МОДЕЛЬ КОНТУРА ИЗОБРАЖЕНИЯ СО СЛУЧАЙНОЙ ФОРМОЙ

Хафизов Р.Г.
Поволжский государственный технологический университет

Аннотация

Представлен подход к формированию статистической модели контура изображения со случайной формой. Предложена методика коррекции параметров линейных преобразований реализаций случайного контура при формировании его модели.

Ключевые слова: контур, форма изображения, статистическая модель, линейные преобразования.

Введение

Форма значительного числа окружающих нас объектов случайна. Примерами случайных изображений могут быть изображения органов человека, облачности, листьев деревьев, профиля лица человека и т.п. Существенная вариабельность формы таких изображений не позволяет рассматривать их как зашумлённые изображения некоторых эталонных объектов [1]. Тем не менее человек достаточно уверенно отличает их друг от друга и успешно распознаёт.

Традиционно задача распознавания изображений решается на основе процедуры пространственной корреляции. Этот подход неизбежно связан со следующими недостатками: чувствительностью алгоритмов к изменению масштаба и взаимной угловой ориентации анализируемых изображений, а также с обработкой большого количества точек изображений. Если параметры угла поворота $\Delta\phi$ и масштаба $|\mu|$ неизвестны, то при распознавании изображений требуется перебор каждой комбинации этих параметров, что приводит к значительным временным затратам.

В работе [1] предложен подход к решению данной задачи на основе метода контурного анализа. Из-за небольшого по сравнению со всеми изображениями количества контурных точек временные затраты при этом снижаются. При машинном распознавании изображений со случайными формами последовательность элементов контура представляется как случайный процесс (непрерывный или дискретный). На этапе обучения происходит оценка параметров этого процесса, а распознавание – по величине отношения правдоподобия. Предложены полиномиальная и марковская модели случайных дискретных контуров. Первая из них предполагает независимость ЭВ $\gamma(n)$ контура $\mathbf{\Gamma} = \{\gamma(n)\}_{0,s-1}$ и известную вероятность $P(\gamma(n))$ появления каждого из них. Во втором случае устанавливается зависимость между случайными величинами $\gamma(n)$. При этом изменение масштаба $|\mu|$ и (или) угла поворота $\Delta\phi$ приводит к изменению размерности контура и, как следствие, к зависимости элементов матрицы вероятностей переходов от параметров этих преобразований.

Статистическая модель контура случайной формы

При анализе изображений со случайными формами контур представим как комплексную случайную функцию $\mathrm{X}(l) = \mathrm{Re}(\mathrm{X}(l)) + i\,\mathrm{Im}(\mathrm{X}(l))$, т.е. как функцию неслучайного аргумента *l*, которая при каждом фиксированном значении аргумента является комплексной случайной величиной [2, 3]. Здесь $\mathrm{Re}(\mathrm{X}(l))$ и $\mathrm{Im}(\mathrm{X}(l))$ – действительные случайные функции действительного аргумента *l*. Комплексную случайную функцию $\mathrm{X}(l)$ будем рассматривать как совокупность её возможных реализаций (траекторий) $\chi_1(l), \chi_2(l), ..., \chi_n(l)$ (рис. 1).

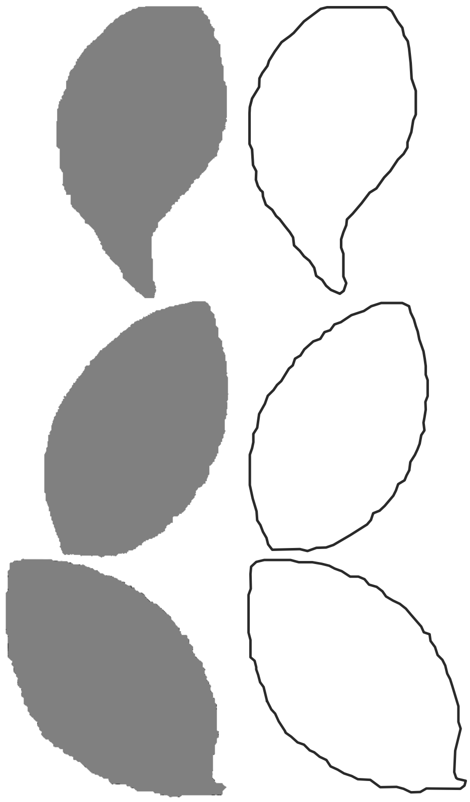

Рис. 1. Примеры изображений со случайной формой и их контуры, образующие совокупность реализаций случайного контура X(l)

При фиксированном значении аргумента, например при $l=l_1$, получим сечение – случайную величину $\mathrm{X}(l_1)$ с математическим ожиданием $M[\mathrm{X}(l_1)]$ и дисперсией $D[\mathrm{X}(l_1)] \geq 0$. Математическое ожидание $m_{\mathrm{X}}(l)$ случайной функции X(*l*) есть неслучайная комплексная функция, значение которой при каждом фиксированном значении аргумента *l* равно математическому ожиданию сечения, соответствующего этому же фиксированному значению аргумента: $m_{\mathrm{X}}(l) = M\left[\mathrm{X}(l)\right]$. При этом $m_{\mathrm{X}}(l) = m_{\mathrm{Re(X)}} + i\,m_{\mathrm{Im(X)}}$.

Геометрически математическое ожидание случайного контура можно истолковать как «средний контур», около которого расположены другие контуры – реализации. При фиксированном значении аргумента математическое ожидание есть среднее значение сечения («средняя ордината»), вокруг которого расположены его возможные значения (ординаты).

Дисперсия $D_{\mathrm{X}}(l)$ случайного контура X(l) есть неслучайная неотрицательная функция, значение которой при каждом фиксированном значении аргумента l равно дисперсии сечения, соответствующего этому же фиксированному значению аргумента:

$$D_{\mathrm{X}}(l) = D\left[\mathrm{X}(l)\right]. \text{ При этом } D_{\mathrm{X}}(l) = M\left[\left|\overset{\circ}{\mathrm{X}}(l)\right|^2\right],$$

где $\overset{\circ}{\mathrm{X}}(l) = \mathrm{X}(l) - m_{\mathrm{X}}(l)$ – центрированная функция. Учитывая, что математическое ожидание суммы равно сумме математических ожиданий слагаемых, получаем

$$D_{\mathrm{X}}(l) = M\left[\left|\overset{\circ}{\mathrm{X}}(l)\right|^2\right] = M\left[\left(\mathrm{Re}\left(\overset{\circ}{\mathrm{X}}(l)\right)\right)^2 + \left(\mathrm{Im}\left(\overset{\circ}{\mathrm{X}}(l)\right)\right)^2\right] = M\left[\mathrm{Re}\left(\overset{\circ}{\mathrm{X}}(l)\right)\right]^2 + M\left[\mathrm{Im}\left(\overset{\circ}{\mathrm{X}}(l)\right)\right]^2 = D_{\mathrm{Re(X)}} + D_{\mathrm{Im(X)}}.$$

Таким образом, дисперсия комплексного случайного контура равна сумме дисперсий её действительной и мнимой частей.

Дисперсия характеризует степень рассеяния возможных реализаций (контуров) вокруг математического ожидания случайного контура («среднего контура»). При фиксированном значении аргумента дисперсия характеризует степень рассеяния возможных значений (ординат) сечения вокруг математического ожидания сечения («средней ординаты»).

При двух фиксированных значениях аргумента, например при $l = l_1$ и $l = l_2$, получим два сечения – систему двух комплексных случайных величин X(l_1) и X(l_2) с корреляционным моментом $M\left[\overset{\circ}{\mathrm{X}}(l_1)\overline{\overset{\circ}{\mathrm{X}}(l_2)}\right]$.

Корреляционная функция комплексного случайного контура X(l) есть неслучайная функция $\mathrm{K}(l_1, l_2)$ двух независимых аргументов l_1 и l_2, значение которой при каждой паре фиксированных значений аргументов равно корреляционному моменту сечений, соответствующих этим же фиксированным значениям аргументов:

$$\mathrm{K}_{\mathrm{X}}(l_1, l_2) = M\left[\overset{\circ}{\mathrm{X}}(l_1)\overline{\overset{\circ}{\mathrm{X}}(l_2)}\right].$$

При равных между собой значениях аргументов $l_1 = l_2 = l$ корреляционная функция случайного контура равна дисперсии этой функции: $\mathrm{K}_{\mathrm{X}}(l, l) = D_{\mathrm{X}}(l)$. Если действительные случайные функции $\mathrm{Re}(\mathrm{X}(l))$ и $\mathrm{Im}(\mathrm{X}(l))$ коррелированы, то:

$$\mathrm{K}_{\mathrm{X}}(l_1, l_2) = \mathrm{K}_{\mathrm{Re(X)}}(l_1, l_2) + \mathrm{K}_{\mathrm{Im(X)}}(l_1, l_2) + i\left[R_{\mathrm{Re(X)Im(X)}}(l_2, l_1) - R_{\mathrm{Re(X)Im(X)}}(l_1, l_2)\right],$$

где $\mathrm{K}_{\mathrm{Re(X)}}(l_1, l_2)$ и $\mathrm{K}_{\mathrm{Im(X)}}(l_1, l_2)$ – корреляционные функции действительной и мнимой частей комплексной случайной функции $\mathrm{X}(l)$ соответственно; $R_{\mathrm{Re(X)Im(X)}}(l_2, l_1)$ и $R_{\mathrm{Re(X)Im(X)}}(l_1, l_2)$ – взаимные корреляционные функции действительной и мнимой частей комплексной случайной функции $\mathrm{X}(l)$ при разном порядке следования аргументов.

Если же $\mathrm{Re}(\mathrm{X}(l))$ и $\mathrm{Im}(\mathrm{X}(l))$ не коррелированы, то

$$\mathrm{K}_{\mathrm{X}}(l_1, l_2) = \mathrm{K}_{\mathrm{Re(X)}}(l_1, l_2) + \mathrm{K}_{\mathrm{Im(X)}}(l_1, l_2).$$

Нормированная корреляционная функция $\rho_{\mathrm{X}}(l_1, l_2)$ случайного контура $\mathrm{X}(l)$ есть неслучайная функция двух независимых переменных l_1 и l_2, значение которой при каждой паре фиксированных значений аргументов равно коэффициенту корреляции сечений, соответствующих этим же фиксированным значениям аргументов:

$$\rho_{\mathrm{X}}(l_1, l_2) = \frac{\mathrm{K}_{\mathrm{X}}(l_1, l_2)}{D_{\mathrm{X}}(l_1) D_{\mathrm{X}}(l_2)}.$$

Взаимная корреляционная функция двух комплексных случайных функций $\mathrm{X}(l)$ и $\mathrm{Y}(l)$:

$$R_{\mathrm{XY}}(l_1, l_2) = M\left[\overset{\circ}{\mathrm{X}}(l_1)\overline{\overset{\circ}{\mathrm{Y}}(l_2)}\right].$$

Взаимная корреляционная функция двух комплексных случайных функций выражается через взаимные корреляционные функции их действительных и мнимых частей следующим образом

$$R_{\mathrm{XY}}(l_1, l_2) = R_{\mathrm{Re(X)Re(Y)}}(l_1, l_2) + R_{\mathrm{Im(X)Im(Y)}}(l_1, l_2) + i\left[R_{\mathrm{Im(X)Re(Y)}}(l_2, l_1) - R_{\mathrm{Re(X)Im(Y)}}(l_1, l_2)\right].$$

Корректировка параметров линейных преобразований контуров

Важным условием формирования модели контура со случайной формой является равенство между собой значений параметров линейных преобразований контуров его реализаций. Они должны иметь одинаковый масштаб $|\mu|$, нулевое значение угла $\Delta\phi$ взаимного поворота и совпадающие положения начальных точек a_0. Выравнивание этих параметров должно производиться в процессе формирования модели контура со случайной формой.

Пусть получено M изображений W_j, $j = 1, 2, ..., M$, как реализации одного и того же объекта со случайной формой. Причём положение объекта на изображении при формировании не фиксировано: возможны линейные преобразования с параметрами $\Delta\phi$ поворота и $|\mu|$ масштабирования. Ансамбль полученных изображений объекта: $\left\{W_j\left(\Delta\varphi, |\mu|\right)\right\}_{1,M}$.

Пусть далее в результате применения к W_j оператора выделения контура сформирован ансамбль контуров $\left\{\mathbf{Y}_j\left(\Delta\phi, |\mu|\right)\right\}_{1,M}$ этих изображений. Дополнительно осуществив нормировку этих контуров, разделив элементы $\upsilon_j(l)$ каждого контура на величину своей нормы $\left\|\mathbf{Y}_j\right\|$, получим ансамбль нормированных контуров: $\left\{\mathbf{Y}_{j,\text{н}}\left(\Delta\phi, |\mu|\right)\right\}_{1,M}$.

Контуры, входящие в этот ансамбль, имеют одинаковую, равную единице норму.

Процедуру формирования модели контура со случайной формой определим следующим образом. Пусть $\left|\eta_{jk}(l)\right|$ – модуль ВКФ контуров $\mathbf{Y}_{j,\text{н}}$ и $\mathbf{Y}_{k,\text{н}}$ изображений W_j и W_k, причём $\left|\eta_{jk}(l_0)\right|$ – максимальное значение этого модуля, т.е. $\left|\eta_{jk}(l_0)\right| = \left|\eta_{jk}\right|_{\max}$. Сдвинем начальную точку a_0 одного из изображений на величину l_0 таким образом, чтобы отсчёт ВКФ $\left|\eta_{jk}(0)\right|$ стал максимальным, т.е. чтобы $\left|\eta_{jk}(0)\right| = \left|\eta_{jk}\right|_{\max}$.

Далее осуществляется коррекция угла взаимного поворота $\Delta\widehat{\phi} = arctg\dfrac{\operatorname{Im}\eta_{jk}(l_0)}{\operatorname{Re}\eta_{jk}(l_0)}$. В результате проведения перечисленных операций над контурами $\mathbf{Y}_{j,\text{н}}$ и $\mathbf{Y}_{k,\text{н}}$ они будут оптимально совмещены по критерию максимальной схожести [1, 4, 5].

Рассмотрим процесс формирования модели непрерывного контура изображения со случайной формой в виде комплексной случайной функции, представленной тремя реализациями $\chi_1(l), \chi_2(l), \chi_3(l)$ на рис. 1.

На рис. 2 представлен результат вычисления циклической свёртки первых двух реализаций случайного контура Χ(l).

Получаем, что отсчёт ВКФ $\left|\eta_{jk}(0)\right|$ станет максимальным, если сдвинуть начальную точку a_0 контура $\chi_2(l)$ на величину $l_0 = 54$, а для коррекции угла взаимного поворота – $\Delta\widehat{\phi} = -153^{\circ}$. Аналогичные операции произведём для контура $\chi_3(l)$.

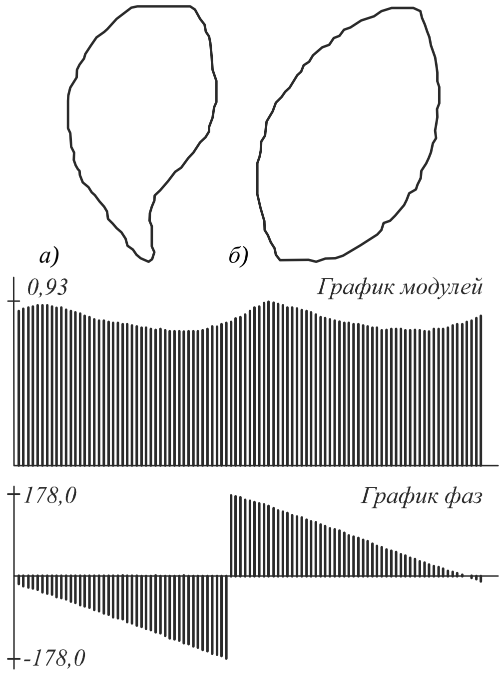

Рис. 2. Результат вычисления циклической свёртки: анализируемые контуры (а, б); график модуля и фазы циклической свёртки (в)

На рис. 3 представлены полученные в результате преобразований реализации $\chi_1(l), \chi_2(l), \chi_3(l)$ случайного контура Χ(l) и контур математического ожидания.

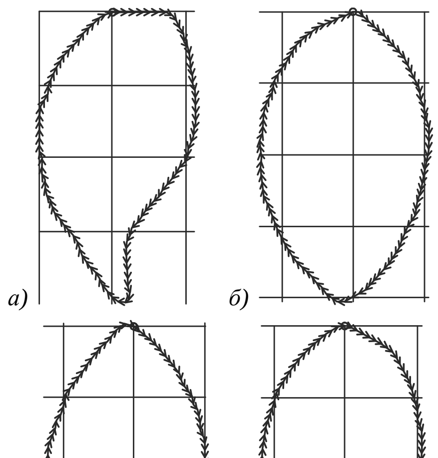

Рис. 3. Реализации случайного контура (а–в), полученные в результате сдвига начальной точки и коррекции угла поворота, и контур математического ожидания (г)

Таким образом, случайный контур Χ(l) задаётся своими реализациями $\chi_1(l), \chi_2(l), ..., \chi_n(l)$ с учётом параметров взаимного угла поворота и сдвига начальной точки. Для случайного контура Χ(l) определены контур математического ожидания, дисперсия и корреляционная функция.

Заключение

В работе рассмотрен подход к формированию модели контура изображения со случайной формой. При этом контур представлен как комплексная случайная функция и задан как совокупность возможных реализаций.

Для случайного контура X(l) определены контур математического ожидания, дисперсия и корреляционная функция.

Показано, что условием формирования модели контура со случайной формой является равенство между собой значений параметров линейных преобразований (масштабирование, угол поворота и сдвиг начальной точки) контуров его реализаций.

Литература

1. Введение в контурный анализ и его приложение к обработке изображений и сигналов/ под ред. Я.А. Фурмана. – М.: Физматлит, 2002. – 592 с.
2. **Хафизов, Р.Г.** Анализ непрерывных комплекснозначных сигналов, задающих контуры изображений плоских объектов // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. – 2006. – № 4. – С. 24-27.
3. **Хафизов, Р.Г.** Дискретизация непрерывных контуров изображений, заданных в комплекснозначном виде / Р.Г. Хафизов, С.А. Охотников // Компьютерная оптика. – 2012, – Т. 36, №2. – С. 274-278.
4. **Хафизов, Р.Г.** Линейная фильтрация непрерывных контуров изображений, заданных в комплекснозначном виде / Р.Г. Хафизов, С.А. Охотников // Компьютерная оптика. – 2010. – Т. 34, №3. – С. 408-416.
5. **Хафизов, Р.Г.** Распознавание непрерывных комплекснозначных контуров изображений / Р.Г. Хафизов, С.А. Охотников // Известия вузов. Приборостроение. – 2012. – Т. 55, №5. – С. 3-9.

References

1. Contour analysis introduction and its image and signal processing application / edited by Ya.A. Furman. – Moscow: "Fizmatlit" Publisher, 2002. – 592 p. – (In Russian).
2. **Khafizov, R.G.** Analysis of continuous complex-valued signals that define the contours of images of flat objects//A.N. Tupolev Vestnik KGTU – 2006. – N 4. – P. 24-27. – (In Russian).
3. **Khafizov, R.G.** Discretization of continuous contours of images, defined in a complex-valued form / R.G. Khafizov, S.A. Okhotnikov // Computer Optics. – 2012. – Vol. 36, N 2. – P. 274-278. – (In Russian).
4. **Khafizov, R.G.** Linear filtering of continuous contours of images, defined in a complex-valued form / R.G. Khafizov, S.A. Okhotnikov // Computer Optics. – 2010. – Vol. 34, N 3. – P. 408-416. – (In Russian).
5. **Khafizov, R.G.** The recognition of continuous complex-valued contours of images / R.G. Khafizov, S.A. Okhotnikov // Izvestiya Vuzov. Priborostroenie. – 2012. – Vol. 55, N 5. – P. 3-9. – (In Russian).

MODEL OF THE CONTOUR OF THE IMAGE WITH A RANDOM SHAPE

R.G. Khafizov
Volga State Technological University

Abstract

The approach to the formation of a statistical model of a contour of the image with a random shape is presented. The technique of correction of parameters of linear transformations of realizations of a random contour is offered at formation of its model.

Key words: contour, the shape of the image, a statistical model, linear transformations.

Сведения об авторе

Хафизов Ринат Гафиятуллович, доктор технических наук, профессор кафедры радиотехнических и медико-биологических систем. Область научных интересов: цифровая обработка сигналов, обработка и распознавание изображений. Автор более 120 научных работ, соавтор 3 монографий.

E-mail: *krtmbs@marstu.net* .

Rinat Gafiyatullovich Khafizov, Doctor of Technical Sciences. He is holding a position of professor of Radio Engineering and Biomedical Systems department of Volga State Technological University.

His research interests are currently focused on digital signal processing, data processing and image recognition. Author of more than 120 scientific papers, co-author of 3 monographs.

Поступила в редакцию 7 октября 2013 г.