

РЕЗОНАНСНАЯ ФОКУСИРОВКА ЛАЗЕРНОГО СВЕТА ОДНОРОДНЫМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ МИКРОЦИЛИНДРОМ

Козлов Д.А., Котляр В.В.

Институт систем обработки изображений РАН,

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет) (СГАУ)

Аннотация

В работе численно показано, что из аналитического решения задачи дифракции монохроматического непараксиального Гауссова пучка с ТЕ-поляризацией на однородном диэлектрическом (полиэстер) цилиндре при радиусах цилиндра, сравнимых с длиной волны света, можно получить фокусное пятно вне цилиндра, размер которого в 2 раза меньше дифракционного предела. Хотя радиус диэлектрического цилиндра больше длины волны всего в два раза, интенсивность в фокусе в 48 раз больше максимальной интенсивности падающего Гауссова пучка. Если всего на 2 % изменить радиус цилиндра от резонансного (для данной длины волны), то фокус увеличится в 1,5 раза, а интенсивность в фокусе будет всего в 12 раз больше интенсивности падающего света. Полученное решение соответствует росту коэффициента при функции Бесселя 18-го порядка в разложении решения для амплитуды напряжённости электрического поля в ряд по функциям Бесселя.

Ключевые слова: фотонная наноструя, диэлектрический микроцилиндр.

Введение

В последнее время много внимания уделяется изучению субволновой фокусировки лазерного света на микрочастицах, в том числе на микросферах и микроцилиндрах, радиусы которых сравнимы с длиной волны света [1–5]. Так, в [1–4] численно изучалась фокусировка многослойными микросферами [1], сфероидальными микросферами [2] и двухслойными микросферами [3, 4]. При этом минимальный диаметр фокусного пятна по полуспаду интенсивности был равен $\text{FWHM} = 0,4\lambda$ [2], а максимальная глубина фокуса $\text{DOF} = 20\lambda$ [3] и $\text{DOF} = 22\lambda$ [4]. В [5, 6] рассматривалась фокусировка микроцилиндром: эллиптическим [5] и многослойным [6]. Минимальный размер фокуса был получен $\text{FWHM} = 0,46\lambda$ [6]. В [7, 8] моделировалась резонансная фокусировка света микросферами. В [7] с помощью диэлектрической микросферы вместе с нанометровым металлическим шариком получена резонансная фокусировка света в пятно с диаметром $\text{FWHM} = 0,25\lambda$, а для диэлектрической микросферы получен резонансный фокус размером $\text{FWHM} = 0,40\lambda$ [8].

В данной статье рассматривается резонансная фокусировка ТЕ-поляризованного лазерного света диэлектрическим микроцилиндром. Для 18-й моды (мода шепчущей галереи) получен фокус вне микроцилиндра с размером $\text{FWHM} = 0,22\lambda$. Это меньше, чем во всех перечисленных выше работах.

Анализ аналитического решения

Аналитическое решение задачи дифракции непараксиального Гауссова пучка на бесконечно протяжённом цилиндре с круглым сечением было дано в книге [9]. В диссертации [10] данное решение обобщено для случая дифракции непараксиального Гауссова пучка, который и будет рассмотрен ниже.

Решение уравнения Гельмгольца для напряжённости электрического поля с ТЕ-поляризацией внутри цилиндра, найденное путём разделения переменных в полярных координатах, представляет собой разложение в ряд по функциям Бесселя:

$$E_m(r, \phi) = \sum_j i^j b_j C_j J_j(knr) e^{ij\phi}, \quad (1)$$

где k – волновое число падающего излучения, n – показатель преломления цилиндра, а коэффициенты b_j и C_j определяются выражениями:

$$C_j = \frac{\omega_0 \sqrt{\pi}}{\lambda} \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{k^2 q^2 \omega_0^2}{4} - ik(px_0 + qy_0) - ij \arcsin q\right) dq, \quad (2)$$

$$b_j = \frac{J_j(z) H_j^{(1)'}(z) - J_j'(z) H_j^{(1)}(z)}{J_j(nz) H_j^{(1)'}(nz) - n J_j'(nz) H_j^{(1)}(nz)}, \quad (3)$$

где $z = kR$, R – радиус цилиндра, $p = \sqrt{1 - q^2}$. Выражение для числителя коэффициента можно упростить, воспользовавшись выражением для вронскиана функций Бесселя [11]:

$$J_j(z) H_j^{(1)'}(z) - J_j'(z) H_j^{(1)}(z) = i J_j(z) Y_j'(z) - i J_j'(z) Y_j(z) = i \mathcal{W}[J_j, Y_j] = \frac{2i}{\pi z}. \quad (4)$$

Так как при больших z функции Бесселя пропорциональны обратному корню из аргумента, а знаменатель (3) домножается на z , значение знаменателя сходится по спирали к некоторой предельной окружности в \mathbb{C} и не имеет корней. Тем не менее, для небольших j можно получить минимум в значении знаменателя, который приводит к росту одного из коэффициентов в разложении.

Для больших j минимум может не соответствовать максимальному значению коэффициента, так как значение интеграла (2) резко уменьшается с ростом j . При значениях λ , малых по сравнению с диаметром цилиндра, резонанс также не будет наблюдаться, это связано с тем, что в выражение под интегралом (2) в качестве первого слагаемого под экспонентой входит не зависящее от диаметра цилиндра выражение, пропорциональное k^2 .

Задача получения значения z , которое соответствует росту одного из коэффициентов, является нетривиальной, так как требует оптимизации на целой совокупно-

сти коэффициентов. Некоторые из случаев, при которых возникает усиление коэффициентов, удалось получить подбором характеристик. В следующем разделе перечислены основные результаты и их сравнение с обыкновенной фокусировкой диэлектрическим цилиндром.

Результаты моделирования

Для двух цилиндров были подобраны значения радиусов, при которых возникает резонансная фокусировка в цилиндре, связанная с увеличением значения одного из коэффициентов разложения (1). Оба цилиндра освещались светом с одной и той же длиной волны λ , чтобы избежать влияния изменения (2). Все расчёты были выполнены на основе аналитического решения с помощью специально написанной расчётной программы.

Было обнаружено, что в диэлектрическом цилиндре с показателем преломления $n = 1,59$ (полиэстер) рост коэффициентов в ряде возникает при радиусе цилиндра $R = 2,1749\lambda$. В этом случае существенный вклад в распределение вносит функция Бесселя с порядком $j = 18$. На рис. 1, изображающем двумерное негативное распределение интенсивности в сечении цилиндра, можно отметить образовавшиеся максимумы интенсивности на краю цилиндра.

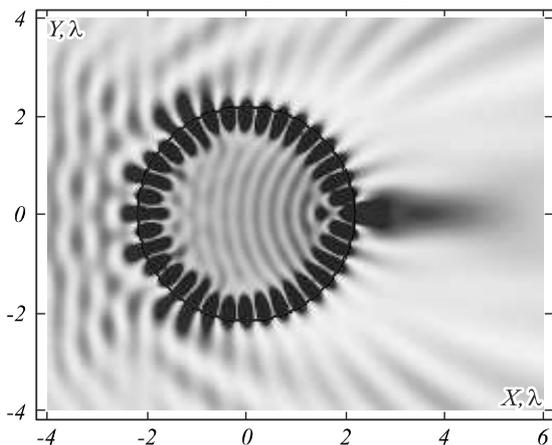


Рис. 1. Распределение интенсивности (негатив) света в сечении цилиндра ($R = 2,1749\lambda$, $n = 1,59$)

Распределение вдоль оси Ox (оптической оси) представлено на рис. 2, а распределение вдоль оси Oy на границе цилиндра – на рис. 3. Пунктирными вертикальными линиями отмечены границы, соответствующие дифракционному пределу для фокусного пятна. Следует заметить, что решение даёт в точке максимума интенсивность более чем в 48 раз больше, чем интенсивность падающего Гауссова пучка в перетяжке. При этом глубина фокуса по полуспаду интенсивности равна $\text{DOF} = 0,25\lambda$, а ширина тоже по полуспаду интенсивности $\text{FWHM} = 0,22\lambda$, что в 2 раза меньше дифракционного предела для 2D случая ($\text{FWHM} = 0,44\lambda$). Площадь пятна по полуспаду в этом случае составляет всего $\text{HMA} = 0,05\lambda^2$.

Для сравнения было рассчитано распределение интенсивности, полученное при незначительном (около 1 %) отклонении радиуса – при $R = 2,2\lambda$. Соответствующее двумерное негативное распределение приведено на рис. 4.

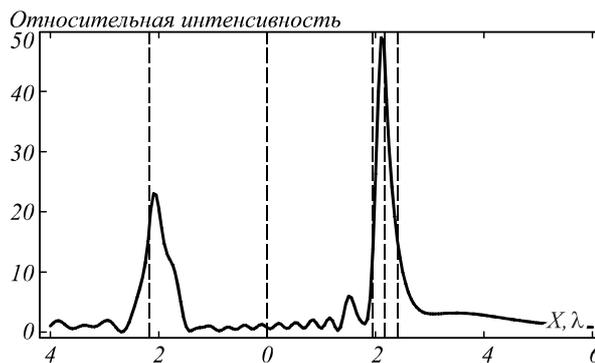


Рис. 2. Интенсивность света вдоль оптической оси Ox , по горизонтальной оси отложены длины волн

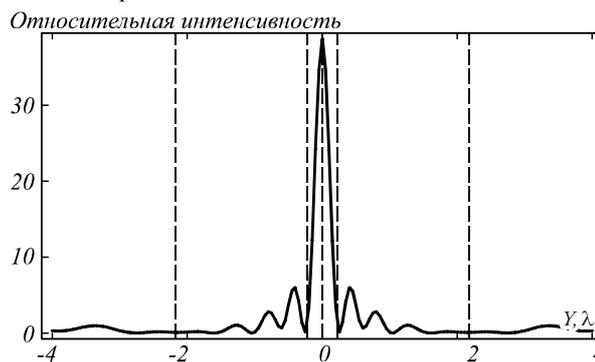


Рис. 3. Интенсивность света вдоль оси Oy за границей цилиндра $x = 2,2\lambda$; по горизонтальной оси отложены длины волн

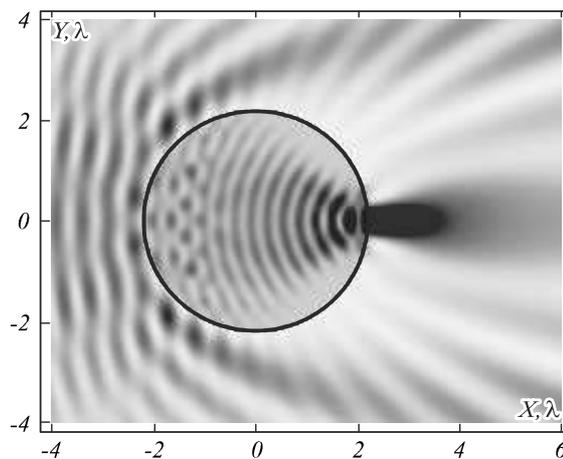


Рис. 4. Распределение интенсивности света (негатив) в сечении цилиндра ($R = 2,2\lambda$, $n = 1,59$)

Максимум интенсивности в этом случае только в 9 раз больше интенсивности Гауссова пучка в перетяжке, а площадь по полуспаду фокусного пятна составляет $0,31\lambda^2$. При этом отношение интегралов интенсивности по области фокусного пятна (границы пятна определяются неравенством $I > I_{\text{max}}/2$) с предыдущим случаем составляет 0,91, что равно отношению эффективностей фокусировки. Глубина фокуса равна $\text{DOF} = 0,8\lambda$, что более чем в 3 раза больше, чем в предыдущем случае, а ширина фокуса равна $\text{FWHM} = 0,4\lambda$, что в два раза шире фокуса на рис. 3, но немного меньше дифракционного предела. Таким образом, при $n = 1,59$ удаётся добиться достаточно острой фокусировки с десятипроцентной потерей эффективности по сравнению с фокусировкой

почти таким же цилиндром, но на 1 % большим радиусом, для которого уже нет резонанса.

В рассмотренном случае (рис. 2) максимум интенсивности оказывался внутри цилиндра. Следует ожидать, что при уменьшении показателя преломления значение максимума будет сдвигаться от центра цилиндра. Чтобы рассмотреть случай фокусировки за поверхностью цилиндра, было получено решение для однородного цилиндра с $n = 1,46$ (кварцевое стекло). Усиление (резонанс) в этом случае наблюдается при радиусе цилиндра $R = 2,195\lambda$. Двумерное негативное распределение интенсивности, которое получается для этого случая, изображено на рис. 5.

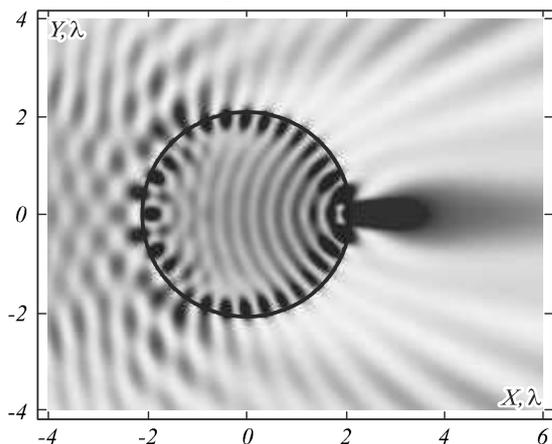


Рис. 5. Распределение интенсивности (негатив) в XY-сечении цилиндра ($R = 2,195\lambda$, $n = 1,46$)

На рис. 6 и 7 изображены распределения вдоль Ox и Oy , из которых видно, что интенсивность в максимуме превосходит интенсивность Гауссова пучка всего в 12 раз. Глубина фокуса получившегося пятна $DOF = 0,8\lambda$, ширина фокуса $FWHM = 0,3\lambda$. Площадь пятна по полуспаду интенсивности $HMA = 0,25\lambda^2$.

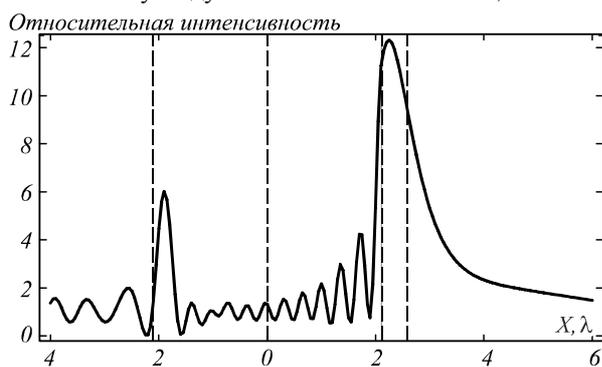


Рис. 6. Интенсивность света вдоль оптической оси Ox

При малом отклонении радиуса от резонансного $R = 2,2\lambda$ (отклонению длины волны от заданной в 0,25 %), площадь фокусного пятна увеличивается до $HMA = 0,60\lambda^2$, интенсивность в точке максимума оказывается всего в 8 раз выше, чем интенсивность Гауссова пучка, но на 35 % увеличивается эффективность фокусировки. Также стоит отметить, что глубина фокуса возрастает с $DOF = 0,8\lambda$ до $DOF = 1,4\lambda$, то есть в 1,75 раз, а ширина по полуспаду интенсивности увеличивается до $FWHM = 0,4\lambda$.

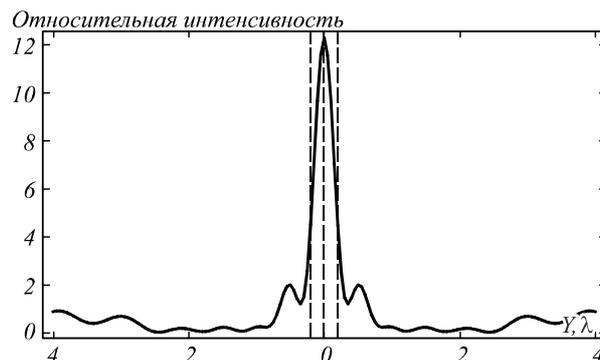


Рис. 7. Интенсивность света вдоль оси Oy в точке за поверхностью цилиндра $x = 2,35$

Итак, при фокусировке за поверхностью цилиндра также удаётся преодолеть дифракционный предел ($FWHM = 0,3\lambda$) и значительно уменьшить глубину фокуса за счёт потери эффективности фокусировки. Фокусировка внутри цилиндра даёт лучшие результаты по локализации фокусного пятна. При этом даже за поверхностью цилиндра ширина фокусного пятна по полуспаду интенсивности оказывается меньше дифракционного предела ($FWHM = 0,22\lambda$).

Заключение

В работе численно показано, что из аналитического решения задачи дифракции монохроматического непараксиального Гауссова пучка с ТЕ-поляризацией на однородном диэлектрическом цилиндре при радиусах цилиндра, сравнимых с длиной волны света, можно получить фокусное пятно вне цилиндра, размер которого в 2 раза меньше дифракционного предела. Рассматриваемые решения соответствуют росту одного из коэффициентов в разложении решения для амплитуды напряжённости электрического поля в ряд по функциям Бесселя.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ, грантов Президента РФ поддержки ведущих научных школ (НШ-3970.2014.9) и РФФИ 13-07-97008.

Литература

1. **Geints, Y.E.** Photonic nanojet calculations in layered radially in homogeneous micrometer-sized spherical particles / Y.E. Geints, A.A. Zemlyanov, E.K. Panina // Journal of the Optical Society of America B. – 2011. – V. 28(8). – P. 1825-1830.
2. **Han, L.** Photonic jet generated by spheroidal particle with Gaussian-beam illumination / L. Han, Y. Han, G. Gouesbet, J. Wang, G. Grehan // Journal of the Optical Society of America B. – 2014. – V. 31(7). – P. 1476-1483.
3. **Grojo, D.** Bessel-like photonic nanojets from core-shell sub-wavelength spheres / D. Grojo, N. Sandeau, L. Boarino, C. Constantinescu, N. De Leo, M. Laus, K. Sparnacci // Optics Letters. – 2014. – V. 39(13). – P. 3989-3992.
4. **Shen, Y.** Ultralong photonic nanojet formed by a two-layer dielectric microsphere / Y. Shen, L.V. Wang, J. Shen // Optics Letters. – 2014. – V. 39(14). – P. 4120-4123.
5. **Liu, C.** Photonic nanojet modulation by elliptical microcylinders / C. Liu, L. Chang // Optik. – 2014. – V. 125. – P. 4043-4046.
6. **Xu, B.B.** Annual focusing lens based on transformation optics / B.B. Xu, W.X. Jiang, G.X. Yu, T.J. Cui // Journal of

- the Optical Society of America A. – 2014. – V. 31(5). – P. 1135-1140.
7. **Heifetz, A.** Subdiffraction optical resolution of a gold nanosphere located within the nanojet of a Mie-resonant dielectric microsphere / A. Heifetz, J.J. Simpson, S.C. Kong, A. Taflove, V. Backman // *Optics Express*. – 2007. – V. 15(25). – P. 17334-17342.
 8. **Geints, Y.E.** Photonic jets from resonantly excited transparent dielectric microspheres / Y.E. Geints, A.A. Zemlyanov, E.K. Panina // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2012. – V. 29 (4). – P. 758-762.
 9. **Ваганов, В.Р.** Основы теории дифракции / В.Р. Ваганов. – М.: Наука, 1984. – 272 с.
 10. **Налимов, А.Г.** Итеративное решение двумерной задачи дифракции и расчёт силы действия света на микроцилиндр: дис. / А.Г. Налимов // Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва, 2006. – 139 с.
 11. **Ватсон, Г.Н.** Теория бесселевых функций / Г.Н. Ватсон. – М.: Издательство иностранной литературы, 1949. – 799 с.
- References**
1. **Geints, Y.E.** Photonic nanojet calculations in layered radially in homogeneous micrometer-sized spherical particles / Y.E. Geints, A.A. Zemlyanov, E.K. Panina // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2011. – V. 28(8). – P. 1825-1830.
 2. **Han, L.** Photonic jet generated by spheroidal particle with Gaussian-beam illumination / L. Han, Y. Han, G. Gouesbet, J. Wang, G. Grehan // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2014. – V. 31(7). – P. 1476-1483.
 3. **Grojo, D.** Bessel-like photonic nanojets from core-shell sub-wavelength spheres / D. Grojo, N. Sandeau, L. Boarino, C. Constantinescu, N. De Leo, M. Laus, K. Sparnacci // *Optics Letters*. – 2014. – V. 39(13). – P. 3989-3992.
 4. **Shen, Y.** Ultralong photonic nanojet formed by a two-layer dielectric microsphere / Y. Shen, L.V. Wang, J. Shen // *Optics Letters*. – 2014. – V. 39(14). – P. 4120-4123.
 5. **Liu, C.** Photonic nanojet modulation by elliptical microcylinders / C. Liu, L. Chang // *Optik*. – 2014. – V. 125. – P. 4043-4046.
 6. **Xu, B.B.** Annual focusing lens based on transformation optics / B.B. Xu, W.X. Jiang, G.X. Yu, T.J. Cui // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2014. – V. 31(5). – P. 1135-1140.
 7. **Heifetz, A.** Subdiffraction optical resolution of a gold nanosphere located within the nanojet of a Mie-resonant dielectric microsphere / A. Heifetz, J.J. Simpson, S.C. Kong, A. Taflove, V. Backman // *Optics Express*. – 2007. – V. 15(25). – P. 17334-17342.
 8. **Geints, Y.E.** Photonic jets from resonantly excited transparent dielectric microspheres / Y.E. Geints, A.A. Zemlyanov, E.K. Panina // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2012. – V. 29(4). – P. 758-762.
 9. **Vaganov, V.R.** Foundations of the diffraction theory / V.R. Vaganov. – Moscow: “Nauka” Publisher, 1984. – P. 272 – (In Russian).
 10. **Nalimov, A.G.** Iterative solution of the two-dimensional diffraction problem and calculation of light force effect on microcylinder: PhD Thesis / Samara Space Aerospace University, 2006. – (In Russian).
 11. **Watson, G.N.** A treatise on the theory of Bessel functions / G.N. Watson (2nd.ed.) – Cambridge University Press, 1966. – 804 p.

RESONANT LASER FOCUS LIGHT BY UNIFORMITY DIELECTRIC MICROCYLINDER

D.A. Kozlov, V.V. Kotlyar

*Image Processing Systems Institute, Russian Academy of Sciences,
Samara State Aerospace University*

Abstract

In this paper we provide a numerically obtained result for analytical solution for the problem of monochromatic nonparaxial Gaussian beam diffraction by uniform dielectric cylinder, which yields a focal spot outside the cylinder with linear sizes twice less than the diffraction limit in the free space in case of cylinder radius comparable with the wavelength. Although the radius of cylinder is only two times larger than the wavelength, the produced intensity in focal spot is 48 times larger than the maximal intensity of incident Gaussian beam. Two percent deviation from the resonant radius (for a fixed wavelength) causes the focal spot increase in half, and the resulted intensity in focal spot drop to value of 12 times greater than the incident beam intensity. Obtained solution corresponds to the growth of the Bessel function of order 18 coefficient in E-field amplitude Bessel series expansion.

Key words: photonic nanojet, dielectric micro-cylinder.

Сведения об авторах

Козлов Дмитрий Андреевич, 1992 года рождения, студент 4-го курса специальности «Прикладные математика и физика» Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва. Область научных интересов: нанофотоника.

E-mail: kozlov.dmitry.a@gmail.com.

Dmitry Andreevich Kozlov (b. 1992) student, majoring in Applied Mathematics and Physics of Samara State Aerospace University. Scientific interests: nanophotonics.



Сведения об авторе **Котляр Виктор Викторович** - см. стр. 385 этого номера.

Поступила 9 июня 2014г.