

ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ, РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ

ЛОКАЛЬНОЕ ПОРЯДКОВОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

В.В. Мясников^{1,2}

¹ Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия,

² Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет) (СГАУ), Самара, Россия

Аннотация

В статье предлагается и исследуется новый метод локальной нелинейной обработки цифровых изображений – локальное порядковое преобразование. Указываются свойства предложенного преобразования. На примере решения задачи поиска яркостно искажённых дубликатов на цифровых изображениях демонстрируется целесообразность использования предложенного преобразования в отдельных задачах обработки и анализа цифровых сигналов и изображений.

Ключевые слова: нелинейная локальная обработка, цифровое изображение, порядковое преобразование.

Цитирование: Мясников, В.В. Локальное порядковое преобразование цифровых изображений / В.В. Мясников // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39, № 3. – С. 397-405.

Введение

Нелинейная обработка цифровых изображений включает в себя достаточно широкий класс преобразований различной математической природы [1, 2]: фильтры на основе порядковых статистик, полиномиальные фильтры, математическую морфологию, нейронные сети, нелинейные преобразования и т.д. Среди этих преобразований к наиболее исследованным и широко используемым относятся методы нелинейной обработки, связанные с порядковыми статистиками [2]:

- медианный фильтр и его модификации (взвешенный медианный фильтр, стековый, мультисканальный медианный фильтр, разделимый медианный фильтр и др.),
- ранговые фильтры,
- эрозия и дилатация (фильтры минимума и максимума),
- сигма-фильтры,
- L-фильтры,
- R-фильтры,
- адаптивные фильтры, использующие порядковые статистики,
- фильтр Wilcoxon и его модификация,
- и др.

Краткое описание основных известных методов и алгоритмов нелинейной обработки цифровых изображений и сигналов, основанных на порядковых статистиках, представлено в работе [2]. А более полное описание, включающее одновременно более широкий состав методов и алгоритмов, можно найти в монографиях [1, 3–5].

Основной решаемой задачей указанных преобразований является подготовка цифрового изображения для последующего анализа и/или обработки. Поскольку спектр возможных методов анализа и прикладной обработки цифровых изображений представляется чрезвычайно широким, ни одно из представленных преобразований (или их классов) не удовле-

творяет одновременно всем возможным требованиям. Более того, новые постановки задач приводят к построению новых преобразований, обладающих новыми свойствами и/или специфическими отличиями от существующих.

В настоящей работе предлагается и исследуется новый метод локальной нелинейной обработки цифровых изображений – *локальное порядковое преобразование*. В отличие от указанных выше нелинейных преобразований, основанных на порядковых статистиках, целью предлагаемого преобразования является не устранение «шумов» или определённых искажений, а приведение анализируемого цифрового изображения/фрагмента к такому виду, который оказывается инвариантен по отношению к определённым преобразованиям. Предлагаемый метод конструируется на основе вводимого *порядкового преобразования* – преобразования, результат которого зависит от отношения порядка между конкретным анализируемым значением и вектором референтных значений. Учитывая специфику вводимого порядкового преобразования, оказывается легко показать, что его результат обладает следующим *замечательным свойством*: он не меняется при применении произвольного монотонно-возрастающего преобразования ко всем (анализируемым и референтным) значениям. Более того, результат преобразования не меняется и при определённом уровне аддитивных искажений. Таким образом, *порядковое преобразование обладает свойством инвариантности* по отношению к указанным классам преобразований, что позволяет использовать его в задачах построения инвариантных и/или устойчивых локальных описаний цифровых сигналов и изображений.

Работа построена следующим образом. В первом пункте вводится понятие «порядковое преобразование» и устанавливаются его свойства. Во втором пункте формально определённое преобразование использу-

ется для построения инвариантного описания цифрового изображения и/или его фрагментов, вводится понятие локального порядкового преобразования. Третий пункт предназначен для демонстрации примеров-образов – локального порядкового преобразования, получаемых для конкретных цифровых изображений и определённых значений параметров этого преобразования. В четвёртом – представлен пример использования предлагаемого локального порядкового преобразования для решения конкретной прикладной задачи – задачи поиска яркостно искажённых дубликатов на цифровых изображениях. На примере решения этой задачи продемонстрирована целесообразность использования предложенного преобразования в задачах обработки и анализа цифровых изображений. В завершение работы приведены выводы, благодарности и список использованной литературы.

1. Порядковое преобразование и его свойства

Пусть \mathbf{G} – вполне упорядоченное числовое множество, $\{R_k\}_{k=0}^{K-1} \subseteq \{>, <, >, <, =\}$ – заранее определённый набор бинарных отношений порядка на этом множестве, $\mathbf{B} \equiv \{0,1\}$ – бинарное множество, \mathbf{Z}, \mathbf{Z}_+ – множества целых и неотрицательных целых чисел, \mathbf{N} – множество натуральных чисел.

Определение 1. Порядковым кодом величины $g \in \mathbf{G}$ относительно вектора $\bar{g} = (g_0, g_1, \dots, g_{N-1})^T$ ($g_n \in \mathbf{G}, n = \overline{0, N-1}, N \in \mathbf{N}$) и набора $\{R_k\}_{k=0}^{K-1}$ ($K \in \mathbf{N}$) бинарных отношений порядка называется бинарная матрица

$$RC_{\bar{g}}(g) \equiv \begin{pmatrix} b_{00} & b_{01} & \dots & b_{0(K-1)} \\ b_{10} & & \dots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{(N-1)0} & b_{(N-1)1} & \dots & b_{(N-1)(K-1)} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

каждый элемент которой задаётся в виде:

$$b_{nk} = g R_k g_n \in \mathbf{B}, \quad n = \overline{0, N-1}, \quad k = \overline{0, K-1}. \quad (2)$$

Вектор \bar{g} , используемый в данном определении, далее будем называть *референтным*.

Таким образом, в случае, если набор бинарных отношений порядка состоит из одного отношения (например, отношения «больше»), порядковым кодом конкретной величины является бинарная матрица размера $N \times 1$.

Пусть далее $\mathbf{Z}_{NK} \equiv \{0, 1, \dots, 2^{NK} - 1\}$ – множество целых чисел в указанном диапазоне.

Определение 2. Порядковым преобразованием величины $g \in \mathbf{G}$ относительно референтного векто-

ра \bar{g} и набора $\{R_k\}_{k=0}^{K-1}$ бинарных отношений порядка называется отображение следующего вида:

$$RT_{\bar{g}}(\cdot) : \mathbf{G} \rightarrow \mathbf{Z}_{NK}, \quad (3)$$

реализуемое в виде суперпозиции

$$RT_{\bar{g}} = CT \cdot RC_{\bar{g}}, \quad (4)$$

где отображение

$$RC_{\bar{g}} : \mathbf{G} \rightarrow \mathbf{B}^{N \times K} \quad (5)$$

задано (1), а отображение

$$CT : \mathbf{B}^{N \times K} \rightarrow \mathbf{Z}_{NK} \quad (6)$$

называется *кодовым преобразованием*. В случае, если кодовое преобразование является биективным, порядковое преобразование назовём *строгим*, в противном случае – *нестрогим*.

Из данного определения следует, что кодовое преобразование для каждой матрицы (1) $RC_{\bar{g}}(g) \in \mathbf{B}^{N \times K}$, представляющей порядковый код конкретной величины g , указывает целое число из множества \mathbf{Z}_{NK} . При этом даже для случая биективного кодового преобразования (строгого порядкового преобразования) оно определено неоднозначно. Действительно, обозначим всё множество возможных биективных отображений (6), определяемое заданным числом K бинарных отношений порядка и размерностью N референтного вектора, как $\Omega_{K,N}$. Тогда, как очевидно, справедливо следующее утверждение.

Утверждение 1. Для конкретного числа K бинарных отношений порядка и размерности N референтного вектора мощность множества $\Omega_{K,N}$ биективных кодовых преобразований (6) имеет вид:

$$|\Omega_{K,N}| = NK! \quad \blacksquare$$

Здесь $NK!$ означает факториал величины NK .

Для практики данное утверждение означает, что при решении конкретной задачи можно подобрать такое порядковое преобразование, которое оказывается наиболее «удобным» в каком-либо плане, то есть обладает какими-либо дополнительными свойствами.

При этом независимо от того, какое конкретно кодовое преобразование используется, все порядковые преобразования удовлетворяют следующему основному свойству.

Утверждение 2 (об инвариантности порядкового преобразования). Пусть $f : \mathbf{G} \rightarrow \mathbf{G}$ – произвольная монотонно возрастающая функция, и

$$g' = f(g), \quad \bar{g}' = (f(g_0), f(g_1), \dots, f(g_{N-1}))^T.$$

Тогда для любого порядкового преобразования (3)–(4) справедливо:

$$RT_{\bar{g}'}(g') = RT_{\bar{g}}(g). \quad \blacksquare$$

Доказательство данного утверждения непосредственно следует из очевидного соотношения, выпол-

нящегося в силу обозначенного выше свойства функции f :

$$g R_k g_n = g' R_k g'_n, \quad n = \overline{0, N-1}, \quad k = \overline{0, K-1}.$$

Строгое порядковое преобразование с «формальным» кодовым преобразованием

В качестве примера строгого порядкового преобразования можно привести преобразование, в котором кодовое преобразование реализуется путём формального перевода бинарной последовательности, получаемой построчной развёрткой матрицы (1), в целочисленное число из Z_{NK} с тем же бинарным представлением. А именно:

$$CT(B) = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} b_{nk} 2^{n+Nk}. \quad (7)$$

Строгое порядковое преобразование с «естественным» кодовым преобразованием

Другой способ определения биективного кодового преобразования основан на естественном требовании, чтобы значение величины $CT(B)$ было тем больше, чем большее количество единиц находится в матрице B . При одинаковом количестве единиц в бинарной матрице значения $CT(B)$ также полагаются различными, но при этом различия между значениями кодового преобразования оказываются меньше.

Формально указанные требования можно представить следующим образом. Пусть величина $|B|$ обозначает число единиц в бинарной матрице B . Тогда искомое кодовое преобразование должно удовлетворять следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} \forall B, B' \quad |B| > |B'| &\Rightarrow CT(B) > CT(B'), \\ \forall B, B', B'' \quad |B| > |B'| = |B''| &\Rightarrow \\ \Rightarrow \max(|CT(B) - CT(B')|, |CT(B) - CT(B'')|) &> \\ > |CT(B') - CT(B'')|. \end{aligned} \quad (8)$$

Несмотря на то, что явное выражение для такого кодового преобразования записать затруднительно, алгоритмическое его построение не представляет сложности. Достаточно учесть, что количество различных бинарных матриц B размера $N \times K$ с одинаковым числом единиц $|B|$ составляет $C_{NK}^{|B|}$. Тогда значения кодового преобразования для каждой такой матрицы оказываются в диапазоне

$$CT(B) \in \left[\sum_{s=0}^{|B|-1} C_{NK}^s, \sum_{s=0}^{|B|} C_{NK}^s \right), \quad (9)$$

где они упорядочиваются некоторым заранее определённым образом, например, лексикографически по бинарному коду матрицы B .

Примеры значений кодовых преобразований (7) и (8)–(9) для ситуации $N = 4, K = 1$ представлены ниже в табл. 1.

О связи порядкового преобразования и ранговых методов обработки

Связь порядкового преобразования с ранговыми методами устанавливает следующая лемма.

Лемма. Пусть $K = 1, R_0 = ">"$ и кодовое преобразование определено в виде $CT(B) = |B|$.

Тогда ранг $r(g)$ величины g в вариационном ряду величин $g, g_0, g_1, \dots, g_{N-1}$ совпадает со значением порядкового преобразования:

$$r(g) = RT_{\bar{g}}(g)$$

этой величины относительно референтного вектора $\bar{g} = (g_0, g_1, \dots, g_{N-1})^T$.

Как очевидно, участвующее в условиях этой леммы порядковое преобразование не является биективным, и, как следствие, соответствующее порядковое преобразование не является строгим.

2. Локальное порядковое преобразование цифровых изображений

Введённое в первом пункте порядковое преобразование может быть использовано для препарирования цифровых изображений и приведения их к виду, удобному для дальнейшей обработки и/или анализа. Это может быть сделано различными способами, один из которых представлен ниже.

Табл. 1. Примеры биективных кодовых преобразований

Порядковый код, B	$CT(B)$, вариант (7)	$CT(B)$, вариант (8)–(9)
0000	0	0
0001	1	1
0010	2	2
0011	3	5
0100	4	3
0101	5	6
0110	6	7
0111	7	11
1000	8	4
1001	9	8
1010	10	9
1011	11	12
1100	12	10
1101	13	13
1110	14	14
1111	15	15

Пусть $x(n_0, n_1) \in \mathbf{G}$ ($n_i = \overline{0, N_i-1}; i = \overline{0, 1}$) – функция «яркости» цифрового изображения, заданная на дискретной сетке отсчётов (на практике в качестве \mathbf{G} обычно выступает более «богатое» в алгебраическом смысле множество целых Z или неотрицательных целых Z_+ чисел). И пусть M_0, M_1 – натуральные числа, определяющие размеры (соответственно вертикальный и горизонтальный) так называемого «окна обработки» [1]. Для конкретного положения (n_0, n_1)

окна обработки, охватывающего $M_0 \times M_1$ отсчётов входного изображения

$$x(n_0 - m_0, n_1 - m_1), \quad m_i = \overline{0, M_i - 1}, i = \overline{0, 1}, \quad (10)$$

определим вектор $\bar{x}(n_0, n_1) \in \mathbf{G}^{M_0 M_1 - 1}$, включающий некоторым заранее упорядоченным образом отсчёты (10), исключая отсчёт $x(n_0, n_1)$. В случае, если координаты некоторого отсчёта изображения в (10) оказываются отрицательными, считаем изображение доопределённым, например, по «ближайшему». Заполненный вектор $\bar{x}(n_0, n_1)$ выступает далее в качестве референтного вектора порядкового преобразования текущего значения $x(n_0, n_1)$. В данном ниже определении считаем также набор бинарных отношений порядка $\{R_k\}_{k=0}^{K-1}$ заданным и фиксированным.

Определение 3. Локальным порядковым преобразованием цифрового изображения

$$x(n_0, n_1) \in \mathbf{G}, \quad n_i = \overline{0, N_i - 1}; \quad i = \overline{0, 1}$$

называется преобразование следующего вида

$$X(n_0, n_1) = RT_{\bar{x}(n_0, n_1)}(x(n_0, n_1)), \quad (11)$$

$$n_i = \overline{0, N_i - 1}; \quad i = \overline{0, 1}.$$

Результат преобразования, то есть цифровое изображение

$$X(n_0, n_1) \in \mathbf{Z}_{(M_0 M_1 - 1)K}, \quad n_i = \overline{0, N_i - 1}; \quad i = \overline{0, 1},$$

будем называть *образом локального порядкового преобразования* для изображения $x(\cdot)$.

Относительно введённого локального порядкового преобразования возникают следующие вопросы.

- Является ли преобразование обратимым?

- Как влияют «искажения», вносимые в исходное изображение, на образ локального порядкового преобразования (или при каких «искажениях» образ не меняется)?

Ответ на первый вопрос в приведённой формулировке имеет однозначный ответ «нет», что непосредственно следует из Утверждения 2. В то же время можно ставить вопрос в уточнённой формулировке – обратимости с точностью до некоторого преобразования прообраза, конкретного вида функции $f(\cdot)$ и/или с заданной «точностью». Последний фактор – «точность» представления и/или допустимая «ошибка»/«искажение» – фигурирует и во втором вопросе, что в конечном итоге делает его для практики более значимым, конструктивным.

Ответ на второй вопрос в самом общем случае дать невозможно, поскольку для элементов множества \mathbf{G} нет конкретизации понятия «искажения». В зависимости от конкретизации этого понятия и надления множества \mathbf{G} дополнительными алгебраическими и/или функциональными свойствами ответы (вообще говоря, различные) могут быть получены как в общем виде, то есть для произвольного набора отношений и

произвольного кодового преобразования, так и в частности, когда эти составляющие порядкового преобразования конкретизированы. Ниже представлены два возможных варианта, сформулированные в виде теорем. Первая из них является прямым следствием Утверждения 2.

Теорема 1 (об инвариантности образа локального порядкового преобразования к глобальным поэлементным преобразованиям цифрового изображения).

Пусть $f: \mathbf{G} \rightarrow \mathbf{G}$ – монотонно возрастающая функция,

$$x(n_0, n_1) \in \mathbf{G}, \text{ и}$$

$$y(n_0, n_1) = f(x(n_0, n_1)) \in \mathbf{G}, \quad n_i = \overline{0, N_i - 1}; \quad i = \overline{0, 1}$$

исходное и искажённое изображения соответственно. Пусть также определены образы локального порядкового преобразования этих изображений с идентично определёнными наборами отношений, кодовыми преобразованиями и размерами окна обработки:

$$X(n_0, n_1) = RT_{\bar{x}(n_0, n_1)}(x(n_0, n_1)),$$

$$Y(n_0, n_1) = RT_{\bar{y}(n_0, n_1)}(y(n_0, n_1)), \quad (12)$$

$$n_i = \overline{0, N_i - 1}, \quad i = \overline{0, 1}.$$

Тогда справедливо

$$X(n_0, n_1) = Y(n_0, n_1), \quad n_i = \overline{0, N_i - 1}, \quad i = \overline{0, 1}. \quad \blacksquare$$

В терминах обработки цифровых изображений формулировка данной теоремы означает, что любые глобальные монотонно возрастающие поэлементные преобразования с постоянными параметрами (например, изменение контраста) для цифровых изображений не меняют образ локального порядкового преобразования.

Для формулировки второй теоремы вместо множества \mathbf{G} будем использовать более богатое в алгебраическом смысле и наиболее часто используемое на практике для представления отсчётов цифровых изображений множество \mathbf{Z}_+ , также определим некоторые дополнительные понятия и величины. В частности, для известного в обработке изображений *аддитивного шума* $v(\cdot)$, определяющего искажения цифрового изображения с помощью следующей модели

$$y(n_0, n_1) = x(n_0, n_1) + v(n_0, n_1) \in \mathbf{Z}_+, \quad (13)$$

$$n_i = \overline{0, N_i - 1}; \quad i = \overline{0, 1},$$

определим специальный подкласс.

Определение 3. Искажением аддитивным шумом

$$v(n_0, n_1) \in \mathbf{Z} \quad (n_i = \overline{0, N_i - 1}; \quad i = \overline{0, 1})$$

с параметрами

$$(V, H, a(n_0, n_1), b(n_0, n_1)),$$

$$V \in \mathbf{N}, \quad H \in \mathbf{N}, \quad a(n_0, n_1) \in \mathbf{Z}_+, \quad b(n_0, n_1) \in \mathbf{Z}_+$$

назовём такое искажение цифрового изображения в виде (13), которое удовлетворяет следующим соотношениям $(n_i = \overline{0, N_i - 1}; i = \overline{0, 1})$:

$$v(n_0, n_1) \in [-a(n_0, n_1), b(n_0, n_1)]; \tag{14}$$

$$v(n_0, n_1) \neq 0 \Rightarrow v(n_0 + m_0, n_1 + m_1) = 0;$$

$$(m_0, m_1) \in \left\{ \begin{matrix} (m'_0, m'_1) : m'_0 = \overline{-(V-1), V-1}, \\ m'_1 = \overline{-(H-1), H-1} \end{matrix} \right\} \setminus (0, 0). \tag{15}$$

Первое из условий в данном определении – соотношение (14) – просто определяет диапазон вносимых аддитивных искажений, задаваемый для каждого отсчёта исходного изображения. Второе условие – соотношение (15) – накладывает ограничения на «пространственный период» вносимых искажений. Фактически оно указывает на то, что в плоскости координат изображения искажения появляются на расстоянии (с периодом) не менее чем V по вертикали и не менее чем H по горизонтали. Неформально такие искажения можно характеризовать как «редкие».

Дополнительно введём величину $maxVal$ как обозначение максимального (на практике) значения, принимаемого отсчётами исходного изображения (для типовых полутоновых изображений $maxVal=255$). Определим также следующие величины, требуемые далее для формальной записи последующих соотношений:

$$\mathbf{M} \equiv \left\{ \begin{matrix} (m_0, m_1) : m_0 = \overline{0, M_1 - 1}, \\ m_1 = \overline{0, M_1 - 1} \end{matrix} \right\} \setminus (0, 0),$$

$$\Theta_a^1(n_0, n_1) \equiv \left\{ \begin{matrix} x(n_0 - m_0, n_1 - m_1) + 1 : (m_0, m_1) \in \mathbf{M} \\ \wedge x(n_0 - m_0, n_1 - m_1) < x(n_0, n_1) \end{matrix} \right\}, \tag{16}$$

$$\Theta_a^2(n_0, n_1) \equiv \left\{ \begin{matrix} x(n_0 + m_0, n_1 + m_1) : (m_0, m_1) \in \mathbf{M} \\ \wedge x(n_0 + m_0, n_1 + m_1) \leq x(n_0, n_1) \end{matrix} \right\}, \tag{17}$$

$$\Theta_b^1(n_0, n_1) \equiv \left\{ \begin{matrix} x(n_0 - m_0, n_1 - m_1) : (m_0, m_1) \in \mathbf{M} \\ \wedge x(n_0 - m_0, n_1 - m_1) \geq x(n_0, n_1) \end{matrix} \right\}, \tag{18}$$

$$\Theta_b^2(n_0, n_1) \equiv \left\{ \begin{matrix} x(n_0 + m_0, n_1 + m_1) - 1 : (m_0, m_1) \in \mathbf{M} \\ \wedge x(n_0 + m_0, n_1 + m_1) > x(n_0, n_1) \end{matrix} \right\}. \tag{19}$$

Используя введённые понятия и обозначения, можно доказать следующий частный результат, характеризующий диапазон вносимых аддитивных искажений, не меняющих образ локального порядкового преобразования.

Теорема 2 (об инвариантности образа локального порядкового преобразования цифрового изображения к искажению аддитивным шумом).

Пусть исходное и искажённое изображения связаны соотношением (13), $X(n_0, n_1), Y(n_0, n_1)$ – их образы (12) локального порядкового преобразования с набором отношений порядка в виде:

$$K = 1, \quad R_0 = ">", \tag{20}$$

биективным кодовым преобразованием и размерами окна обработки по вертикали и горизонтали соответственно M_0, M_1 .

Если параметры аддитивного шума $(V, H, a(n_0, n_1), b(n_0, n_1))$ удовлетворяют соотношениям:

$$V = M_0, \quad H = M_1, \tag{21}$$

$$a(n_0, n_1) = \begin{cases} x(n_0, n_1) - minVal, \\ \Theta_a^1(n_0, n_1) \cup \Theta_a^2(n_0, n_1) = \emptyset; \\ x(n_0, n_1) - \max(\Theta_a^1(n_0, n_1) \cup \Theta_a^2(n_0, n_1)), \\ \Theta_a^1(n_0, n_1) \cup \Theta_a^2(n_0, n_1) \neq \emptyset; \end{cases} \tag{22}$$

$$b(n_0, n_1) = \begin{cases} \max Val - x(n_0, n_1), \\ \Theta_b^1(n_0, n_1) \cup \Theta_b^2(n_0, n_1) = \emptyset; \\ \min(\Theta_b^1(n_0, n_1) \cup \Theta_b^2(n_0, n_1)) - x(n_0, n_1), \\ \Theta_b^1(n_0, n_1) \cup \Theta_b^2(n_0, n_1) \neq \emptyset; \end{cases} \tag{23}$$

тогда

$$X(n_0, n_1) = Y(n_0, n_1), \quad n_i = \overline{0, N_i - 1}, \quad i = \overline{0, 1}.$$

Доказательство: проведём эскизно для величины $a(n_0, n_1)$.

Поскольку M_0, M_1 определяют размеры окна обработки для локального порядкового преобразования, только попавшие в это окно отсчёты и влияют на диапазон допустимых аддитивных искажений. Этот факт устанавливается равенствами (21).

Далее, на диапазон изменения конкретного отсчёта $x(n_0, n_1)$ влияют две группы отсчётов: отсчёты референтного вектора, формирующие множество

$$\{x(n_0 - m_0, n_1 - m_1) : (m_0, m_1) \in \mathbf{M}\}, \tag{24}$$

и отсчёты, для которых текущий отсчёт выступает в качестве элемента референтного вектора:

$$\{x(n_0 + m_0, n_1 + m_1) : (m_0, m_1) \in \mathbf{M}\}. \tag{25}$$

Поскольку в доказываемом варианте интерес представляет допустимое уменьшение значения текущего отсчёта (доказательство проводится для величины $a(n_0, n_1)$), сохранение отношений порядка необходимо контролировать на подмножествах множеств (24) и (25) – на множествах (16) и (17) соответственно. Отличия между способами задания этих множеств (строгое и нестрогое отношение порядка) определяется способом использования текущего отсчёта $x(n_0, n_1)$ в локальном порядковом преобразовании: для выражения (16) отсчёт выступает в качестве аргумента порядкового преобразования, а в (17) – как элемент референтного вектора.

Формально для случая $\Theta_a^1(n_0, n_1) \cup \Theta_a^2(n_0, n_1) \neq \emptyset$ имеем:

$$\begin{aligned}
 & x(n_0, n_1) - a(n_0, n_1) = \\
 & = x(n_0, n_1) - \left(x(n_0, n_1) - \max(\Theta_a^1(n_0, n_1) \cup \Theta_a^2(n_0, n_1)) \right) = \\
 & = \max(\Theta_a^1(n_0, n_1) \cup \Theta_a^2(n_0, n_1)),
 \end{aligned}$$

что гарантирует сохранение отношений порядка (20) для рассматриваемого варианта.

Отдельно рассматриваемый случай $\Theta_a^1(n_0, n_1) \cup \Theta_a^2(n_0, n_1) = \emptyset$ соответствует ситуации, когда текущий отсчёт $x(n_0, n_1)$ оказывается наименьшим в окрестности. В такой ситуации любое снижение его значения не меняет отношений порядка, что позволяет установить для него наименьшее в Z_+ значение – нулевое.

Заметим также, что для строгого порядкового преобразования с отношением порядка (20) и кодовым преобразованием в виде (7) или (8) – (9) локальные экстремумы на исходном изображении преобразуются в экстремальные значения множества Z_{NK} , а именно: локальные минимумы в результате преобразования перейдут в нулевые значения, а локальные максимумы – в значение $2^{NK} - 1$. Такое свойство делает образы локального порядкового преобразования достаточно наглядными, допускающими их человеческую интерпретацию, узнавание и распознавание изображённых объектов, предметов. Данный факт наглядно демонстрируется в следующем разделе.

3. Иллюстрации образов локальных порядковых преобразований цифровых изображений

Пусть используется порядковое преобразование с набором отношений порядка в виде (20), кодовыми преобразованиями (7) или (8) – (9) и размерами окна обработки $M_0 = M_1 = 3$.

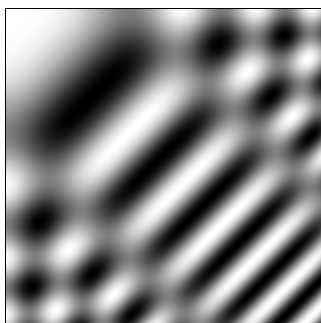


Рис. 1. Исходное изображение: 512×512, $x(\cdot) \in [0, 255]$

На Рис. 1–3 и 4–6 приведены соответственно:

- исходные изображения (рис. 1 и 4),
- образы их локальных порядковых преобразований (рис. 2 и 5),
- изображения диапазонов величин/параметров $a(n_0, n_1), b(n_0, n_1), a(n_0, n_1) + b(n_0, n_1)$ допустимых искажений аддитивным шумом, сохраняющих образы локального порядкового преобразования соответствующих цифровых изображений (рис. 3 и 6).

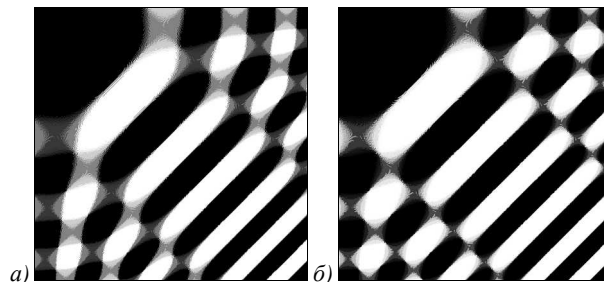


Рис. 2. Образ порядкового преобразования с различными вариантами кодового преобразования для изображения на рис. 1: а) кодовое преобразование в варианте (7), б) кодовое преобразование в варианте (8)–(9)

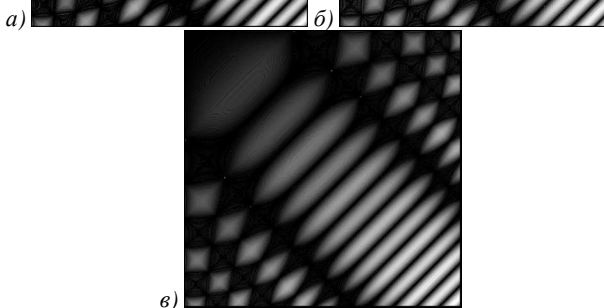
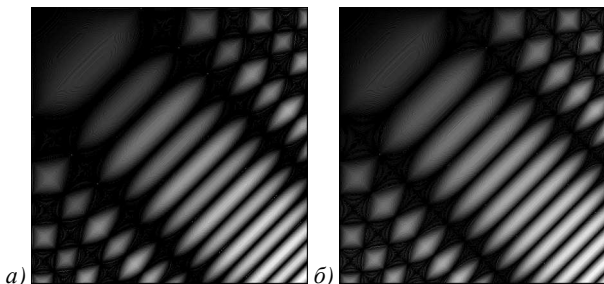


Рис. 3. Диапазоны допустимых искажений, сохраняющих образы локального порядкового преобразования цифрового изображения с рис. 1: а) параметр $a(n_0, n_1)$ аддитивного шума (диапазон отображения $[0, 10]$, максимум – 127); б) параметр $b(n_0, n_1)$ аддитивного шума (диапазон отображения $[0, 10]$, максимум – 127); в) величина $a(n_0, n_1) + b(n_0, n_1)$ аддитивного шума (диапазон отображения $[0, 20]$, максимум – 127)



Рис. 4. Исходное изображение: 512×512, $x(\cdot) \in [0, 255]$

4. Использование локального порядкового преобразования для решения задач обработки и анализа цифровых изображений: поиск яркостно искажённых дубликатов

Предложенное локальное порядковое преобразование цифровых изображений, учитывая доказанные выше свойства инвариантности к глобальным и локальным преобразованиям определённого типа, имеет

достаточно широкий спектр использования, который включает в себя:

- формирование инвариантных локальных описаний цифровых изображений [6, 7] с целью последующего анализа и/или распознавания;
- поиск аномалий на цифровых изображениях [8];
- поэлементную (тематическую) классификацию цифровых изображений и данных дистанционного зондирования Земли [9],
- нелинейную обработку [10],
- обнаружение фальсификаций на цифровых изображениях [11,12],
- другие методы и информационные технологии обработки и анализа изображений.



Рис. 5. Образ порядкового преобразования с различными вариантами кодового преобразования для изображения на рис.4: а) кодовое преобразование в варианте (7), б) кодовое преобразование в варианте (8)–(9)

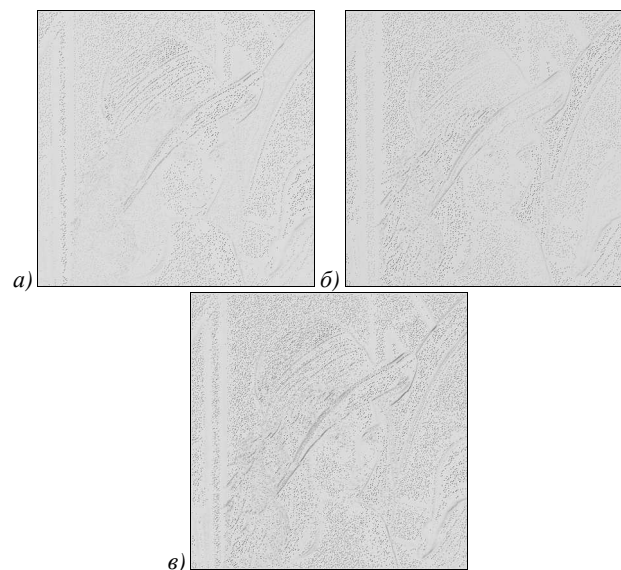


Рис. 6. Диапазоны допустимых искажений, сохраняющих образы локального порядкового преобразования цифрового изображения с рис. 4: а) параметр $a(n_0, n_1)$ аддитивного шума: негатив, максимум оригинала – 221; б) параметр $b(n_0, n_1)$ аддитивного шума: негатив, максимум оригинала – 217; в) величина $a(n_0, n_1) + b(n_0, n_1)$ аддитивного шума: негатив, максимум оригинала – 221

В качестве иллюстрации эффективности предложенного преобразования в настоящей работе был поставлен вычислительный эксперимент, предусматривающий использование локального порядкового преобразования для решения задачи поиска яркостно искажённых дубликатов на изображении. Поскольку, как было показано в работах [11, 12], для поиска не-

искажённых дубликатов на цифровых изображениях существуют вычислительно эффективные алгоритмы, поиск яркостно искажённых дубликатов предлагается проводить в два этапа:

- преобразование исходного изображения в его образ локального порядкового преобразования,
- поиск неискажённых дубликатов на изображении-образе локального порядкового преобразования.

В силу свойств инвариантности (см. теоремы 1, 2) первый этап позволяет получить изображение-образ, не зависящий от внесённых в анализируемое изображение глобальных и локальных искажений. Как следствие, на втором этапе достаточно на полученном изображении-образе определить фрагменты, совпадающие абсолютно точно, то есть выполнить поиск неискажённых дубликатов с использованием одного из известных алгоритмов.

Целью исследования является как демонстрация работоспособности предложенного выше решения, так и определение относительного времени, требуемого для выполнения первого этапа.

Заметим, что в эксперименте было использовано строгое порядковое преобразование с набором отношений порядка в виде (20), кодовым преобразованием (8) – (9) и размерами окна обработки $M_0 = M_1 = 3$. В качестве алгоритма поиска неискажённых дубликатов выступал алгоритм с хэш-функцией Рабина–Карпа [12].

В качестве показателя вычислительной эффективности выступало время (в секундах), требуемое для обработки цифровых изображений на первом и/или втором этапе. Исследования проводились на ПЭВМ Intel Core i7-3770 3.40GHz с 16Гб ОЗУ, реализация выполнена на языке C++. Результаты оценки среднего времени обработки (усреднение по 10 реализациям) были получены для изображений различных размеров и представлены ниже в табл. 2.

Табл. 2. Оценки среднего времени обработки

Размер изображения	Этап 1 (t_1), с	Этап 2, (t_2), с	t_1 / t_2	$t_1 / (t_1 + t_2)$, %
1000×1000	0,54	0,73	0,74	0,43
2000×2000	2,19	1,55	1,4129	0,59
4000×4000	8,78	4,85	1,8103	0,64

На рис. 7 представлена иллюстрация результатов работы предложенного решения. В частности, на рис. 7а показано исходное изображение, содержащее яркостно искажённые дубликаты. Оригинальный (дублируемый) фрагмент имеет размер 32×30 и расположен по цифровым координатам (370, 200), где первая координата отвечает за вертикальную позицию фрагмента. Дубликаты оригинального фрагмента, преобразованные с использованием контрастирования (умножения на различные коэффициенты контраста α), расположены по координатам:

- (430, 300), $\alpha = 3,0$;
- (280, 425), $\alpha = 2,5$;
- (370, 125), $\alpha = 2,0$;
- (130, 80), $\alpha = 1,5$.

На рис. 7б показан образ локального порядкового преобразования анализируемого изображения, а на рис. 7в – результат обнаружения дубликатов, где все обнаруженные программой дубликаты (включая, естественно, и оригинальный фрагмент) выделены чёрным цветом.

На основании полученных результатов (табл. 2 и рис. 7) можно сделать вывод как о работоспособности предложенного решения, основанного на использовании локального порядкового преобразования, так и о его эффективности – само преобразование занимает не более 65 % от совокупного времени обработки.

Выводы

В работе предложен новый метод локальной нелинейной обработки цифровых изображений – локальное порядковое преобразование. Доказаны свойства предложенного преобразования, продемонстрированы целесообразность и эффективность использования предложенного преобразования для решения задач обработки и анализа цифровых сигналов и изображений.

Дальнейшие направления работ:

- разработка специальных подклассов предложенного локального порядкового преобразования, доказательство их свойств;
- использование локального порядкового преобразования для решения различных прикладных задач;
- поиск новых нелинейных преобразований цифровых сигналов и изображений с новыми свойствами.

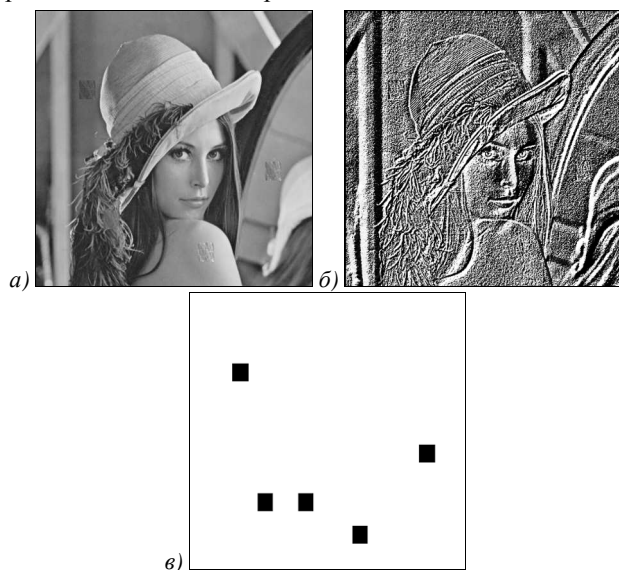


Рис. 7. Поиск яркостно искажённых дубликатов с использованием локального порядкового преобразования:
а) изображение с яркостно искажёнными дубликатами;
б) образ локального порядкового преобразования;
в) результат обнаружения яркостно искажённых дубликатов

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке: Министерства образования и науки РФ; грантов РФФИ, (проекты 15-07-01164-а, № 13-07-12103-офи-м); программы фундаментальных исследова-

ний Президиума РАН № 15 «Информационные, управляющие и интеллектуальные технологии и системы».

Литература

1. Методы компьютерной обработки изображений / М.В. Гашников, Н.И. Глумов, Н.Ю. Ильясова, В.В. Мясников, С.Б. Попов, В.В. Сергеев, В.А. Соيفер, А.Г. Храмов, А.В. Чернов, В.М. Чернов, М.А. Чичева, В.А. Фурсов; под ред. В.А. Соифера. – Изд. 2-е, испр. – М.: Физматлит, 2003. – 784 с.
2. Order Statistics in Digital Processing / Ioannis Pitas and Anastasios N. Venetsanopoulos // Proceedings of the IEEE. – 1992. – Vol. 80(12). – P. 1893-1921. – ISSN 0018-9219.
3. Astola, J. Fundamentals of Nonlinear Digital Filtering / J. Astola, P. Kuosmanen. – New York: CRC Press LLC, 1997. – 288 p.
4. Dougherty, E.R. An Introduction to Nonlinear Image Processing / E.R. Dougherty, J. Astola. – Washington: SPIE Press, 1994. – 182 p.
5. Advancies in Nonlinear Image Processing / L. Galleani, L. Cohen [et al.]; ed. by S. Marshall, G.L. Sicuranza. – New York: Hindawi Publishing Co., 2006. – 480 p.
6. Glumov, N.I. Parallel-recursive local image processing and polynomial bases / N.I. Glumov, V.V. Myasnikov, V.V. Sergeyev // Proceedings of the IEEE International Conference on Electronics, Circuits, and Systems. – 1996. – Vol. 2. – P. 696-699.
7. Мясников, В.В. Построение эффективных линейных локальных признаков в задачах обработки и анализа изображений / В.В. Мясников // Автоматика и телемеханика. – 2010. – № 3. – С. 162-177. – ISSN 0005-2310.
8. Денисова, А.Ю. Обнаружение аномалий на гиперспектральных изображениях / А.Ю. Денисова, В.В. Мясников // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 2. – С. 287-296. – ISSN 0134-2452.
9. Кузнецов, А.В. Сравнение алгоритмов управляемой поэлементной классификации гиперспектральных изображений / А.В. Кузнецов, В.В. Мясников // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 3 – С. 494-502. – ISSN 0134-2452.
10. Копенков, В.Н. Алгоритм автоматического построения процедуры локальной нелинейной обработки изображений на основе иерархической регрессии / В.Н. Копенков, В.В. Мясников // Компьютерная оптика. – 2012. – Т. 36, № 2. – С. 257-266. – ISSN 0134-2452.
11. Глумов, Н.И. Поиск дубликатов на цифровых изображениях / Н.И. Глумов, А.В. Кузнецов, В.В. Мясников // Компьютерная оптика. – 2013. – Т. 37, № 3. – С. 360-367. – ISSN 0134-2452.
12. Кузнецов, А.В. Алгоритм обнаружения дубликатов на цифровых изображениях с использованием эффективных линейных локальных признаков / А.В. Кузнецов, В.В. Мясников // Компьютерная оптика. – 2013. – Т. 37, № 4. – С. 495-501. – ISSN 0134-2452.

References

- [1] Gashnikov MV, Glumov NI, Ilyasova NU, Myasnikov VV, Popov SB, Sergeyev VV, Soyfer VA, Khrumov AG, Chernov AV, Chernov VM, Chicheva MA, Fursov VA. Methods of Computer Image Processing. Ed by Soifer V.A. [In Russian]. Moscow: «Fizmatlit» Publisher; 2003.

- [2] Pitas I, Venetsanopoulos AN. Order Statistics in Digital Processing. Proceedings of the IEEE 1992; 80(12): 1893-1921.
- [3] Astola J, Kuosmanen P. Fundamentals of Nonlinear Digital Filtering. New York: CRC Press; 1997.
- [4] Dougherty ER, Astola J. An Introduction to Nonlinear Image Processing. Washington: SPIE Press; 1994.
- [5] Galleani L, Cohen L [et al]. Advancies in Nonlinear Image Processing. New York: Hindawi Publishing Co.; 2006.
- [6] Glumov NI, Myasnikov VV, Sergeyev VV. Parallel-recursive local image processing and polynomial bases. Proceedings of the IEEE International Conference on Electronics, Circuits, and Systems 1996; 2: 696-699.
- [7] Myasnikov VV. Constructing efficient linear local features in image processing and analysis problems. Automation and Remote Control 2010; 72(3): 514-527.
- [8] Denisova AY, Myasnikov VV. Anomaly detection for hyperspectral imaginary [In Russian]. Computer Optics 2014; 38(2): 287-296.
- [9] Kuznetsov AV, Myasnikov VV. A comparison of algorithms for supervised classification using hyperspectral data [In Russian]. Computer Optics 2014; 38(3): 494-502.
- [10] Kopenkov VN, Myasnikov VV. An algorithm for automatic construction of computational procedure of non-linear local image processing on the base of hierarchical regression [In Russian]. Computer Optics 2012; 36(2): 257-265.
- [11] Glumov NI, Kuznetsov AV, Myasnikov VV. The algorithm for copy-move detection on digital images [In Russian]. Computer Optics 2013; 37(3): 360-367.
- [12] Kuznetsov AV, Myasnikov VV. Efficient linear local features based copy-move detection algorithm [In Russian]. Computer Optics 2013; 37(4): 489-495.

A LOCAL ORDER TRANSFORM OF DIGITAL IMAGES

V.V. Myasnikov^{1,2}

¹ Image Processing Systems Institute, Samara, Russia,
Russian Academy of Sciences,

² Samara State Aerospace University, Samara, Russia

Abstract

In this article a new method of nonlinear local processing of digital images, named a local order transform, is proposed and investigated. Properties of the proposed transform are determined. The relevance and efficiency of the proposed method are demonstrated for the applied problem of detecting duplicates in digital images in the case of brightness distortions.

Keywords: nonlinear local processing, digital images, order transform.

Citation: Myasnikov VV. A local order transform of digital images. Computer Optics 2015; 39(3): 397-5.

Сведения об авторе

Мясников Владислав Валерьевич, 1971 года рождения. В 1994 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет (СГАУ). В 1995 году поступил в аспирантуру СГАУ, в 1998 году защитил диссертацию на соискание степени кандидата технических наук, а в 2008 – диссертацию на соискание степени доктора физико-математических наук. В настоящее время работает ведущим научным сотрудником НИЛ-97 (СГАУ) и ведущим научным сотрудником в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте систем обработки изображений РАН, а также профессором кафедры геоинформатики и информационной безопасности СГАУ. Круг научных интересов включает цифровую обработку сигналов и изображений, компьютерное зрение, распознавание образов, искусственный интеллект и геоинформатику. Имеет более 100 публикаций, в том числе около 50 статей и две монографии (в соавторстве). Член Российской ассоциации распознавания образов и анализа изображений.

E-mail: vmyas@smr.ru. Страница в интернете: <http://www.ipsi.smr.ru/staff/MyasVV.htm>

Vladislav Valerievich Myasnikov (1971 b.), graduated (1994) from S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (SSAU). He received his PhD in Technical sciences (2002) and DrSc degree in Physics & Maths (2008). At present he is a leading researcher at the laboratory №97 at SSAU and at the Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences and holds a part-time position of Associate Professor at the Geoinformatics and Information Security department at SSAU. The area of interests includes digital signals and image processing, geoinformatics, neural networks, computer vision, pattern recognition and artificial intelligence. He's list of publications contains about 100 scientific papers, including 50 articles and 2 monographs. He is a member of Russian Association of Pattern Recognition and Image Analysis.

Поступила в редакцию 6 мая 2015 г.
Окончательный вариант – 3 июня 2015 г.