

РАСЧЁТ ДИФРАКЦИИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ДВУМЕРНОМ (ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ) АКСИКОНЕ С ВЫСОКОЙ ЧИСЛОВОЙ АПЕРТУРОЙ В РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЯХ

Хонина С.Н., Устинов А.В., Дегтярев С.А.

Институт систем обработки изображений РАН,

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет) (СГАУ)

Аннотация

В статье рассматривается дифракция Гауссовых пучков на цилиндрическом аксиконе в случае, когда числовая апертура аксикона близка к предельной или выше неё (когда падающее излучение не должно проходить через элемент). Дифракция рассматривается в трёх моделях: геометрико-оптической, векторной волновой в приближении тонкого оптического элемента и на основе решения уравнений Максвелла методом конечных элементов.

Хотя в рамках геометрико-оптической модели предельная числовая апертура соответствует наступлению полного внутреннего отражения, анализ хода лучей показал, что при увеличении числовой апертуры (сужении угла аксикона) часть энергии выходит из элемента через боковые грани, формируя расходящееся излучение.

В волновой теории рассеяния энергии в боковых направлениях также получается, но особую роль играют затухающие волны вблизи оптического элемента. В этом случае в приближении тонкого элемента получены аналитические оценки для компонент электрического поля.

Использование метода конечных элементов для решения уравнений Максвелла показало, что с точки зрения концентрации энергии на острие рефракционного аксикона увеличение его числовой апертуры (как за счёт сужения угла, так и за счёт увеличения показателя преломления материала) имеет смысл только до наступления полного внутреннего отражения. Дальнейшее увеличение числовой апертуры приводит как к отражению лучей от плоской поверхности, так и выходу их из боковых граней аксикона.

Ключевые слова: двумерный (цилиндрический) аксикон, полное внутреннее отражение, метод конечных элементов.

Введение

Уже несколько десятков лет аксикон [1] считается классическим оптическим элементом наравне с линзой. Одним из основных его применений является формирование Бесселевых пучков, обладающих бездифракционными свойствами [2]. В этом случае создаётся световой пучок, сохраняющий постоянный поперечный размер на очень большом расстоянии (значительно превышающем расстояние нерасходимости Гауссова пучка). Такие пучки нашли применение во многих областях [3, 4], включая оптическое манипулирование [5–7], оптическую когерентную томографию [8, 9], метрологию [10, 11].

Возможность изготовления микроаксиконов, в том числе их дифракционных аналогов [12], расширила спектр применения аксиконов и позволила занять им важное место в микро- и нанооптике [13–16]. Данная область использования аксиконов требует для их анализа строгой электромагнитной теории [17–21], что приводит к существенным затратам вычислительных ресурсов при моделировании.

При увеличении размеров оптического элемента до нескольких десятков длин волн использование разностных методов расчёта, таких как конечно-разностный метод решения уравнений Максвелла, становится затруднительным в силу их огромной ресурсозатратности. Поэтому в данной работе мы рассмотрим различные модели расчёта, которые могут быть использованы для аналитических оценок или быстро-

го приближённого расчёта, а затем результаты можно уточнять более строгими методами.

В качестве приближённых моделей рассмотрен геометрико-оптический подход и векторная волновая теория в приближении тонкого оптического элемента. В этих случаях получены аналитические оценки дифракции излучения на аксиконе с высокой числовой апертурой, в том числе выше предельной. Предельная числовая апертура в геометрико-оптической модели соответствует наступлению полного внутреннего отражения, а в волновой теории – учёту затухающих волн.

Более строгая модель – метод конечных элементов решения уравнений Максвелла – была использована для получения численных результатов расчёта в ближней зоне дифракции при верификации полученных аналитических оценок.

С целью сравнения результатов упомянутых моделей рассматривалась дифракция Гауссовых пучков на высокоапертурном аксиконе в двумерном (цилиндрическом) случае. В этом случае, когда вместо радиального аксикона рассматривается цилиндрический аксикон, формируемые пучки называются «псевдобездифракционными» [22]. Их распространение исследовалось в ряде работ [23–25], однако при этом не рассматривались аксиконы с числовой апертурой выше предельной.

1. Анализ в геометрико-оптической (лучевой) модели

В работе [26] на основе геометрико-оптического анализа хода лучей для рефракционного аксикона,

освещённого с плоской стороны, было показано, что числовая апертура аксикона ограничивается условием наступления полного внутреннего отражения.

Отсутствию внутреннего отражения соответствует условие, что синус угла преломления не превосходит единицы, то есть угол при вершине удовлетворяет неравенству

$$\alpha_0 \geq \alpha_{tir} = \arccos(1/n). \tag{1}$$

В частности, если $n = 1,5$, то $\alpha_{tir} \approx 48,19^\circ$.

Значение числовой апертуры (NA) аксикона определяется углом, под которым лучи выходят из аксикона:

$$NA = \sin \beta. \tag{2}$$

Очевидно, выходящий из рассматриваемого аксикона луч не может идти под более крутым углом к оптической оси, чем угол α_{tir} , соответствующий наступлению полного внутреннего отражения (1). Т.е. для $n = 1,5$ предельное значение $\beta_{lim} = \alpha_{tir} = 48,19^\circ$, следовательно, числовая апертура аксикона не превысит $NA_{lim} = 0,75$. Примеры хода лучей при отсутствии и наступлении полного внутреннего отражения показаны на рис. 1.

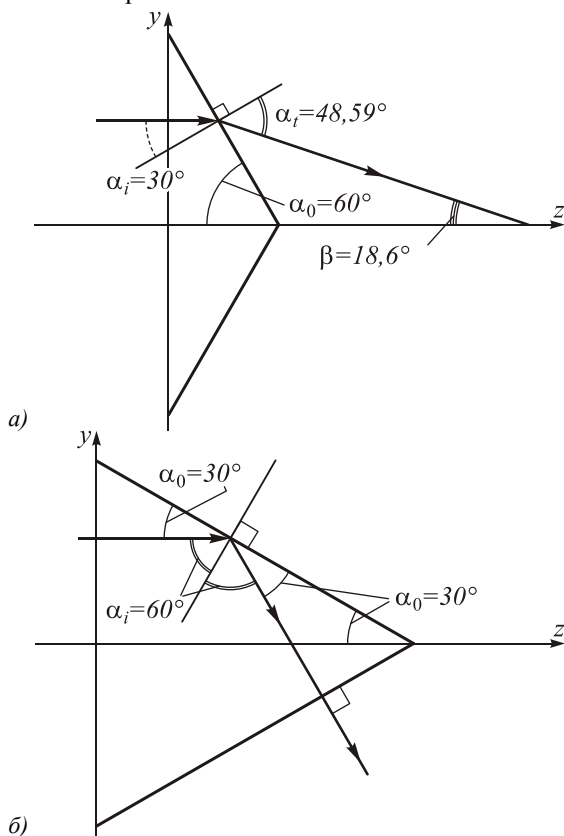


Рис. 1. Ход лучей при отсутствии (а) и наступлении (б) полного внутреннего отражения

Из выражения (1) следует, что увеличить предельное значение числовой апертуры можно за счёт увеличения показателя преломления материала, из которого изготавливается аксикон.

В рамках волновой теории действие аксикона описывается через комплексную функцию пропускания:

$$\tau(r) = \exp(-ikpr), \tag{3}$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны излучения, падающего на элемент, p – параметр аксикона, фактически соответствующий числовой апертуре (2).

Если условие (1) не выполняется, то происходит полное внутреннее отражение, и в рамках геометро-оптической теории лучи из аксикона выходят сбоку от элемента (рис. 1б) и формируют расходящиеся, не пересекающие оптическую ось лучи.

Однако из волновой теории известно, что при полном внутреннем отражении часть излучения проникает за границу оптического элемента и образует так называемые затухающие волны. Поэтому формально запишем выражение для параметра аксикона в виде комплексного числа (при отсутствии полного внутреннего отражения оно становится вещественным и меньшим единицы):

$$p = \cos \alpha_0 \left(n \sin \alpha_0 - i\sqrt{n^2 \cos^2 \alpha_0 - 1} \right). \tag{4}$$

Отметим, что при освещении аксикона со стороны острия его параметр всегда будет вещественным, но может превзойти единицу [26]:

$$p = n \cos(\alpha_0 + \arcsin(\cos \alpha_0 / n)). \tag{5}$$

Наличие в выражении (4) мнимой части соответствует появлению экспоненциально затухающей амплитудной составляющей в (3). Такое распределение может быть использовано как выходное из аксикона для дальнейшего распространения любыми операторами распространения в свободном пространстве.

Заметим, что геометро-оптическая модель является очень полезной для понимания хода лучей и направления распространения энергии. Однако в этом случае проблематично получить общую картину распределения интенсивности и оценки размера формируемых пучков. В этом случае необходимо применять волновую теорию.

2. Анализ в непараксиальной волновой модели в двумерном случае

Непараксиальная скалярная модель, основанная на теории Рэля–Зоммерфельда [27], позволяет получать корректные результаты на очень близких расстояниях (всего несколько длин волн) от апертуры [28, 29]. Интегральное преобразование Рэля–Зоммерфельда первого типа в декартовых координатах имеет следующий вид:

$$E(u, v, z) = -\frac{z}{2\pi} \iint_{\Sigma_0} E_0(x, y) \frac{\exp(ik\ell)}{\ell^2} \left(ik - \frac{1}{\ell} \right) dx dy, \tag{6}$$

где $E_0(x, y)$ – входное поле,

$$\ell = \sqrt{(u-x)^2 + (v-y)^2 + z^2},$$

Σ_0 – область, в которой задано входное поле, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны.

Заметим, что в условиях радиальной симметрии при рассмотрении поля на оптической оси ($u = v = 0$) выражение (6) значительно упрощается:

$$E(0, 0, z) = -z \int_0^{\infty} E_0(r) \frac{\exp(ik\sqrt{r^2 + z^2})}{(r^2 + z^2)} \left(ik - \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right) r dr \quad (7)$$

и для плоской освещающей волны имеет аналитическое решение [30].

Однако у нас иная задача и радиальной симметрии не имеется. Для дальнейшего анализа перепишем выражение (6), явно выделив функцию Грина:

$$E(u, v, z) = -\frac{1}{2\pi} \iint_{\Sigma_0} E_0(x, y) \frac{d}{dz} \left(\frac{\exp(ik\ell)}{\ell} \right) dx dy \quad (8)$$

В случае, когда входное поле зависит только от одной переменной $E_0(x, y) = E_0(x)$, вместо (8) можно записать:

$$E(u, v, z) = -\frac{1}{2\pi} \int_{D_x} E_0(x) dx \frac{d}{dz} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(ik\ell)}{\ell} dy \right) \quad (9)$$

Вычислим внутренний интеграл в (9). Если ввести обозначения $a^2 = (x-u)^2 + z^2$, $y-v = y_1$, то получим:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(ik\ell)}{\ell} dy = \\ & = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(ik\sqrt{a^2 + y_1^2})}{\sqrt{a^2 + y_1^2}} dy_1 = \\ & = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(k\sqrt{a^2 + y^2})}{\sqrt{a^2 + y^2}} dy + i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(k\sqrt{a^2 + y^2})}{\sqrt{a^2 + y^2}} dy. \end{aligned} \quad (10)$$

Интегралы в (10) являются табличными [31] и равны:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(k\sqrt{a^2 + y^2})}{\sqrt{a^2 + y^2}} dy = -\pi Y_0(ka), \\ & \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(k\sqrt{a^2 + y^2})}{\sqrt{a^2 + y^2}} dy = \pi J_0(ka), \end{aligned} \quad (11)$$

где $J_n(x)$ – функция Бесселя первого рода n -го порядка, $Y_n(x)$ – функция Бесселя второго рода n -го порядка.

Подставляя (11) в (10) и (9), а также используя правила дифференцирования функций J_0 и Y_0 , получим окончательный результат:

$$\begin{aligned} E(u, z) & = \\ & = \frac{ikz}{2} \int_{D_x} \frac{E_0(x)}{\sqrt{(x-u)^2 + z^2}} \left(J_1 \left(k\sqrt{(x-u)^2 + z^2} \right) + \right. \\ & \left. + iY_1 \left(k\sqrt{(x-u)^2 + z^2} \right) \right) dx = \\ & = \frac{ikz}{2} \int_{D_x} \frac{E_0(x)}{\sqrt{(x-u)^2 + z^2}} H_1^{(1)} \left(k\sqrt{(x-u)^2 + z^2} \right) dx, \end{aligned} \quad (12)$$

где $H_n^{(1)}(x)$ – функция Ханкеля первого рода n -го порядка.

Выражение (12) соответствует ожидаемому результату, что выходное поле также является двумер-

ным (не зависит от v). Кроме того, этот результат известен [28], однако, как правило, этот результат приводится без вывода. Нам же приведенные выкладки будут полезны для дальнейшего анализа.

Если аргумент функций Бесселя $J_1(t)$ и $Y_1(t)$ в (12) достаточно велик, чтобы заменить их асимптотическим слагаемым: $J_1(t) \approx \sqrt{2/(\pi t)} \cos(t - 3\pi/4)$, $Y_1(t) \approx \sqrt{2/(\pi t)} \sin(t - 3\pi/4)$, то вместо (12) получим выражение:

$$E(u, z) \approx \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) z \sqrt{\frac{k}{2\pi}} \times \int_{D_x} \frac{E_0(x) \exp\left(ik\sqrt{(x-u)^2 + z^2}\right)}{\left[(x-u)^2 + z^2\right]^{3/4}} dx \quad (13)$$

Выражение (13) по своей простоте близко к (7). Заметим, что в работе [32] аналогичная, но несколько иная формула без ссылок и вывода рассматривается как одномерное преобразование Рэлея–Зоммерфельда.

Учтём векторный характер электромагнитного поля. В этом случае поперечные x - и y -компоненты электрического поля вычисляются по той же формуле (12), в которой под $E_0(x)$ понимается $E_{0x}(x)$ или $E_{0y}(x)$. Продольная z -компонента, очевидно, будет определяться другим выражением. Чтобы получить его, запишем общее выражение для продольной компоненты в виде, аналогичном (8):

$$\begin{aligned} E_z(u, v, z) & = \frac{1}{2\pi} \iint_{\Sigma_0} E_{0x}(x, y) \frac{d}{dx} \left(\frac{\exp(ik\ell)}{\ell} \right) + \\ & + E_{0y}(x, y) \frac{d}{dy} \left(\frac{\exp(ik\ell)}{\ell} \right) dx dy. \end{aligned} \quad (14)$$

Используем цилиндрическую симметрию входного поля и разделим на два слагаемых. Второе слагаемое:

$$\begin{aligned} E_{z2}(u, v, z) & = \\ & = \frac{1}{2\pi} \int_{D_x} E_{0y}(x) dx \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{d}{dy} \left(\frac{\exp(ik\ell)}{\ell} \right) \right] dy = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

так как равен нулю внутренний интеграл.

Получаем, что в цилиндрическом случае продольное поле вовсе не зависит от y -компоненты входного поля, и выражение (14) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} E_z(u, v, z) & = \\ & = \frac{1}{2\pi} \int_{D_x} E_{0x}(x) dx \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{d}{dx} \left(\frac{\exp(ik\ell)}{\ell} \right) \right] dy = \\ & = \frac{1}{2\pi} \int_{D_x} E_{0x}(x) dx \frac{d}{dx} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(ik\ell)}{\ell} dy \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Выражение (16) аналогично (9), только дифференцирование происходит по другой переменной. Поэтому мы сразу получаем, что продольное поле имеет цилиндрическую симметрию (не зависит от v) и имеет место формула, похожая на (12):

$$E_z(u, z) = -\frac{ik}{2} \int_{D_x} \frac{E_0(x) \cdot (x-u)}{\sqrt{(x-u)^2 + z^2}} \left(J_1 \left(k\sqrt{(x-u)^2 + z^2} \right) + iY_1 \left(k\sqrt{(x-u)^2 + z^2} \right) \right) dx. \quad (17)$$

Для больших аргументов функций Бесселя выражение (17) можно заменить на более простое:

$$E_z(u, z) \approx -\exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) \sqrt{\frac{k}{2\pi}} \times \int_{D_x} \frac{(x-u)E_0(x) \exp\left(ik\sqrt{(x-u)^2 + z^2}\right)}{\left[(x-u)^2 + z^2\right]^{3/4}} dx. \quad (18)$$

Таким образом, и продольная компонента записана в достаточно простом виде.

Проанализируем полученные выражения для поперечной (12) и продольной (17) компонент. Нас интересует в первую очередь, что будет на оптической оси (вблизи вершины, т.е. при $z \rightarrow 0$) при освещении обычным пучком (например, плоским или Гауссовым пучком) и в присутствии фазового скачка.

На оптической оси ($u = 0$) при линейной x -поляризации имеем:

$$E_x(0, z) = \frac{ikz}{2} \int_{D_x} \frac{E_0(x)}{\sqrt{x^2 + z^2}} \times \left(J_1 \left(k\sqrt{x^2 + z^2} \right) + iY_1 \left(k\sqrt{x^2 + z^2} \right) \right) dx, \quad (19)$$

$$E_z(0, z) = -\frac{ik}{2} \int_{D_x} \frac{E_0(x) \cdot x}{\sqrt{x^2 + z^2}} \times \left(J_1 \left(k\sqrt{x^2 + z^2} \right) + iY_1 \left(k\sqrt{x^2 + z^2} \right) \right) dx. \quad (20)$$

Отсюда сразу видно, что при чётной функции $E_0(x)$ продольное поле равно нулю, а при нечётной – поперечное поле равно нулю. Мы пишем явное разложение функции Ханкеля, так как оно удобно для нахождения приближённого решения.

При малом расстоянии z основной вклад вносит область малых x , при которых функции Бесселя можно заменить приближёнными выражениями при малых значениях аргумента: $J_1(t) \sim t$, а $Y_1(t) \sim 1/t$, причём коэффициенты при них равны по модулю. Поэтому в первом приближении мы можем вообще пренебречь интегралом с функцией J_1 , а в интеграле с Y_1 ограничиться первым «лепестком», на котором имеет место приближение $Y_1(t) \approx -2(1/t - 1/t_0)/\pi$, $0 < t \leq t_0$, $t_0 \approx 2,2$ – первый нуль. В исходных переменных приближение выглядит как

$$Y_1 \left(k\sqrt{x^2 + z^2} \right) \approx -\frac{a}{k} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{x_0^2 + z^2}} \right),$$

$x_0^2 = t_0^2 / k^2 - z^2$, которое верно при $z < t_0 / k$. Тогда вместо (19) и (20) получим:

$$E_x(0, z) \approx \frac{az}{2} \int_{|x| \leq x_0} E_0(x) \times \left(\frac{1}{x^2 + z^2} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + z^2} \cdot \sqrt{x_0^2 + z^2}} \right) dx, \quad (21)$$

$$E_z(0, z) \approx -\frac{a}{2} \int_{|x| \leq x_0} E_0(x) \times \left(\frac{1}{x^2 + z^2} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + z^2} \cdot \sqrt{x_0^2 + z^2}} \right) x dx. \quad (22)$$

Здесь предполагается, что радиус входного зрачка не меньше, чем $t_0/k \approx 0,35\lambda$.

При $z \rightarrow 0$ поперечная компонента остаётся ограниченной, если ограничена $E_0(x)$. При плоском пучке $E_0(x) = 1$, подставляя в (21), имеем

$$E_x(0, z) \approx \frac{2}{\pi} \arctg(x_0 / z) - \frac{2z}{\pi\sqrt{x_0^2 + z^2}} \left(\ln(x_0 + \sqrt{x_0^2 + z^2}) - \ln z \right) \rightarrow 1. \quad (23)$$

Продольная компонента равна нулю. В более общем случае, если $E_0(x)$ разложить в ряд Тейлора, то в пределе получим $E_0(0)$ (как и должно быть), так как все остальные степени в пределе дают нуль.

Если плоский пучок сделать нечётным: $E_0(x) = \operatorname{sgn} x$ (аналогичный результат будет при наличии фазового скачка), то поперечная компонента станет нулевой, а продольная будет равна

$$E_z(0, z) \approx -\frac{1}{\pi} \ln(x_0^2 + z^2) + \frac{2}{\pi} \ln z + \frac{2}{\pi} - \frac{2z}{\pi\sqrt{x_0^2 + z^2}} \rightarrow -\frac{2}{\pi} \left(\ln \frac{x_0}{z} - 1 \right). \quad (24)$$

То есть имеет место логарифмическая особенность, наиболее выраженная при входном зрачке с радиусом $0,35\lambda$. Можно доказать, что при увеличении радиуса входного зрачка амплитуда будет убывать, пусть и не монотонно.

Пусть мы имеем аксикон с добавкой фазы, делающей входное поле нечётным: $E_0(x) = \operatorname{sgn} x \cdot \exp(-ikp|x|)$.

Не будем явно вычислять продольное поле по формуле (22), а сделаем предположения, при каком параметре аксикона будет наибольшая интенсивность. Правда, логарифмическое слагаемое при этом не меняется. Рассуждения основаны на согласовании границ лепестков функции Y_1 , косинуса и синуса.

Если радиус входного зрачка не превосходит $0,35\lambda$, то наилучшим будет $p = 0$ (плоский пучок). Чтобы аксикон давал преимущество, требуется расширить входной зрачок. Пусть мы учтём второй лепесток функции Y_1 , то есть увеличим зрачок хотя бы до $t_1/k \approx 0,866\lambda$ ($t_1 \approx 5,44$ – второй нуль). На втором лепестке, очевидно, будет иметь место другая аппроксимация функции Y_1 , но мы можем её вид и не выписывать. В данных условиях можно не учитывать лепестки синуса, так как его вклад на первом лепестке

ке Y_1 мал, более того, в ситуации, когда вклад синуса на нём наибольший, будет весьма мал вклад на последующих лепестках. Не будем также учитывать интеграл с функцией J_1 .

В рамках сделанных предположений согласование лепестков делается следующим образом: совмещаем положения экстремумов для вторых лепестков Y_1 и косинуса. Это выражается равенством

$$t_{0,5} / k = \pi / (kp) \rightarrow p = \pi / t_{0,5} \approx 0,851,$$

здесь $t_{0,5} \approx 3,69$ – позиция первого экстремума функции Y_1 .

При дальнейшем увеличении входного зрачка оптимальное значение p не должно заметно измениться по двум причинам: лепестки функции Y_1 убывают по высоте, что уменьшает их вклад; длины следующих лепестков близки к длине второго лепестка и длинам лепестков косинуса.

Отметим, что для поперечного поля вклад последующих лепестков убывает ещё быстрее – см. формулы (19) и (20).

3. Численное моделирование на основе интеграла Рэлея–Зоммерфельда

В данном разделе приведены результаты моделирования дифракции Гауссовых пучков на цилиндрическом (двумерном) аксиконе с числовой апертурой $NA=0,8$ на основе прямого численного интегрирования по формуле (6) в векторном варианте [21].

Эта ситуация несколько другая, чем рассмотренная в предыдущем разделе, т.к. цилиндрическим является только аксикон. Была выбрана линейная x -поляризация (ТМ-поляризация) падающего излучения.

В расчётах, которые приведены в табл. 1, использовалась длина волны $\lambda=0,532$ мкм, размер входного поля – 5×5 мкм.

Табл. 1. Результаты моделирования дифракции различных пучков на цилиндрическом аксиконе с $NA=0,8$ в рамках векторной непараксиальной волновой модели

Входное поле – интенсивность (негативное изображение) и фаза	Гауссов пучок		Пучок Гаусса–Эрмита	
Общее и покомпонентное распределение интенсивности в продольной плоскости $z \in [0, 1 \text{ мкм}, 3 \text{ мкм}]$, $x \in [-3 \text{ мкм}, 3 \text{ мкм}]$ (негативное изображение)				
	$ E ^2$ 		$ E ^2$ 	
	$ E_x ^2$ 		$ E_x ^2$ 	
	$ E_z ^2$ 		$ E_z ^2$ 	

Рассматривались два типа освещающего пучка: Гауссов пучок, не имеющий фазовой сингулярности, и пучок Гаусса–Эрмита, имеющий скачок фазы на π вдоль вертикальной линии. Такой пучок используется для формирования продольной компоненты с ненулевой энергией на оптической оси [15, 16, 33, 34].

Гауссов пучок имеет вид:

$$g(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2}\right), \tag{25}$$

где σ – радиус перетяжки пучка.

Пучок Гаусса–Эрмита имеет вид:

$$g(x, y) = x \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2}\right). \tag{26}$$

Как видно из табл. 1, при высоких числовых апертурах основной вклад в общую картину интенсивности вносит именно продольная компонента электрического поля. Это хорошо видно при сравнении распределения интенсивности продольной компоненты $|E_z|^2$ и общей

интенсивности $|E|^2$ – картины очень похожи, что говорит о значительном вкладе именно продольной компоненты. Таким образом, наличие фазовой сингулярности в освещающем пучке (столбец 3) приводит к изменению картины дифракции, связанному с концентрацией энергии на оптической оси для продольной компоненты электрического поля.

Заметим, что в этом разделе мы рассматривали оптический элемент как тонкий фазовый транспарант, что не позволяет отследить в явном виде эффекты, связанные с полным внутренним отражением, показанные в разделе 1. Для этого необходимо учитывать реальную структуру элемента. Воспользуемся для этого методом конечных элементов решения уравнения Максвелла.

4. Численное моделирование на основе метода конечных элементов в двумерном случае

В данном разделе приведены результаты численного моделирования дифракции Гауссова пучка с фазовой сингулярностью на цилиндрическом аксиконе

на основе решения уравнения Максвелла методом конечных элементов в двумерном случае с использованием программного продукта Comsol.

Для удобства расчётов в данной модели числовая апертура аксиконов вычислялась по следующей формуле, получаемой из (4) при выражении угла через размеры аксикона:

$$NA = \frac{(2h/D)\left(n - \sqrt{1 + (1 - n^2)(2h/D)^2}\right)}{1 + (2h/D)^2}, \quad (27)$$

где D – размер основания аксикона, h – высота аксикона, n – показатель преломления.

В табл. 2 показаны результаты моделирования дифракции Гауссова пучка (25) с ТМ-поляризацией на двумерных аксиконах с одинаковой высотой $h = 5$ мкм, но с различными размерами основания D и, соответственно, углами аксикона и числовыми апертурами. Длина волны излучения $\lambda = 532$ нм, показатель преломления $n = 1,5$.

Табл. 2. Результаты моделирования дифракции Гауссова пучка (25) с ТМ-поляризацией на двумерных рефракционных аксиконах с одинаковой высотой $h = 5$ мкм, но с различными размерами основания D

Параметры аксикона	$ E ^2$	$ E_x ^2$	$ E_z ^2$
$\alpha_0 = 61^\circ$, $D = 18,04$ мкм, $NA = 0,303$			
$\alpha_0 = 30^\circ$, $D = 5,77$ мкм, $p = 0,65 - i*0,718$			

Как видно из табл. 2, при сужении угла аксикона наступает полное внутреннее отражение и основная энергия начинает идти не вдоль оптической оси, а под большими углами к оптической оси. Это связано с усилением продольной компоненты электрического поля $|E_z|^2$. В лучевой модели (рис. 1б) предсказывались только эти лучи, в то время как волновая векторная модель учитывает также и затухающее поле.

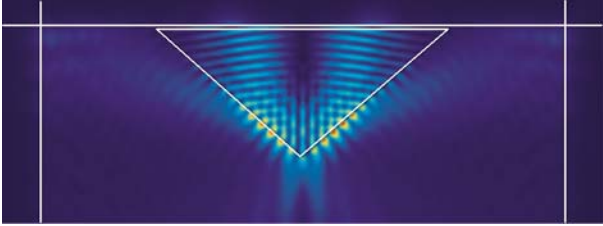
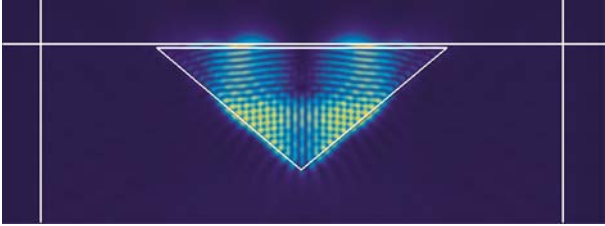
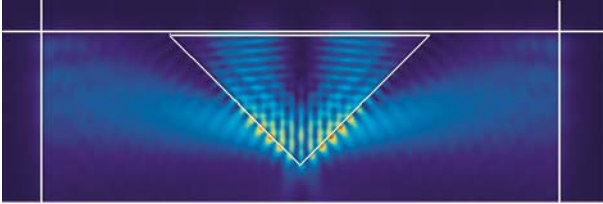
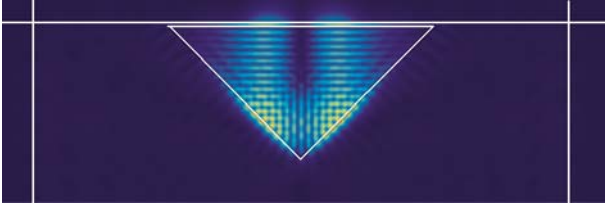
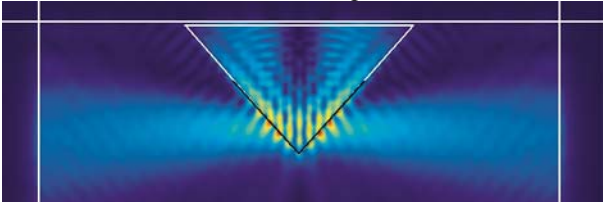
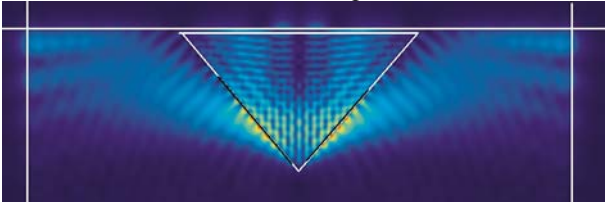
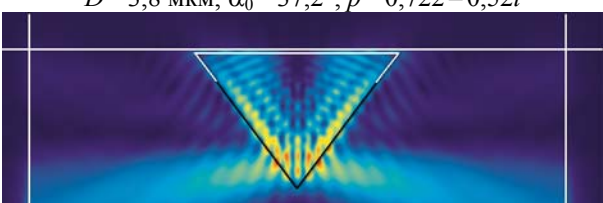
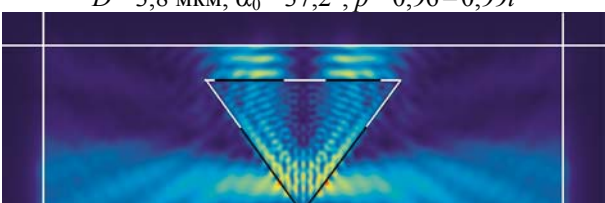
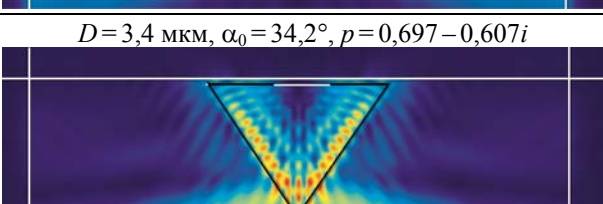
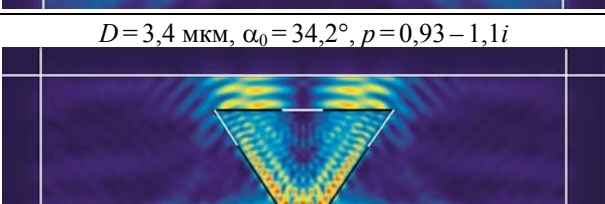
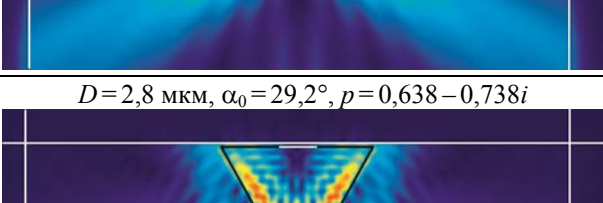
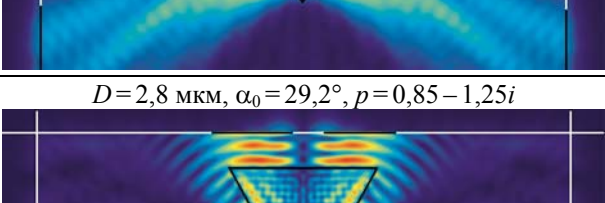
Сравнение результатов табл. 1 для Гауссова пучка (второй столбец) и результатов табл. 2 при высокой числовой апертуре (вторая строка) показывают качественную корректность модели тонкого оптического элемента для описания поля после прохождения элемента. Разумеется, для получения картины поля внутри рефракционного аксикона нужно использовать разностные методы расчёта.

Учитывая мощный вклад продольной компоненты в поле, формируемое высокоапертурными элементами,

для перераспределения энергии на оптическую ось [15, 16, 33, 34] в дальнейших расчётах освещающий пучок был выбран в виде моды Гаусса–Эрмита (26). Также, учитывая усиление продольной компоненты при увеличении показателя преломления оптического элемента [35], было проведено сравнительное моделирование при различных показателях преломления n (табл. 3).

Из результатов, приведённых в табл. 3, следует интересный вывод о том, что увеличение числовой апертуры рефракционного аксикона как за счёт геометрии (сужения заострения), так и за счёт увеличения показателя преломления материала имеет смысл для концентрации энергии на острие аксикона только до определённого момента. Этот момент определяется наступлением полного внутреннего отражения. В условиях полного внутреннего отражения и близких к нему обеспечивается наибольшая концентрация энергии на острие аксикона, связанная с затухающим полем.

Табл. 3. Результаты моделирования дифракции моды Гаусса–Эрмита (26) для двумерных рефракционных аксиконов с одинаковой высотой $h = 2,5$ мкм, но с различными размерами основания D (n – показатель преломления элемента)

$n = 1,5$	$n = 2$
$D = 5,6$ мкм, $\alpha_0 = 48,2^\circ$, $NA = 0,72$ 	$D = 5,6$ мкм, $\alpha_0 = 48,2^\circ$, $p = 0,994 - 0,294i$ 
$D = 5$ мкм, $\alpha_0 = 45^\circ$, $p = 0,75 - 0,25i$ 	$D = 5$ мкм, $\alpha_0 = 45^\circ$, $p = 1,0 - 0,707i$ 
$D = 4,4$ мкм, $\alpha_0 = 41,3^\circ$, $p = 0,74 - 0,39i$ 	$D = 4,4$ мкм, $\alpha_0 = 41,3^\circ$, $p = 0,99 - 0,84i$ 
$D = 3,8$ мкм, $\alpha_0 = 37,2^\circ$, $p = 0,722 - 0,52i$ 	$D = 3,8$ мкм, $\alpha_0 = 37,2^\circ$, $p = 0,96 - 0,99i$ 
$D = 3,4$ мкм, $\alpha_0 = 34,2^\circ$, $p = 0,697 - 0,607i$ 	$D = 3,4$ мкм, $\alpha_0 = 34,2^\circ$, $p = 0,93 - 1,1i$ 
$D = 2,8$ мкм, $\alpha_0 = 29,2^\circ$, $p = 0,638 - 0,738i$ 	$D = 2,8$ мкм, $\alpha_0 = 29,2^\circ$, $p = 0,85 - 1,25i$ 

При увеличении числовой апертуры выше предельной, кроме отражения от плоской стенки, из аксикона начинает выходить энергия через боковые грани. Эта ситуация была предсказана в работе [26] при геометрико-оптическом анализе рефракционного аксикона. Интересно, что с увеличением числовой апертуры боковые лучи начинают сильнее загигаться к оптической оси, а вовсе не отклоняться от неё.

Заключение

Рассмотрена дифракция Гауссовых пучков на двумерном (цилиндрическом) рефракционном аксиконе в ситуации, когда числовая апертура аксикона значительно выше предельной, соответствующей полному внутреннему отражению. Такая ситуация ранее не рассматривалась, т.к. считалось, что в этом случае аксикон не пропускает падающее излучение.

Дифракция рассмотрена в трёх моделях: геометрико-оптической, векторной волновой в приближении тонкого оптического элемента и на основе метода конечных элементов решения уравнений Максвелла. В первых двух случаях получены аналитические оценки для высокой числовой апертуры, в том числе выше предельной.

Хотя предельная числовая апертура в геометрико-оптической модели соответствует наступлению полного внутреннего отражения, анализ хода лучей показал, что при увеличении числовой апертуры (сужении угла аксикона) часть энергии выходит из элемента через боковые грани. При этом выходящие лучи формируют расходящееся излучение, не попадающее на оптическую ось.

В волновой теории рассеяние энергии в боковых направлениях также имеет место, но особую роль играют затухающие волны вблизи оптического элемента. Увеличение числовой апертуры в этой модели приводит к большей концентрации поля в ближней зоне. На основе данной модели получены аналитические оценки для компонент электрического поля. Заметим, что в этом случае использовалось приближение тонкого оптического элемента, не подразумевающее эффекта полного внутреннего отражения.

Применение более строгой модели – метода конечных элементов решения уравнений Максвелла – позволило обнаружить интересные результаты в случае существенного увеличения числовой апертуры аксикона. Исследования показали, что с точки зрения концентрации энергии на острие рефракционного аксикона увеличение его числовой апертуры (как за счёт сужения заострения, так и за счёт увеличения показателя преломления материала) имеет смысл только до определённого момента. Этот момент определяется наступлением полного внутреннего отражения.

Существенное увеличение числовой апертуры выше предельной не приводит к усилению энергии в ближней зоне, а ведёт как раз к обратной ситуации. Лучи как отражаются от плоской поверхности аксикона, так и выходят из боковых граней аксикона. Интересно, что с увеличением числовой апертуры боковые лучи начина-

ют сильнее загигаться к оптической оси, а вовсе не отклоняться от неё. Такое поведение лучше описывается геометрико-оптической моделью, чем волновой. Однако это скорее связано с рефракционным типом рассмотренного оптического элемента. Результаты метода конечных элементов для дифракционного элемента могут оказаться значительно ближе к предсказаниям, основанным на теории Рэлея–Зоммерфельда.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты РФФИ 14-29-07133-офи-м, 14-07-31079 мол_а) и Министерства образования и науки РФ.

Литература

1. **McLeod, J.H.** The axicon: a new type of optical element / J.H. McLeod // Journal of the Optical Society of America. – 1954. – Vol. 44. – P. 592-597.
2. **Durnin, J.** Diffraction-free beams / J. Durnin, J.J. Miceli, Jr. and J.H. Eberly // Physical Review Letters. – 1987. – V. 58. – P. 1499-1501.
3. **McGloin, D.** Bessel beams: diffraction in a new light / D. McGloin and K. Dholakia // Contemporary Physics. – 2005. – Vol. 46, Issue 1. – P. 15-28.
4. **Jaroszewicz, Z.** Axicon – the most important optical element / Z. Jaroszewicz, A. Burvall, A.T. Friberg // Optics & Photonics News, April 2005.
5. **Arlt, J.** Optical micromanipulation using a Bessel light beam / J. Arlt, V. Garcés-Chavez, W. Sibbett and K. Dholakia // Optics Communications. – 2001. – Vol. 197. – P. 239-245.
6. **Garcés-Chavez, V.** Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam / V. Garcés-Chavez, D. McGloin, H. Melville, W. Sibbett and K. Dholakia // Nature. – 2002. – Vol. 419. – P. 145-147.
7. **Сойфер, В.А.** Оптическое манипулирование микрообъектами: достижения и новые возможности, порожденные дифракционной оптикой / В.А. Сойфер, В.В. Котляр, С.Н. Хонина // Физика элементарных частиц и атомного ядра. – 2004. – Vol. 35(6). – P. 1368-1432.
8. **Ding, Z.** High-resolution optical coherence tomography over a large depth range with an axicon lens / Z. Ding, H. Ren, Y. Zhao, J.S. Nelson and Z. Chen // Optics Letters. – 2002. – Vol. 27. – P. 243-245.
9. **Lee, K.** Bessel beam spectral-domain high-resolution optical coherence tomography with micro-optic axicon providing extended focusing range / K. Lee and J. Rolland // Optics Letters. – 2008. – Vol. 33. – P. 1696-1698.
10. **Котляр, В.В.** Бесконтактное прецизионное измерение линейных смещений с использованием ДОО, формирующих моды Бесселя / В.В. Котляр, П.В. Скиданов, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2001. – Вып. 21. – С. 102-104.
11. **Fortin, M.** Optical tests with Bessel beam interferometry / M. Fortin, M. Piché and E.F. Borra // Optics Express. – 2004. – Vol. 2, Issue 24. – P. 5887-5895.
12. **Turunen, J.** Holographic generation of diffraction-free beams / J. Turunen, A. Vasara and A.T. Friberg // Applied Optics. – 1988. – Vol. 27. – P. 3959-3962.
13. **Arlt, J.** Optical dipole traps and atomic waveguides based on Bessel light beams / J. Arlt [et al.] // Physical Review. – 2001. – Vol. 63. – P. 063602.
14. **Cizmar, T.** An optical nanotrap array movable over a millimetre range / T. Cizmar, M. Siler, P. Zemanek // Applied Physics B. – 2006. – Vol. 84. – P. 197-203.

15. **Khonina, S.N.** Narrowing of a light spot at diffraction of linearly-polarized beam on binary asymmetric axicons / S.N. Khonina, D.V. Nesterenko, A.A. Morozov, R.V. Skidanov, V.A. Soifer // *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)*. – 2012. – Vol. 21(1). – P. 17-26.
16. **Khonina, S.N.** Experimental demonstration of the generation of the longitudinal E-field component on the optical axis with high-numerical-aperture binary axicons illuminated by linearly and circularly polarized beams / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov, D.A. Savelyev, J. Laukkanen, J. Turunen // *Journal of Optics*. – 2013. – Vol. 15. – P. 085704 (9pp).
17. **Vahimaa, P.** Electromagnetic analysis of nonparaxial Bessel beams generated by diffractive axicons / Pasi Vahimaa, Ville Kettunen, Markku Kuittinen, Jari Turunen and Ari T. Friberg // *Journal of the Optical Society of America A*. – 1997. – Vol. 14, Issue 8. – P. 1817-1824.
18. **Zhang, Y.** Vector propagation of radially polarized Gaussian beams diffracted by an axicon / Y. Zhang, L. Wang, C. Zheng // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2005. – Vol. 22, Issue 11. – P. 2542-2546.
19. **Котляр, В.В.** Моделирование острой фокусировки радиально-поляризованной лазерной моды с помощью конического и бинарного микроаксиконов / В.В. Котляр, С.С. Стафеев // *Компьютерная оптика*. – 2009. – Т. 33, № 1. – С. 52-60.
20. **Хонина, С.Н.** Дифракция на бинарных микроаксиконах в ближней зоне / С.Н. Хонина, Д.А. Савельев, П.Г. Серафимович, И.А. Пустовой // *Оптический журнал*. – 2012. – Т. 79, № 10. – С. 22-29.
21. **Хонина, С.Н.** Распространение радиально-ограниченных вихревых пучков в ближней зоне. I. Алгоритмы расчёта / С.Н. Хонина, А.В. Устинов, А.А. Ковалёв, С.Г. Вологовский // *Компьютерная оптика*. – 2010. – Т. 34, № 3. – С. 317-332.
22. **Rosen, J.** Pseudonondiffracting slitlike beam and its analogy to the pseudonondispersing pulse / J. Rosen, B. Salik, A. Yariv and H. Liu // *Optics Letters*. – 1995. – Vol. 20. – P. 423-425.
23. **Kurt, H.** Limited-diffraction light propagation with axicon-shape photonic crystals / H. Kurt // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2009. – Vol. 26, Issue 5. – P. 981-986.
24. **Lin, J.** Rigorous electromagnetic analysis of two dimensional micro-axicon by boundary integral equations / J. Lin, J. Tan, J. Liu, S. Liu // *Optics Express* – 2009. – Vol. 17, Issue 3. – P. 1466-1471.
25. **Kurt, H.** Generation of a two-dimensional limited-diffraction beam with self-healing ability by annular-type photonic crystals / H. Kurt, M. Turdjev // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2012. – Vol. 29, Issue 6. – P. 1245-1256.
26. **Устинов, А.В.** Расчёт комплексной функции пропускания рефракционных аксиконов / А.В. Устинов, С.Н. Хонина // *Компьютерная оптика*. – 2011. – Т. 35, № 4. – С. 480-490.
27. **Born, M.** *Principles of Optics* / M. Born, E. Wolf. – 6th ed. – Oxford: Pergamon, 1980. – Chap. 8.3.
28. **Totzeck, M.** Validity of the scalar Kirchhoff and Rayleigh-Sommerfeld diffraction theories in the near field of small phase objects / M. Totzeck // *Journal of the Optical Society of America A*. – 1991. – Vol. 8, Issue 1. – P. 27-32.
29. **Tsoy, V.I.** The use of Kirchhoff approach for the calculation of the near field amplitudes of electromagnetic field / V.I. Tsoy, L.A. Melnikov // *Optics Communications*. – 2005. – Vol. 256. – P. 1-9.
30. **Dubra, A.** Diffracted field by an arbitrary aperture / A. Dubra and J.A. Ferrari // *American Journal of Physics*. – 1999. – Vol. 67(1). – P. 87-92.
31. **Прудников, А.П.** Интегралы и ряды. Том 1. Элементарные функции / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 800 с.
32. **Nascov, V.** Fast computation algorithm for the Rayleigh-Sommerfeld diffraction formula using a type of scaled convolution / V. Nascov, P.C. Logofatu // *Applied Optics*. – 2009. – Vol. 48, Issue 22. – P. 4310-4319.
33. **Khonina, S.N.** Controlling the contribution of the electric field components to the focus of a high-aperture lens using binary phase structures / S.N. Khonina, S.G. Volotovskiy // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2010. – Vol. 27, Issue 10. – P. 2188-2197.
34. **Дегтярев, С.А.** Исследование возможности субволновой локализации излучения за счёт формирования близкорасположенных сингулярных линий с помощью субволновых деталей диэлектрического микрорельефа / С.А. Дегтярев, С.Н. Хонина // *Компьютерная оптика*, – 2013. – Т. 37, № 4. – С. 426-430.
35. **Хонина, С.Н.** Высокоапертурные бинарные аксиконы для формирования продольной компоненты электрического поля на оптической оси при линейной и круговой поляризации освещающего пучка / С.Н. Хонина, Д.А. Савельев // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. – 2013. – Т. 144, № 4. – С. 718-726.

References

1. **McLeod, J.H.** The axicon: a new type of optical element / J.H. McLeod // *Journal of the Optical Society of America*. – 1954. – Vol. 44. – P. 592-597.
2. **Durnin, J.** Diffraction-free beams / J. Durnin, J.J. Miceli, Jr. and J.H. Eberly // *Physical Review Letters*. – 1987. – V. 58. – P. 1499-1501.
3. **McGloin, D.** Bessel beams: diffraction in a new light / D. McGloin and K. Dholakia // *Contemporary Physics*. – 2005. – Vol. 46, Issue 1. – P. 15-28.
4. **Jaroszewicz, Z.** Axicon – the most important optical element / Z. Jaroszewicz, A. Burvall, A.T. Friberg // *Optics & Photonics News*, April 2005.
5. **Arlt, J.** Optical micromanipulation using a Bessel light beam / J. Arlt, V. Garcés-Chavez, W. Sibbett and K. Dholakia // *Optics Communications*. – 2001. – Vol. 197. – P. 239-245.
6. **Garcés-Chavez, V.** Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam / V. Garcés-Chavez, D. McGloin, H. Melville, W. Sibbett and K. Dholakia // *Nature*. – 2002. – Vol. 419. – P. 145-147.
7. **Soifer, V.A.** *Optical Microparticle Manipulation: Advances and New Possibilities Created by Diffractive Optics* / V.A. Soifer, V.V. Kotlyar, S.N. Khonina // *Physics of Particles and Nuclei*. – 2004. – Vol. 35, Issue 6. – P. 733-766.
8. **Ding, Z.** High-resolution optical coherence tomography over a large depth range with an axicon lens / Z. Ding, H. Ren, Y. Zhao, J.S. Nelson and Z. Chen // *Optics Letters*. – 2002. – Vol. 27. – P. 243-245.
9. **Lee, K.** Bessel beam spectral-domain high-resolution optical coherence tomography with micro-optic axicon providing extended focusing range / K. Lee and J. Rolland // *Optics Letters*. – 2008. – Vol. 33. – P. 1696-1698.
10. **Kotlyar, V.V.** Contactless precision measurement of a linear displacement using DOEs forming Bessel beams / V.V. Kotlyar, R.V. Skidanov and S.N. Khonina // *Computer Optics*. – 2001. – Vol. 21. – P. 102-104. – (In Russian).
11. **Fortin, M.** Optical tests with Bessel beam interferometry / M. Fortin, M. Piché and E.F. Borra // *Optics Express*. – 2004. – Vol. 2, Issue 24. – P. 5887-5895.

12. **Turunen, J.** Holographic generation of diffraction-free beams / J. Turunen, A. Vasara and A.T. Friberg // *Applied Optics*. – 1988. – Vol. 27. – P. 3959-3962.
13. **Arlt, J.** Optical dipole traps and atomic waveguides based on Bessel light beams / J. Arlt [et al.] // *Physical Review*. – 2001. – Vol. 63. – P. 063602.
14. **Cizmar, T.** An optical nanotrap array movable over a millimetre range / T. Cizmar, M. Siler, P. Zemanek // *Applied Physics B*. – 2006. – Vol. 84. – P. 197-203.
15. **Khonina, S.N.** Narrowing of a light spot at diffraction of linearly-polarized beam on binary asymmetric axicons / S.N. Khonina, D.V. Nesterenko, A.A. Morozov, R.V. Skidanov, V.A. Soifer // *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)*. – 2012. – Vol. 21(1). – P. 17-26.
16. **Khonina, S.N.** Experimental demonstration of the generation of the longitudinal E-field component on the optical axis with high-numerical-aperture binary axicons illuminated by linearly and circularly polarized beams / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov, D.A. Savelyev, J. Laukkanen, J. Turunen // *Journal of Optics*. – 2013. – Vol. 15. – P. 085704 (9pp).
17. **Vahimaa, P.** Electromagnetic analysis of nonparaxial Bessel beams generated by diffractive axicons / Pasi Vahimaa, Ville Kettunen, Markku Kuittinen, Jari Turunen and Ari T. Friberg // *Journal of the Optical Society of America A*. – 1997. – Vol. 14, Issue 8. – P. 1817-1824.
18. **Zhang, Y.** Vector propagation of radially polarized Gaussian beams diffracted by an axicon / Y. Zhang, L. Wang, C. Zheng // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2005. – Vol. 22, Issue 11. – P. 2542-2546.
19. **Kotlyar, V.V.** Modeling sharp focus radially-polarized laser mode with conical and binary microaxicons / V.V. Kotlyar, S.S. Stafeyev // *Computer Optics*. – 2009. – Vol. 33(1). – P. 52-60. – (In Russian).
20. **Khonina, S.N.** Diffraction at binary microaxicons in the near field / S.N. Khonina, P.G. Serafimovich, D.A. Savelyev, I.A. Pustovoi // *Journal of Optical Technology*. – 2012. – Vol. 79(10). – P. 626-631.
21. **Khonina, S.N.** Near-field propagation of vortex beams: models and computation algorithms / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, A.A. Kovalyov, S.G. Volotovskiy // *Optical Memory and Neural Networks*. – 2014. – Vol. 23(2). – P. 50-73.
22. **Rosen, J.** Pseudonondiffracting slitlike beam and its analogy to the pseudonondispersing pulse / J. Rosen, B. Salik, A. Yariv and H. Liu // *Optics Letters*. – 1995. – Vol. 20. – P. 423-425.
23. **Kurt, H.** Limited-diffraction light propagation with axicon-shape photonic crystals / H. Kurt // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2009. – Vol. 26, Issue 5. – P. 981-986.
24. **Lin, J.** Rigorous electromagnetic analysis of two dimensional micro-axicon by boundary integral equations / J. Lin, J. Tan, J. Liu, S. Liu // *Optics Express*. – 2009. – Vol. 17, Issue 3. – P. 1466-1471.
25. **Kurt, H.** Generation of a two-dimensional limited-diffraction beam with self-healing ability by annular-type photonic crystals / H. Kurt, M. Turduev // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2012. – Vol. 29, Issue 6. – P. 1245-1256.
26. **Ustinov, A.V.** Calculating the complex transmission function of refractive axicons / A.V. Ustinov and S.N. Khonina, *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)*. – 2012. – Vol. 21, Issue 3. – P. 133-144.
27. **Born, M.** Principles of Optics / M. Born, E. Wolf. – 6th ed. – Oxford: Pergamon, 1980. – Chap. 8.3.
28. **Totzeck, M.** Validity of the scalar Kirchhoff and Rayleigh-Sommerfeld diffraction theories in the near field of small phase objects / M. Totzeck // *Journal of the Optical Society of America A*. – 1991. – Vol. 8, Issue 1. – P. 27-32.
29. **Tsoy, V.I.** The use of Kirchhoff approach for the calculation of the near field amplitudes of electromagnetic field / V.I. Tsoy, L.A. Melnikov // *Optics Communications*. – 2005. – Vol. 256. – P. 1-9.
30. **Dubra, A.** Diffracted field by an arbitrary aperture / A. Dubra and J.A. Ferrari // *American Journal of Physics*. – 1999. – Vol. 67(1). – P. 87-92.
31. **Prudnikov, A. P.** Integrals and Series. vol. 1. Elementary Functions / A.P. Prudnikov, Yu.A. Brychkov, O.I. Marichev. – Moscow: "Nauka" Publisher, 1981. – 800 p. – (In Russian).
32. **Nascov, V.** Fast computation algorithm for the Rayleigh-Sommerfeld diffraction formula using a type of scaled convolution / V. Nascov, P.C. Logofatu // *Applied Optics*. – 2009. – Vol. 48, Issue 22. – P. 4310-4319.
33. **Khonina, S.N.** Controlling the contribution of the electric field components to the focus of a high-aperture lens using binary phase structures / S.N. Khonina, S.G. Volotovskiy // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2010. – Vol. 27, Issue 10. – P. 2188-2197.
34. **Degtyarev, S.A.** Study of subwavelength localization of a radiation by forming closely spaced singular lines using of subwavelength features of the dielectric micro-relief / S.A. Degtyarev, S.N. Khonina // *Computer Optics*. – 2013. – Vol. 37(4). – P. 426-430. – (In Russian).
35. **Khonina, S.N.** High-aperture binary axicons for the formation of the longitudinal electric field component on the optical axis for linear and circular polarizations of the illuminating beam / S.N. Khonina, D.A. Savelyev // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. – 2013. – Vol. 117(4). – P. 623-630.

CALCULATION OF DIFFRACTION OF LASER RADIATION BY A TWO-DIMENSIONAL (CYLINDRICAL) AXICON WITH THE HIGH NUMERICAL APERTURE IN VARIOUS MODELS

*S.N. Khonina, A.V. Ustinov, S.A. Degtyarev
Image Processing Systems Institute, Russian Academy of Sciences,
Samara State Aerospace University*

Abstract

We consider the diffraction of Gaussian beams by a cylindrical axicon whose numerical aperture (NA) is close to or higher than a limiting value (when the incident wave is assumed not to pass through an element). Three models of diffraction were considered: the ray approach, the vector wave theory with a thin optical element approximation and the solution of Maxwell's equations by the finite elements method.

Although in the ray approach the limiting NA corresponds to the total internal reflection (TIR), the analysis of the ray path has shown that with increasing NA (narrowing axicon's angle) a proportion of energy leaks through the lateral sides, forming a diverging beam.

In the wave theory, energy dissipation in lateral directions also occurs, but evanescent waves play a special role in the element's near-field zone. In this case, the analytical estimations for the electric field components have been obtained in a thin element approximation.

Application of the finite element method to Maxwell's equations has shown that for optimal concentration of energy at the refractive element's tip its NA should be increased (by narrowing the axicon's angle or by increasing the material refractive index) only until the TIR occurs. The further increase of the NA results in both the reflection of rays from the flat surface and their output from the lateral sides.

Key words: two-dimensional (cylindrical) axicon, total internal reflection, the finite elements method.

Сведения об авторах

Сведения об авторе Хонина Светлана Николаевна – см. стр. 605 этого номера.

Сведения об авторах Устинов Андрей Владимирович и Дегтярев Сергей Александрович – см. стр. 637 этого номера.

Поступила в редакцию 24 ноября 2014 г.