МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАДЁЖНОГО КРАТЧАЙШЕГО ПУТИ В ЗАВИСЯЩЕЙ ОТ ВРЕМЕНИ СТОХАСТИЧЕСКОЙ СЕТИ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В ГЕОИНФОРМАЦИОННЫХ ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ ТРАНСПОРТОМ

А.А. Агафонов [1,2], *В.В. Мясников* [1,2]

[1] *Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет) (СГАУ), Самара, Россия,*

[2] *Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия*

Аннотация

Целью работы является разработка и исследование метода определения надёжного кратчайшего пути в зависящей от времени стохастической сети, учитывающего текущую и прогнозную информацию о параметрах транспортных потоков в сети, и его апробация на транспортной сети крупного мегаполиса (на примере города Самары). Разработанная модель сравнивается с известным алгоритмом. На основании проведённых вычислительных экспериментов показано, что предложенный метод при незначительном увеличении вычислительной сложности позволяет повысить вероятность успешного решения задачи определения надёжного кратчайшего пути в зависящей от времени стохастической сети.

Ключевые слова: надёжный кратчайший путь, адаптивный маршрут, зависящая от времени сеть, стохастическая сеть.

Цитирование: **Агафонов, А.А.** Метод определения надёжного кратчайшего пути в зависящей от времени стохастической сети и его применение в геоинформационных задачах управления транспортом / А.А. Агафонов, В.В. Мясников // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40, № 2. – С. 275-283. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-2-275-283.

Введение

Повсеместный рост загрузки транспортных сетей, вызванный как увеличением числа транспортных средств в крупных мегаполисах, так и априорной неготовностью созданной в прошлом дорожной инфраструктуры к современным потокам, делает всё более актуальным решение навигационных задач, связанных с задачами выбора оптимального маршрута. Многие существующие системы позволяют вычислительно эффективно находить кратчайший путь до места назначения и предоставляют информацию об альтернативных вариантах маршрута на основе информации о дорожных заторах. Однако в основном они работают с детерминированными сетями, т.е. полагают время прохождения сегментов сети постоянным. В то же время реальная ситуация совершенно иная, то есть время/скорость прохождения участка транспортной сети конкретным транспортным средством существенно зависит от многих факторов, включая время года, день недели, текущее время, предшествующую ситуацию на данном участке и т.п. Учитывая такую значительную изменчивость только основного параметра движения, и задача выбора оптимального пути, и само понятие «оптимальный путь» оказываются не такими простыми. Одним из целесообразных, на взгляд авторов, способов формализации такой задачи является задача нахождения *надёжного кратчайшего пути*.

Определение *надёжного кратчайшего пути* в зависящих от времени стохастических сетях с использованием информации реального времени – это проблема как теоретического, так и практического характера. За последние десять лет этой проблеме было посвящено много исследований [1–5]. Несмотря на это, многие существующие решения используют значительные упрощения. Например, не учитывают пространственную и/или временную корреляцию сегментов дорожной сети, либо учитывают её для пары последовательных сегментов/дуг и др. К тому же большинство работ носят «тестовый» характер, т.е. предлагаемые решения не работают для реальных крупных транспортных сетей.

В данной работе предлагается разработка метода определения надёжного кратчайшего пути в зависящей от времени стохастической (транспортной) сети, учитывающего информацию о пространственной и временной корреляции сегментов дорожной сети, текущую и прогнозную информацию о состоянии сети. В отличие от многих существующих решений [6,7], определяющих решение в виде пути на стохастическом графе, предлагаемый метод даёт решение в виде правила принятия решения о следующем используемом сегменте сети (из текущей вершины) так, чтобы максимизировать вероятность достижения вершины прибытия в заданный интервал времени. Таким образом, предлагаемый в решении маршрут заранее не фиксирован, а адаптивно меняется в зависимости от изменения реального и прогнозного состояний сети. Метод разрабатывается с учётом использования для транспортных сетей крупного мегаполиса, планируется апробация метода на реальных данных транспортной сети г. Самары.

Работа построена следующим образом. В первом пункте приведён краткий обзор литературы по тематике работы, сформулировано направление исследований, в рамках которого представлены результаты настоящей работы. Во втором пункте введены основные понятия, даны формальная постановка и описание существующего наилучшего решения, известного авторам. В третьем пункте предлагается модификация формальной постановки задачи, представленной ранее, и разработанный алгоритм. В четвёртом пункте представлены постановка и результаты экспериментов, направленных на сравнение двух решений – существующего и предлагаемого. В завершение работы представлены заключение, благодарности и список использованных источников.

1. Существующие постановки и решения задачи навигации в транспортных сетях

В последние десятилетия проблеме нахождения кратчайшего пути в транспортных сетях было посвящено много исследований, в основном фокусирующихся на нахождении наименьшего ожидаемого времени движения при различных допущениях. Обычно проводят следующую классификацию моделей в зависимости от предполагаемого типа веса дорожного сегмента:

- константный вес;
- зависящий от времени;
- стохастический;
- стохастический зависящий от времени.

Классические модели рассматривают время прохождения дорожного сегмента как константное или зависящее от времени.

В зависящих от времени стохастических сетях времена прохождения сегментов представляются как случайные величины с функцией распределения, зависящей от времени [2, 3, 8].

Решением задачи нахождения кратчайшего пути в стохастической сети является априорный оптимальный путь (как единственное решение) [6, 7] или адаптивное дерево маршрутов (как множество решений) [2, 3, 9, 10]. В любом случае условие оптимальности для маршрутизации может быть определено поразному в зависимости от используемой целевой функции, в т.ч.:

1) минимизация ожидаемого времени движения [2, 3, 6, 8],
2) максимизация вероятности прибытия в пункт назначения в течение заранее определённого промежутка времени [9–12],
3) минимизация промежутка времени, необходимого для обеспечения прибытия в пункт назначения к выбранному моменту времени с указанной вероятностью [13–14].

Приведённые три вида целевых функций могут быть обобщены двумя видами задач: задача наименьшего ожидаемого времени движения (least expected time path problem – LETPP) и задача надёжного кратчайшего пути (reliable shortest path problem – RSPP). Путь с априорным (или адаптивным) наименьшим ожидаемым временем движения может быть не подходящим для движения с наименьшим риском, т.к. может иметь высокую дисперсию времени движения. Эмпирические исследования показывают, что участники движения стараются не только снизить время движения, но и дисперсию времени движения [12].

Задача нахождения кратчайшего пути в зависящей от времени стохастической сети была исследована в [8]. Была предложена адаптивная процедура построения оптимального маршрута: маршрут может измениться в вершине графа сети в зависимости от наименьшего ожидаемого времени прибытия в точку назначения. В [15] расширяется работа [8] и предлагается адаптивный алгоритм маршрутизации для автомобильных навигационных систем, где предполагается доступность информации о времени прохождения сегментов дорожной сети в реальном времени.

Задача априорного кратчайшего пути в стохастических и зависящих от времени сетях предложена в [13]. В работе считается известной функция плотности вероятности времени прохождения дорожных сегментов. В [2, 16] предложены адаптивные модели выбора маршрута в стохастических зависящих от времени сетях как в предположении о полностью известном состоянии транспортной сети, так и без него. В работах предполагается, что совместные функции распределения вероятностей времени прохождения каждого сегмента сети полностью известны и представлена процедура маршрутизации на основе правил принятия решений, определяющих следующую вершину на основе реализации времени прохождения в момент принятия решения. Несмотря на очень хорошие результаты, которые могут быть достигнуты с применением этого подхода, он обладает серьёзным недостатком, заключающимся в предположении о полном знании совместного распределения времени прохождения дорожных сегментов для всей сети.

Кроме того, при решении задачи нахождения кратчайшего пути следует учитывать тот факт, что времена прохождения дорожных сегментов, как правило, коррелированы, причём корреляция является высокой для смежных сегментов и уменьшается по мере увеличения расстояния между сегментами. Однако в большинстве традиционных подходов для нахождения кратчайшего пути веса сегментов предполагаются независимыми. Пространственная зависимость последовательных сегментов, образующих маршрут, рассматривается в малом числе работ. В [13] исследуется задача кратчайшего пути, где известная функция плотности вероятности зависит от состояния предыдущего пройденного сегмента. В [17] предложен метод на основе моделирования, для которого пространственные корреляции сформулированы как ковариационные матрицы. Но подход не является масштабируемым для сети с большим количеством сегментов и не подходит для вычисления в реальном времени из-за высокой вычислительной сложности. В [5] предполагается, что пространственные корреляции удовлетворяют Марковскому свойству, т.е. состояние сегмента (свободное движение / затор) зависит только от состояния непосредственно предшествующего сегмента.

В настоящей работе мы ориентируемся на постановку задачи навигации, связанную с максимизацией вероятности прибытия в пункт назначения в течение заранее определённого промежутка времени, как практически наиболее целесообразную, по мнению авторов. В качестве алгоритма-прототипа мы используем алгоритм, предложенный в 2012 году группой авторов [9] и протестированный, по материалам работы, на реальной транспортной сети Сан-Франциско.

2. Основные понятия, существующие математическая модель и решение

Уличную дорожную сеть (УДС) определим как ориентированный граф, дуги которого соответствуют реальным участкам дорог (далее – сегментам), а вершины представляют собой разделяющие участки дорог узлы. Будем рассматривать зависящий от времени стохастический граф сети $G=(N,A,P)$, где N – множество вершин графа, $|N|$ – количество вершин, A – множество рёбер графа, $|A|$ – количество рёбер, P – вероятностное описание времени прохождения сегментов сети.

Для существующих математических моделей [2–4, 9] в зависящих от времени стохастических сетях время прохождения каждого сегмента $(i,j)\in A$ сети представляется как случайная величина $T_{ij}(\tau)$ с функцией распределения $p_{ij}^{\tau}(t)$, зависящей от момента времени τ, в который транспортное средство попадает на данный участок.

Пусть далее $d\in N$ – некоторая вершина сети, определяемая как *конечная* или *вершина назначения*, а T – количество времени, допустимое для достижения конечной вершины – *временной бюджет*. *Оптимальная стратегия навигации* определяется как стратегия максимизации вероятности прибытия в конечную вершину d при наличии временного бюджета T. Учитывая стохастическую природу распределения времени движения в сети, данную проблему сокращённо обозначают как *SOTA* (*Stochastic On Time Arrival*).

Для дачи окончательного формального математического определения стратегии в работах [4, 9] определяется величина $u_i(t)$ – *вероятность достижения* за время t вершины назначения из вершины i.

Определение 1 [9]. *Оптимальная стратегия навигации* для проблемы SOTA формулируется следующим образом:

$$u_i^{\tau}(t)=\max_{j\in N\wedge(i,j)\in A}\int_0^t p_{ij}^{\tau}(\theta)\,u_j^{\tau+\theta}(t-\theta)\,d\theta,$$
$$\forall i\in N\setminus\{d\},\quad t\in[0,T],\quad \tau\geq 0; \qquad (1)$$
$$u_d^{\tau}(t)=1\quad t\in[0,T],\quad \tau\geq 0.$$

Как доказано в той же работе [9], в графах определённого типа оптимальная стратегия навигации навязывает определённую модель поведения. А именно, пусть $u_{\Im}^{\tau}(t)$ – это вероятность прохождения *пути* $\Im$ по графу транспортной сети за временной бюджет t начиная с момента τ.

Определение 2 [9]. Граф называется удовлетворяющим условию *стохастического FIFO* (first in first out), если выполняются неравенства:

$$u_{\Im}^{t_1}(T)\geq u_{\Im}^{t_2}\left(T-(t_2-t_1)\right),$$
$$\forall\,\Im,\ \forall T,t_1,t_2:0\leq t_1\leq t_2,\ t_2-t_1\leq T. \qquad (2)$$

Это определение устанавливает, что для графов указанного типа незамедлительное начало движения по выбранному пути даёт бо́льшую вероятность прибыть в пункт назначения, чем в случае какого-либо промедления. Модель поведения в таких графах характеризуется следующим положением.

Предложение 1 [9]. Если граф удовлетворяет условию стохастического FIFO, то ожидание (не незамедлительное начало движения) в нетерминальной вершине не удовлетворяет оптимальной стратегии навигации (1).

Решение проблемы (1) на практике производится с использованием численного алгоритма, заменяющего операции свёртки в (1) реализацией с использованием быстрого алгоритма Фурье. В виде псевдокода дискретный алгоритм решения проблемы (1), представленный в работе [9], выглядит следующим образом.

Алгоритм 1: дискретный алгоритм SOTA

Шаг 0. Инициализация

$k=0,$

$u_i^k(x)=0,\forall i\in N,i\neq d,x\in \mathrm{N},0\leq x\leq(T/\Delta t),$

$u_d^k(x)=1,x\in \mathrm{N},0\leq x\leq(T/\Delta t).$

Шаг 1. Обновление

ЦИКЛ по $k=1,2,\ldots,L=[T/\Delta t]$

$\tau^k=k\delta,$

$u_d^k(x)=1,x\in \mathrm{N},0\leq x\leq(T/\Delta t),$

$u_i^k(x)=u_i^{k-1}(x),$

$\forall i\in N,\ i\neq s,(i,j)\in A,x\in \mathrm{N},0\leq x\leq\left(\tau^k-\delta\right)/\Delta t,$

$u_i^k(x)=\max\limits_j\sum\limits_{h=0}^{x}p_{ij}(h)\,u_j^{k-1}(x-h),$

$\forall i\in N,i\neq s,(i,j)\in A,x\in \mathrm{N},\ (\left(\tau^k-\delta\right)/\Delta t)+1\leq x\leq(\tau^k/\Delta t).$

КОНЕЦ ЦИКЛА

В алгоритме Δt – интервал дискретизации, δ – минимальное время прохождения дорожного сегмента в дорожной сети.

Собственно реализация стратегии выбора следующей вершины j в графе дорожной сети при имеющемся бюджете времени t и рассчитанном массиве $u_i(x)$ производится следующим образом:

$$j=\arg\max_{i\in N}u_i(t). \qquad (3)$$

3. Модифицированная постановка задачи и предлагаемый метод

Пусть $I(\tau_0)$ – *актуальная информация* о транспортной сети в текущий момент времени τ_0. Здесь под *актуальной информацией* понимается:

- собственно *текущий момент времени* τ_0;
- текущие и исторические характеристики транспортных потоков для некоторого наперёд заданного исторического интервала $\Delta\tau$, в данной задаче – время прохождения конкретных участков сети: $t_{ij}(\tau)$, $\tau_0-\Delta\tau\leq\tau\leq\tau_0$.

Определим $p_{ij}^{\tau}\left(t \mid I\left(\tau_0\right)\right)$ $\left(\tau \geq \tau_0\right)$ как (прогнозное, на практике – оценённое) распределение случайной величины $T_{ij}(\tau)$ для будущего момента τ, определяемое для известной в текущий момент времени τ_0 актуальной информации $I(\tau_0)$. Очевидно, чем меньше временной «интервал» (τ–τ_0), тем меньшая дисперсия у величины $T_{ij}(\tau)$. Совместные распределения для набора сегментов (i, j), (j, k), $(k, l) \in A$ могут быть заданы аналогичным образом: $p_{ijkl}^{\tau}\left(t_{ij}, t_{jk}, t_{kl} \mid I\left(\tau_0\right)\right)$. Для упрощения текста изложения далее описан случай, соответствующий модели с независимыми сегментами: $p_{ij}^{\tau}\left(t \mid I\left(\tau_0\right)\right)$.

Актуальная информация $I(\tau_0)$, таким образом, непосредственно используется для определения (на практике – для оценки) прогнозного распределения вероятностей $p_{ij}^{\tau}\left(t \mid I\left(\tau_0\right)\right)\left(\tau \geq \tau_0\right)$ времени прохождения сегмента в определённый будущий момент времени τ.

Пусть в *момент времени отправления* τ_0 мы находимся в вершине $s \in N$ (*вершина отправления*), $d \in N$ – вершина прибытия. Пусть, как и ранее, $T > 0$ – допустимый бюджет по времени, тогда прибыть в вершину прибытия d необходимо не позднее момента τ_0+T. Обозначим $u_i^{\tau}\left(t \mid I\left(\tau_0\right)\right)(\tau \geq \tau_0)$ – вероятность (конструируемую оценку) достижения вершины прибытия $d \in N$ за время не более чем t при условии старта из вершины $i \in N$ в момент времени τ. Соответствующая вероятность рассчитывается в текущий момент времени τ_0, в который известна актуальная информация о параметрах дорожной сети $I(\tau_0)$. В рамках введённых обозначений оптимальная стратегия навигации (1), обозначаемая ниже как задача $Z(\tau_0, T)$, может быть переписана следующим образом:

$$\begin{gathered} u_i^{\tau}\left(t \mid I\left(\tau_0\right)\right)= \\ =\max_{j \in N \wedge(i, j) \in A} \int_0^t p_{ij}^{\tau}\left(\theta \mid I\left(\tau_0\right)\right) u_j^{\tau+\theta}\left(t-\theta \mid I\left(\tau_0\right)\right) d\theta, \\ \forall i \in N \backslash\{d\}, \quad t \in[0, T], \quad \tau \geq \tau_0; \\ u_d^{\tau}\left(t \mid I\left(\tau_0\right)\right)=1, \quad t \in[0, T], \quad \tau \geq \tau_0. \end{gathered} \tag{4}$$

Из приведённых соотношений очевидно, что чем больший «интервал» (τ–τ_0) участвует в расчётах, тем с большей «дисперсией» времени участвуют плотности этой величины $p_{ij}^{\tau}\left(t \mid I\left(\tau_0\right)\right)(\tau \geq \tau_0)$ в расчёте интеграла в (4). Учитывая неотрицательность самой величины времени, рост её дисперсии однозначно приводит к снижению значения итогового интеграла и, следовательно, к ошибкам в прогнозах на больших временных интервалах.

Предлагаемая модификация алгоритма и стратегии состоит в использовании при расчётах актуальной (на момент выбора дальнейшего пути) информации. В предельном (гипотетическом) случае стратегия (4) модифицируется следующим образом:

$$\begin{gathered} u_i^{\tau}(t \mid I(\tau))= \\ =\max_{j \in N \wedge(i, j) \in A} \int_0^t p_{ij}^{\tau}(\theta \mid I(\tau)) u_j^{\tau+\theta}(t-\theta \mid I(\tau+\theta)) d\theta, \\ \forall i \in N \backslash\{d\}, \quad t \in[0, T], \quad \tau \geq \tau_0; \\ u_d^{\tau}(t \mid I(\tau))=1 \quad t \in[0, T], \quad \tau \geq \tau_0. \end{gathered} \tag{5}$$

Для стратегии (5) могут быть легко доказаны утверждения, аналогичные приведённым в Предложении 1.

Определение 3. Граф называется удовлетворяющим условию *динамического стохастического FIFO*, если выполняются неравенства:

$$\begin{gathered} u_{\Im}^{t_1}\left(T \mid I\left(t_1\right)\right) \geq u_{\Im}^{t_2}\left(T-\left(t_2-t_1\right) \mid I\left(t_2\right)\right), \\ \forall \Im, \forall T, t_1, t_2: 0 \leq t_1 \leq t_2,\ t_2-t_1 \leq T. \end{gathered} \tag{6}$$

Модель поведения в таких графах характеризуется следующим положением.

Предложение 2. Если граф удовлетворяет условию динамического стохастического FIFO, то ожидание (не незамедлительное начало движения) в нетерминальной вершине не удовлетворяет оптимальной стратегии навигации (5).

Очевидна нереализуемость вычислений в рамках данной стратегии по причине неизвестности в момент начала движения τ_0 будущей актуальной *информации* о транспортной сети: $I(\tau)$, $\tau > \tau_0$.

Предлагаемым приближённым методом решения задачи (5) является метод решения набора задач (4) для последовательных моментов времени $\tau_0, \tau_k\left(k=\overline{1, K-1}\right)$, $\tau_K = \tau_0+T$. Определение моментов τ_k решения соответствующих задач $Z(\tau_k, \tau_K - \tau_k)$ может быть выполнено либо через наперёд заданный временной интервал, либо по моментам прохождения заданного числа вершин в графе транспортной сети. Независимо от способа задания моментов времени, предлагаемый оптимальный алгоритм навигации в виде псевдокода имеет следующий вид.

Алгоритм 2: алгоритм навигации на основе актуальной информации

/* блок псевдокода выполняется при достижении очередной вершины r графа сети в некоторый момент $\tau \in [\tau_0, \tau_0+T]$ */

`if` $(r == d)$ `then stop`; // навигация завершена успешно

`if` $\tau \geq \tau_K$ `then stop`; // навигация завершена неуспешно (временной бюджет исчерпан)

`if` $(\tau \in [\tau_k, \tau_{k+1}[)$ `then begin`

получение подмножества Ξ вершин по стратегии $Z(\tau_k, \tau_K - \tau_k)$, обеспечивающих одинаковую (максимальную) надёжность;

`if` $(|\Xi| > 1)$ `then`

выбор следующей вершины из подмножества Ξ по критерию минимума среднего времени достижения вершины назначения;

`else //` $|\Xi| = 1$

следующая вершина – единственная вершина из Ξ;

```
end;
```

Численное решение каждой из задач $Z(\tau_k, \tau_K - \tau_k)$ может производиться с использованием дискретного алгоритма SOTA, приведённого ранее. Определение вершины из подмножества по критерию минимума среднего времени достижения вершины выполняется известным алгоритмом Дейкстры поиска кратчайших путей в детерминированном графе. Данная модификация введена для устранения проблемы циклов, возникающих в базовом алгоритме.

Примечание 1. Учитывая возросшую вычислительную сложность предложенного алгоритма по сравнению с дискретным алгоритмом SOTA, для ускорения решения набора задач $Z(\tau_k, \tau_K - \tau_k)$ целесообразно использовать разбиение графа сети на подсети меньшего размера, содержащие текущую r и конечную d вершины, и использовать при решении одну из таких подсетей.

Примечание 2. При использовании способа ускорения, предложенного в примечании 1, можно добиться требуемой (по отношении к базовому дискретному алгоритму) вычислительной сложности. Например, допустив, что размеры выбираемой подсети оказываются пропорциональными площади квадратной области со стороной (или диагональю), определяемой расстоянием между текущей и конечной вершиной, а также допустив, что моменты τ_k выбираются так, что расстояние сокращается пропорционально, легко получить следующую относительную характеристику роста вычислительной сложности решения предлагаемой задачи:

$$c = \frac{1}{K^2}\sum_{k=0}^{K} k^2 = \frac{(K+1)\cdot(2K+1)}{6K}. \qquad (7)$$

Значения для некоторых K этой суммы приведены в табл. 1. Из этой таблицы видно, что усложнение в два раза достигается при наличии пяти временных интервалов, в четыре – при одиннадцати. Учитывая, что на практике задача навигации в мегаполисах решается в краткосрочной перспективе (длительность поездки обычно не превышает часа), получаемое усложнение вычислений (длительность интервалов оказывается в диапазоне 5–10 минут) представляется незначительным.

Табл. 1. Значение показателя роста вычислительной сложности предлагаемого метода по сравнению с дискретным алгоритмом SOTA

K	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Величина (7)	1,25	1,556	1,875	2,2	2,528
K	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
Величина (7)	2,857	3,188	3,519	3,85	4,182

Примечание 3. Основными данными для решения задач $Z(\tau_k, \tau_K - \tau_k)$ являются плотности вероятностей $p_{ij}^{\tau}\left(t \mid I(\tau_0)\right)\ (\tau \ge \tau_0)$. На практике указанные плотности неизвестны и подлежат оценке. В данной работе предложен метод оценки, изложенный ниже.

В качестве плотности вероятности $p_{ij}^{\tau}\left(t \mid I(\tau_0)\right)\ (\tau \ge \tau_0)$ распределения времени движения на конкретном сегменте (i, j) предлагается использовать двухпараметрические семейства плотностей. Естественным ограничением является неотрицательность области определения выбираемых функций плотности. В рамках данной работы в качестве конкретного претендента рассмотрено логнормальное распределение. Определение распределения, включая выражения для математического ожидания и дисперсии, приведено ниже в табл. 2.

Табл. 2. Логнормальное распределение

Вид распределения	$f_X(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(\frac{-(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$, $x \ge 0$
Моменты через параметры	$MX = \exp\left(\mu + (\sigma^2/2)\right)$, $DX = \left(e^{\sigma^2} - 1\right)e^{2\mu+\sigma^2}$
Параметры через моменты	$\sigma^2 = 1 + \ln\frac{DX}{(MX)^2}$, $\mu = \ln(MX) - \frac{1}{2}\left(1 + \ln\frac{DX}{(MX)^2}\right)$

Параметрическая оценка плотностей в текущие моменты времени, а именно $p_{ij}^{\tau}\left(t \mid I(\tau)\right)\ (\tau = \tau_0)$, выполняется с использованием известного метода моментов: выполняется оценка среднего и дисперсии и расчёт параметров распределений посредством соотношений, приведённых в табл. 2.

Прогноз функции плотностей для будущих моментов времени, то есть получение выражений $p_{ij}^{\tau}\left(t \mid I(\tau_0)\right)\ \ (\tau > \tau_0)$, осуществляется через прогноз моментов распределений (математического ожидания и корня из дисперсии – среднеквадратического отклонения) на основании исторических данных. Поскольку данная задача суть задача прогноза параметров транспортного потока, для её решения мы используем разработанный нами в работе [18] подход. Основные этапы подхода следующие:

1) граф уличной дорожной сети (УДС) разбивается на пересекающиеся подграфы (обозначаемые далее $\{A_l\}_{l=0}^{L-1}$) по территориальному признаку;
2) в каждом подграфе УДС A_l в текущий момент времени τ формируется вектор признаков $\bar{v}_l(\tau)$, состоящий из параметров участков сети (в данном случае моментов – среднего времени прохождения сегмента и среднеквадратического отклонения времени) в данный момент и на протяжение некоторого временного интервала;
3) производится снижение размерности вектора признаков УДС для каждого подграфа путём перехода от исходного представления к сокращённому представлению с использованием небольшого

числа компонент, получаемых с использованием метода главных компонент; получаем сокращённое описание подграфа – вектор $\bar{\vartheta}_l(\tau)$;

4) полное и сокращённое описание подграфов накапливается с течением времени для формирования статистики: $\bar{\vartheta}_l(\Delta_\tau n)$;

5) прогноз параметров для участков сети конкретного подграфа производится одним из методов, описанных в авторской работе [18]. В данном случае для упрощения мы будем использовать известный метод потенциальных функций, описанный в той же работе в соответствующем подразделе.

Дополнительным этапом к представленным, необходимым в данном случае для получения прогнозной оценки плотности $p_{ij}^{\tau}\left(t \mid I(\tau_0)\right)$ $(\tau > \tau_0)$, является этап перехода от спрогнозированных величин моментов распределений к их параметрам. Выполняется этот этап тривиально на основании представленных в табл. 2 соотношений.

Более подробное описание указанного здесь метода прогнозирования параметров транспортных потоков представлено в авторской работе [18].

4. Постановка и результаты экспериментов

Целью проводимых экспериментальных исследований является не только демонстрация работоспособности предложенного метода, но и доказательство его превосходства над известным алгоритмом-прототипом, представленным в [9] и кратко описанным в параграфе 2.

Экспериментальные исследования разработанного метода проводились для УДС г. Самары. Дорожная сеть состоит из 9721 вершин и 26018 сегментов. В качестве веса дорожного сегмента использовались данные о времени прохождения сегмента, усреднённые за десятиминутный интервал.

Для экспериментальных исследований производилось разбиение графа дорожной сети на подграфы по территории размером 1 км^2. Каждый подграф содержал в среднем 100 дуг. Число используемых в векторе признаков архивных значений параметров транспортных потоков для каждого сегмента сети $M = 6$, значение временного интервала $\Delta = 10$ минут, т.е. вектор признаков содержит архивные данные за последний час.

Для сравнения алгоритмов мы выбрали 6 пар различных вершин отправления-прибытия на графе сети, после чего для каждой пары решали задачу навигации, варьируя время отправления и временной ресурс. Каждая из таких задач решалась предлагаемым методом и известным алгоритмом. Всего было проведено 165 экспериментов. Прогноз плотности вероятности по времени для сравниваемых алгоритмов выполнялся одинаковым способом с использованием логнормального распределения. Перестроение маршрута проводилось каждые 5 или каждые 10 минут.

Гистограмма распределения разности времени движения, полученного предложенным алгоритмом (для различных временных интервалов) и алгоритмом-прототипом, показана на рис. 1. Положительная разность соответствует выигрышу предложенного алгоритма, отрицательная – проигрышу.

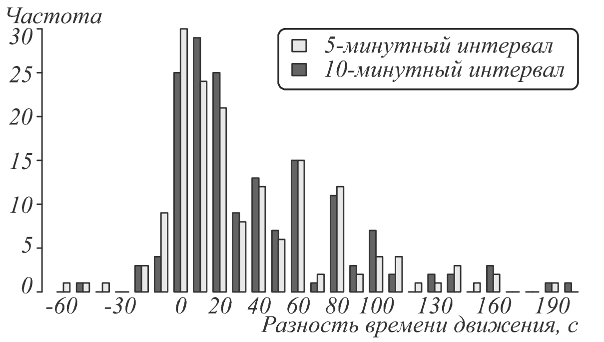

Рис. 1. Сравнение алгоритмов по фактически затраченному ресурсу времени на навигацию транспортного средства

Для наглядного сравнения алгоритмов по надёжности определяемого кратчайшего пути частоты выигрыша (положительные значения разности), проигрыша (отрицательные значения) и совпадения (нулевая разность по времени) сведены в табл. 3.

Табл.3. Результаты сравнения алгоритмов по надёжности

	5-минутный интервал	**10-минутный интервал**
Проигрыш предложенного	0,091	0,048
Выигрыш предложенного	0,727	0,8
Совпадают	0,182	0,152

Как следует из представленных результатов, *предложенный метод существенно чаще (в 8–17 раз) выполняет навигацию транспортного средства с меньшими временными затратами*.

Выводы

В работе предложен новый оригинальный метод решения задачи навигации в зависящей от времени стохастической сети. Предложенный метод решает задачу определения надёжного кратчайшего пути в зависящей от времени стохастической сети и учитывает текущую и прогнозную информацию о параметрах транспортных потоков в сети.

Проведена апробация предложенного метода на транспортной сети города Самары, выполнено сравнение с известным алгоритмом решения аналогичной задачи. На основании проведённых вычислительных экспериментов показано, что предложенный метод при контролируемом увеличении вычислительной сложности позволяет существенно чаще (в 8–17 раз) осуществить навигацию транспортного средства в зависящей от времени стохастической сети с меньшими временными затратами, чем известный алгоритм.

Дальнейшие направления работ включают в себя:

- исследования влияния на решение задачи SOTA выбранного способа задания параметров транспортного потока;

- исследования влияния на решение задачи SOTA выбранного метода прогнозирования.

Благодарности

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках реализации мероприятий Программы повышения конкурентоспособности СГАУ среди ведущих мировых научно-образовательных центров на 2013–2020 годы, а также грантов РФФИ №№ 13-07-12103-офи-м, 15-07-01164-а, 16-37-00055-мол_а.

Литература

1. **Chabini, I.** Discrete dynamic shortest path problems in transportation applications: Complexity and algorithms with optimal run time / I. Chabini // Transportation Research Record. – 1998. – Vol. 1645. – P. 170-175.
2. **Gao, S.** Optimal routing policy problems in stochastic time-dependent networks / S. Gao, I. Chabini // Transportation Research Part B. – 2006. – Vol. 40. – P. 93-122.
3. **Gao, S.** Real-time traveler information for optimal adaptive routing in stochastic time-dependent networks // S. Gao, H. Huang // Transportation Research Part C. – 2012. – Vol. 21. – P. 196-213.
4. **Nie, Y.** Arriving-on-time problem: Discrete algorithm that ensures convergence / Y. Nie, Y. Fan // Transportation Research Record. – 2006. – Vol. 1964. – P. 193-200.
5. **Dong, W.** Shortest paths in Stochastic time-dependent networks with link travel time correlation / W. Dong, H.L. Vu, Y. Nazarathy, B.Q. Vo, M. Li, S.P. Hoogendoorn // Transportation Research Record. – 2013. – Vol. 2338. – P. 58-64.
6. **Fu, L.** Expected shortest paths in dynamic and stochastic traffic networks / L. Fu, L.R. Rilett // Transportation Research Part B. – 1998. – Vol. 32(7). – P. 499-516.
7. **Miller-Hooks, E.D.** Least expected time paths in stochastic, time-varying transportation networks / E.D. Miller-Hooks, H.S. Mahmassani // Transportation Science. – 2000. – Vol. 34(2). – P. 198-215.
8. **Hall, R.W.** The fastest path through a network with random time-dependent travel times / R.W. Hall // Transportation Science. – 1986. – Vol. 20(3). – P. 182-188.
9. **Samaranayake, S.** A tractable class of algorithms for reliable routing in stochastic networks / S. Samaranayake, S. Blandin, A. Bayen // Transportation Research Part C. – 2012. – Vol. 20. – P. 199-217.
10. **Fan, Y.** Optimal routing for maximizing the travel time reliability / Y. Fan, Y. Nie // Networks and Spatial Economics. – 2006. – Vol. 6(3-4). – P. 333-344.
11. **Pan, Y.** Finding Reliable Shortest Path in Stochastic Time-dependent Network / Y. Pan, L. Sun, M. Ge // Procedia – Social and Behavioral Sciences. – 2013. – Vol. 96. – P. 451-460.
12. **Wu, X.** Modeling heterogeneous risk-taking behavior in route choice: a stochastic dominance approach / X. Wu, Y. Nie // Transportation Research Part A. – 2011. – Vol. 45. – P. 896-915.
13. **Nie, Y.** Shortest path problem considering on-time arrival probability / Y. Nie, X. Wu // Transportation Research Part B. – 2009. – Vol. 43(6). – P. 597-613.
14. **Chen, B.Y.** Reliable Shortest Path Problems in Stochastic Time-Dependent Networks / B.Y. Chen, W.H.K. Lam, A. Sumalee, Q. Li, M.L. Tan // Journal of Intelligent Transportation Systems: Technology, Planning, and Operations. – 2014. – Vol. 18(2). – P. 177-189.
15. **Fu, L.** An adaptive routing algorithm for in-vehicle route guidance systems with real-time information / L. Fu // Transportation Research Part B: Methodological. – 2001. – Vol. 35(8). – P. 749-765.
16. **Gao, S.** Adaptive route choice models in stochastic time-dependent networks / S. Gao, E. Frejinger, M. Ben-Akiva // Transportation Research Record. – 2008. – Vol. 2085(1). – P. 136-143.
17. **Ji, Z.** Multi-criterion reliable path finding in stochastic networks with correlated link costs: a simulation-based multi-criterion genetic algorithm approach (SMOGA) / Z. Ji, Y.S. Kim, A. Chen // Expert Systems with Applications. – 2011. – Vol. 38. – P. 1515-1528.
18. **Agafonov, A.** Traffic flow forecasting algorithm based on combination of adaptive elementary predictors / A. Agafonov, V. Myasnikov // Communications in Computer and Information Science. – 2015. – Vol. 542. – P. 163-174.

Сведения об авторах

Агафонов Антон Александрович, 1988 года рождения. В 2011 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет (СГАУ), в 2014 защитил диссертацию на соискание степени кандидата технических наук. В настоящее время работает младшим научным сотрудником НИЛ-97 СГАУ и по совместительству стажёром-исследователем в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт систем обработки изображений РАН. Круг научных интересов включает геоинформационные технологии, веб-технологии. Имеет 7 публикаций, из них 4 статьи. E-mail: *ant.agafonov@gmail.com* .

Мясников Владислав Валерьевич, 1971 года рождения. В 1994 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет (СГАУ). В 1995 году поступил в аспирантуру СГАУ, в 1998 году защитил диссертацию на соискание степени кандидата технических наук, а в 2008 – диссертацию на соискание степени доктора физико-математических наук. В настоящее время работает ведущим научным сотрудником в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте систем обработки изображений РАН и одновременно профессором кафедры геоинформатики и информационной безопасности СГАУ. Круг научных интересов включает цифровую обработку сигналов и изображений, компьютерное зрение, распознавание образов, искусственный интеллект и геоинформатику. Имеет более 100 публикаций, в том числе 40 статей и две монографии (в соавторстве). Член Российской ассоциации распознавания образов и анализа изображений. E-mail: *vmyas@geosamara.ru* .

Поступила в редакцию 21 января 2016 г. Окончательный вариант – 24 февраля 2016 г.

METHOD FOR THE RELIABLE SHORTEST PATH SEARCH IN TIME-DEPENDENT STOCHASTIC NETWORKS AND ITS APPLICATION TO GIS-BASED TRAFFIC CONTROL

A.A. Agafonov [1,2], V.V. Myasnikov [1,2]
[1] Samara State Aerospace University, Samara, Russia,
[2] Image Processing Systems Institute, Russian Academy of Sciences, Samara, Russia

Abstract

A reliable shortest path problem in time-dependent stochastic networks is considered in this paper. We develop and research a method for reliable routing that uses actual and forecast information of traffic flow parameters. We compare the performance of the proposed algorithm with that of a well-known algorithm on a real traffic network in the city of Samara, Russia. On the basis of computing experiments it is shown that while being a bit more computationally challenging, the proposed method increases the possibility of successfully solving the shortest path problem in a time-dependent stochastic network.

Keywords: reliable shortest path, adaptive routing, time-dependent network, stochastic network.

Citation: Agafonov AA, Myasnikov VV. Method for the reliable shortest path search in time-dependent stochastic networks and its application to GIS-based traffic control. Computer Optics 2016; 40(2): 275-283. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-2-275-283.

Acknowledgements: The work was partially funded by the RF Ministry of Education and Science as part of SSAU's global competitiveness enhancement program in 2013-2020, Russian Foundation for Basic Research (RFBR) grants ## 13-07-12103-ofi-m, 15-07-01164-a, and 16-37-00055-mol-a.

References

[1] Chabini I. Discrete dynamic shortest path problems in transportation applications: Complexity and algorithms with optimal run time. Transportation Research Record 1998; 1645: 170-175.
[2] Gao S, Chabini I. Optimal routing policy problems in stochastic time-dependent networks. Transportation Research Part B 2006; 40: 93-122. DOI: 10.1016/j.trb.2005.02.001.
[3] Gao S, Huang H. Real-time traveler information for optimal adaptive routing in stochastic time-dependent networks. Transportation Research Part C 2012; 21: 196-213. DOI: 10.1016/j.trc.2011.09.007.
[4] Nie Y, Fan Y. Arriving-on-time problem: Discrete algorithm that ensures convergence. Transportation Research Record 2006; 1964: 193-200.
[5] Dong W, Vu HL, Nazarathy Y, Vo BQ, Li M, Hoogendoorn SP. Shortest paths in Stochastic time-dependent networks with link travel time correlation. Transportation Research Record 2013; 2338: 58-64. DOI: 10.3141/2338-07.
[6] Fu L, Rilett LR. Expected shortest paths in dynamic and stochastic traffic networks. Transportation Research Part B 1998; 32(7): 499-516.
[7] Miller-Hooks ED, Mahmassani HS. Least expected time paths in stochastic, time-varying transportation networks. Transportation Science 2000; 34(2): 198-215.
[8] Hall RW. The fastest path through a network with random time-dependent travel times. Transportation Science 1986; 20(3): 182-188.
[9] Samaranayake S, Blandin S, Bayen A. A tractable class of algorithms for reliable routing in stochastic networks. Transportation Research Part C 2012; 20: 199-217. DOI: 10.1016/j.trc.2011.05.009.
[10] Fan Y, Nie Y. Optimal routing for maximizing the travel time reliability. Networks and Spatial Economics 2006; 6(3-4): 333-344. DOI: 10.1007/s11067-006-9287-6.
[11] Pan Y, Sun L, Ge M. Finding Reliable Shortest Path in Stochastic Time-dependent Network. Procedia – Social and Behavioral Sciences 2013; 96: 451-460.
[12] Wu X, Nie Y. Modeling heterogeneous risk-taking behavior in route choice: a stochastic dominance approach. Transportation Research Part A 2011; 45: 896-915. DOI: 10.1016/j.tra.2011.04.009.
[13] Nie Y, Wu X. Shortest path problem considering on-time arrival probability. Transportation Research Part B 2009; 43(6): 597-613. DOI: 10.1016/j.trb.2009.01.008.
[14] Chen BY, Lam WH, Sumalee A, Li Q, Tam ML. Reliable Shortest Path Problems in Stochastic Time-Dependent Networks. Journal of Intelligent Transportation Systems: Technology, Planning, and Operations 2014; 18(2): 177-189. DOI: 10.1080/15472450.2013.806851.
[15] Fu L. An adaptive routing algorithm for in-vehicle route guidance systems with real-time information. Transportation Research Part B: Methodological 2001; 35(8): 749-765. DOI: 10.1016/S0191-2615(00)00019-9.
[16] Gao S, Frejinger E, Ben-Akiva M. Adaptive route choice models in stochastic time-dependent networks. Transportation Research Record 2008; 2085(1): 136-143. DOI: 10.3141/2085-15.

[17] Ji Z, Kim YS, Chen A. Multi-criterion reliable path finding in stochastic networks with correlated link costs: a simulation-based multi-criterion genetic algorithm approach (SMOGA). Expert Systems with Applications 2011; 38: 1515-1528.
[18] Agafonov A, Myasnikov V. Traffic flow forecasting algorithm based on combination of adaptive elementary predictors. Communications in Computer and Information Science 2015; 542: 163-174. DOI: 10.1007/978-3-319-26123-2_16.

Authors' information

Anton Aleksandrovich Agafonov (b. 1988) graduated from Samara State Aerospace University (SSAU) at 2011, received his PhD in Technical sciences at 2014. At present he researcher in SSAU and intern-researcher at the Image Processing Systems Institute of the RAS. The area of interests includes geoinformatics and web-technologies. He's list of publications contains 7 publications, including 4 scientific papers. E-mail: *ant.agafonov@gmail.ru* .

Vladislav Valerievich Myasnikov (b. 1971) graduated (1994) from the Samara State Aerospace University (SSAU). He received his PhD in Technical sciences (2002) and DrSc degree in Physics & Maths (2008). He is a leading researcher at the Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences and holds a part-time position of Associate Professor at of Geoinformatics and Information Security department at SSAU. The area of interests includes digital signals and image processing, geoinformatics, neural networks, computer vision, pattern recognition and artificial intelligence. He's list of publications contains about 100 scientific papers, including 40 articles and 2 monographs. He is a member of Russian Association of Pattern Recognition and Image Analysis. E-mail: *vmyas@geosamara.ru* .

Received January 21, 2016. The final version – February 24, 2016.