

АНАЛИЗ ДИФРАКЦИИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА АКСИКОНЕ С ЧИСЛОВОЙ АПЕРТУРОЙ ВЫШЕ ПРЕДЕЛЬНОЙ

Устинов А.В., Хонина С.Н.

Институт систем обработки изображений РАН,
Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет)

Аннотация

В работе выполнен теоретический анализ дифракции плоской волны на аксиконе в зоне затухающих волн. Полученные аналитические оценки качественно согласуются с результатами численного моделирования в рамках скалярной непараксиальной волновой модели.

Ключевые слова: аксикон, предельная числовая апертура, затухающие волны.

Введение

Уже несколько десятков лет аксикон [1] считается классическим оптическим элементом наравне с линзой. Одним из основных его применений является формирование Бесселевых пучков, обладающих бездифракционными свойствами [2]. В этом случае создаётся световой пучок, сохраняющий постоянный поперечный размер на очень большом расстоянии (значительно превышающем расстояние нерасходимости Гауссова пучка). Такие пучки нашли применение во многих областях [3, 4], включая оптическое манипулирование [5–7], оптическую когерентную томографию [8, 9], метрологию [10, 11].

Возможность изготовления микроаксиконов, в том числе их дифракционных аналогов [12], расширила спектр применения аксиконов и позволила занять им важное место в микро- и нанооптике [13–16]. Данная область использования аксиконов требует для их анализа строгой электромагнитной теории [17–20], что приводит к существенным затратам вычислительных ресурсов при моделировании.

При увеличении размеров оптического элемента до нескольких десятков длин волн использование разностных методов расчёта, таких как конечно-разностный метод решения уравнений Максвелла, становится затруднительным в силу их огромной ресурсозатратности. Для быстрого приближённого расчёта можно использовать более простые модели, в частности интегральные операторы распространения [21, 22], а также аналитические оценки [23], которые затем уточняются более строгими методами [24, 25].

В данной работе выполнен теоретический анализ дифракции плоской волны на аксиконе в ближней зоне с учётом затухающих волн. Полученные аналитические оценки качественно согласуются с результатами численного моделирования в рамках скалярной непараксиальной волновой модели.

1. Аксикон в рамках скалярной непараксиальной волновой модели

В работе [26] на основе геометро-оптического анализа хода лучей для рефракционного аксикона, освещённого с плоской стороны, было показано, что числовая апертура аксикона ограничивается условием наступления полного внутреннего отражения.

Отсутствию внутреннего отражения соответствует условие, что синус угла преломления не превосходит единицы, то есть угол при вершине удовлетворяет равенству

$$\alpha_0 \geq \alpha_{ir} = \arccos(1/n), \quad (1)$$

где n – показатель преломления материала аксикона.

Значение числовой апертуры (NA) аксикона определяется углом, под которым лучи, выходящие из аксикона, пересекают оптическую ось:

$$NA = p = \sin \beta. \quad (2)$$

Очевидно, что выходящий из рассматриваемого аксикона луч не может идти под более крутым углом к оптической оси, чем α_{ir} , соответствующим наступлению полного внутреннего отражения (1). В рамках волновой теории действие аксикона описывается через комплексную функцию пропускания:

$$\tau(r) = \exp(-ikpr), \quad (3)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны излучения, падающего на элемент.

Если условие (1) не выполняется, то происходит полное внутреннее отражение и в рамках геометро-оптической теории лучи из аксикона выходят сбоку от элемента [26] и формируют расходящиеся, не пересекающие оптическую ось лучи. Однако из волновой теории известно, что при полном внутреннем отражении часть излучения проникает за границу оптического элемента и образует так называемые затухающие волны. Поэтому формально запишем выражение для параметра аксикона в виде комплексного числа (при отсутствии полного внутреннего отражения оно становится вещественным и меньшим единицы):

$$p = \cos \alpha_0 \left(n \sin \alpha_0 - i\sqrt{n^2 \cos^2 \alpha_0 - 1} \right). \quad (4)$$

Отметим, что при освещении аксикона с острой стороны его параметр всегда будет вещественным, но может превышать единицу [26]:

$$p = n \cos(\alpha_0 + \arcsin(\cos \alpha_0 / n)). \quad (5)$$

Наличие в выражении (4) мнимой части соответствует появлению экспоненциально затухающей амплитудной составляющей в (3). Такое распределение может быть использовано как выходное из аксикона для дальнейшего распространения любыми операторами распространения в свободном пространстве.

Заметим, что геометро-оптическая модель является очень полезной для понимания хода лучей и направления распространения энергии. Однако в этом случае проблематично получить общую картину распределения интенсивности и оценки размера формируемых пучков. В этом случае необходимо применять волновую теорию.

Непараксиальная скалярная модель, основанная на теории Рэлея–Зоммерфельда [27], позволяет получать корректные результаты на очень близких расстояниях (всего несколько длин волн) от апертуры [21, 22]. Интегральное преобразование Рэлея–Зоммерфельда первого типа в декартовых координатах имеет следующий вид:

$$E(u, v, z) = -\frac{z}{2\pi} \iint_{\Sigma_0} E_0(x, y) \frac{\exp(ik\ell)}{\ell^2} \left(ik - \frac{1}{\ell} \right) dx dy, \quad (6)$$

где $E_0(x, y)$ – входное поле, $\ell = \sqrt{(u-x)^2 + (v-y)^2 + z^2}$, Σ_0 – область, в которой задано входное поле.

2. Анализ продольного распределения

При рассмотрении поля на оптической оси ($u=v=0$) выражение (6) значительно упрощается, и в условиях радиальной симметрии можно записать:

$$E(0, 0, z) = -z \int_0^R E_0(r) \frac{\exp(ik\sqrt{r^2+z^2})}{(r^2+z^2)} \times \left(ik - \frac{1}{\sqrt{r^2+z^2}} \right) r dr = E_0(0)e^{ikz} - E_0(R)e^{ik\sqrt{R^2+z^2}} \times \left(ik - \frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}} \right) R + \int_0^R E_0'(r) \frac{e^{ik\sqrt{r^2+z^2}}}{\sqrt{r^2+z^2}} dr. \quad (7)$$

Второе выражение в (7) получено интегрированием по частям, его удобство показано в [28].

Рассмотрим дифракцию плоской волны, ограниченной круговой апертурой радиуса R , на аксиконе (3). Результаты дифракции на аксиконе существенно зависят от того, превышает параметр аксикона предельную числовую апертуру для данной среды или нет. Для свободного пространства NA , соответствующая распространяющимся волнам, должна быть меньше единицы. Для $p \geq 1$ в ближней зоне важную роль играют затухающие волны. Их влияние мы учтём в дальнейшем анализе.

2.1. Числовая апертура меньше предельной ($p < 1$)

В работе [28] было получено следующее выражение для комплексного распределения на оптической оси при использовании пропускающего линейного аксикона ($p < 1$):

$$E(0, 0, z) = \exp(ikz) - \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}} \exp(ik\sqrt{R^2+z^2} - ikpR) - i\sqrt{2kz} p (1-p^2)^{-1/4} \exp(ikz\sqrt{1-p^2}) \int_{t_1}^{t_2} \exp(it^2) dt - ikpz \int_{r_0+\Delta}^R \frac{\exp(ik\sqrt{r^2+z^2} - ikpr)}{\sqrt{r^2+z^2}} dr, \quad (8)$$

где $r_0 = pz / \sqrt{1-p^2}$, $t_1 = -\sqrt{kz/2} p (1-p^2)^{1/4}$,

$$t_2 = \Delta \sqrt{k/(2z)} (1-p^2)^{3/4}, \quad \Delta^2 = \frac{2z^2 (1-\sqrt{1-p^2})}{(1-p^2)^{3/2}}.$$

Последнее слагаемое в (8) соизмеримо с остальными (не считая первого) только при довольно малых z , поэтому в работе [28] его вклад по сравнению с основным членом не рассматривался. В данном исследовании нам необходимо это сделать.

Если z мало, то в интеграле последнего слагаемого выражения (8) показатель экспоненты приближённо представим в виде линейной функции:

$$\int_{r_0+\Delta}^R \frac{\exp(ik\sqrt{r^2+z^2} - ikpr)}{\sqrt{r^2+z^2}} dr \approx \int_{r_0+\Delta}^R \frac{\exp(-ik\beta_1 r)}{\sqrt{r^2+z^2}} dr. \quad (9)$$

Если выполнено одно из неравенств $R > 1,5z$ или $R > 2\pi / (k\beta_1)$, то верхний предел в (9) можно заменить на бесконечный и сделать преобразование:

$$\int_{r_0+\Delta}^R (...) dr \approx \int_0^\infty (...) dr - \int_0^{r_0+\Delta} (...) dr. \quad (10)$$

Интеграл в бесконечных пределах является табличным [29]:

$$\int_0^\infty \frac{\exp(-ik\beta_1 r)}{\sqrt{r^2+z^2}} dr = K_0(k\beta_1 z) - i0,5\pi [I_0(k\beta_1 z) - L_0(k\beta_1 z)], \quad (11)$$

где $K_0(x)$ – функция Макдональда (модифицированная функция Бесселя 3-го рода) нулевого порядка; $I_0(x)$ – модифицированная функция Бесселя 1-го рода нулевого порядка; $L_0(x)$ – модифицированная функция Струве 0-го порядка.

Второй интеграл можно, если ограничиться первым лепестком и заменить косинус и синус линейными приближениями, приближённо оценить в виде:

$$\int_0^{r_0+\Delta} \frac{\exp(-ik\beta_1 r)}{\sqrt{r^2+z^2}} dr \approx \int_0^{\pi/(2k\beta_1)} \frac{\exp(-ik\beta_1 r)}{\sqrt{r^2+z^2}} dr \approx \frac{2}{3} \ln \left(\frac{\pi}{2kz\beta_1} + \sqrt{\left(\frac{\pi}{2kz\beta_1} \right)^2 + 1} \right) - i \frac{2}{\pi} k\beta_1 \left(\sqrt{\left(\frac{\pi}{2k\beta_1} \right)^2 + z^2} - z \right). \quad (12)$$

Таким образом, если z мало, то с учётом функций K_0 ; I_0 ; L_0 (8) можно приближённо записать в следующем виде:

$$E(0, 0, z) \approx 1 - \frac{z}{R} \exp[ikR(1-p)] - ikpz \left(\sqrt{\frac{2}{\sqrt{1-p^2}} - 2 + p} \right) + ikpz \exp(ik\beta_0) \times \left\{ 0,571i + [0,647 + 0,33 \ln(k\beta_1 z)] \right\}. \quad (13)$$

Теоретически при очень малом z слагаемое, содержащее логарифм, должно давать заметный вклад.

Попытаемся найти эту границу. Для этого проведём некоторые упрощения. Если $R \sim \lambda/(3\pi p)$, то в (13) можно опустить второе слагаемое; также учтём, что при $p \rightarrow 1$ третье слагаемое неограниченно растёт, поэтому нас интересуют область небольших p , когда в третьем слагаемом выражение в скобках можно заметить на $2p$. В итоге получим:

$$E(0, 0, z) \approx 1 - 2ikp^2 z + ikpz \exp(ik\beta_0) \times \{0, 571i + [0, 647 + 0, 33 \ln(k\beta_1 z)]\} \quad (14)$$

Анализируя выражение (14), можно сказать с учётом его приближённости, что слагаемое с логарифмом начинает сказываться (но ещё не преобладать) только на довольно малых расстояниях $z < 0,1\lambda$. В то же время поправочное слагаемое (9) при малом z имеет величину, близкую к основному слагаемому. Поясним это на примере. Значение β_1 близко к единице (величина в фигурных скобках также близка к единице по модулю): при $z = e\lambda/(2\pi) \approx 0,43\lambda$ оно равно 1,131, а при $z = \lambda/(2\pi) \approx 0,159\lambda$ – равно 0,863. Получаем, что при $p < 1/2$ поправочное слагаемое больше основного (если основное взять без единицы).

2.2. Числовая апертура больше или равна предельной ($p \geq 1$)

Очевидно, что вычисления при $p \geq 1$ существенно отличаются от описанных ранее, т.к. использование метода стационарной фазы невозможно в силу отсутствия стационарной точки. При использовании классического метода стационарной фазы пришлось бы сказать, что здесь на любом расстоянии z будет тень, хотя и не совсем ноль, т.к. в (7) имеются и внеинтегральные слагаемые. В геометро-оптическом подходе такой аксикон считается не пропускающим излучение.

В силу заметного отличия вида фазовой функции при $p = 1$ и $p > 1$ рассмотрим эти случаи отдельно. Хотя первый случай имеет меру ноль, он является хорошим приближением для ситуаций, когда p близко к единице.

2.2.1. Числовая апертура равна предельной ($p = 1$)

Для $p = 1$ формула (7) принимает следующий вид:

$$E(0, 0, z) = \exp(ikz) - \frac{z \cdot \exp(ik\sqrt{R^2 + z^2} - ikR)}{\sqrt{R^2 + z^2}} - ikz \int_0^R \frac{\exp(ik\sqrt{r^2 + z^2} - ikr)}{\sqrt{r^2 + z^2}} dr. \quad (15)$$

Чтобы вычислить интеграл в (15), удобно разбить отрезок интегрирования на две части и на каждой сделать своё приближение фазовой функции. Деление будем производить в точке максимальной кривизны фазовой функции.

Можно доказать, что поиск точки максимальной кривизны эквивалентен поиску точки графика функции $r - \sqrt{r^2 + z^2}$, ближайшей к началу координат. Квадрат расстояния равен $3r^2 + z^2 - 2r\sqrt{r^2 + z^2}$. Минимум этого выражения достигается при значении r ,

удовлетворяющем уравнению $5r^4 + 5r^2 z^2 - z^4 = 0$, решение которого имеет следующий вид:

$$r_c^2 = \frac{z^2}{2} \left(\frac{3}{\sqrt{5}} - 1 \right) \Rightarrow r_c \approx 0,413z. \quad (16)$$

Если $r_c \geq R$, что выполняется при не очень малых z , то второго отрезка не будет. Для общности обозначим правый край первого отрезка $r_p = \min(r_c, R)$.

На первом отрезке функцию $r - \sqrt{r^2 + z^2}$ приблизим параболой $b_2 r^2 + b_1 r + b_0$. Для нахождения коэффициентов используем коллокацию: приравняем значения функций на обоих концах отрезка и значения производных на левом конце. В результате получим:

$$b_0 = -z; \quad b_1 = 1; \quad b_2 = \left(z - \sqrt{r_p^2 + z^2} \right) / r_p^2. \quad (17)$$

Если второй отрезок есть ($r_p = R$), то $b_2 \approx -0,48/z$. Подставив параболическое приближение в интеграл из (15), получим

$$\begin{aligned} & \int_0^{r_p} \frac{\exp(-ikr + ik\sqrt{r^2 + z^2})}{\sqrt{r^2 + z^2}} dr \approx \\ & \approx \int_0^{r_p} \frac{\exp[-ik(b_2 r^2 + r - z)]}{\sqrt{r^2 + z^2}} dr = \\ & = \exp\left[ik \left(z + \frac{1}{2b_2} \right) \right] \int_0^{r_p} \frac{\exp[-ikb_2(r - r_0)^2]}{\sqrt{r^2 + z^2}} dr, \end{aligned} \quad (18)$$

где $r_0 = -1/(2b_2) = 1,042z$.

Далее возможно применение метода стационарной фазы, и тогда вместо (18):

$$\begin{aligned} & \int_0^{r_p} \frac{\exp(-ikr + ik\sqrt{r^2 + z^2})}{\sqrt{r^2 + z^2}} dr \approx \\ & \approx \frac{\exp\left[ik \left(z + \frac{1}{2b_2} \right) \right]}{\sqrt{-b_2} \sqrt{r^2 + z^2}} \int_{t_1}^{t_2} \exp(it^2) dt, \end{aligned} \quad (19)$$

где $t_1 = -r_0 \sqrt{-b_2}$, $t_2 = (r_{pr} - r_0) \sqrt{-b_2}$.

Искусственно полученная стационарная точка r_0 лежит за пределами отрезка интегрирования, поэтому интеграл (19) будет иметь малую величину.

На втором отрезке, если он есть, функцию $r - \sqrt{r^2 + z^2}$ приблизим дробью $-b_3/(r + b_4)$. Для нахождения коэффициентов можно использовать различные типы коллокации. Если приравнять значения функций на левом конце и асимптотическое поведение при большом r , то получится простое выражение для $b_3 = z^2/2$.

Метод стационарной фазы здесь неприменим, но можно использовать некий его аналог, пользуясь тем, что функция $1/\sqrt{r^2 + z^2}$ на этом участке меняется сравнительно медленно и её можно заменить значением в срединной точке. Тогда:

$$\int_{r_p}^R \frac{\exp\left(\frac{ikb_3}{r+b_4}\right)}{\sqrt{r^2+z^2}} dr \approx \frac{1}{\sqrt{r_s^2+z^2}} \int_{r_p}^R \exp\left(ik\frac{b_3}{r+b_4}\right) dr =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{r_s^2+z^2}} \left\{ \exp\left(\frac{ikb_3}{R+b_4}\right)(R+b_4) - \right.$$

$$\left. - \exp\left(\frac{ikb_3}{r_p+b_4}\right)(r_p+b_4) + ikb_3 \int_{x_1}^{x_2} \frac{e^{ikb_3x}}{x} dx \right\}, \tag{20}$$

где $x_1 = 1/(R+b_4)$, $x_2 = 1/(r_p+b_4)$.

Оставшийся в (20) интеграл тривиально выражается через интегральные синус и косинус.

Исходя из того, что функция $r - \sqrt{r^2+z^2}$ при увеличении r стремится к нулю, что соответствует исчезновению осцилляций, можно сделать вывод, что, увеличивая R , мы будем иметь всё возрастающую амплитуду. К сожалению, приближение в (20) не показывает этого – амплитуда стремится к конечному постоянному значению.

Более грубую оценку можно получить значительно проще, заменяя фазу нулём:

$$\left| \int_{r_p}^R \frac{\exp(ikb_3/(r+b_4))}{\sqrt{r^2+z^2}} dr \right| < \int_{r_p}^R \frac{dr}{\sqrt{r^2+z^2}} =$$

$$= \ln\left(R + \sqrt{R^2+z^2}\right) - \ln\left(r_p + \sqrt{r_p^2+z^2}\right). \tag{21}$$

Оценка (21) будет более точной, если нижний предел заменить на такое значение, которое соответствует началу последнего лепестка, но на зависимость от R это влияния не оказывает. Как видно из (21), рост амплитуды намного слабее, чем в случае параболической линзы в приближении Френеля [30], где он был пропорционален R^2 , но там сама величина R была ограничена в силу требования параксиальности.

2.2.2. Числовая апертура больше предельной $p > 1$

Выражение (7) в этом случае принимает следующий вид:

$$E(0,0,z) = \exp(ikz) - \frac{z \cdot \exp\left(ik\sqrt{R^2+z^2} - ikpR\right)}{\sqrt{R^2+z^2}} -$$

$$- ikpz \cdot \int_0^R \frac{\exp\left(ik\sqrt{r^2+z^2} - ikpr\right)}{\sqrt{r^2+z^2}} dr. \tag{22}$$

Заметим, что фазовая функция $pr - \sqrt{r^2+z^2}$ в интеграле (22) при $p > 1$ имеет совсем иную зависимость, чем было при $p = 1$. После деления отрезка интегрирования на две части можно выполнить аппроксимацию фазовой функции линейными функциями вида $b_1r + b_0$. Деление производится так же, как при $p = 1$: в точке графика функции $pr - \sqrt{r^2+z^2}$, ближайшей к началу координат, хотя визуально она не очень выражена. Как и при $p = 1$, она совпадает с точкой максимальной кривизны.

Найдём эту точку: квадрат расстояния от начала координат равен $(2+p^2)r^2 + z^2 - 2pr\sqrt{r^2+z^2}$. Минимум достигается при значении r , удовлетворяющем уравнению $(4+p^4)r^4 + (4+p^4)r^2z^2 - p^2z^4 = 0$, решение которого имеет следующий вид:

$$r_c^2 = \frac{z^2}{2} \left[\frac{2+p^2}{\sqrt{4+p^4}} - 1 \right]. \tag{23}$$

При увеличении p выражение в квадратных скобках сначала возрастает до $\sqrt{2}-1$ при $p = \sqrt{2}$, а затем асимптотически убывает до нуля.

Так же, как в 1.2.1, обозначим правый край первого отрезка $r_p = \min(r_c, R)$. Подставив в интеграл из (22) приближение фазовой функции, получим:

$$\int_0^{r_p} \frac{\exp\left(ik\sqrt{r^2+z^2} - ikpr\right)}{\sqrt{r^2+z^2}} dr \approx$$

$$\approx \exp(-ikb_0) \int_0^{r_p} \frac{\exp(-ikb_1r)}{\sqrt{r^2+z^2}} dr. \tag{24}$$

Если r_p хотя бы в 2-3 раза превышает $\pi/(kb_1)$, то верхний предел можно заменить бесконечным, что позволит использовать справочные выражения. Учитывая, что величина b_1 близка к p (обычно немного меньше), и используя (23), при среднем коэффициенте 2,5 получим, что замена возможна, если

$$z > \frac{2,5\sqrt{2}}{2p\sqrt{(2+p^2)/\sqrt{4+p^4}-1}} \cdot \lambda.$$

В частном случае при $p = 1,2$ имеем $z > 2,34\lambda$, а при увеличении p в пределе получим $z > 1,25\lambda$. Разделив вещественную и мнимую части, после использования табличных формул [29], получим ответ:

$$\int_0^{\infty} \frac{\exp(-ikb_1r)}{\sqrt{r^2+z^2}} dr =$$

$$= K_0(kb_1z) - i\frac{\pi}{2} [I_0(kb_1z) - L_0(kb_1z)]. \tag{25}$$

Вычисление интеграла по второму отрезку можно выполнить аналогично (заменить предел на бесконечный и вычесть интеграл по первому отрезку от функции для второго отрезка) только при достаточно большом радиусе R . Это значение заметно больше, чем требуется для замены верхнего предела на бесконечный. Дело в том, что первый отрезок не вмещает приблизительно целое число периодов с параметрами второго отрезка. Поэтому в левой части формулы, аналогичной (25), под корнем будет не r^2 , а $(r-r_{sd})^2$, а такой формулы нет в справочнике. При большом же радиусе этот эффект можно игнорировать.

Полученные формулы показывают, что при больших z амплитуда убывает экспоненциально, и это не противоречит априорно известному убыванию амплитуды как z^{-1} , так как такое убывание обеспечивают первые два слагаемых в (8).

Если применить формулу (25) невозможно, то всё же есть способ вычислить интеграл, фигурирующий в (22). Он требует больше вычислений, чем обычно требуют приближённо-аналитические методы; но при небольших z и R проигрыш невелик. Его отличие в том, что фазовая функция в (22) на начальном шаге сохраняется в исходном виде без аппроксимации. Опишем этот способ.

Шаг 1.

Преобразуем экспоненту в (22) следующим образом:

$$\begin{aligned} \exp\left(ik\sqrt{r^2+z^2}-ikpr\right) &= \\ &= e^{ikz} \exp\left(-ik\left[pr+z-\sqrt{r^2+z^2}\right]\right) = \\ &= e^{ikz} (\cos(kf_2(r))-i\sin(kf_2(r))). \end{aligned} \tag{26}$$

Такое представление удобно тем, что даёт одинаковую фазу $f_2(r=0)=0$ независимо от z , и тем, что является такой же фазовой множитель e^{ikz} , как у первого слагаемого в (22); второе удобство проявится ниже. После этого находим границы лепестков (нули) у косинуса и синуса.

Нули косинуса:

$$\begin{aligned} r_m^c &= \frac{\sqrt{(p^2-1)z^2+z_m^2}-pz_m}{p^2-1}; \\ z_m &= z-\pi(m+0,5)/k; \quad m=0,1,2,\dots \end{aligned} \tag{27}$$

Нули синуса r_m^s вычисляются по той же формуле, но меняется $z_m = z - \pi m / k; \quad m=1,2,\dots$

Если подставить значения z_m и обозначить $z = \beta\lambda$, то получим «безразмерные» границы лепестков:

$$\begin{aligned} \frac{r_m^c}{\lambda} &= \\ &= \frac{\sqrt{p^2\beta^2-\beta(m+0,5)+\frac{(m+0,5)^2}{4}}-p\beta+0,5p(m+0,5)}{p^2-1}, \tag{28} \\ \frac{r_m^s}{\lambda} &= \frac{\sqrt{p^2\beta^2-\beta m+m^2/4}-p\beta+0,5pm}{p^2-1}. \end{aligned}$$

Шаг 2.

После того как границы лепестков найдены, первый лепесток аппроксимируется параболой. А именно: первый лепесток *косинуса* (от 0 до r_0^c , строго говоря, это полулепесток) приближаем кривой $1-(r/r_0^c)^2$. При малом z первый лепесток *синуса* (от 0 до r_1^s) заметно несимметричен относительно максимума, поэтому левая и правая половины лепестка аппроксимируются отдельно: левый кривой $1-((r-r_0^c)/r_0^c)^2$, а правый кривой $1-((r-r_0^c)/(r_1^s-r_0^c))^2$. При не очень малом z первый лепесток *синуса* становится примерно симметричен, поэтому его можно приблизить единой кривой $1-((r-0,5r_1^s)/0,5r_1^s)^2$. Остальные лепестки приближаются лепестками обычной симмет-

ричной синусоиды. Поэтому площадь всех лепестков, кроме первого, приближённо вычисляется следующим образом:

$$\begin{aligned} S_n &= (-1)^{n-1} \int_{r_{n-1}}^{r_n} \frac{\cos(\pi r / (r_n - r_{n-1}))}{\sqrt{r^2+z^2}} dr \approx \\ &\approx \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{((r_{n-1}+r_n)/2)^2+z^2}} \int_{r_{n-1}}^{r_n} \cos(\pi r / (r_n - r_{n-1})) dr = \tag{29} \\ &= \frac{2(-1)^{n-1}}{\sqrt{((r_{n-1}+r_n)/2)^2+z^2}} \cdot \frac{r_n - r_{n-1}}{\pi}. \end{aligned}$$

Если последний лепесток не является приближённо полным, то в данном выражении множитель 2 заменится на $1-\cos\theta$, где угол θ получаем из пропорции: $r_n - r_{n-1}$ соответствуют 180 градусам, а $R - r_{n-1}$ соответствуют θ . Если z мало, то можно положить $z = 0$.

Шаг 3.

При вычислении площади первого лепестка знаменатель сохраняется в исходном виде и используются формулы для интегралов

$$\begin{aligned} \int \frac{dr}{\sqrt{r^2+z^2}}, \quad \int \frac{r dr}{\sqrt{r^2+z^2}}, \\ \int \frac{r^2 dr}{\sqrt{r^2+z^2}} = \frac{1}{2} r\sqrt{r^2+z^2} - \frac{z^2}{2} \ln\left(r+\sqrt{r^2+z^2}\right). \end{aligned}$$

Если z мало, то можно использовать следующие приближения. Первый лепесток косинуса имеет площадь $\ln(2r_0^c/z)-0,5$, левая половина лепестка синуса имеет площадь $1,5-(2z/r_0^c)$.

3. Анализ поперечного распределения

В данном разделе рассмотрим поперечное распределение комплексной амплитуды. Для этого переищем (6) в полярных координатах:

$$\begin{aligned} E(\rho, \theta, z) &= \\ &= -\frac{z}{2\pi} \iint_{\Sigma_1} E_0(r \cos \varphi, r \sin \varphi) \frac{\exp(ik\ell)}{\ell^2} \left(ik - \frac{1}{\ell}\right) r dr d\varphi, \tag{30} \end{aligned}$$

где $\ell^2 = \rho^2 + r^2 + z^2 - 2pr \cos(\varphi - \theta)$. Пусть входное поле радиально-симметрично, тогда полярный угол в подынтегральном выражении будет только под знаком косинуса; поэтому интеграл по полному периоду не зависит от сдвига угла θ . То есть выходное поле будет тоже радиально-симметрично и при вычислениях можно положить $\theta = 0$:

$$E(\rho, z) = -\frac{z}{2\pi} \int_0^\infty E_0(r) r dr \int_0^{2\pi} \frac{\exp(ik\ell)}{\ell^2} \left(ik - \frac{1}{\ell}\right) d\varphi. \tag{31}$$

Ограничимся распределением *вблизи* оптической оси, что позволит сделать упрощения: в выражении для ℓ положим $\rho = 0$, кроме показателя экспоненты, где разложим ℓ по степеням ρ , ограничившись двумя слагаемыми ($\ell \approx \sqrt{r^2+z^2} - \rho r \cos \varphi / \sqrt{r^2+z^2}$). В

этом случае интегрирование по полярному углу производится аналитически, а конечный результат будет следующим:

$$E(\rho, z) = -z \int_0^\infty E_0(r) \left(ik - \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right) \frac{r}{r^2 + z^2} \times \exp\left(ik\sqrt{r^2 + z^2} \right) J_0\left(\frac{kpr}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right) dr. \tag{32}$$

Для получения хотя бы начального приближения используем классический метод стационарной фазы. Тогда зависимость от поперечной координаты будет только в функции Бесселя, что позволит легко найти радиусы нескольких первых колец.

В случае аксикона $E_0(r) = \exp(-ikpr)$, ограничиваясь случаем апертуры меньше предельной, находим стационарную точку $r_s = pz / \sqrt{1 - p^2}$.

В результате получаем, что $E(\rho, z) \sim J_0(kpr)$, т.е. получаем пучок Бесселя, масштаб которого зависит от числовой апертуры.

4. Численный расчёт на основе интеграла Рэлея–Зоммерфельда

В данном разделе приведены результаты моделирования дифракции ограниченной плоской волны на аксиконе (3) с помощью численного интегрирования по формуле (6). Параметры расчёта: длина волны $\lambda = 0,532$ мкм, радиус ограничивающей апертуры $R = 2,5$ мкм.

На рис. 1 показано распределение интенсивности вдоль оптической оси для аксиконов с различными числовыми апертурами.

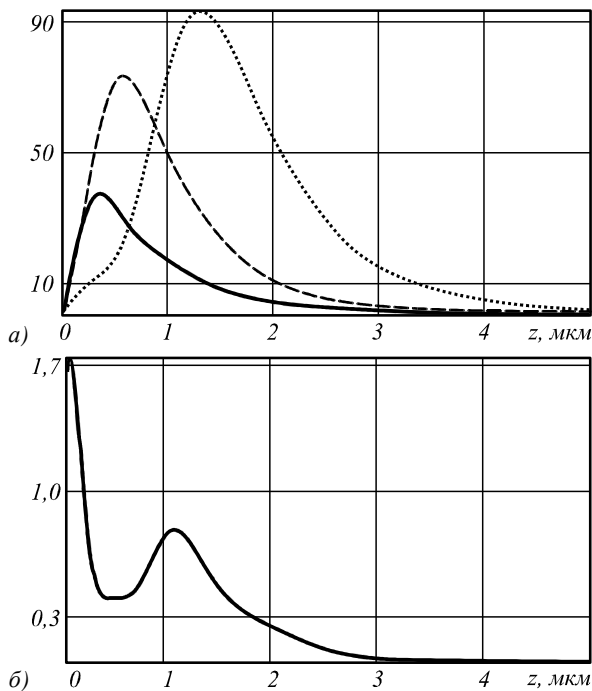


Рис. 1. Осевое распределение интенсивности для аксиконов с числовыми апертурами $NA=0,7$ (точечная линия), $NA=0,9$ (пунктирная линия), $NA=1$ (сплошная линия) (а) и $NA=1,2$ (б)

Как видно из рис. 1а, с увеличением числовой апертуры до предельной $NA = 1$ происходит постепенное уменьшение концентрации энергии на оптической оси. Это значит, что энергия уходит во внеосевую область. В случае, когда числовая апертура становится больше предельной ($NA = 1,2$) (рис. 1б), энергия практически перестаёт проходить через оптический элемент, однако явно становится заметным вклад затухающих волн на расстоянии менее длины волны.

Вид графика на рис. 1б можно, по крайней мере качественно, объяснить при помощи рассуждений из конца предшествующего пункта. Если в формуле (22) опустить второе слагаемое, подставить выражение интеграла через площади лепестков, положить $p = 1,2$ и $z = \beta\lambda$, то без учёта фазового множителя e^{ikz} получим выражение:

$$E_1(0, 0, z) \approx 1 - i \cdot 7,54\beta(S_{\cos} - iS_{\sin}) = (1 - 7,54\beta S_{\sin}) - i \cdot 7,54\beta S_{\cos}. \tag{33}$$

Производя вычисление площадей лепестков, как указано выше, можно найти местоположение всех экстремумов. Даже не делая слишком частый перебор значений β , можно обнаружить экстремумы, хотя и не так точно, как при прямом вычислении по квадратным формулам. Но в отличие от квадратур, можно произвести доказательство наличия экстремумов.

При очень малом β первый лепесток превалирует над всеми остальными, причём его площадь с ростом β убывает (это очевидно геометрически и следует из приближений для площади первых лепестков). Мы получаем произведение β на убывающую функцию, что означает наличие максимума. Вычисляя площади всех лепестков, получим значение максимума 1,758, которое соответствует $z = 0,12\lambda$. Рассчитанное на основе численного интегрирования значение получилось 0,24 λ , что в 2 раза больше приведённой оценки.

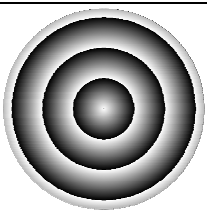
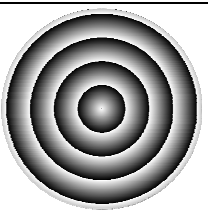
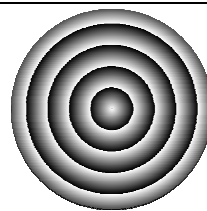
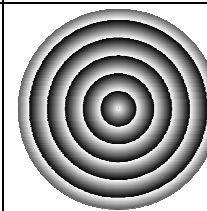
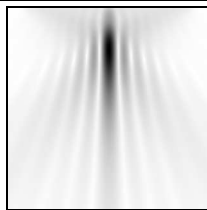
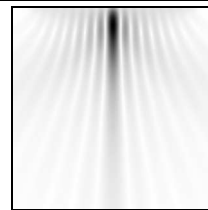
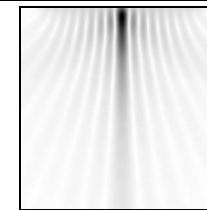
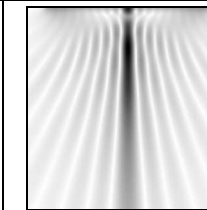
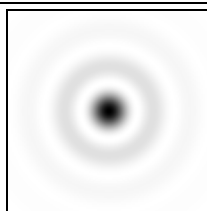
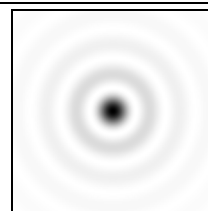
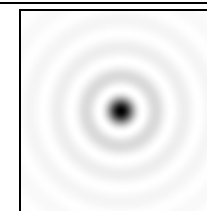
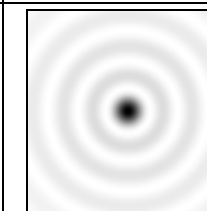
С увеличением β площади всех лепестков, очевидно, убывают, но убывание тем быстрее, чем меньше номер лепестка. Поэтому настанут моменты, когда площади обратятся в нуль. Нуль площади косинусов даёт нуль мнимой части амплитуды, нуль вещественной части будет немного раньше, чем обратится в нуль площадь синусов (см. формулу (33)). В этой области получится минимум. Он получается в области $0,35\lambda \leq z \leq 0,39\lambda$. Далее площади становятся отрицательными, но их модуль на некотором участке будет расти, поэтому начнёт расти и амплитуда.

В то же время из (25) и наглядных соображений следует, что при больших z амплитуда монотонно убывает к нулю, поэтому неизбежно должен быть и второй максимум. Отметим, что в области применимости (25) опускать второе слагаемое в (22) нужно с осторожностью.

Таким образом, методика, предложенная в разделе 2 для аксикона с числовой апертурой выше предельной, позволяет качественно предсказывать поведение интенсивности вдоль оптической оси.

Структура внеосевого распределения показана в табл. 1.

Таблица 1. Результаты моделирования дифракции ограниченной плоской волны на аксиконе (3) с помощью интеграла Рэлея–Зоммерфельда (6)

	$p=0,7$	$p=0,9$	$p=1$	$p=1,2$
Вид фазы аксикона (3)				
Распределение амплитуды в продольной плоскости $z \in [0,1 \text{ мкм}, 5 \text{ мкм}]$, $x \in [-3 \text{ мкм}, 3 \text{ мкм}]$				
Распределение интенсивности в поперечной плоскости с максимальной интенсивностью $x, y \in [-1 \text{ мкм}, 1 \text{ мкм}]$	 $z = 1,3 \text{ мкм}$ $\text{FWHM} = 0,26 \text{ мкм}$ $\rho_0 = 0,27 \text{ мкм}$	 $z = 0,6 \text{ мкм}$ $\text{FWHM} = 0,21 \text{ мкм}$ $\rho_0 = 0,22 \text{ мкм}$	 $z = 0,37 \text{ мкм}$ $\text{FWHM} = 0,2 \text{ мкм}$ $\rho_0 = 0,21 \text{ мкм}$	 $z = 1,1 \text{ мкм}$ $\text{FWHM} = 0,21 \text{ мкм}$ $\rho_0 = 0,22 \text{ мкм}$

Также в табл. 1 показаны распределения интенсивности в поперечной плоскости с максимальной интенсивностью и приведены полученные численно размеры центрального пятна. Видно, что с увеличением числовой апертуры размер центрального светового пятна уменьшается, вплоть до достижения предельного значения $\text{FWHM} = 0,2 \text{ мкм} = 0,37\lambda$.

Оценки, полученные в разделе 3, предсказывают радиус центрального пятна $\rho_0 = \frac{2,4}{kp} = \frac{0,203}{p} \text{ мкм}$, что

согласуется с результатами численных расчётов вплоть до $p=1$. При $p > 1$ полученные теоретические оценки следует применять с осторожностью, т.к. при их выводе предполагалось $p < 1$ (см. конец пункта 3).

Дальнейшее увеличение числовой апертуры не приводит к уменьшению размера светового пятна. Аналогичный результат был получен в работе [26].

Заметим, что использование скалярной волновой модели в ближней зоне дифракции правомерно только для одной из поперечных компонент электрического поля. Причём с увеличением числовой апертуры роль продольной компоненты электрического поля становится очень важной, её вклад может превышать вклад поперечных компонент [31], хотя для однородно-поляризованного излучения, не имеющего фазовой сингулярности, энергия продольной компоненты электрического поля концентрируется вне оптической оси.

Известны ситуации [32–34], когда вещество или устройство является чувствительным только к поперечным или продольной компонентам электрического

поля. Таким образом, полученные аналитические оценки становятся актуальны не только для расчёта отдельных компонент, но и картины в целом.

Заключение

В работе выполнен теоретический анализ дифракции плоской волны на аксиконе в зоне затухающих волн.

Для распределения комплексной амплитуды вдоль оптической оси получены аналитические оценки для высоких значений числовой апертуры, в том числе превышающих предельное.

При числовой апертуре меньше предельной использован модифицированный метод стационарной фазы с поправками, которые существенны только в ближней зоне дифракции. Поправки выражены аналитически через модифицированные функции Бесселя.

При числовой апертуре, равной предельной или больше неё, использование метода стационарной фазы невозможно. Для анализа в этом случае использована аппроксимация подынтегральной функции, обеспечивающая сохранение точных нулей вещественной и мнимой частей. Такая модель позволяет качественно предсказывать поведение интенсивности вдоль оптической оси.

Оценки, полученные для поперечного распределения, хорошо согласуются с результатами численных расчётов вплоть до предельной числовой апертуры.

Дальнейшее увеличение числовой апертуры не приводит к уменьшению размера светового пятна.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 13-07-97004-р_поволжье_а.

Литература

1. **McLeod, J.H.** The axicon: a new type of optical element / J.H. McLeod // *Journal of the Optical Society of America*. – 1954. – V. 44. – P. 592-597.
2. **Durnin, J.** Diffraction-free beams / J. Durnin, J.J. Miceli, Jr. and J.H. Eberly // *Physical Review Letters*. – 1987. – V. 58. – P. 1499-1501.
3. **McGloin, D.** Bessel beams: diffraction in a new light / D. McGloin and K. Dholakia // *Contemporary Physics*. – 2005. – V. 46(1). – P. 15-28.
4. **Jaroszewicz, Z.** Axicon – the most important optical element / Z. Jaroszewicz, A. Burvall, A.T. Friberg // *Optics & Photonics News*, April 2005.
5. **Arlt, J.** Optical micromanipulation using a Bessel light beam / J. Arlt, V. Garcés-Chavez, W. Sibbett and K. Dholakia // *Optics Communications*. – 2001. – V. 197. – P. 239-245.
6. **Garcés-Chavez, V.** Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam / V. Garcés-Chavez, D. McGloin, H. Melville, W. Sibbett and K. Dholakia // *Nature*. – 2002. – V. 419. – P. 145-147.
7. **Сойфер, В.А.** Оптическое манипулирование микрообъектами: достижения и новые возможности, порожденные дифракционной оптикой / В.А. Сойфер, В.В. Котляр, С.Н. Хонина // *Физика элементарных частиц и атомного ядра*. – 2004. – Т. 35(6). – P. 1368-1432.
8. **Ding, Z.** High-resolution optical coherence tomography over a large depth range with an axicon lens / Z. Ding, H. Ren, Y. Zhao, J.S. Nelson and Z. Chen // *Optics Letters*. – 2002. – V. 27. – P. 243-245.
9. **Lee, K.** Bessel beam spectral-domain high-resolution optical coherence tomography with micro-optic axicon providing extended focusing range / K. Lee and J. Rolland // *Optics Letters*. – 2008. – V. 33. – P. 1696-1698.
10. **Котляр, В.В.** Бесконтактное прецизионное измерение линейных смещений с использованием ДОЭ, формирующих моды Бесселя / В.В. Котляр, Р.В. Скиданов, С.Н. Хонина // *Компьютерная оптика*. – 2001. – № 21. – С. 102-104.
11. **Fortin, M.** Optical tests with Bessel beam interferometry / M. Fortin, M. Piché and E.F. Borra // *Optics Express*. – 2004. – V. 2, issue 24. – P. 5887-5895.
12. **Turunen, J.** Holographic generation of diffraction-free beams / J. Turunen, A. Vasara and A.T. Friberg // *Applied Optics*. – 1988. – V. 27. – P. 3959-3962.
13. **Arlt, J.** Optical dipole traps and atomic waveguides based on Bessel light beams / J. Arlt [et al.] // *Physical Review*. – 2001. – V. 63. – P. 063602.
14. **Cizmar, T.** An optical nanotrap array movable over a millimetre range / T. Cizmar, M. Siler, P. Zemanek // *Applied Physics B*. – 2006. – V. 84. – P. 197-203.
15. **Khonina, S.N.** Narrowing of a light spot at diffraction of linearly-polarized beam on binary asymmetric axicons / S.N. Khonina, D.V. Nesterenko, A.A. Morozov, R.V. Skidanov, V.A. Soifer // *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)*. – 2012. – V. 21(1). – P. 17-26.
16. **Khonina, S.N.** Experimental demonstration of the generation of the longitudinal E-field component on the optical axis with high-numerical-aperture binary axicons illuminated by linearly and circularly polarized beams / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov, D.A. Savelyev, J. Laukkanen, J. Turunen // *Journal of Optics*. – 2013. – V. 15. – P. 085704 (9 p).
17. **Vahimaa, P.** Electromagnetic analysis of nonparaxial Bessel beams generated by diffractive axicons / Pasi Vahimaa, Ville Kettunen, Markku Kuittinen, Jari Turunen and Ari T. Friberg // *Journal of the Optical Society of America A*. – 1997. – V. 14(8). – P. 1817-1824.
18. **Zhang, Y.** Vector propagation of radially polarized Gaussian beams diffracted by an axicon / Y. Zhang, L. Wang, C. Zheng // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2005. – V. 22(11). – P. 2542-2546.
19. **Котляр, В.В.** Моделирование острой фокусировки радиально-поляризованной лазерной моды с помощью конического и бинарного микроаксиконов / В.В. Котляр, С.С. Стафеев // *Компьютерная оптика*. – 2009. – Т. 33, № 1. – С. 52-60.
20. **Хонина, С.Н.** Дифракция на бинарных микроаксиконах в ближней зоне / С.Н. Хонина, Д.А. Савельев, П.Г. Серафимович, И.А. Пустовой // *Оптический журнал*. – 2012. – Т. 79, № 10. – С. 22-29.
21. **Totzeck, M.** Validity of the scalar Kirchhoff and Rayleigh-Sommerfeld diffraction theories in the near field of small phase objects // *Journal of the Optical Society of America A*. – 1991. – V. 8(1). – P. 27-32.
22. **Tsoy, V.I.** The use of Kirchhoff approach for the calculation of the near field amplitudes of electromagnetic field / V.I. Tsoy, L.A. Melnikov // *Optics Communications*. – 2005. – V. 256. – P. 1-9.
23. **Устинов, А.В.** Обобщенная линза: анализ осевого и поперечного распределения / А.В. Устинов, С.Н. Хонина // *Компьютерная оптика*. – 2013. – Т. 37, № 3. – С. 307-315.
24. **Хонина, С.Н.** Распространение радиально-ограниченных вихревых пучков в ближней зоне. Часть I. Алгоритмы расчёта / С.Н. Хонина, А.В. Устинов, А.А. Ковалёв, С.Г. Волоотовский // *Компьютерная оптика*. – 2010. – Т. 34, № 3. – С. 317-332.
25. **Хонина, С.Н.** Дифракция на бинарных микроаксиконах в ближней зоне / С.Н. Хонина, Д.А. Савельев, П.Г. Серафимович, И.А. Пустовой // *Оптический журнал*. – 2012. – Т. 79, № 10. – С. 22-29.
26. **Устинов, А.В.** Расчёт комплексной функции пропускания рефракционных аксиконов / А.В. Устинов, С.Н. Хонина // *Компьютерная оптика*. – 2011. – Т. 35, № 4. – С. 480-490.
27. **Born, M.** Principles of Optics / M. Born, E. Wolf – 6th ed. – Oxford: Pergamon, 1980. – Chap. 8.3.
28. **Устинов, А.В.** Анализ дифракции плоского пучка на рассеивающем фраксиконе в непараксиальном режиме / А.В. Устинов, С.Н. Хонина // *Компьютерная оптика*. – 2014. – Т. 38, № 1. – С. 42-50.
29. **Диткин, В.А.** Интегральные преобразования и операционное исчисление / В.А. Диткин, А.П. Прудников. – М.: Физматлит, 1961. – Главы VII, VIII.
30. **Устинов, А.В.** Сравнительный анализ параболической линзы и аксикона в моделях геометрической и скалярной параксиальной оптики / А.В. Устинов, А.В. Карсаков, С.Н. Хонина // *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)*. – 2012. – № 4(35). – С. 230-239.
31. **Khonina, S.N.** Controlling the contribution of the electric field components to the focus of a high-aperture lens using binary phase structures / S.N. Khonina, S.G. Volotovskiy // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2010. – V. 27(10). – P. 2188-2197.
32. **Huse, N.** Z-polarized confocal microscopy / N. Huse, A. Schonle, and S. W. Hell // *Journal of Biomedical Optics*. – 2001. – V. 6. – P. 273-276.
33. **Grosjean, T.** Photopolymers as vectorial sensors of the electric field / T. Grosjean and D. Courjon // *Opt. Express*. – 2006. – V. 14. – P. 2203-2210.
34. **Dedecker, P.** Orientational effects in the excitation and de-excitation of single molecules interacting with donut-mode

laser beams / P. Dedecker, B. Muls, J. Hofkens, J. Enderlein, and J.-I. Hotta // *Optics Express* – 2007. – V. 15. – P. 3372–3383.

References

1. **McLeod, J.H.** The axicon: a new type of optical element / J.H. McLeod // *Journal of the Optical Society of America*. – 1954. – V. 44. – P. 592-597.
2. **Durnin, J.** Diffraction-free beams / J. Durnin, J.J. Miceli, Jr. and J.H. Eberly // *Physical Review Letters*. – 1987. – V. 58. – P. 1499-1501.
3. **McGloin, D.** Bessel beams: diffraction in a new light / D. McGloin and K. Dholakia // *Contemporary Physics*. – 2005. – V. 46(1). – P. 15-28.
4. **Jaroszewicz, Z.** Axicon – the most important optical element / Z. Jaroszewicz, A. Burvall, A.T. Friberg // *Optics & Photonics News*, April 2005.
5. **Arlt, J.** Optical micromanipulation using a Bessel light beam / J. Arlt, V. Garcés-Chavez, W. Sibbett and K. Dholakia // *Optics Communications*. – 2001. – V. 197. – P. 239-245.
6. **Garcés-Chavez, V.** Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam / V. Garcés-Chavez, D. McGloin, H. Melville, W. Sibbett and K. Dholakia // *Nature*. – 2002. – V. 419. – P. 145-147.
7. **Soifer, V.A.** Optical microparticle manipulation: advances and new possibilities created by diffractive optics / V.A. Soifer, V.V. Kotlyar, S.N. Khonina // *Physics of Particles and Nuclei*. – 2004. – Vol. 35 (6), P. 733–766.
8. **Ding, Z.** High-resolution optical coherence tomography over a large depth range with an axicon lens / Z. Ding, H. Ren, Y. Zhao, J.S. Nelson and Z. Chen // *Optics Letters*. – 2002. – V. 27. – P. 243-245.
9. **Lee, K.** Bessel beam spectral-domain high-resolution optical coherence tomography with micro-optic axicon providing extended focusing range / K. Lee and J. Rolland // *Optics Letters*. – 2008. – V. 33. – P. 1696-1698.
10. **Kotlyar, V.V.** Contactless precision measurement of a linear displacement using DOEs forming Bessel beams / V.V. Kotlyar, R.V. Skidanov and S.N. Khonina // *Computer Optics*. – 2001. – V. 21. – P. 102-104. – (In Russian).
11. **Fortin, M.** Optical tests with Bessel beam interferometry / M. Fortin, M. Piché and E.F. Borra // *Optics Express*. – 2004. – V. 2, Issue 24. – P. 5887-5895.
12. **Turunen, J.** Holographic generation of diffraction-free beams / J. Turunen, A. Vasara and A.T. Friberg // *Applied Optics*. – 1988. – V. 27. – P. 3959-3962.
13. **Arlt, J.** Optical dipole traps and atomic waveguides based on Bessel light beams / J. Arlt [et al.] // *Physical Review*. – 2001. – V. 63. – P. 063602.
14. **Cizmar, T.** An optical nanotrap array movable over a millimetre range / T. Cizmar, M. Siler, P. Zemanek // *Applied Physics B*. – 2006. – V. 84. – P. 197-203.
15. **Khonina, S.N.** Narrowing of a light spot at diffraction of linearly-polarized beam on binary asymmetric axicons / S.N. Khonina, D.V. Nesterenko, A.A. Morozov, R.V. Skidanov, V.A. Soifer // *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)*. – 2012. – V. 21(1). – P. 17-26.
16. **Khonina, S.N.** Experimental demonstration of the generation of the longitudinal E-field component on the optical axis with high-numerical-aperture binary axicons illuminated by linearly and circularly polarized beams / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov, D.A. Savelyev, J. Laukkanen, J. Turunen // *Journal of Optics*. – 2013. – V. 15. – P. 085704 (9 p).
17. **Vahimaa, P.** Electromagnetic analysis of nonparaxial Bessel beams generated by diffractive axicons / Pasi Vahimaa, Ville Kettunen, Markku Kuittinen, Jari Turunen and Ari T. Friberg // *Journal of the Optical Society of America A*. – 1997. – V. 14(8). – P. 1817-1824.
18. **Zhang, Y.** Vector propagation of radially polarized Gaussian beams diffracted by an axicon / Y. Zhang, L. Wang, C. Zheng // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2005. – V. 22(11). – P. 2542-2546.
19. **Kotlyar, V.V.** Modeling sharp focus radially-polarized laser mode with conical and binary microaxicons / V.V. Kotlyar, S.S. Stafeev // *Computer Optics*. – 2009. – V. 33(1). – P. 52-60. – (In Russian).
20. **Khonina, S.N.** Diffraction at binary microaxicons in the near field / S.N. Khonina, P.G. Serafimovich, D.A. Savelyev, I.A. Pustovoi // *Journal of Optical Technology*. – 2012. – V. 79(10). – P. 626-631.
21. **Totzeck, M.** Validity of the scalar Kirchhoff and Rayleigh-Sommerfeld diffraction theories in the near field of small phase objects // *Journal of the Optical Society of America A*. – 1991. – V. 8(1). – P. 27-32.
22. **Tsoy, V.I.** The use of Kirchhoff approach for the calculation of the near field amplitudes of electromagnetic field / V.I. Tsoy, L.A. Melnikov // *Optics Communications*. – 2005. – V. 256. – P. 1-9.
23. **Ustinov, A.V.** Generalized lens: Calculation of distribution on the optical axis / A.V. Ustinov, S.N. Khonina // *Computer Optics*. – 2013. – V. 37(3). – P. 307-315.
24. **Khonina, S.N.** Propagation of the radially-limited vortical beam in a near zone. Part I. Calculation algorithms / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, A.A. Kovalev, S.G. Volotovskiy // *Computer Optics*. – 2010. – V. 34, No. 3. – P. 317-332. – (In Russian).
25. **Khonina, S.N.** Diffraction at binary microaxicons in the near field / S.N. Khonina, P.G. Serafimovich, D.A. Savelyev, I.A. Pustovoi // *Journal of Optical Technology*. – 2012. – T. 79, № 10. – P. 626-631.
26. **Ustinov, A.V.** Calculating the complex transmission function of refractive axicons / A.V. Ustinov and S.N. Khonina // *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)*. – 2012. – V. 21(3). – P. 133-144.
27. **Born, M.** Principles of Optics / M. Born, E. Wolf – 6th ed. – Oxford: Pergamon, 1980. – Chap. 8.3.
28. **Ustinov, A.V.** Analysis of flat beam diffraction by divergent fraxicon in nonparaxial mode / A.V. Ustinov, S.N. Khonina, // *Computer Optics*. – 2014. – V. 38(1). – P. 42-50.
29. **Ditkin, V.A.** Integral transforms and operational calculus / V.A. Ditkin and A.P. Prudnikov. – Moscow: "Fizmatlit" Publisher, 1961. – Charters VII, VIII. – (In Russian).
30. **Ustinov, A.V.** Comparative analysis of parabolic lens and axicon in geometric and scalar paraxial optical models / A.V. Ustinov, A.V. Karsakov, S.N. Khonina // *Bulletin SSAU*. – 2012. – № 4(35). – C. 230-239.
31. **Khonina, S.N.** Controlling the contribution of the electric field components to the focus of a high-aperture lens using binary phase structures / S.N. Khonina, S.G. Volotovskiy // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2010. – V. 27(10). – P. 2188-2197.
32. **Huse, N.** Z-polarized confocal microscopy / N. Huse, A. Schonle, S.W. Hell // *Journal of Biomedical Optics*. – 2001. – V. 6. – P. 273–276.
33. **Grosjean, T.** Photopolymers as vectorial sensors of the electric field / T. Grosjean and D. Courjon // *Optics Express*. – 2006. – V. 14. – P. 2203–2210.
34. **Dedecker, P.** Orientational effects in the excitation and de-excitation of single molecules interacting with donut-mode laser beams / P. Dedecker, B. Muls, J. Hofkens, J. Enderlein, and J.-I. Hotta // *Optics Express* – 2007. – V. 15. – P. 3372–3383.

**ANALYSIS OF LASER BEAM DIFFRACTION BY AXICON
WITH THE NUMERICAL APERTURE ABOVE LIMITING***A.V. Ustinov, S.N. Khonina**Image Processing Systems Institute, Russian Academy of Sciences,
Samara State Aerospace University***Abstract**

The theoretical analysis of plane wave diffraction by axicon in the zone of evanescent waves is executed. The received analytical estimations are qualitatively in accordance with results of numerical calculations in nonparaxial scalar wave model.

Key words: axicon, limiting numerical aperture, evanescent waves.

Сведения об авторах

Устинов Андрей Владимирович, 1968 года рождения, в 1991 году окончил Куйбышевский авиационный институт имени академика С.П. Королёва (КуАИ) по специальности «Прикладная математика», работает ведущим программистом в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте систем обработки изображений РАН; является аспирантом Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: дифракционная оптика, разработка программ моделирования работы оптических элементов; обработка изображений, в частности, гидродинамических процессов и биомедицинских.

E-mail: *andr@smr.ru*.

Andrey Vladimirovich Ustinov, (b. 1968) graduated from Kuibyshev Aviation Institute named after academician S.P. Korolyov (KuAI), majoring in Applied Mathematics, works as the leading programmer in the Image Processing Systems Institute of the RAS; postgraduate student of Samara State Aerospace University named after S.P. Korolyov. Research interests: diffractive optics, software design for modeling of optical elements operating; images processing, particularly images of hydrodynamic processes and biomedical images.

Сведения об авторе Хонина Светлана Николаевна – см. стр. 180 этого номера.

Поступила в редакцию 31 марта 2014 г.