

## ЧАСТОТНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ ОДНОФОТОННОГО ИСТОЧНИКА НА ОСНОВЕ СПОНТАННОГО ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РАССЕЯНИЯ СВЕТА С ПОМОЩЬЮ ВНЕШНЕГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Д.О. Акатьев<sup>1</sup>, А.А. Калачев<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Казанский федеральный университет, Казань, Россия,

<sup>2</sup> Казанский физико-технический институт им. Е.К. Завойского КазНЦ РАН, Казань, Россия

### Аннотация

В данной работе рассматривается метод управления спектром спонтанного параметрического рассеяния в кристаллах с квадратичной нелинейностью с помощью внешнего однородного электрического поля за счёт эффекта Поккельса и обсуждаются возможности стабилизации несущей частоты узкополосного однофотонного источника на основе противоположенного параметрического рассеяния.

**Ключевые слова:** однофотонный источник, спонтанное параметрическое рассеяние света.

**Цитирование:** Акатьев, Д.О. Частотная стабилизация однофотонного источника на основе спонтанного параметрического рассеяния света с помощью внешнего электрического поля / Д.О. Акатьев, А.А. Калачев // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40, № 1. – С. 26-30. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-1-26-30.

### Введение

Разработка источников однофотонных состояний электромагнитного поля является актуальной задачей современной квантовой оптики и квантовой информатики (см. обзоры [1–4]). Очевидным подходом к решению данной задачи является использование спонтанного излучения одиночной квантовой системы (молекулы, квантовой точки, холодного атома, центра окраски в алмазе и т.п.). Достоинствами такого источника являются отсутствие вклада многофотонных состояний и детерминированность. Кроме того, при использовании микрорезонаторов можно получить высокую эффективность генерации в заданную пространственную моду. Однако такие источники, как правило, позволяют генерировать спектрально ограниченные однофотонные импульсы, соответствующие чистым квантовым состояниям, лишь при низких температурах. Кроме того, однофотонные импульсы получаются в виде затухающей экспоненты, что неудобно для практического использования. Альтернативным и широко используемым методом генерации однофотонных состояний является процесс спонтанного параметрического рассеяния света (СПР) в нелинейных средах, в ходе которого рождаются коррелированные пары фотонов, один из которых детектируется. Достоинствами источников на основе СПР являются возможность перестройки в широком диапазоне длин волн, а также возможность создания чистых однофотонных состояний и управления их временной формой при комнатной температуре. Для ряда задач квантовой оптики необходимо создавать источники однофотонных состояний, эффективно взаимодействующие с резонансными системами атомов, спектр поглощения которых составляет от единиц до сотен МГц. Если спектр бифотонного поля необходимо подстраивать под линию поглощения, то существенным становится влияние внешних условий на генерацию однофотонных состояний: температурные условия, стабильность лазера накачки и т.п. В связи с этим становится актуальным вопрос о методах стабилизации однофотонных источников на основе СПР.

В данной работе обсуждается возможность стабилизации узкополосного однофотонного источника на основе противоположенного СПР с помощью внешнего однородного электрического поля за счёт линейного электрооптического эффекта Поккельса. Противонаправленный вариант СПР, когда коррелированные фотоны испускаются в противоположные стороны по отношению к волновому вектору излучения накачки, позволяет генерировать узкополосные однофотонные состояния с высокой степенью чистоты [5–8] и представляет интерес для создания безрезонаторных узкополосных однофотонных источников. Возможности управления спектром СПР за счёт внешнего электрического поля исследовались только для обычного (сонаправленного) варианта СПР в работах [9, 10].

### Спонтанное параметрическое рассеяние света

Спонтанное параметрическое рассеяние света – процесс распада фотона накачки на два фотона сигнального и холостого поля в квадратично нелинейной среде. При этом должны выполняться условия частотного и пространственного синхронизмов:

$$\omega_p = \omega_s + \omega_i, \quad (1)$$

$$k_p = k_i + k_s \pm 2\pi / \Lambda, \quad (2)$$

где  $\omega_p$ ,  $\omega_s$ ,  $\omega_i$ ,  $k_p$ ,  $k_s$ ,  $k_i$  – частоты и волновые векторы накачки сигнального фотона и холостого фотона соответственно ( $k_m = \omega_m n(\omega_m) / c$ ,  $m = i, s, p$ ),  $\Lambda$  – период доменной структуры нелинейного кристалла,  $n$  – показатель преломления. Использование периодически модулированных сред позволяет получить режимы генерации, которые недоступны при обычных условиях синхронизма, в частности противоположенный режим генерации СПР, когда сигнальный и холостой фотоны испускаются в противоположные стороны по отношению к волновому вектору излучения накачки.

Вектор состояния поля коллинеарного СПР можно записать в виде (см., например, [11]):

$$|\Psi\rangle = |0\rangle + \iint d\omega_i d\omega_s F(\omega_i, \omega_s) |\omega_i\rangle |\omega_s\rangle, \quad (3)$$

где  $F(\omega_i, \omega_s)$  – спектральная амплитуда бифотона, которая определяет спектральные и пространственные свойства рассеянного поля. В случае коллинеарного режима генерации амплитуда бифотона:

$$|F(\omega_i, \omega_s)|^2 = |A|^2 |h(\Delta k L)|^2, \tag{4}$$

где  $A$  – константа взаимодействия,  $h(x) = e^{-ix} \text{sinc}(x/2)$ ,  $\Delta k$  – расстройка волновых векторов вдоль оси распространения  $z$ . Для кристаллов с периодической модуляцией нелинейности расстройка волновых векторов определяется следующим образом [5, 6]: а)  $\Delta k = k_p + k_i - k_s - 2\pi m/\Lambda$  для противонаправленного режима; б)  $\Delta k = k_p - k_i - k_s - 2\pi m/\Lambda$  для сонаправленного режима.

### Электрооптический эффект

Электрооптический эффект заключается в изменении значения показателя преломления под действием электрического поля. Под линейным электрооптическим эффектом Поккельса подразумевается квазилинейная зависимость показателя преломления от напряжённости электрического поля [12].

В анизотропных средах значения показателя преломления зависят от направления распространения электромагнитной волны в среде. Распределение показателей преломления удобно описывать в виде поверхностей Френеля:

$$\left(\frac{x}{n_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{n_y}\right)^2 + \left(\frac{z}{n_z}\right)^2 = 1, \tag{5}$$

где  $x, y, z$  – кристаллооптические оси,  $n_i$  – значение показателей преломления вдоль кристаллооптических осей. Под действием внешнего однородного электрического поля  $\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$  происходит модификация поверхности Френеля:

$$a_{xx}x^2 + a_{yy}y^2 + a_{zz}z^2 + 2a_{xy}xy + 2a_{zx}zx + 2a_{yz}yz = 1, \tag{6}$$

где  $a_{ij} = 1/n_{ij} + \sum r_{ijk} E_k$  ( $i, j, k = x, y, z$ ),  $r_{ijk}$  – линейные электрооптические коэффициенты ( $n_{ii} = n_i^2$ ). В зависимости от типа симметрии кристалла некоторые электрооптические коэффициенты оказываются нулевыми. Принято переобозначать:  $xx=1, yy=2, zz=3, xy=4, zx=5, yz=6$ . Таким образом, трёхмерная матрица  $[r_{ijk}]$   $3 \times 3 \times 3$  сводится к двумерной матрице  $[r_{ik}]$   $6 \times 3$ .

### Управление спектром спонтанного параметрического рассеяния света

Управление спектром СПР возможно за счёт изменения показателей преломления нелинейного кристалла с помощью внешнего электрического поля. В работах [9, 10] было показано, что за счёт приложения неоднородного поля к кристаллу можно не только уширить спектр, но также создать дополнительные условия генерации, которые не свойственны кристаллу без электрического поля. Основные спектральные свойства бифотонного поля определяются амплитудой бифотона (4).

В случае, когда на нелинейный кристалл действует электрическое поле  $\vec{E}$ , волновой вектор принимает вид:

$$k_m(\vec{E}) = 2\pi n(\lambda_m, \vec{E})/\lambda_m, \quad \lambda_m = 2\pi c/\omega_m. \tag{7}$$

Таким образом, волновой вектор фотона будет зависеть от электрического поля, приложенного к нелинейному кристаллу, следовательно, амплитуда бифотона (4) приобретёт зависимость от  $\vec{E}$ :

$$|F(\vec{E}, \omega_i, \omega_s)|^2 = |A|^2 |h(\Delta k(\vec{E})L)|^2 \tag{8}$$

Чтобы более точно проанализировать зависимость спектра СПР от электрического поля, рассмотрим периодически модулированный кристалл титанил-фосфата калия (КТР). Электрооптические коэффициенты для кристалла КТР [6] приведены в табл. 1. Если рассмотреть действие однородного электрического поля вдоль осей кристалла КТР, то эллипсоид Френеля модифицируется следующим образом:

$$\left(\frac{x}{n_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{n_y}\right)^2 + \left(\frac{z}{n_z}\right)^2 + 2r_{51}E_x xz = 1, \tag{9}$$

$$\left(\frac{x}{n_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{n_y}\right)^2 + \left(\frac{z}{n_z}\right)^2 + 2r_{42}E_y yz = 1, \tag{10}$$

$$\left(\frac{1}{n_x^2} + r_{13}E_z\right)x^2 + \left(\frac{1}{n_y^2} + r_{23}E_z\right)y^2 + \left(\frac{1}{n_z^2} + r_{33}E_z\right)z^2 = 1, \tag{11}$$

где  $i = 1, 2, 3$  ( $x, y, z$ ).

Табл. 1. Электрооптические коэффициенты для кристалла титанил-фосфата калия [6]

Электрооптические коэффициенты	Значение, пм/В
$r_{13}$	9,5
$r_{23}$	15,7
$r_{33}$	36,3
$r_{51}$	7,3
$r_{42}$	9,3

В случае, когда внешнее электрическое поле имеет все три компоненты  $\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$ , происходит поворот и растяжение (сжатие) эллипсоида Френеля, причём угол поворота эллипсоида будет определяться амплитудой внешнего электрического поля. В случае, когда внешнее электрическое поле направлено вдоль оси  $z$   $\vec{E} = (0, 0, E_z)$ , происходит лишь растяжение (сжатие) эллипсоида Френеля (соотношение (11)), что приводит только к сдвигу частоты генерации бифотонного поля. Далее предполагаем, что однородное электрическое поле действует вдоль оси  $z$  (выражение (11)), так как в этом случае не происходит изменение исходного режима генерации спонтанного параметрического рассеяния света.

Для численного расчёта рассматривался периодически модулированный кристалл КТР с периодом модуляции  $\Lambda = 2,03$  мкм [8]. Данный период модуляции нелинейности позволяет реализовать противонаправленный режим СПР для случая, когда длины

волн поля накачки, сигнального и холостого фотонов равны 532 нм, 810 нм и 1550 нм соответственно.

Используя соотношение (11), получаем, что волновые векторы фотонов будут определяться формулой:

$$k_i(E_z) = \frac{2\pi n_i(E_z)}{\lambda_i}, \quad (12)$$

где

$$n_i(E_z) = \left( \frac{1}{n_i^2} + r_{i3} E_z \right)^{-1/2} \quad (13)$$

значение показателя преломления в присутствии внешнего однородного электрического поля.

Для численного моделирования смещения спектра СПР использовались 4 типа синхронизма: а) тип 0 – сигнальный и холостой фотон поляризованы параллельно накачке; б) тип I – сигнальный и холостой фотон поляризованы перпендикулярно накачке; в) тип IIa – сигнальный и холостой поляризованы перпендикулярно друг другу, сигнальный – параллельно накачке; г) тип IIб – сигнальный и холостой поляризованы перпендикулярно друг другу, холостой – параллельно накачке. Значения показателей преломления без учёта электрического поля вычислялись с помощью формул Сельмейера [14].

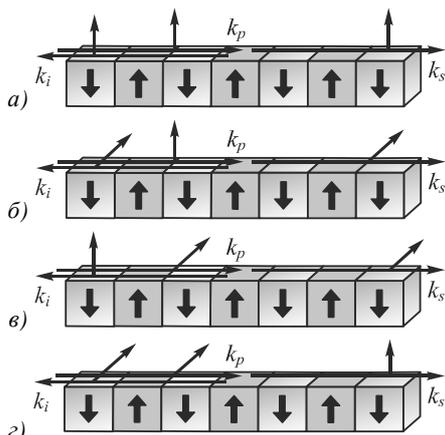


Рис. 1. Направления распространения и направления поляризации излучения накачки, сигнального и холостого фотонов относительно кристалла КТР при различных типах синхронизма: а) синхронизм типа 0; б) синхронизм типа I; в) синхронизм типа IIa; г) синхронизм типа IIб. Поперечные стрелки указывают направление поляризации света, стрелки внутри кристалла, вырезанного вдоль оси x, показывают направление оси z внутри доменов

Результаты численного моделирования показывают (рис. 2), что сдвиг спектра параметрического рассеяния является линейным относительно внешнего однородного электрического поля, причём наибольшая чувствительность к внешнему электрическому полю ( $\Delta\nu_{sh} \approx 1,7$  МГц/(В/см)) достигается в случае синхронизма типа I. Таким образом, изменение внешнего поля в пределах  $\pm 100$  В/см обеспечивает перестройку частоты испускаемых фотонов в диапазоне 340 МГц. Этого вполне достаточно для стабилизации однофотонного источника при отсутствии соответствующей стабилизации лазера накачки.

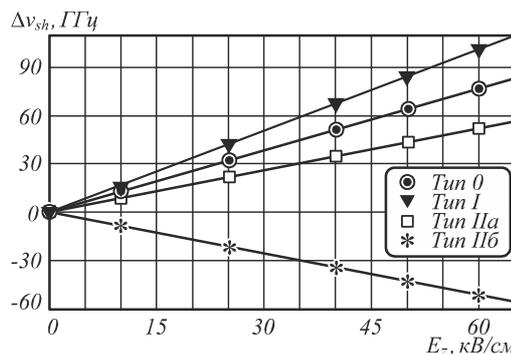


Рис. 2. Сдвиг спектра холостых фотонов  $\Delta\nu_{sh} = \nu_i(E_z) - \nu_i(0)$  как функция внешнего электрического поля для различных типов синхронизма противонаправленного режима СПР

**Заключение**

Произведён расчёт зависимости спектра СПР в нелинейном кристалле с периодической доменной структурой от величины внешнего однородного электрического поля. Рассмотрены варианты противонаправленного режима СПР в периодически модулированном кристалле КТР, и определён тип синхронизма, обладающий наибольшей чувствительностью к внешнему полю. Данные результаты могут быть использованы для частотной перестройки и стабилизации однофотонных источников на основе СПР.

**Благодарности**

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 14-12-00806).

**Литература**

1. **Eisaman, M.D.** Invited review article: Single-photon sources and detectors / M.D. Eisaman, J. Fan, A. Migdall, S.V. Polyakov // Review of Scientific Instruments. – 2011. – Vol. 82(7). – P. 071101. – ISSN 0034-6748.
2. **Chunnilall, C.J.** Metrology of single-photon sources and detectors: a review / C.J. Chunnilall, I.P. Degiovanni, S. Kück, I. Müller, A.G. Sinclair // Optical Engineering. – 2014. – Vol. 53(8). – P. 081910. – ISSN 0091-3286.
3. **Takeuchi, S.** Recent progress in single-photon and entangled-photon generation and applications / S. Takeuchi // Japanese Journal of Applied Physics. – 2014. – Vol. 53(3). – P. 030101. – ISSN 0021-4922.
4. **Bertolotti, V.** Quantum State Engineering: Generation of Single and Pairs of Photons / M. Bertolotti, F. Bovino, C. Siglia // Progress in Optics. – 2015. – Vol. 60. – P. 1-117. – ISSN 0079-6638.
5. **Booth, M.C.** Counterpropagating entangled photons from a waveguide with periodic nonlinearity / M.C. Booth, M. Atatüre, G.Di Giuseppe, B.E. Saleh, A.V. Sergienko, M.C. Teich // Physical Review A. – 2002. – Vol. 66(2). – P. 023815. – ISSN 2469-9934.
6. **Christ, A.** Pure single photon generation by type-I PDC with backward-wave amplification / A. Christ, A. Eckstein, P.J. Mosley, C. Silberhorn // Optics Express. – 2009. – Vol. 17(5). – P. 3441-3446. – ISSN 1094-4087.
7. **Chuu, C.-S.** Ultrabright backward-wave biphoton source / C.-S. Chuu, S.E. Harris // Physical Review A. – 2011. – Vol. 83(6). – P. 061803. – ISSN 2469-9934.
8. **Shukhin, A.A.** Simulating single-photon sources based on backward-wave spontaneous parametric down-conversion

- in a periodically poled KTP waveguide / A.A. Shukhin, D.O. Akatiev, I.Z. Latypov, A.V. Shkalikov, A.A. Kalachev // Journal of Physics: Conference Series. – 2015. – Vol. 613(1). – P. 012015. – ISSN 1742-6596.
9. **Катамадзе, К.Г.** Управление частотным спектром бифотонного поля за счет электрооптического эффекта / К.Г. Катамадзе, А.В. Патерова, Е.Г. Якимова, К.А. Балыгин, С.П. Кулик // Письма в ЖЭТФ. – 2011. – Т. 94, № 4. – С. 284-288.
  10. **Катамадзе, К.Г.** Управление спектром бифотонного поля / К.Г. Катамадзе, С.П. Кулик // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2011. – Т. 138, № 1. – С. 26-35.
  11. **Rubin, M.H.** Theory of two-photon entanglement in type-II optical parametric down-conversion / M.H. Rubin, D.N. Klyshko, Y.H. Shih, A.V. Sergienko // Physical Review A. – 1994. – Vol. 50(6) – P. 5122. – ISSN 2469-9934.
  12. **Saleh, B.E.A.** Fundamentals of photonics / B.E.A. Saleh, M.C. Teich. – New York: Wiley, 1991. – 837 p.
  13. **Bierlein, J.D.** Electro - optic and dielectric properties of KTiOPO<sub>4</sub> / J.D. Bierlein, C.B. Arweiler // Applied Physics Letters. – 1986. – Vol. 49(15). – P. 917-919. – ISSN 0003-6951.
  14. **Kato, K.** Sellmeier and thermo-optic dispersion formulas for KTP / K. Kato, E. Takaoka // Applied Optics. – 2002. – Vol. 41(24). – P. 5040. – ISSN 2155-3165.

#### Сведения об авторах

**Акатьев Дмитрий Олегович**, 1992 года рождения, в 2014 окончил Казанский федеральный университет по специальности 010700.62 «Физика», с 2014 года обучается в магистратуре Института физики Казанского федерального университета по направлению «Физика», магистерская программа «Физика атомов и молекул». Область научных интересов: квантовая криптография, квантовая и нелинейная оптика, создание однофотонных источников. E-mail: [akatevdmirij@gmail.com](mailto:akatevdmirij@gmail.com).

**Калачев Алексей Алексеевич**, 1969 года рождения, д.ф.-м.н., врио директора Казанского физико-технического института им. Е.К. Завойского КазНЦ РАН. Область научных интересов: квантовая и нелинейная оптика, взаимодействие излучения с веществом, квантовая информатика. E-mail: [a.a.kalachev@mail.ru](mailto:a.a.kalachev@mail.ru).

Поступила в редакцию 14 декабря 2015 г.  
Окончательный вариант – 29 января 2016 г.

### FREQUENCY STABILIZATION OF A SINGLE-PHOTON SOURCE BASED ON SPONTANEOUS PARAMETRIC DOWN-CONVERSION BY AN EXTERNAL ELECTRIC FIELD

D.O. Akatiev<sup>1</sup>, A.A. Kalachev<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Kazan Federal University, Kazan, Russia,

<sup>2</sup> Zavoisky Physical-Technical Institute,  
Russian Academy of Sciences, Kazan, Russia

#### Abstract

In this paper, we examine a method of controlling the spectrum of spontaneous parametric down-conversion in crystals with quadratic nonlinearity by an external homogeneous electric field via the Pockels effect, and discuss the possibility of stabilizing the carrier frequency of the corresponding single-photon source based on backward-wave spontaneous parametric down-conversion.

**Keywords:** single photon source, spontaneous parametric down-conversion.

**Citation:** Akatiev DO, Kalachev AA. Frequency stabilization of a single-photon source based on spontaneous parametric down-conversion by an external electric field. Computer Optics 2016; 40(1): 26-30. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-1-26-30.

**Acknowledgements:** The work was partially funded by the Russian Science Foundation.

#### References

- [1] Eisaman MD, Fan J, Migdall A, Polyakov SV. Invited review article: Single-photon sources and detectors. Review of Scientific Instruments 2011; 82(7): 071101.
- [2] Chunnillall CJ, Degiovanni IP, Kück S, Müller I, Sinclair AG. Metrology of single-photon sources and detectors: a review. Optical Engineering 2014; 53(8): 081910.
- [3] Takeuchi S. Recent progress in single-photon and entangled-photon generation and applications. Japanese Journal of Applied Physics 2014; 53(3): 030101.
- [4] Bertolotti M, Bovino F, Sibilila C. Quantum State Engineering Generation of Single and Pairs of Photons. Progress in Optics 2015; 60: 1-117.
- [5] Booth MC, Atatüre M, Di Giuseppe G, Saleh BE, Sergienko AV, Teich MC. Counter propagating entangled photons from a waveguide with periodic nonlinearity. Physical Review A 2002; 66(2): 023815.
- [6] Christ A, Eckstein A, Mosley PJ, Silberhorn C. Pure single photon generation by type-I PDC with backward-wave amplification. Optics Express 2009; 17(5): 3441-3446.
- [7] Chuu CS, Harris SE. Ultrabright backward-wave biphoton source. Physical Review A 2011; 83(6): 061803.

- [8] Shukhin AA, Akatiev DO, Latypov IZ, Shkalikov AV, Kalachev AA. Simulating single-photon sources based on backward-wave spontaneous parametric down-conversion in a periodically poled KTP waveguide. *Journal of Physics: Conference Series* 2015; 613(1): 012015.
- [9] Katamadze KG, Paterova AV, Yakimova EG, Balygin KA, Kulik SP. Control of the frequency spectrum of a biphoton field due to the electro-optical effect. *JETP Letters* 2011; 94(4): 262-265. DOI: 10.1134/S0021364011160089.
- [10] Katamadze KG, Kulik SP. Control of the spectrum of the biphoton field. *Journal of Experimental and Theoretical Physics* 2011; 112(1): 20-37. DOI: 10.1134/S1063776110061111.
- [11] Rubin MH, Klyshko DN, Shih YH, Sergienko AV. Theory of two-photon entanglement in type-II optical parametric down-conversion. *Physical Review A* 1994; 50(6): 5122.
- [12] Saleh BEA, Teich MC. *Fundamentals of photonics*. NY: Wiley; 1991.
- [13] Bierlein JD, Arweiler CB. Electro-optic and dielectric properties of KTiOPO<sub>4</sub>. *Applied Physics Letters* 1986; 49(15): 917-919.
- [14] Kato K, Takaoka E. Sellmeyer and thermo-optic dispersion formulas for KTP. *Applied Optics* 2002; 41(24): 5040-5044.

#### *Author's information*

**Dmitriy Olegovich Akatiev** (b. 1992) graduated from Kazan Federal University in 2014, majoring 010700.62 "Physics", in 2014 studies at graduate Institute of Physics of the Kazan Federal University of direction of "Physics" master program "Physics of atoms and molecules." Research interests: quantum cryptography, quantum and nonlinear optics, creating a single-photon source. E-mail: [akatevdmirij@gmail.com](mailto:akatevdmirij@gmail.com).

**Alexey Alexeevich Kalachev** (b. 1969), Doctor of sciences, director of E.K.Zavoisky Kazan Physical-Technical Institute of the Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences. Research interests: quantum and nonlinear optics, light-matter interaction, quantum information. E-mail: [a.a.kalachev@mail.ru](mailto:a.a.kalachev@mail.ru).

---

*Received December 14, 2015. The final version – January 29, 2016.*

---