

## СОПОСТАВИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЛИНЗЫ ФРЕНЕЛЯ И КИНОФОРМНОЙ ЛИНЗЫ

Г.И. Грейсх<sup>1</sup>, С.А. Степанов<sup>1</sup>, А.И. Антонов<sup>1</sup><sup>1</sup>Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, Пенза, Россия

## Аннотация

На основе единого подхода в лучевом приближении рассмотрены и сопоставлены фокусирующие свойства линз Френеля и киноформных линз. Особое внимание обращено на энергетическую эффективность, хроматизм и разрешающую способность этих элементов. Показано, что линза Френеля с равноглубокими кольцевыми поясами представляет собой гармоническую киноформную линзу, работающую в высоких дифракционных порядках. Проанализирован механизм формирования картины дифракции в фокальной плоскости линзы Френеля с равноширокими кольцевыми поясами, и показано, что она отличается от соответствующей картины обычной рефракционной линзы падением энергии в главном максимуме и переносом значительной части энергии в побочные максимумы. Статья адресована студентам и аспирантам, а также специалистам в тех областях науки и техники, в которых оптические методы и приборы играют всё более возрастающую роль.

**Ключевые слова:** линза Френеля, равноширокие и равноглубокие кольцевые пояса, киноформная линза, зона Френеля, таутохронность, дифракционная эффективность, хроматизм, разрешающая способность.

**Цитирование:** Грейсх, Г.И. Сопоставительный анализ линзы Френеля и киноформной линзы / Г.И. Грейсх, С.А. Степанов, А.И. Антонов // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 369-376. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-369-376.

## Введение

Линза Френеля (ЛФ) и киноформная линза представляют собой тонкие оптические элементы, фокусирующие свойства которых обусловлены пилообразным зонированием как минимум одной из двух рабочих поверхностей элемента. При этом принцип формирования зон позволяет отнести фокусирующий элемент к группе киноформных линз или линз Френеля.

Киноформная линза, т.е. дифракционная линза с пилообразной рельефно-фазовой микроструктурой, была предложена Г.Г. Слюсаревым в середине двадцатого века [1], в то время как линза Френеля старше почти на 130 лет. Этот факт, а также широкое практическое использование линз Френеля позволяет считать их классическими оптическими элементами. Напомним, что первоначально линза Френеля предназначалась для минимизации веса осветительных устройств, и прежде всего морских маяков [2]. Впоследствии такие линзы нашли широкое применение в навигационных огнях, светофорах, железнодорожных семафорных фонарях, кодоскопах, фотовспышках, концентраторах солнечной энергии для солнечных батарей, студийных осветителях (например, [3–5]) и т.д. Нельзя не заметить на рынке канцтоваров широкий ассортимент гибких и очень тонких луп Френеля [6] (рис. 1).

Лупы, в отличие от конденсоров, работают по лупу и строят протяжённые изображения, пусть и с не очень высоким разрешением. Более того, сегодня всё чаще появляется информация об использовании линз Френеля уже не в качестве одиночного элемента, а в составе изображающей оптической системы, к оптическим характеристикам которой предъявляются весьма высокие требования [7, 8]. Именно это обстоятельство побудило авторов настоящей статьи посмотреть на линзу Френеля под другим углом – с позиции,

объединяющей этот тонкий фокусирующий оптический элемент с киноформной линзой.

## 1. Описание работы киноформной линзы в бесконечно тонком приближении

Апертура киноформной линзы разбита на так называемые зоны Френеля. Под этим термином в общем случае понимаются участки, на которые можно разбить волновую поверхность для вычисления результатов дифракции.

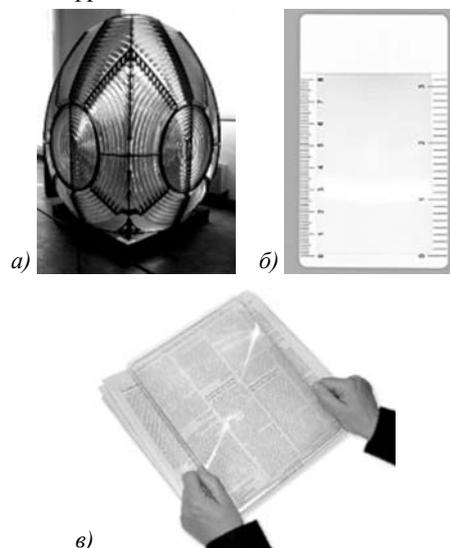


Рис. 1. Составная линза Френеля в экспозиции Французского национального морского музея (а); лупа карманная фирмы Kromatech (гибкая ЛФ 115×65 мм, 3×) (б); лупа для чтения фирмы Kromatech (гибкая ЛФ 210×297 мм, 3×) (в)

В настоящей статье под зоной Френеля понимается кольцевая зона апертуры, расстояния от краёв которой до точки наблюдения (в данном случае фокальной точки  $F$ ) отличаются на расчётную длину

волны  $\lambda_0$ , как это показано на рис. 2. Идеальная фокусировка нормально падающей на киноформную линзу плоской монохроматической волны и при этом концентрация всей падающей на эту линзу энергии в единственном фокусе достигается при условии, что в пределах каждой зоны Френеля обеспечивается таутохронность, т.е. лучи, идущие от падающего волнового фронта до точки наблюдения, имеют одинаковую оптическую длину и, в частности, равны оптические длины лучей, проходящих через края каждой зоны. Для  $i$ -й зоны Френеля ( $i=1, 2, 3 \dots$ ) это равенство оптических длин имеет вид:

$$Hn_{\lambda_0} + f_0 + (i-1)\lambda_0 = H + f_0 + i\lambda_0, \tag{1}$$

где  $H$  – глубина  $i$ -й зоны;  $n_{\lambda_0}$  и  $f_0$  – показатель преломления материала подложки киноформной линзы и фокусное расстояние линзы в первом дифракционном порядке на расчётной длине волны  $\lambda_0$ .

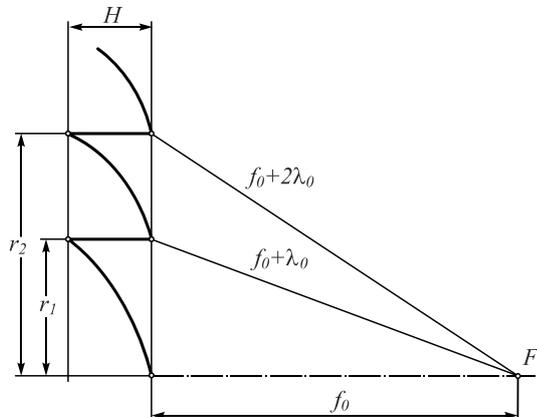


Рис. 2. Три приосевые зоны микроструктуры киноформной линзы

Решая уравнение (1) относительно  $H$ , получим

$$H = \lambda_0 / (n_{\lambda_0} - 1), \tag{2}$$

откуда, в частности, следует, что поскольку  $H$  от  $i$  не зависит, то глубины рельефа всех зон киноформной линзы должны быть одинаковыми.

Уравнение (1) обеспечивает равенство оптических длин только крайних лучей каждой зоны Френеля киноформной линзы. Равенство оптических длин остальных лучей внутри каждой зоны обеспечивается за счёт так называемого согласованного или коррелированного профиля пилообразного рельефа, предложенного в работе [1].

Вновь обращаясь к рис. 2, легко видеть, что радиус первой зоны киноформной линзы можно найти из условия

$$f_0^2 + r_1^2 = (f_0 + \lambda_0)^2, \tag{3}$$

откуда

$$r_1 = \sqrt{2f_0\lambda_0 + \lambda_0^2}. \tag{4}$$

Для  $i$ -й зоны расстояние от центра микроструктуры линзы до внешнего края зоны

$$r_i = \sqrt{2if_0\lambda_0 + (i\lambda_0)^2}. \tag{5}$$

Таким образом, киноформная линза, преобразующая плоскую и нормально падающую на неё волну с длиной  $\lambda_0$  в сферическую, – это дифракционный оптический элемент с пилообразной рельефно-фазовой микроструктурой, характеризуемый одновременным выполнением условий (2) и (5).

В общем случае фокусирующие и аберрационные свойства дифракционной линзы, как правило, описываются в рамках модели бесконечно тонкого фазового транспаранта, вносящего фазовую задержку в падающий на него волновой фронт. Причём транспарант может быть не только плоским, но и иметь форму несущей его поверхности, например, сферической или асферической преломляющей поверхности рефракционной линзы (см., например, [9]).

Одним из вариантов представления фазовой задержки, вносимой дифракционной и, в частности, киноформной линзой с кольцевой микроструктурой, является степенной ряд вида [10]

$$\Psi(r) = m \sum_{j=1} A_j r^{2j}, \tag{6}$$

где  $m$  – номер рабочего дифракционного порядка,  $r$  – расстояние, отсчитываемое от оптической оси.

Оптическая сила дифракционной линзы определяется коэффициентом  $A_1$ :

$$\frac{1}{f_0} = -\frac{m\lambda_0 A_1}{\pi}, \tag{7}$$

а коэффициенты  $A_j$  при  $j > 1$  являются коэффициентами асферических добавок. В выражении (7)  $\lambda_0$  – расчётная длина волны, на которой задаются все коэффициенты  $A_j$ .

Если рабочая длина волны  $\lambda$  не совпадает с расчётной  $\lambda_0$ , то, как следует из выражения (7), оптическая сила линзы  $1/f$  будет отличаться от расчётной:

$$\frac{1}{f} = \frac{\lambda}{\lambda_0 f_0}. \tag{8}$$

Зависимость оптической силы от длины волны, называемая хроматизмом, присуща и обычным рефракционным линзам, но только у дифракционных линз оптическая сила пропорциональна длине волны. Здесь отметим, что имеются попытки снижения хроматизма дифракционной линзы, например, за счёт модификации её фазовой задержки. Одна из таких попыток описана в [11].

Доля энергии, дифрагированной на киноформной микроструктуре в один порядок дифракции (дифракционная эффективность в данном порядке дифракции) также зависит от соотношения рабочей и расчётной длин волн. Кроме того, дифракционная эффективность зависит и от угла падения излучения на киноформную линзу  $\theta$ . Приближённо оценить эту эффективность можно по известной формуле, полученной в рамках скалярной теории дифракции [12]:

$$\eta = \left[ \frac{\sin(\pi(m + \chi))}{\pi(m + \chi)} \right]^2, \tag{9}$$

где

$$\chi = (H/\lambda) \left[ \left( \cos \theta - \sqrt{n_\lambda^2 - \sin^2 \theta} \right) \right]. \quad (10)$$

В идеале волновой фронт, формируемый дифракционной линзой с рельефно-фазовой микроструктурой, должен совпадать с фронтом, формируемым бесконечно тонким фазовым транспарантом, вносящим требуемую фазовую задержку. В случае киноформной линзы это строго выполняется независимо от числа зон в микроструктуре при условии, что текущая глубина рельефа  $h(r)$  описывается уравнениями

$$h(r) = H \left[ i + \frac{1}{2\pi m} \Psi(r) \right] \text{ при } \frac{\Psi(r)}{m} < 0$$

и

$$h(r) = H \left[ 1 - i + \frac{1}{2\pi m} \Psi(r) \right] \text{ при } \frac{\Psi(r)}{m} > 0. \quad (11)$$

При этом внешний и внутренний радиусы ( $r_j$  и  $r_{j-1}$ ), ограничивающие  $i$ -ю зону Френеля [для центральной (первой) зоны Френеля  $r_0=0$ ] являются действительными и положительными корнями уравнения  $|\Psi(r)/m|=2\pi i$ .

Если число зон Френеля в микроструктуре киноформной линзы велико (100 и более), то, как показано в работе [13], коррелированный профиль без ощутимых потерь в дифракционной эффективности и качестве фокусировки можно заменить линейно-пилообразным

$$h(r) = ((r_i - r)/(r_i - r_{i-1}))H. \quad (12)$$

Наконец, если рабочая длина волны  $\lambda_m$  окажется меньше  $\lambda_0$  в целое число раз ( $\lambda_m = \lambda_0/m$ ), то в  $m$ -м порядке дифракции оптическая сила, дифракционная эффективность и все абберационные коэффициенты линзы останутся неизменными. Саму же пилообразную микроструктуру, работающую в  $m$ -м порядке дифракции и имеющую глубину рельефа, существенно превышающую рабочую длину волны

$$H = m\lambda_m / (n_{\lambda_m} - 1), \quad (13)$$

в зарубежной литературе называют гармонической линзой [14]. Подробно фокусирующие свойства гармонических дифракционных линз рассмотрены в работах [15, 16].

С волновой точки зрения выполнение условий (2), (5) и (13) означает, что волновой фронт, формируемый киноформной линзой, не отличается от фронта, формируемого соответствующей рефракционной линзой, и картина дифракции в фокальной плоскости является картиной дифракции Фраунгофера на апертуре линзы [17]:

$$\delta_\kappa = 1,22\lambda f/D, \quad (14)$$

где  $D = 2r_{\max}$  – диаметр киноформной линзы.

### 2. Описание работы линзы Френеля в бесконечно тонком приближении

Учитывая генетическую связь ЛФ с обычной рефракционной линзой, анализ начнём с последней. Для

определённости будем считать эту линзу положительной с выпуклой и плоской преломляющими поверхностями. Её выпуклая поверхность и будет трансформироваться в структуру ЛФ, как это показано на рис. 3.

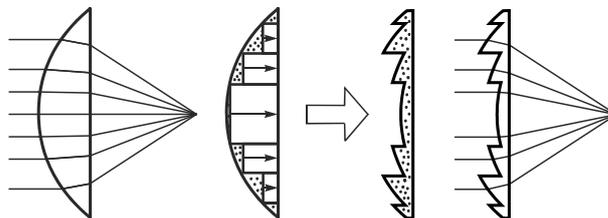


Рис. 3. Трансформация объёмной рефракционной линзы в «плоскую» ЛФ с равноширокими кольцевыми поясами

Идеальная фокусировка падающей волны положительной рефракционной линзой обеспечивается так же, как и киноформной линзой, благодаря таутохронности, но уже по всей апертуре рефракционной линзы. Далее учтём, что тонкое приближение (см. работы [18, 19]) предполагает, что луч света, входящий в произвольную точку плоскости, касательной к фронтальной поверхности линзы на некоторой высоте от оптической оси, пересекает плоскость, касательную к противоположной поверхности линзы, на той же самой высоте (рис. 4).

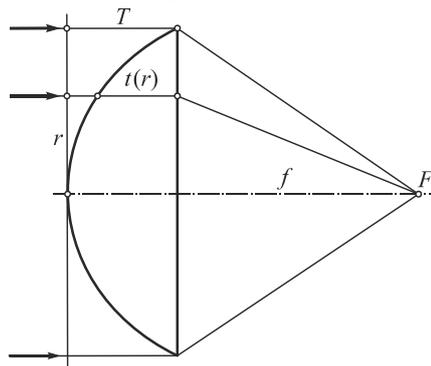


Рис. 4. Ход лучей в тонкой рефракционной линзе

Поэтому в случае фокусировки нормально падающей плоской волны и в тонком приближении условие таутохронности может быть записано в виде

$$L_{\text{air}} + L_{\text{RL}} - (f + Tn_\lambda) = 0. \quad (15)$$

Здесь  $L_{\text{RL}} = T + (n_\lambda - 1)t(r)$  – длина оптического пути между касательными плоскостями на длине волны  $\lambda$ ;  $n_\lambda$  – показатель преломления материала линзы на длине волны  $\lambda$ ;  $L_{\text{air}}$  – длина оптического пути в воздухе от точки выхода луча из линзы до фокуса, а  $1/f = c(n_\lambda - 1)$  – оптическая сила плосковыпуклой линзы,  $c$  – кривизна её выпуклой поверхности. Нетрудно видеть, что если рабочая длина волны изменяется, то изменяется и оптическая сила, причём это изменение определяется зависимостью показателя преломления материала линзы от длины волны. В результате хроматизм рефракционной линзы в оптическом диапазоне по модулю существенно меньше хроматизма дифракционной линзы и имеет противоположный знак [20].

Очевидно, что длина оптического пути в воздухе

$$L_{\text{air}}^2 = r^2 + f^2 \quad (16)$$

или в первом приближении (полагая, что  $r \ll f$ )

$$L_{\text{air}} = f + \frac{r^2}{2f}. \quad (17)$$

Тогда из (15) с учётом (17) получаем

$$L_{\text{RL}} = Tn_{\lambda_0} - \frac{r^2}{2f}. \quad (18)$$

Формула (18) совпадает с формулами, описывающими рефракционную линзу в тонком приближении, например, в работах [18, 19].

Бесконечно тонкую ЛФ (модель с равноширокими кольцевыми поясами) получим, положив  $T=0$  и обратная  $L_{\text{RT}}$  в ноль на высотах

$$r_i = i\Delta r, \quad i = 0, 1, 2 \dots, \quad (19)$$

где  $\Delta r$  – ширина каждого из кольцевых поясов. Тогда оптическая длина пути в ЛФ на высоте  $r$  в соответствии с выражением (18) будет иметь вид

$$L_{\text{FL}} = -\frac{r^2 - (i\Delta r)^2}{2f}, \quad (20)$$

причём приращение номера кольцевого пояса  $i$  связано с ростом высоты  $r$ : если  $r = (i+1)\Delta r$ , тогда номер пояса увеличивается на единицу. Следовательно, саму высоту  $r$  можно записать в виде

$$r = i\Delta r + \delta r, \quad (21)$$

где  $0 \leq \delta r \leq \Delta r$ . И тогда

$$L_{\text{FL}} = -\frac{(2i\Delta r + \delta r)\delta r}{2f}. \quad (22)$$

Выражение (22) с точностью до множителя, которым является показатель преломления материала ЛФ, описывает образующую  $i$ -го кольцевого пояса.

Далее, используя выражения (17) и (22), найдем оптическую длину луча, падающего нормально на ЛФ на высоте  $i$ -го кольцевого пояса:

$$L_{\Sigma}(i) = f + \frac{(i\Delta r)^2}{2f}. \quad (23)$$

Из (23) следует, что оптические длины лучей в пределах одного и того же кольцевого пояса одинаковы (не зависят от  $\delta r$ ), т.е. в пределах каждого кольцевого пояса обеспечивается строгая синфазность. Зависимость же оптической длины лучей от номера кольцевого пояса квадратична, и, следовательно, скачки оптических длин лучей при переходе от одного кольцевого пояса к соседнему не постоянны, а растут с ростом номера пояса. В результате между собой кольцевые пояса не фазированы, т.е. приращения оптических длин лучей от пояса к поясу разные и не существует длины волны, которой все эти приращения могут оказаться кратными. С волновой точки зрения это означает, что в пределах каждого кольцевого пояса вторичные сферические волны суммируются по амплитуде, а вклады поясов в целом сумми-

руются по интенсивности [17]. Последнее приводит к существенному отличию картины дифракции, наблюдаемой в фокальной плоскости ЛФ при освещении её нормально падающей плоской волной, от соответствующих картин, формируемых рефракционной или киноформной линзами. Это отличие выражается в падении энергии в главном максимуме и переносе значительной её части в побочные максимумы, которые, сливаясь, образуют подошву или пьедестал дифракционной картины. При этом ширина главного максимума (например, по уровню 0,5) практически не отличается от ширины диска Эйри соответствующей рефракционной или киноформной линз (рис. 5).

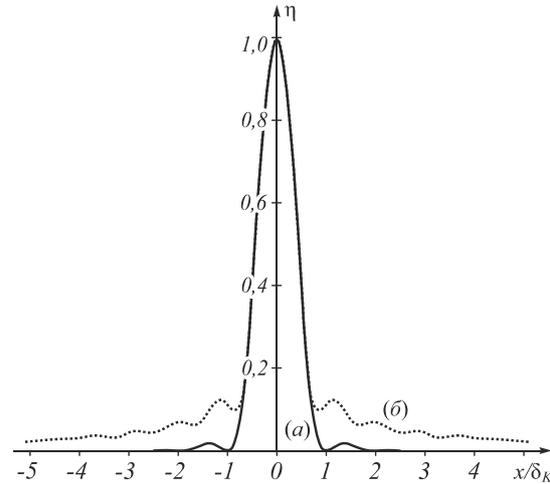


Рис. 5. Картины дифракции в фокальных плоскостях идеально фокусирующих рефракционной или киноформной линз (а) и ЛФ, состоящей из 100 равношироких кольцевых поясов (б). Расчёт выполнен при одинаковых апертурах и с нормировкой на собственный максимум каждой кривой

В результате главный негативный эффект от зонирования заключается в падении контраста в изображении, усугубляемом к тому же светорассеянием на обратных (нерабочих) скатах кольцевых поясов.

Замена криволинейных образующих прямолинейными (в результате чего меридиональные сечения кольцевых поясов превратятся в сечения усечённых призм) приведёт к существенной потере разрешения. Действительно, в этом случае коллимированный световой пучок после преломления на каждом кольцевом поясе в геометрическом приближении останется коллимированным, а соответствующие световые пятна в фокальной плоскости, суммируясь по интенсивности, создадут итоговое изображение конечных размеров даже в геометрическом приближении. С уменьшением ширины кольцевых поясов размер фокальных пятен, формируемых ими, будет уменьшаться, а разрешение в изображении расти, но только до тех пор, пока дифракционное уширение не станет превалирующим. В результате предельно достижимое разрешение окажется равным [21]

$$\delta_F = 1,5\sqrt{\lambda f}. \quad (24)$$

Хроматизм ЛФ с равноширокими поясами не зависимо от формы образующих её поясов не будет от-

личаться от хроматизма рефракционной линзы, выполненной из того же оптического материала и имеющей равную оптическую силу.

Завершая параграф, проанализируем ЛФ с равноглубокими кольцевыми поясами. Бесконечно тонкую модель такой ЛФ получим, также положив  $T=0$ , но, обращая  $L_{RL}$ , описываемую формулой (18), в ноль на радиусах (высотах)  $r_i$ , при которых  $L_{RL} = -i(n\lambda - 1)H_F$ , где  $H_F$  – глубина рельефа:

$$r_i = \sqrt{2i(n_\lambda - 1)H_F f} \quad (25)$$

Тогда оптическая длина пути в ЛФ на высоте  $r$  будет иметь вид

$$L_{LF2} = -\frac{r^2 - 2i(n_\lambda - 1)H_F f}{2f}, \quad (26)$$

причём приращение номера кольцевого пояса  $i$  связано с ростом высоты  $r$ : если  $r = \sqrt{2(i+1)(n_\lambda - 1)H_F f}$ , то  $i$  увеличивается на единицу. Следовательно, саму высоту можно записать в виде

$$r = \sqrt{2(i + \delta i)(n_\lambda - 1)H_F f}, \quad (27)$$

где  $0 \leq \delta i \leq 1$ . И тогда из (26) с учётом (27) получим

$$L_{FL2} = -\delta i(n_\lambda - 1)H_F. \quad (28)$$

Далее, используя выражения (17) и (28), найдём оптическую длину луча, падающего нормально на ЛФ на высоте  $i$ -го кольцевого пояса:

$$L_{\Sigma 2}(i) = f + i(n_\lambda - 1)H_F. \quad (29)$$

Из (29) следует, что оптические длины лучей в пределах одного и того же кольцевого пояса одинаковы (не зависят от  $\delta i$ ), т.е. в пределах каждого кольцевого пояса обеспечивается строгая синфазность. Зависимость же оптической длины лучей от номера кольцевого пояса линейна и, следовательно, скачки оптических длин лучей при переходе от одного кольцевого пояса к соседнему постоянны и могут оказаться кратными рабочей длине волны  $\lambda_m$ :

$$(n_{\lambda_m} - 1)H_F = m\lambda_m. \quad (30)$$

Сопоставляя выражения (30) и (13), видим, что рельефная структура ЛФ, образованная равноглубокими кольцевыми поясами, фактически является киноформной структурой, работающей в  $m$ -м порядке дифракции, т.е. гармонической киноформной структурой. Полное число равноглубоких кольцевых поясов в структуре такой ЛФ в первом приближении описывается выражением

$$N_{\max} = \frac{r_{\max}^2}{2fm\lambda}, \quad (31)$$

где  $r_{\max}$  – радиус апертуры ЛФ. Выражение получено в предположении, что  $r_{\max} \ll f$ .

Волновой фронт, формируемый ЛФ с равноглубокими кольцевыми поясами, не отличается от фронта, формируемого соответствующей киноформной линзой, и картина дифракции в фокусе является картиной

дифракции Фраунгофера на её апертуре. При этом, естественно, такой ЛФ присущи все свойства, характерные для дифракционного элемента, включая спектральную энергетическую зависимость и хроматизм.

Использовать равноглубокие кольцевые пояса с линейными образующими в структуре ЛФ также возможно, как и в киноформной линзе, но, как и в случае последней, дифракционная эффективность и качество фокусировки будут зависеть от числа кольцевых поясов в структуре, которое в случае ЛФ вряд ли может быть большим. Наконец, как показывает строгая теория дифракции, основанная на решении системы уравнений Максвелла (см., например, [22, 23]), большие глубины пилообразного рельефа приводят к резкой и несимметричной зависимости дифракционной эффективности от угла падения излучения на ЛФ.

### Заключение

На основе единого подхода в лучевом приближении рассмотрены и сопоставлены тонкие оптические элементы, фокусирующие свойства которых обусловлены пилообразным зонированием как минимум одной из двух рабочих поверхностей элемента. При этом именно принципы формирования зон определяют группу, к которой относится тот или иной фокусирующий элемент – к киноформным линзам или линзам Френеля.

Границы зон микроструктуры киноформных линз совпадают с соответствующими границами зон Френеля, что обуславливает дифракционный механизм преобразования волнового фронта и формирования изображения. В пределах каждой зоны, благодаря согласованному или коррелированному профилю пилообразного рельефа, может быть обеспечена строгая таутохронность. В результате стопроцентная дифракционная эффективность и дифракционно-ограниченная (т.е. идеальная в лучевом приближении) фокусировка обеспечиваются независимо от числа зон в микроструктуре киноформной линзы. При замене согласованного или коррелированного профиля рельефа микроструктуры линейно-пилообразным рельефом снижение дифракционной эффективности и ухудшение качества фокусировки наблюдаются лишь при малом (меньше 100) числе зон в микроструктуре киноформной линзы.

Дифракционный механизм преобразования волнового фронта обуславливает значительный хроматизм киноформных линз, при котором оптическая сила линзы пропорциональна рабочей длине волны.

У ЛФ зонами пилообразного рельефа являются кольцевые пояса с образующими той или иной формы. При этом все ЛФ разделяются на элементы с равноширокими и равноглубокими поясами. В случае равношироких поясов с криволинейными образующими, благодаря выполнению условия таутохронности в пределах каждого кольцевого пояса, вторичные сферические волны суммируются по амплитуде, а вклады поясов в целом суммируются по интенсивности. Как следствие, картина дифракции в фокальной

плоскости ЛФ отличается от картины дифракции Фраунгофера на апертуре идеально фокусирующей рефракционной или киноформной линзы и главный негативный эффект от зонирования заключается в падении контраста в изображении, усугубляемом к тому же светорассеянием на обратных (нерабочих) скатах кольцевых поясов.

Замена криволинейных образующих прямолинейными (в результате чего меридиональные сечения кольцевых поясов превращаются в сечения усечённых призм) приводит к существенной потере разрешения, которое в пределе ограничивается дифракцией на апертуре кольцевого пояса.

Хроматизм ЛФ с равноширокими поясами, независимо от формы образующих её поясов, не будет отличаться от хроматизма рефракционной линзы, выполненной из того же оптического материала и имеющей равную оптическую силу.

ЛФ с равноглубокими кольцевыми поясами фактически является дифракционной линзой с киноформной структурой, работающей в  $m$ -м порядке дифракции, т.е. гармонической киноформной структурой. Волновой фронт, формируемый такой ЛФ, не отличается от фронта, формируемого соответствующей киноформной линзой, и картина дифракции в фокусе является картиной дифракции Фраунгофера на её апертуре. При этом, естественно, такой ЛФ присущи все свойства, характерные для дифракционного элемента, включая спектральную энергетическую зависимость и хроматизм. Кроме того, как показывает строгая теория дифракции, основанная на решении системы уравнений Максвелла, большие глубины рельефа приводят к резкой и несимметричной зависимости дифракционной эффективности от угла падения излучения на ЛФ.

### Литература

1. **Слюсарев, Г.Г.** Оптические системы с фазовыми слоями / Г.Г. Слюсарев // Доклады Академии наук СССР. – 1957. – Т. 113, № 4. – С. 780-782.
2. **Слюсарев, Г.Г.** Расчёт оптических систем / Г.Г. Слюсарев. – Л.: Машиностроение. Ленинградское отделение, 1975. – 640 с.
3. Concentrated solar power experiment with a Fresnel lens [Электронный ресурс]. – URL: [https://timstar.org/renewnrg/concentrated\\_solar\\_power\\_diy\\_with\\_fresnel\\_lens.htm](https://timstar.org/renewnrg/concentrated_solar_power_diy_with_fresnel_lens.htm) (дата обращения 30.12.2017).
4. Линзовые солнечные панели. Плоские и сферические [Электронный ресурс]. – URL: [https://todovid.me/solar\\_power/linzovye-solnechnye-paneli.html](https://todovid.me/solar_power/linzovye-solnechnye-paneli.html) (дата обращения 30.12.2017).
5. Линза Френеля и осветители на ее основе [Электронный ресурс]. – URL: <http://litedisc.ru/articles/linza-frenelya-i-osvetiteli-na-ee-osnove/> (дата обращения 30.12.2017).
6. Линзы Френеля [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.4glaza.ru/katalog/lupy/linza-frenelya/> (дата обращения 30.12.2017).
7. HTC Vive Teardown [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.ifixit.com/Teardown/HTC+Vive+Teardown/62213> (дата обращения 30.12.2017).
8. Oculus Rift CV1 Teardown [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.ifixit.com/Teardown/Oculus+Rift+CV1+Teardown/60612> (дата обращения 30.12.2017).
9. **Грейсух, Г.И.** Однослойные киноформные элементы для фото- и видеокамер мобильных устройств / Г.И. Грейсух, Е.Г. Ежов, С.В. Казин, С.А. Степанов // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 2. – С. 218-226. – DOI: 10.18287/0134-2452-2017-41-2-218-226.
10. **Geary, J.M.** Introduction to lens design: With practical ZEMAX examples / J.M. Geary. – Richmond: Willmann-Bell, Inc., 2002. – 462 p. – ISBN: 978-0-943396-75-0.
11. **Хонина, С.Н.** Сравнительное исследование спектральных свойств асферических линз / С.Н. Хонина, А.В. Устинов, Р.В. Скиданов, А.А. Морозов // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39, № 3. – С. 363-369. – DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-3-363-369.
12. **Buralli, D.A.** Optical performance of holographic kinoforms / D.A. Buralli, G.M. Morris, J.R. Rogers // Applied Optics. – 1989. – Vol. 28, Issue 5. – P. 976-983. – DOI: 10.1364/AO.28.000976.
13. **Грейсух, Г.И.** Эффективность рельефно-фазовых дифракционных элементов при малом числе зон Френеля / Г.И. Грейсух, Е.Г. Ежов, А.В. Калашников, И.А. Левин, С.А. Степанов // Оптика и спектроскопия. – 2012. – Т. 113, № 4. – С. 468-473.
14. **Sweeney, D.W.** Harmonic diffractive lenses / D.W. Sweeney, G.E. Sommargen // Applied Optics. – 1995. – Vol. 34, Issue 14. – P. 2469-2475. – DOI: 10.1364/AO.34.002469.
15. **Харитонов, С.И.** Геометрооптический расчёт фокального пятна гармонической дифракционной линзы / С.И. Харитонов, С.Г. Волоотовский, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40, № 3. – С. 331-337. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-3-331-337.
16. **Хонина, С.Н.** Анализ фокусировки гармонической дифракционной линзой с учётом дисперсии показателя преломления / С.Н. Хонина, С.Г. Волоотовский, А.В. Устинов, С.И. Харитонов // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 3. – С. 338-347. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-3-338-347.
17. **Борн, М.** Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М.: Наука, 1973. – 720 с.
18. **Гудмен, Дж.** Введение в Фурье-оптику / Дж. Гудмен. – М.: Мир, 1970. – 364 с.
19. **Юу, Ф.Т.С.** Введение в теорию дифракции, обработку информации и голографию / Ф.Т.С. Юу. – М.: «Советское радио», 1979. – 304 с.
20. **Грейсух, Г.И.** Сравнительный анализ хроматизма дифракционных и рефракционных линз / Г.И. Грейсух, Е.Г. Ежов, С.А. Степанов // Компьютерная оптика. – 2005. – Вып. 28. – С. 60-65.
21. **Egger, J.R.** Use of Fresnel lenses in optical systems: some advantages and limitations / J.R. Egger // Proceeding of SPIE. – 1979. – Vol. 0193. – P. 63-68. – DOI: 10.1117/12.957873.
22. **Moharam, M.G.** Diffraction analysis of dielectric surface-relief gratings / M.G. Moharam, T.K. Gaylord // Journal of Optical Society of America. – 1982. – Vol. 72, Issue 10. – P. 1385-1392. – DOI: 10.1364/JOSA.72.001385.
23. **Greisukh, G.I.** Comparison of electromagnetic and scalar methods for evaluation of efficiency of diffractive lenses for wide spectral bandwidth / G.I. Greisukh, V.A. Danilov, E.G. Ezhov, S.A. Stepanov, B.A. Usievich // Optics Communication. – 2015. – Vol. 338. – P. 54-57. – DOI: 10.1016/j.optcom.2014.10.037.

**Сведения об авторах**

**Грейсух Григорий Исаевич**, 1943 года рождения. В 1965 году окончил Пензенский политехнический институт по специальности «Радиотехника». Заслуженный работник высшей школы РФ, доктор технических наук (1990 год), профессор. Работает заведующим кафедрой физики и химии Пензенского государственного университета архитектуры и строительства. Является членом Европейского оптического общества (EOS) и Российского оптического общества им. Д.С. Рождественского. Г.И. Грейсух – специалист в области расчета оптических систем, дифракционной и градиентной оптики. В списке научных работ Г.И. Грейсуха более 170 статей, 3 монографии, 9 авторских свидетельств. E-mail: [grey@pguas.ru](mailto:grey@pguas.ru).

**Степанов Сергей Алексеевич**, 1951 года рождения. В 1974 году окончил Куйбышевский государственный университет (ныне Самарский университет) по специальности «Физика». Доктор физико-математических наук (1999 г.), профессор (2001 г.), работает профессором кафедры физики и химии Пензенского государственного университета архитектуры и строительства. Является членом Европейского оптического общества (EOS) и Российского оптического общества им. Д.С. Рождественского. С.А. Степанов – специалист в области расчета оптических систем, дифракционной и градиентной оптики. В списке научных работ С.А. Степанова более 150 статей, 2 монографии, 5 авторских свидетельств. E-mail: [asut@pguas.ru](mailto:asut@pguas.ru).

**Антонов Артем Иванович**, 1993 года рождения. В 2014 окончил бакалавриат Пензенского государственного университета по направлению «Физика». В 2016 окончил магистратуру Пензенского государственного университета по направлению «Физика». Аспирант кафедры физики и химии Пензенского государственного университета архитектуры и строительства по направлению «Приборы и методы экспериментальной физики». В списке научных работ А.И. Антонова 2 статьи и 1 авторское свидетельство. E-mail: [grey@pguas.ru](mailto:grey@pguas.ru).

ГРНТИ: 29.31.29.

Поступила в редакцию 15 января 2018 г. Окончательный вариант – 14 февраля 2018 г.

**COMPARATIVE ANALYSIS OF THE FRESNEL LENS AND THE KINOFORM LENS**

G.I. Greisukh<sup>1</sup>, S.A. Stepanov<sup>1</sup>, A.I. Antonov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Penza State University of Architecture and Construction, Penza, Russia

**Abstract**

Based on a unified approach in the ray approximation, the focusing properties of Fresnel lenses and kinoform lenses are considered and compared. Particular attention is paid to the energy efficiency, chromatic focal shift and resolving power of these elements. It is shown that the Fresnel lens with same-depth segments is an analogue of the harmonic kinoform lens operating in high diffraction orders. A mechanism of the formation of the diffraction pattern in the focal plane of a Fresnel lens with equidistant annular segments is analyzed. It is shown to differ from the corresponding diffraction pattern formed by a conventional refractive lens by a smaller amount of energy coming to the main maximum and a significant proportion of energy transferred to the side maxima. The target audience of this article is students and graduate students, as well as specialists in the fields of science and technology where optical methods and instruments play an ever increasing role.

**Keywords:** Fresnel lens, equally broad and equally deep annular sections, kinoform lens, Fresnel zone, tautochronism, diffraction efficiency, chromatic shift, resolution power.

**Citation:** Greisukh GI, Stepanov SA, Antonov AI. Comparative analysis of the Fresnel lens and the kinoform lens. *Computer Optics* 2018; 42(3): 369-376. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-369-376.

**References**

- |   |   |
|---|---|
| <p>[1] Slyusarev GG. Optical systems with phase layers [In Russian]. <i>Dokl Akad Nauk SSSR</i> 1957; 113(4): 780-782.</p> <p>[2] Slyusarev GG. Design of optical systems [In Russian]. Leningrad: Mashinostroenie; 1975.</p> <p>[3] Concentrated solar power experiment with a fresnel lens. Source: (<a href="https://rimstar.org/renewnrg/concentrated_solar_power_diy_with_fresnel_lens.htm">https://rimstar.org/renewnrg/concentrated_solar_power_diy_with_fresnel_lens.htm</a>).</p> <p>[4] Solar panels of the lenses. Flat and spherical [In Russian]. Source: (<a href="https://rodovid.me/solar_power/linzovye-solnechnye-paneli.html">https://rodovid.me/solar_power/linzovye-solnechnye-paneli.html</a>).</p> | <p>[5] Fresnel lens and illuminators based on it [In Russian]. Source: (<a href="http://litedisc.ru/articles/linza-frenelya-i-osvetitelina-ee-osnove/">http://litedisc.ru/articles/linza-frenelya-i-osvetitelina-ee-osnove/</a>).</p> <p>[6] Fresnel lens [In Russian]. Source: (<a href="https://www.4glaza.ru/katalog/lupy/linza-frenelya/">https://www.4glaza.ru/katalog/lupy/linza-frenelya/</a>).</p> <p>[7] HTC Vive Teardown. Source: (<a href="https://www.ifixit.com/Teardown/HTC+Vive+Teardown/62213">https://www.ifixit.com/Teardown/HTC+Vive+Teardown/62213</a>).</p> <p>[8] Oculus Rift CV1 Teardown. Source: (<a href="https://www.ifixit.com/Teardown/Oculus+Rift+CV1+Teardown/60612">https://www.ifixit.com/Teardown/Oculus+Rift+CV1+Teardown/60612</a>).</p> <p>[9] Greisukh GI, Ezhov EG, Kazin SV, Stepanov SA. Single-layer kinoforms for cameras and video cameras of mobile</p> |
|---|---|

- communication devices. *Computer Optics* 2016; 40(5): 217-226. DOI: 10.18287/0134-2452-2017-41-2-218-226.
- [10] Geary JM. Introduction to lens design: With practical ZEMAX examples. Richmond: Willmann-Bell, Inc.; 2002. ISBN: 978-0-943396-75-0.
- [11] Khonina SN, Ustinov AV, Skidanov RV, Morozov AA. Comparative study of the spectral characteristics of aspheric lens. *Computer Optics* 2015; 39(3): 363-369. DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-3-363-369.
- [12] Buralli DA, Morris GM, Rogers JR. Optical performance of holographic kinoforms. *Appl Opt* 1989; 28(5): 976-983. DOI: 10.1364/AO.28.000976.
- [13] Greisukh GI, Ezhov EG, Kalashnikov AV, Levin IA, Stepanov SA. The efficiency of the relief-phase diffractive elements at a small number of Fresnel zones. *Optics and Spectroscopy* 2012; 113(4): 425-430. DOI: 10.1134/S0030400X12100037.
- [14] Sweeney DW. Harmonic diffractive lenses. *Appl Opt* 1995; 34(14): 2469-2475. DOI: 10.1364/AO.34.002469.
- [15] Kharitonov SI, Volotovskiy SG, Khonina SN. Geometric-optical calculation of the focal spot of a harmonic diffractive lens [In Russian]. *Computer Optics* 2016; 40(3): 331-337. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-3-331-337.
- [16] Honina SN, Volotovskiy SG, Ustinov AV, Kharitonov SI. Analysis of focusing light by a harmonic diffractive lens taking into account the refractive index dispersion [In Russian]. *Computer Optics* 2017; 41(3): 338-347. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-3-338-347.
- [17] Born M, Wolf E. Principles of optics: Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. 2nd ed. Oxford: Pergamon Press; 1964.
- [18] Goodman JW. Introduction to Fourier optics. San Francisco: McGraw-Hill Companies, Inc; 1968.
- [19] Yu FTS. Introduction to diffraction, information processing, and holography. Cambridge: The MIT Press, 1973. ISBN: 978-0-26224015-4.
- [20] Greysukh GI, Ezhov EG, Stepanov SA. Comparative analysis of chromatism of diffraction and refractive lenses [In Russian]. *Computer Optics* 2005; 28: 60-65.
- [21] Egger JR. Use of Fresnel lenses in optical systems: some advantages and limitations. *Proc SPIE* 1979; 0193: 63-68. DOI: 10.1117/12.957873.
- [22] Moharam, MG, Gaylord TK. Diffraction analysis of dielectric surface-relief. *J Opt Soc Am* 1982; 72(10): 1385-1392. DOI: 10.1364/JOSA.72.001385.
- [23] Greisukh GI, Danilov VA, Ezhov EG, Stepanov SA, Usievich BA. Comparison of electromagnetic and scalar methods for evaluation of efficiency of diffractive lenses for wide spectral bandwidth. *Opt Commun* 2015; 338: 54-57. DOI: 10.1016/j.optcom.2014.10.037.

#### Author's information

**Grigoriy Isaevitch Greisukh** (b. 1943) graduated (1965) from Penza Polytechnical Institute, majoring in Radio Engineering. He is the deserved worker of the Russian Higher School. He received his Doctor in Technical (1990) degrees from Leningrad Institute of Precision Mechanics and Optics. He is chief of the Physics and Chemistry department of the Penza State University of Architecture and Construction. G.I. Greisukh is EOS and D.S. Rozhdestvensky Optical Society member. His current research interests include design of optical system, diffractive and gradient-index optics. He is co-author of 150 scientific papers, 3 monographs, and 9 inventions.

**Sergei Alekseevich Stepanov** (b. 1951) graduated (1974) from the Kuibyshev State University (presently, Samara National Research University), majoring in Physics. He received his Doctor in Physics & Maths (1999) degrees from Samara State Aerospace University, professor (2001). He is professor in the Physics and Chemistry department of the Penza State University of Architecture and Construction. He is a EOS and D.S. Rozhdestvensky Optical Society member. His current research interests include design of optical system, diffractive and gradient-index optics. He is co-author of more 120 scientific papers, 2 monographs, and 5 inventions.

**Artyom Ivanovich Antonov** (b. 1993). In 2014 he graduated from Penza State University, direction of "Physics", as bachelor. In 2016 he acquired the master degree of direction of "Physics". Now he is a post-graduate student of the Physics and Chemistry department of the Penza State University of Architecture and Construction in the direction "Devices and Methods of Experimental Physics". A.I. Antonov is co-author of two articles and one invention.

*Received January 15, 2018. The final version – February 14, 2018.*