствительности человеческого зрения  $H$ .

Согласно [3], величина  $WMSE$ , определяющая  $WSNR$ , является частотно-взвешенным среднеквадратичным показателем с весовой функцией  $H$ .

Функция контрастной чувствительности характеризует способность человеческого зрения различать объекты на изображении в зависимости от *радиальной частоты*  $f_r$ . Метод расчёта функции контрастной чувствительности основан на психовизуальных экспериментах [12] и последующей аппроксимации полученных данных некоей аналитической функцией. Известны несколько рассчитанных таким образом приближений функции  $H$ , полученных при различных условиях проведения эксперимента, классах наблюдаемых объектов и типах аппроксимирующей функции. В рамках данной работы для расчёта  $WSNR$  использовалось приближение Насанена [15], поскольку в его эксперименте осуществлялось наблюдение растриванных образцов, в то время как в большинстве других экспериментов использовались изображения с синусоидальным изменением яркости или вовсе неизвестные данные [13]. Функция  $H$  в приближении Насанена имеет вид

$$H(f_r) = \exp(-f_r / (0,525 \log 11 + 3,91)). \quad (16)$$

Радиальная частота  $f_r$  является функцией двух пространственных переменных:

$$f_r = f_r(n_1, n_2),$$

и её масштаб по каждой из осей определяется соответствующей угловой частотой обзора изображения человеком, которая рассчитывается по формуле вида

$$f_a = \frac{N \pi d}{360 l} \text{ циклов/градус}, \quad (17)$$

где  $N$  – это  $N_1$  или  $N_2$ ,  $d$  – расстояние от глаза до изображения, а  $l$  – физический размер изображения в миллиметрах по соответствующей оси (рис. 1) [13].

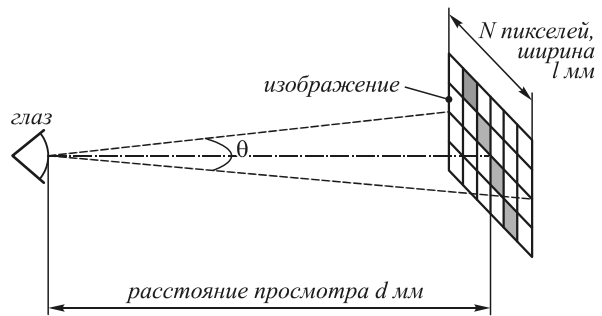


Рис. 1. Вычисление угловой частоты [13]

### 2.2. Сравнительный анализ различных показателей качества и различных методов растривания

На начальном этапе работы было проведено сравнительное исследование некоторых методов растривания в соответствии с различными показателями качества. Это исследование преследовало две цели. Во-первых, убедиться в том, что показатель  $WSNR$  хорошо согласуется с визуальным восприятием растриванного изображения, сравнить его с мерами качества полутоновых изображений. Во-вторых, проверить, насколько метод диффузии ошибки превосходит по качеству методы, использующие матрицу пороговых значений, и может ли быть целесообразным более широкое его использование в случае увеличения быстродействия.

Для исследования использовались пять изображений из известного тестового набора Университета Ватерлоо [16] (рис. 2). Для каждого изображения были получены результаты растривания 13-ю методами, которые перечислены в подписи к рис. 3. В число рассмотренных методов входят АМ- и ЧМ-растривание и диффузия ошибки с разными параметрами, а также некоторые другие методы, в частности модификация диффузии ошибки с подчёркиванием контуров [17]. Оптимизационные методы не рассматривались по причине их несопоставимой вычислительной сложности.

Оценка растриванных изображений осуществлялась с использованием показателей  $WSNR$ ,  $PSNR$  и  $UQI$  (*Universal Quality Index*, [18]). Последний из них является универсальной мерой качества и использует при оценке выборочные среднее и дисперсию обоих

изображений, а также коэффициент корреляции между ними. Помимо этого, качество бинарных изображений оценивалось визуально. Результаты исследования представлены в виде графиков на рис. 3. Значения по оси абсцисс соответствуют индексам рассмотренных методов растривания, по оси ординат же отображаются усреднённые по пяти тестовым изображениям значения показателей качества, нормированные (то есть поделённые) на наибольшее значение из полученных 13.



Рис. 2. Используемые тестовые изображения из набора Университета Ватерлоо [16]

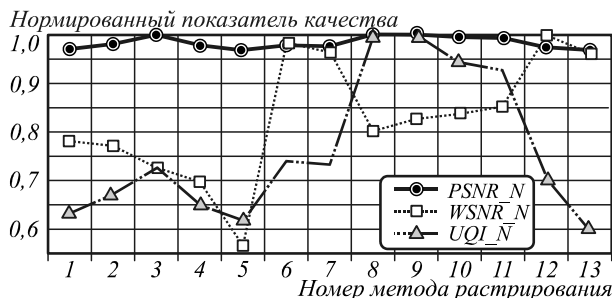


Рис. 3. Результаты сравнительного исследования различных методов растривания по различным критериям: 1, 2, 3 – ЧМ-растривание по матрице из 64, 16 и 9 значений соответственно; 4 – АМ-растривание по матрице из 19 значений; 5 – растривание по маске белого шума из 25 значений; 6, 7 – диффузия ошибки с ядром Флойда (построчная и серпантинная развёртка); 8, 9 – диффузия ошибки с ядром Джарвиса (построчная и серпантинная развёртка); 10, 11 – диффузия ошибки с ядром Стаки (построчная и серпантинная развёртка); 12, 13 – модифицированная диффузия ошибки подчёркиванием контуров с ядрами Флойда и Джарвиса соответственно

Как и ожидалось, наиболее близкие к визуальному восприятию результаты показал WSNR. Так, он единственный показал снижение качества при переходе от 1 к 2 и 3, обусловленное уменьшением размера матрицы пороговых значений. Наилучшее качество показал метод диффузии ошибки с ядром Флойда, что согласуется и с визуальной оценкой; дала эффект процедура модификации метода диффузии ошибки с подчёркиванием контуров; в то время как по оценкам PSNR и UQI лучшим оказалось ядро Джарвиса. Кроме того, 13 рассмотренных методов охватили достаточно большой диапазон значений WSNR (согласно рис. 3,

наибольшее значение почти вдвое превышает наименьшее), чего нельзя сказать о PSNR.

На рис. 3 видно, что наибольшее значение WSNR для рассмотренных методов диффузии ошибки превышает наибольшее значение для ЧМ-растривания на 25%, то есть преимущество первых достаточно существенно, и дальнейшее их исследование, безусловно, имеет смысл.

### 3. Численная оптимизация ядра диффузии ошибки

Стандартные весовые функции (6)–(8) имеют рациональные коэффициенты и обладают некоторой симметрией, что наводит на мысли, что коэффициенты ядер подобраны эвристически и возможно не являются наилучшими с точки зрения качества растривания. Заметим также, что все известные ядра не содержат отрицательных коэффициентов, хотя это и является допустимым. Поэтому представляется целесообразным поиск ядра, обеспечивающего наибольшее значение показателя WSNR.

Ранее исследования по оптимизации метода диффузии ошибки проводились в работах [19] и [8]. В первой из них предложена модификация самого метода, использующая функцию контрастной чувствительности при расчёте и распространении ошибки. Во второй проводилась именно оптимизация весовой функции (но не по критерию WSNR), в результате чего получено ядро

$$\begin{pmatrix} 0 & \odot & 0 \\ 0,517 & 0,368 & 0,115 \end{pmatrix}. \tag{18}$$

#### 3.1. Условия проведения эксперимента

Для численной оптимизации весов использовались 5 изображений Университета Ватерлоо [16] (рис. 2). Рассматривались ядра размерами до 3×5, количество ненулевых коэффициентов которых ||D<sub>h</sub>|| не превышало 12 (как ядра Джарвиса и Стаки). Поскольку для весовой функции должно соблюдаться условие (5), то размерность пространства, на котором осуществлялась оптимизация, оказалась равной ||D<sub>h</sub>||–1. Поскольку WSNR как функция коэффициентов ядра не задаётся аналитически, то для решения задачи численной оптимизации независимо использовались алгоритмы Нелдера–Мида и Пауэлла [20] с разными начальными приближениями, не требующие вычисления градиента; а также метод сопряжённых градиентов и BFGS-алгоритм [20] с расчётом градиента, выполненным по методу конечных разностей.

В табл. 1 представлены средние значения WSNR по набору изображений [16] для ядер (6)–(8), (18) и некоторых нестандартных ядер, близких к ядру Флойда:

$$\frac{1}{16} \begin{pmatrix} 0 & \odot & 8 \\ 2 & 6 & 0 \end{pmatrix}; \tag{19}$$

$$\frac{1}{16} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \odot & 8 \\ 2 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}; \tag{20}$$

$$\frac{1}{16} \begin{pmatrix} 0 & \odot & 6 \\ 2 & 6 & 2 \end{pmatrix}. \tag{21}$$

Таблица 1. WSNR некоторых ядер на наборе Waterloo

Ядро	$\ D_h\ $	WSNR
Floyd (6)	4	31,54
Jarvis(7)	12	26,73
Stucki (8)	12	28,40
(18)	3	24,95
(19)	3	31,73
(20)	4	30,89
(21)	4	31,39

Как видно из данной таблицы, из стандартных ядро Флойда является наилучшим (а ввиду малого числа ненулевых коэффициентов оно выигрывает и по быстродействию). Вместе с тем даже небольшая его коррекция позволила получить ядро (19), выигрывающее у ядра Флойда как по качеству, так и по быстродействию (вследствие уменьшения  $\|D_h\|$ ).

3.2. Результаты

В результате поиска оптимальных весов для ядра 3x5 четырьмя использованными алгоритмами высшее значение WSNR, равное 32,94, показало следующее ядро (значения округлены до четырёх знаков после запятой):

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \odot & 0,5423 & 0,0533 \\ 0,0246 & 0,2191 & 0,4715 & -0,0023 & -0,1241 \\ -0,0065 & -0,0692 & 0,0168 & -0,0952 & -0,0304 \end{pmatrix}. \tag{22}$$

Как видно из (22), основное влияние на процесс диффузии ошибки оказывают коэффициенты  $h(0, 1)$ ,  $h(1, 0)$  и  $h(1, -1)$ . Между тем неожиданно высокими по абсолютной величине оказались  $h(1, 2)$  и  $h(2, 1)$ . Примечательно, что ядро (22) содержит большое количество отрицательных коэффициентов. Отметим также, что горизонтальная симметрия весов, характерная для второй и третьей строк ядер (7)–(8), не просматривается для ядра (22).

Вычислительная сложность алгоритма диффузии ошибки согласно выражениям (9)–(12) находится в линейной зависимости от размеров изображения  $N_1 \times N_2$ . Увеличение его производительности возможно за счёт снижения удельного количества операций, приходящихся на один пиксель изображения. Удельные количества сложений и умножений согласно (11)–(12) равны соответственно

$$A = \|D_h\| + 1; \tag{23}$$

$$M = \|D_h\|. \tag{24}$$

Таким образом, сложность метода диффузии ошибки прямо пропорциональна количеству ненулевых коэффициентов, а значит, ядро (22) практически в три раза проигрывает по быстродействию ядру

Флойда (6). Поэтому аналогично первому эксперименту был произведён поиск оптимальных ядер при меньшем числе ненулевых коэффициентов: 2, 3, 4 – и при разных сочетаниях их положений. Результирующие весовые функции приведены ниже, а их WSNR приведены в табл. 2.

$$\begin{pmatrix} 0 & \odot & 0,4364 \\ 0 & 0,5636 & 0 \end{pmatrix}; \tag{25}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \odot & 0,4473 \\ 0,1654 & 0,3872 & 0 \end{pmatrix}; \tag{26}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \odot & 0,5221 \\ 0,1854 & 0,4689 & 0 \\ 0 & 0 & -0,1763 \end{pmatrix}. \tag{27}$$

Как видно из табл. 2, ядра (26) и (27) превосходят по качеству ядро Флойда.

Увеличение быстродействия возможно также путём использования весовых коэффициентов, являющихся степенями двойки, поскольку умножение на такие числа может быть реализовано как регистровый сдвиг, выполняющийся на современных компьютерах гораздо быстрее, нежели умножение на произвольное число. Зачастую при расчёте сложности алгоритмов не принимают в расчёт регистровые сдвиги [3]. Поэтому для ядра, целиком состоящего из степеней двойки, удельное количество умножений будем полагать нулевым, количество сложений же при этом не меняется.

Основываясь на результатах предыдущих экспериментов, был произведён поиск наилучших ядер, все коэффициенты которых являются степенями двойки, для  $\|D_h\| = 12$  и  $\|D_h\| = 4$ , в окрестности ядер (22) и (26) соответственно (все ненулевые коэффициенты сдвигались к меньшей или большей степени двойки). В результате были получены ядра

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \odot & 2^{-1} & 2^{-4} \\ 2^{-6} & 2^{-2} & 2^{-1} & -2^{-9} & -2^{-3} \\ -2^{-8} & -2^{-4} & 2^{-6} & -2^{-3} & -2^{-5} \end{pmatrix}; \tag{28}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \odot & 2^{-1} \\ 2^{-3} & 2^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & -2^{-3} \end{pmatrix}. \tag{29}$$

Значения WSNR для этих ядер приведены в таблице 2. Для  $\|D_h\| = 2$  и  $\|D_h\| = 3$  ядра из степеней двоек имеют качество худшее, чем у ядра Флойда, поэтому они здесь не представлены.

3.3. Проверка общности полученных результатов

Разумеется, полученные в результате проведённых экспериментов ядра являются наилучшими только для рассматриваемого набора изображений. Однако если для другого набора изображений полученные ядра будут ранжированы аналогичным образом, то можно будет сделать вывод об общности полученных относительных оценок качества весовых функций.

Поэтому рассмотренные выше ядра (22), (25) – (29), а также ядро Флойда (6) были протестированы на 25 изображениях набора Berkeley Segmentation Dataset [21]. Полученные результаты

отражены в табл. 2. Как видно, несмотря на изменение абсолютных значений WSNR, относительные его изменения между рассмотренными ядрами невелики.

Таблица 2. Сравнительные данные по вычислительной сложности и качеству для найденных ядер. Закрашенные ячейки означают превосходство или равенство соответствующей характеристики в сравнении с ядром Флойда

Ранг	Ядро	$\ D_h\ $	A	$A - A_{Floyd}$	M	$M - M_{Floyd}$	WSNR (Waterloo)	$\Delta, \%$ (Waterloo)	WSNR (Berkeley)	$\Delta, \%$ (Berkeley)
1	(22)	12	13	8	12	8	32,95	4,48	31,65	5,25
2	(28)	12	13	8	0	-4	32,84	4,14	31,57	4,99
3	(27)	4	5	0	4	0	32,49	3,02	31,14	3,56
4	(29)	4	5	0	0	-4	32,30	2,42	30,97	2,99
5	(26)	3	4	-1	3	-1	31,83	0,93	30,37	0,99
6	Floyd (6)	4	5	0	4	0	31,54	0	30,07	0
7	(25)	2	3	-2	2	-2	30,91	-1,97	29,38	-2,31

#### 4. Обсуждение полученных результатов

В табл. 2 приведены сводные данные по результатам всех проведённых экспериментов. Все ядра отсортированы в порядке убывания значений WSNR. Для каждого ядра, помимо показателей качества, указаны удельные количества операций сложения A и умножения M, а также разница между ними и соответствующими показателями  $A_{Floyd}$  и  $M_{Floyd}$  для ядра Флойда. Также в таблице приведены относительные изменения WSNR в сравнении с WSNR для ядра Флойда, рассчитываемые по формуле

$$\Delta = \frac{WSNR - WSNR_{Floyd}}{WSNR_{Floyd}} \cdot 100\% . \tag{30}$$

Итак, представленные данные позволяют сделать следующие выводы:

- при отсутствии ограничений на сложность алгоритма рекомендуется использовать ядро (22), обладающее наилучшим качеством (около 5% выигрыша относительно ядра Флойда);
- если ключевым требованием является минимизация числа умножений при условии сохранения приемлемого качества, то рекомендуется ядро (28);
- если необходимо минимизировать совокупное количество операций, то наилучшим является ядро (29);
- если необходимо минимизировать число ненулевых весов, то наилучшим является ядро (26).

Все перечисленные ядра превосходят наилучшее из стандартных ядро Флойда по качеству получаемых образцов по меньшей мере на 1%.

На рис. 4 для сравнения представлены увеличенные фрагменты изображения, растриванного с ядром (22) и с ядром Флойда (6). Отчётливо видно, что второй фрагмент обладает большей коррелированностью отсчётов в вертикальном направлении, что негативным образом сказывается на качестве его восприятия, в то время как на первом фрагменте чёрные

и белые пиксели распределены более хаотично, и визуально это выглядит лучше.

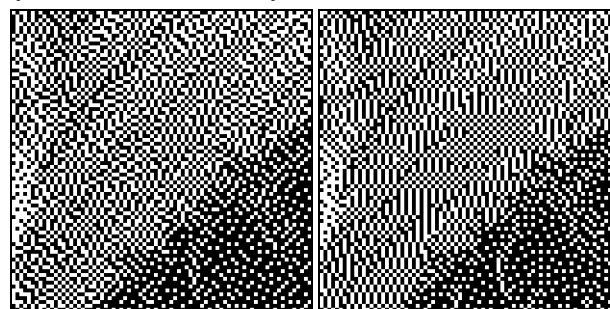


Рис. 4. Увеличенный фрагмент изображения, растриванного с ядром (22) (слева) и с ядром (6) (справа)

#### Заключение

В работе описано исследование по поиску наилучших по критерию WSNR весовых функций, используемых в методе диффузии ошибки для растривания полутоновых изображений, при различных ограничениях. Многомерная оптимизация осуществлена численно с использованием алгоритмов Нелдера–Мида и Пауэлла с разными начальными приближениями, а также метода сопряжённых градиентов и алгоритма BFGS с расчётом градиента, выполненным по методу конечных разностей.

Найденные весовые функции в сравнении с наилучшей из традиционно используемых функций Флойда позволяют обеспечить выигрыш до 5% по качеству либо почти вдвое уменьшить удельное число операций сложения и умножения или сократить до нуля удельное число операций умножения без снижения качества.

Найденные весовые функции являются оптимальными только для конкретного набора изображений Университета Ватерлоо и при конкретных методах многомерной оптимизации и использованных значениях их параметров, таких как начальное приближение, погрешность, критерий останова. Однако, как

показали исследования, преимущество найденных весовых функций в сравнении с ядром Флойда сохраняется и на других наборах данных, что позволяет судить об универсальности полученных ядер и общности сделанных выводов.

Поскольку метод диффузии ошибки, существенно превосходя используемые в полиграфии методы по качеству получаемых образцов, всё же не находит широкого применения в этой области из-за относительно низкой скорости работы, полученные в работе результаты могут способствовать более активному его применению на практике.

### Благодарности

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке

- грантов РФФИ (проекты 12-01-00822, 12-07-00021-а, 12-07-31056, 13-01-12080, 13-01-97007, 13-07-12103);
- гранта Президента РФ МК-3863.2013.9;
- программы фундаментальных исследований Президиума РАН «Фундаментальные проблемы информатики и информационных технологий», проект 2.12;
- Министерства образования и науки Российской Федерации (в соответствии с постановлением Правительства России от 09.04.2010 № 218).

Численные эксперименты реализованы на платформах .NET и Matlab с использованием пакетов Halftoning Toolbox [22] (расчёт  $WSNR$ ), Extreme Optimization (многомерная оптимизация) и собственных разработок (алгоритмы растривания, эксперименты).

### Литература (References)

1. **Kipphan, H.** Handbuch der Printmedien / H. Kipphan. – Heidelberg: Springer, 2000. – 1280 p.
2. **Lau, D.L.** Modern digital halftoning / D.L. Lau, G.R. Arce. – CRC Press, 2011.
3. **Soifer, V.A.** Computer Image Processing, Part I: Basic concepts and theory / V.V. Myasnikov, S.B. Popov, V.V. Sergeyev, V.A. Soifer; ed. by V.A. Soifer. – VDM Verlag, 2010. – 296 p.
4. **Knuth, D.E.** Digital halftones by dot diffusion / D.E. Knuth // ACM Transactions on Graphics. – 1987. – Vol. 6(4). – P. 245-273.
5. **Floyd, R.W.** An adaptive algorithm for spatial gray-scale / R.W. Floyd and L. Steinberg // Proceedings Society Information Display. – 1976. – Vol. 17(2). – P. 75-78.
6. **Anastassiou, D.** Neural net based digital halftoning of images / D. Anastassiou. – IEEE International Symposium on Circuits and Systems 1988, 1988. – P. 507-510.
7. **Barnard, E.** Optimal error diffusion for computer-generated holograms / E. Barnard // JOSA A. – 1988. – Vol. 5(11). – P. 1803-1817.
8. **Ulichney, R.A.** Digital Halftoning / R.A. Ulichney. – MIT Press, 1987.
9. **Jarvis, J.F.** A survey of techniques for the display of continuous-tone pictures on bilevel displays / J.F. Jarvis, C.N. Judice, W.H. Ninke // Comp. Graf. Im. Pr. – 1976. – Vol. 5. – P. 13-40.
10. **Stucki, P.** MECCA – a multiple-error correcting computation algorithm for bilevel image hardcopy reproduction / P. Stucki // Tech. Rep. RZ1060, Zurich, Switzerland, 1981.
11. **Velho, L.** Digital halftoning with space filling curves / L. Velho, J.M. Gomes // Computer Graphics. – 1991. – Vol. 25(4). – P. 81-90.
12. **Kite, T.D.** Modeling and quality assessment of halftoning by error diffusion / T.D. Kite, B.L. Evans, A.C. Bovik // IEEE Trans. Image Processing. – 2000. – Vol. 9. – P. 909-922.
13. **Axelsson, P.E.** Quality measures of halftoned images (a review), Master Thesis / P.E. Axelsson. – Norrköping: Department of Science and Technology, Linköping University, 2003.
14. **Gonzalez, R.F.** Digital Image Processing; 2nd edition / R.F. Gonzalez, R.E. Woods. – New Jersey: Prentice Hall, 2002.
15. **Nasanen, R.** Visibility of halftone dot textures / R. Nasanen // IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. – 1984. – Vol. 14(6). – P. 920-924.
16. Waterloo Grey Set. – University of Waterloo Fractal coding and analysis group: Mayer Gregory Image Repository, 2009. [http://links.uwaterloo.ca/Repository.html]
17. **Eschbach, R.** Error-diffusion algorithm with edge enhancement / R. Eschbach, K. Knox // JOSA A. – 1991. – Vol. 8(12). – P. 1844-1850.
18. **Wang, Z.** A universal image quality index / Z. Wang, A.C. Bovik // Signal Processing Letters, IEEE. – 2002. – Vol. 9(3). – P. 81-84.
19. **Kolpatzik, B.W.** Optimized error diffusion for image display / B.W. Kolpatzik, C.A. Bouman // Journal of Electronic Imaging. – 1992. – Vol. 1(3). – P. 277-292.
20. **Press, W.H.** Numerical recipes in C+: the art of scientific computing / W.H. Press. – Cambridge: Cambridge University Press, 2009.
21. **Martin, D.** A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics / D. Martin, C. Fowlkes, D. Tal, J. Malik // Proceedings of the Eighth IEEE International Conference on Computer Vision. – 2001. – Vol. 2. – P. 416-423.
22. **Monga, V.** Halftoning Toolbox for MATLAB / Vishal Monga, Niranjana Damara-Venkata, Hamood Rehman, Brian L. Evans. – [http://users.ece.utexas.edu/~bevans/projects/halftoning/toolbox/]

## OPTIMIZATION OF KERNEL WEIGHTS FOR ERROR DIFFUSION HALFTONING METHOD

V.A. Fedoseev

Image Processing Systems Institute of the RAS,  
S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (National Research University)

### Abstract

This paper describes a study to find the best error diffusion kernel for halftone screening under various restrictions on the number of non-zero coefficients and their set of values. As an objective measure of quality  $WSNR$  was used. The problem of multidimensional optimization was solved numerically using several well-known algorithms: Nelder–Mead, BFGS, etc. The study found a kernel function that provides a quality gain of about 5% in comparison with the best of the commonly used kernel introduced by Floyd and Steinberg. Other obtained kernels allows to significantly reduce the computational complexity of the algorithm without reducing its quality. Since the method of error

diffusion, significantly outperforming the methods used in the printing industry by quality, though not widely used in this area because of the relatively low speed, the results obtained in this work can contribute to improving its use.

*Key words:* digital halftoning, errod diffusion, Floyd-Steinberg algorithm, Jarvis algorithm, contrast sensitivity function, *WSNR*, multidimensional optimization, Nelder–Mead method.

#### *Сведения об авторе*



**Федосеев Виктор Андреевич**, 1986 года рождения, в 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ) по специальности «Прикладная математика и информатика». Кандидат физико-математических наук (2012), работает научным сотрудником лаборатории математических методов обработки изображений Института систем обработки изображений РАН (ИСОИ РАН) и ассистентом кафедры геоинформатики и информационной безопасности СГАУ. Области научных интересов: обработка и анализ изображений, геоинформатика, цифровые водяные знаки, стеганография.

E-mail: [yicanfed@gmail.com](mailto:yicanfed@gmail.com).

**Victor Andreevich Fedoseev** graduated (2009) from the Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (SSAU), majoring in Applied Mathematics and Computer Science. PhD in Computer Science (2012). Currently he is a research scientist at the Mathematical Methods of Image Processing Laboratory of Image Processing Systems Institute of the RAS (IPSI RAS) and a teaching assistant at the Geoinformatics and Information Security Department at SSAU and. His current research interests include image processing and image analysis, geoinformatics, digital watermarking and steganography.

*Поступила в редакцию 15 июня 2013 г.*