

РАСЧЁТ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ОПТИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ЗАДАНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОСВЕЩЁННОСТИ И ВОЛНОВОГО ФРОНТА

Л.Л. Досколович^{1,2}, К.В. Андреева^{1,2}, Д.А. Быков^{1,2}.

¹ ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, 443001,

Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151,

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, 443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

Рассмотрена задача расчёта осесимметричного преломляющего оптического элемента, преобразующего заданный падающий пучок в выходной пучок с заданным распределением освещённости и заданным волновым фронтом. Волновой фронт выходного пучка определяется через функцию эйконала, заданную в некоторой плоскости за оптическим элементом. Расчёт поверхностей оптического элемента сведён к решению двух обыкновенных дифференциальных уравнений, разрешённых относительно производной. В качестве примеров рассчитаны оптические элементы, преобразующие сферический пучок от точечного ламбертовского источника в пучок с постоянной освещённостью и плоским волновым фронтом, а также в пучок с постоянной освещённостью и функцией эйконала, обеспечивающей фокусировку в отрезок оптической оси.

Ключевые слова: геометрическая оптика, расчёт оптических поверхностей, эйконал, формирование волнового фронта.

Цитирование: Досколович, Л.Л. Расчёт осесимметричного оптического элемента для формирования заданных распределения освещённости и волнового фронта / Л.Л. Досколович, К.В. Андреева, Д.А. Быков // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 5. – С. 772-778. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-5-772-778.

Введение

В настоящей статье рассматривается задача расчёта осесимметричного преломляющего оптического элемента, преобразующего заданный падающий пучок в выходной пучок с заданным распределением освещённости и заданным волновым фронтом. Волновой фронт выходного пучка определяется через функцию эйконала, заданную в некоторой плоскости за оптическим элементом. В общем случае оптический элемент, осуществляющий такое преобразование, имеет две рабочие поверхности. Указанная задача, как правило, решается в приближении геометрической оптики и имеет ряд важных практических приложений, включающих расчёт формирователей лазерных пучков (англ. – *laser beam shapers*), систем освещения, интерферометрических систем контроля оптических поверхностей [1–11].

В случае осевой (радиальной) симметрии задачи расчёт оптического элемента сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений [1–7]. В то же время в известных статьях рассмотрены только частные случаи сформулированной выше задачи, когда волновые фронты падающего и выходного пучков являются плоскими. В недавней работе [7] рассмотрен случай падающего пучка со сферическим волновым фронтом, однако волновой фронт выходного пучка по-прежнему предполагается плоским.

В настоящей статье впервые приведено решение задачи для общего случая, когда падающий пучок имеет произвольный заданный волновой фронт, а выходной пучок, помимо заданного распределения освещённости, имеет заданное распределение эйконала в некоторой плоскости. Задание функции

эйконала (оптической длины пути от исходного волнового фронта до некоторой плоскости) эквивалентно заданию направлений лучей в данной плоскости, и, соответственно, формы волнового фронта. Расчёт оптического элемента сведён к решению двух обыкновенных дифференциальных уравнений, разрешённых относительно производной. В качестве примеров рассчитаны осесимметричные оптические элементы, преобразующие сферический пучок от ламбертовского источника в пучок с постоянной освещённостью и плоским волновым фронтом, а также в пучок с постоянной освещённостью и функцией эйконала, обеспечивающей фокусировку в отрезок оптической оси.

1. Постановка задачи

Определим волновой фронт падающего пучка радиус-вектором $\omega = \omega(\alpha)$, $\alpha \in [0, \alpha_0]$, где α – угол, отсчитываемый от оси z (рис. 1). Обозначим $E_0(\alpha)$, $\alpha \in [0, \alpha_0]$ распределение освещённости на волновом фронте. Падающий пучок преобразуется осесимметричным рефракционным оптическим элементом из материала с показателем преломления $n > 1$, расположенным в среде с показателем преломления $n_0 = 1$. Элемент ограничен двумя осесимметричными поверхностями g_1 и g_2 . Задача состоит в расчёте поверхностей оптического элемента из условия формирования в плоскости $z=f$ пучка с заданным распределением освещённости $E(r)$, $r \in [0, r_0]$ и заданной функцией эйконала $\Psi(r)$, $r \in [0, r_0]$.

Функция эйконала $\Psi(r)$ соответствует оптической длине пути лучей при их распространении от исходного волнового фронта до плоскости $z=f$. Производная функции эйконала определяет направление лучей

в данной плоскости. В силу осевой симметрии задачи достаточно рассматривать только лучи, лежащие в плоскости xz . При этом направления лучей при $z=f$ определяются следующим единичным вектором:

$$\mathbf{p}(r) = (p_x(r), p_z(r)) = \left(\Psi'_r(r), \sqrt{1 - [\Psi'_r(r)]^2} \right). \quad (1)$$

Задание функции эйконала $\Psi(r)$ эквивалентно заданию волнового фронта выходного пучка. Действительно, поскольку на волновом фронте значение эйконала является постоянным, то уравнение профиля волнового фронта можно записать в следующем параметрическом виде:

$$\begin{aligned} x_{wf}(r) &= r + p_x(r)l(r), \\ z_{wf}(r) &= f + p_z(r)l(r), \end{aligned} \quad (2)$$

где $l(r) = \Psi_{wf} - \Psi(r)$ – расстояние по лучу от плоскости $z=f$ до волнового фронта с некоторым постоянным эйконалом Ψ_{wf} .

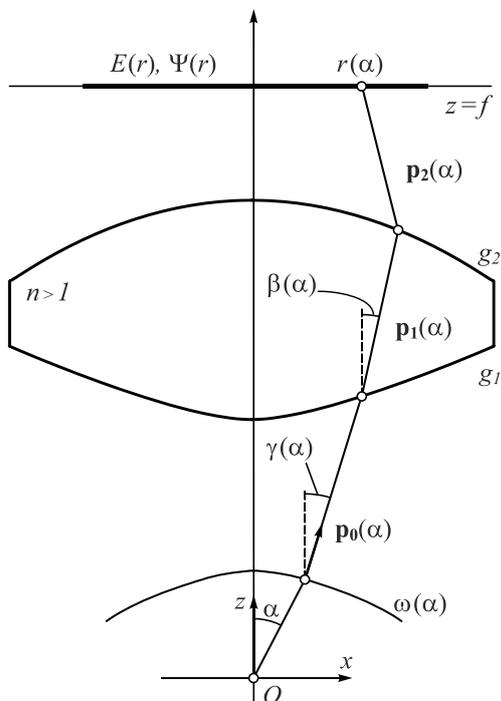


Рис. 1. Геометрия задачи расчёта оптического элемента

2. Метод расчёта

Рассмотрим расчёт поверхностей оптического элемента. Лучи падающего пучка перпендикулярны волновому фронту $\omega = \omega(\alpha)$. Угол между осью Oz и лучом (нормалью к волновому фронту) несложно получить в виде:

$$\gamma(\alpha) = \alpha - \arctan \frac{w'(\alpha)}{w(\alpha)}. \quad (3)$$

Направления падающих лучей зададим следующим единичным вектором $\mathbf{p}_0(\alpha) = (\sin \gamma, \cos \gamma)$. Определим профиль нижней поверхности оптического элемента через волновой фронт падающего пучка в следующем параметрическом виде:

$$\begin{aligned} x_1(\alpha) &= w(\alpha) \sin \alpha + \sin(\gamma(\alpha))l_1(\alpha), \\ z_1(\alpha) &= w(\alpha) \cos \alpha + \cos(\gamma(\alpha))l_1(\alpha), \end{aligned} \quad (4)$$

где $l_1(\alpha)$ – расстояние по лучу от падающего волнового фронта до нижней поверхности оптического элемента. Обозначим $\beta(\alpha)$ – угол между лучом, преломленным на первой поверхности оптического элемента, и осью z . При этом единичный вектор направления преломленного луча имеет вид $\mathbf{p}_1(\alpha) = (\sin \beta, \cos \beta)$. Отметим, что функция $l_1(\alpha)$ с точностью до константы равна функции эйконала на нижней поверхности (4) оптического элемента:

$$\Psi_1(x_1(\alpha), z_1(\alpha)) = l(\alpha) + \Psi_0, \quad (5)$$

где Ψ_0 – некоторое постоянное значение эйконала на волновом фронте падающего пучка. Согласно уравнению эйконала, производные функции эйконала по переменным x, z равны произведению компонент единичного вектора луча $\mathbf{p}_1(\alpha)$ на показатель преломления среды [12]. Поэтому, дифференцируя уравнение (5), получим, что функции $\beta(\alpha)$ и $l_1(\alpha)$ связаны следующим дифференциальным уравнением:

$$\begin{aligned} dl_1(\alpha) / d\alpha &= \\ &= n p_{1,x}(\alpha) x'_1(\alpha) + n p_{1,z}(\alpha) z'_1(\alpha) = \\ &= n \sin(\beta(\alpha)) x'_1(\alpha) + n \cos(\beta(\alpha)) z'_1(\alpha). \end{aligned} \quad (6)$$

Уравнение (6) также может быть получено непосредственно из закона преломления. Подставляя (4) в (6), получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{dl_1(\alpha)}{d\alpha} &= \frac{\sin(\alpha - \beta(\alpha))w(\alpha) - \cos(\alpha - \beta(\alpha))w'(\alpha)}{-1/n + \cos(\beta(\alpha) - \gamma(\alpha))} - \\ &= \frac{l_1(\alpha)\sin(\beta(\alpha) - \gamma(\alpha))\gamma'(\alpha)}{-1/n + \cos(\beta(\alpha) - \gamma(\alpha))}, \end{aligned} \quad (7)$$

где функция $\gamma(\alpha)$ определена в (2). В частности, при сферическом волновом фронте падающего пучка (при $w(\alpha) = 0, \gamma(\alpha) = \alpha$) уравнение (7) принимает известный вид [13–15]:

$$\frac{dl_1(\alpha)}{d\alpha} = \frac{l_1(\alpha)\sin(\beta(\alpha) - \alpha)}{1/n - \cos(\beta(\alpha) - \gamma(\alpha))}. \quad (8)$$

Отметим, что в уравнении (8) функция $l_1(\alpha)$ соответствует радиус-вектору первой поверхности относительно точечного источника, генерирующего сферический пучок.

Обозначим $r(\alpha)$ координату точки в плоскости $z=f$, в которую попадает падающий луч $\mathbf{p}_0(\alpha)$ после преломления на первой и второй поверхностях оптического элемента. Определим функцию $r(\alpha)$ из условия формирования заданной освещённости $E(r)$ в плоскости $z=f$. Для этого воспользуемся законом сохранения светового потока

$$\begin{aligned} E_0(\alpha) dS_0 &= E_0(\alpha) \cdot 2\pi \sin \alpha \times \\ &\times \sqrt{(w'(\alpha))^2 + (w(\alpha))^2} d\alpha = E(r) 2\pi r dr, \end{aligned} \quad (9)$$

где dS_0 – элемент площади поверхности вращения, соответствующей волновому фронту падающего пучка. Согласно (9), для расчёта $r(\alpha)$ получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{dr^2(\alpha)}{d\alpha} = \frac{2E_0(\alpha)}{E(\sqrt{r^2})} \sin(\alpha) \sqrt{(w'(\alpha))^2 + (w(\alpha))^2}. \quad (10)$$

Отметим, что уравнение (10) записано относительно функции $r^2(\alpha)$, чтобы избежать особенности в правой части уравнения при $r=0$ [13].

Поскольку в плоскости $z=f$ также задана функция эйконала $\Psi(r)$, то направление падающего в точку луча $r(\alpha)$ (направление луча после преломления на первой и второй поверхностях оптического элемента) должно определяться следующей вектор-функцией:

$$\mathbf{p}_2(\alpha) = (p_{2,x}(\alpha), p_{2,z}(\alpha)) = \mathbf{p}(r(\alpha)), \quad (11)$$

где вектор $\mathbf{p}(r)$ имеет вид (1). Определим профиль второй поверхности оптического элемента в следующем параметрическом виде:

$$\begin{aligned} x_2(\alpha) &= r(\alpha) - p_{x,2}(\alpha) l_2(\alpha), \\ z_2(\alpha) &= f - p_{z,2}(\alpha) l_2(\alpha), \end{aligned} \quad (12)$$

где $l_2(\alpha)$ – расстояние от второй поверхности элемента до плоскости $z=f$ по направлению луча $\mathbf{p}_2(\alpha)$. Определим далее функцию $\beta(\alpha)$ в (7) из условия, чтобы луч $\mathbf{p}_0(\alpha)$ после преломления на первой поверхности (4) был направлен на соответствующую точку второй поверхности (12). При этом функция $\beta(\alpha)$ принимает вид:

$$\beta(\alpha) = \arctan \frac{x_2(\alpha) - x_1(\alpha)}{z_2(\alpha) - z_1(\alpha)}. \quad (13)$$

Функции $x_i(\alpha)$, $z_i(\alpha)$, $i=1,2$ в правой части (13) определены через неизвестные функции $l_1(\alpha)$ и $l_2(\alpha)$. Выразим $l_2(\alpha)$ через $l_1(\alpha)$, используя условие известной оптической длины пути лучей (функции эйконала $\Psi(r)$) от исходного волнового фронта до плоскости $z=f$:

$$\begin{aligned} \Psi_0 + l_1(\alpha) + l_2(\alpha) + \\ + n \sqrt{(x_2(\alpha) - x_1(\alpha))^2 + (z_2(\alpha) - z_1(\alpha))^2} = \end{aligned} \quad (14)$$

$$= \tilde{\Psi}(\alpha),$$

где $\tilde{\Psi}(\alpha) = \Psi(r(\alpha))$. Подставляя (4), (12) в (14), получим

$$\begin{aligned} (r(\alpha) - p_{x,2}(\alpha) l_2(\alpha) - w(\alpha) \sin \alpha - \\ - \sin(\gamma(\alpha)) l_1(\alpha))^2 + (f - p_{z,2}(\alpha) l_2(\alpha) - \\ - w(\alpha) \cos \alpha - \cos(\gamma(\alpha)) l_1(\alpha))^2 = \end{aligned} \quad (15)$$

$$= (1/n^2) (\tilde{\Psi}(\alpha) - [l_1(\alpha) + l_2(\alpha) + \Psi_0])^2.$$

Легко видеть, что расчёт функции $l_2(\alpha)$ из уравнения (15) сводится к решению квадратного уравнения.

Полученные выражения (3) – (15) позволяют сформулировать следующий алгоритм для расчёта оптического элемента.

1. Решение дифференциального уравнения (10) для определения функции $r(\alpha)$.
2. Определение функции $l_2(\alpha)$ как функции от переменной α и функции $l_1(\alpha)$ из решения квадратного уравнения (15).
3. Подстановка выражений (4), (12) в (13) для определения функции $\beta(\alpha)$ как функции от переменной α и функции $l_1(\alpha)$.
4. Подстановка полученного выражения для функции $\beta(\alpha)$ в (7) (или в (8) для случая сферического волнового фронта падающего пучка) и решение данного дифференциального уравнения относительно функции $l_1(\alpha)$, определяющей первую поверхность оптического элемента по формулам (4).
5. Расчёт функции $l_2(\alpha)$ по функции $l_1(\alpha)$ из уравнения (15). Расчёт второй поверхности оптического элемента по формуле (12).

3. Расчётные примеры

3.1. Формирование пучка с постоянной освещённостью и плоским волновым фронтом

В качестве первого примера рассмотрим расчёт оптического элемента для преобразования пучка со сферическим волновым фронтом, генерируемым точечным источником, излучающим по закону Ламберта, в выходной пучок с постоянной освещённостью и плоским волновым фронтом. Данный пример аналогичен оптическому элементу, рассмотренному в недавней работе [7], и служит для проверки правильности приведённых расчётных формул.

Поскольку волновой фронт выходного пучка является плоским, то значение эйконала в любой плоскости, перпендикулярной оптической оси и расположенной за оптическим элементом, является постоянным. Значение эйконала в некоторой плоскости $z=f$ за оптическим элементом удобно определить через толщину оптического элемента h_0 при $\alpha=0$ в виде

$$\Psi(r) = (n-1)h_0 + f, \quad r \in [0, r_0]. \quad (16)$$

Расчёт элемента производился при следующих параметрах: угловой размер падающего пучка $\alpha_0=50^\circ$, начальный радиус нижней поверхности $l_1(0)=5$ мм, толщина оптического элемента $h_0=20$ мм при $\alpha=0$, показатель преломления материала элемента $n=1,6$, радиус выходного пучка $r_0=12$ мм. При указанных параметрах оптическая длина лучей от источника излучения, формирующего сферический пучок, до плоскости $z=f=30$ мм равна $\Psi=42$ мм.

Расчёт оптического элемента проводился по алгоритму, приведённому в конце предыдущего пункта. В рассматриваемом случае ламбертовского источника распределение освещённости падающего пучка в (10) можно считать заданным на единичной окружности ($w(\alpha)=1$) в виде $E_0(\alpha)=\cos \alpha$, $\alpha \in [0, \alpha_0]$. При этом функция $r(\alpha)$ может быть получена в следующем виде:

$$r(\alpha) = r_0 \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_0} \tag{17}$$

Для решения дифференциального уравнения (8), определяющего радиус-вектор $l_1(\alpha)$ первой поверхности оптического элемента, использовался стандартный метод Рунге–Кутты 4–5 порядка, реализованный в функции “ode45” в пакете MATLAB.

Сечение рассчитанного оптического элемента приведено на рис. 2а. Для проверки правильности приведённых расчётных формул было проведено моделирование работы оптического элемента в программе для светотехнических расчётов TracePro с использованием метода трассировки лучей [16]. На рис. 2б, в показаны рассчитанные в программе TracePro распределения освещённости, формируемые оптическим элементом в плоскостях $z=30$ мм и $z=50$ мм. Представленные результаты расчёта показывают формирование круглой области заданного радиуса с фактически постоянной освещённостью. Нормированные СКО рассчитанных распределений освещённости от постоянного значения составляют 5,3% и 6,5% при $z=20$ мм и $z=50$ мм, соответствен-

но. Сохранение размера круга при изменении расстояния от оптического элемента показывает, что волновой фронт сформированного элементом пучка близок к плоскому волновому фронту. Действительно, рассчитанное СКО оптической длины пути от постоянного значения при $z=20$ мм составляет менее 20 нм.

3.2. Формирование пучка с постоянной освещённостью и распределением эйконала для фокусировки в отрезок оптической оси

В качестве более сложного примера был рассчитан оптический элемент, преобразующий сферический пучок от точечного ламбертовского источника, в выходной пучок с постоянной освещённостью в плоскости $z=f$ и функцией эйконала, обеспечивающей фокусировку в отрезок оптической оси, расположенный за данной плоскостью при $f_1 \leq z \leq f_1 + L$, где L – длина отрезка, $f_1 > f$.

Таким образом, рассматриваемый оптический элемент сначала формирует равномерно освещённый круг радиуса r_0 в плоскости $z=f$, а затем отрезок на оптической оси на расстоянии $d=f_1-f$ от начала отрезка до указанной плоскости.

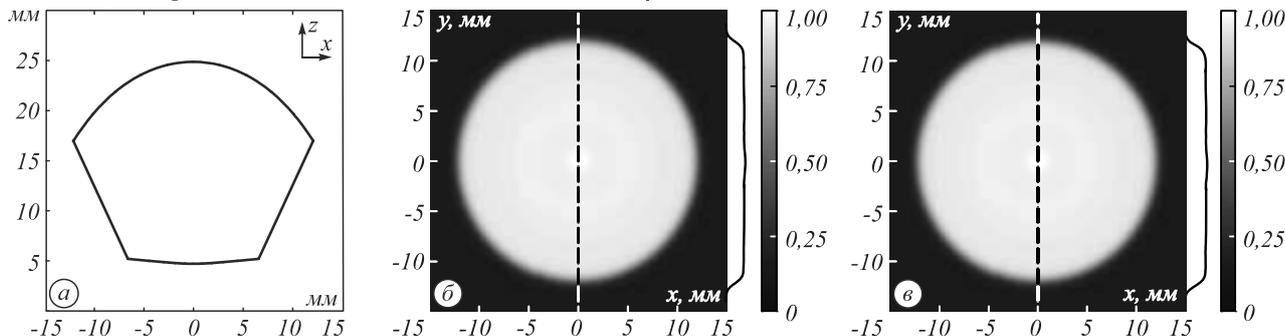


Рис. 2. Сечение оптического элемента, преобразующего сферический пучок от ламбертовского источника в пучок с постоянной освещённостью и плоским волновым фронтом (а); рассчитанные в программе TracePro нормированные распределения освещённости, формируемые оптическим элементом в плоскостях $z=20$ мм и $z=50$ мм (б, в). Справа показаны сечения распределений освещённости

Функция эйконала, обеспечивающая фокусировку в отрезок оптической оси с постоянным распределением энергии вдоль отрезка, имеет вид [17, 18]:

$$\Psi(r) = -\frac{1}{2a} \log \left[1 + 2a \times \left(f_1 + ar^2 + \sqrt{r^2 + (f_1 + ar^2)^2} \right) \right] + \Psi_f, \quad r \in [0, r_0], \tag{18}$$

где $a = L / r_0^2$, Ψ_f – произвольная константа.

Расчёт оптического элемента производился по алгоритму, приведённому в конце пункта 2 при следующих параметрах: угловой размер падающего пучка $\alpha_0=50^\circ$, начальный радиус нижней поверхности $l_1(0)=5$ мм, толщина оптического элемента $h_0=20$ мм при $\alpha=0$, показатель преломления материала элемента $n=1,6$, радиус выходного пучка $r_0=8$ мм в плоскости $z=f=30$ мм, расстояние от плоскости $z=f=30$ мм до начала отрезка оптической оси $d=22$ мм, длина отрезка $L=15$ мм.

На рис. 3а приведено сечение рассчитанного оптического элемента, а на рис. 3б, в показаны рассчитанные

в программе TracePro распределения освещённости, формируемые оптическим элементом в плоскости $z=30$ мм (рис. 3б) и в плоскости xz , содержащей отрезок оптической оси. Представленные результаты расчёта показывают формирование круглой области заданного радиуса в плоскости $z=30$ мм и отрезка оптической оси с заданными положением (при $52 \text{ мм} \leq z \leq 67 \text{ мм}$). Нормированное СКО рассчитанного распределения освещённости от постоянного значения в круге в плоскости $z=30$ мм составляет 8,3%. Нормированное СКО рассчитанного распределения вдоль отрезка оптической оси от постоянного значения составляет 15,5%. При этом в окрестности дальнего конца отрезка наблюдается выраженный спад распределения освещённости. По мнению авторов данной статьи, наблюдаемый спад обусловлен френелевскими потерями, которые не учитывались при расчёте оптического элемента. Действительно, в дальний конец отрезка направляются лучи, падающие на края апертуры оптического элемента. При этом угол поворота падающих лучей при рефракции на поверхностях оптического элемента превышает 60° .

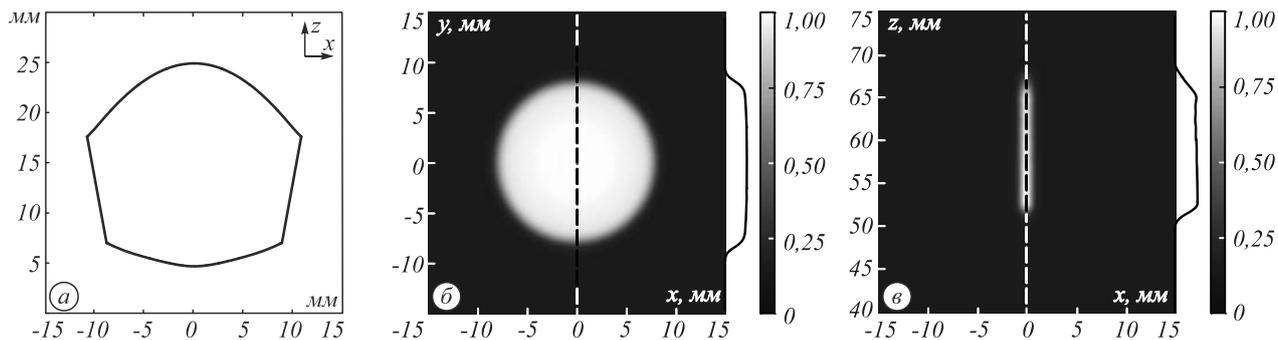


Рис. 3. Сечение оптического элемента, преобразующего сферический пучок от ламбертовского источника в пучок с постоянной освещённостью и функцией эйконала (19) (а); Рассчитанные в программе TracePro нормированные распределения освещённости, формируемые оптическим элементом в плоскости $z = 30$ мм и в плоскости xz (б, в). Справа показаны сечения распределений освещённости

Заключение

Получено решение задачи расчёта осесимметричного преломляющего оптического элемента, преобразующего заданный падающий пучок в выходной пучок с заданным распределением освещённости и заданным волновым фронтом. Расчёт поверхностей оптического элемента сведён к решению двух обыкновенных дифференциальных уравнений, разрешённых относительно производной.

В качестве примеров рассчитаны оптические элементы, преобразующие сферический пучок от точечного ламбертовского источника в пучок с постоянной освещённостью и плоским волновым фронтом, а также в пучок с постоянной освещённостью и функцией эйконала, обеспечивающей фокусировку в отрезок оптической оси. Приведённые результаты моделирования показывают хорошую работоспособность рассчитанных оптических элементов и подтверждают правильности приведённых расчётных формул.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 18-07-00982, 18-07-00514 (разработка метода расчёта оптических элементов для формирования заданных распределений освещённости и волнового фронта) и Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (соглашение № 007-ГЗ/Ч3363/26) в части исследования рабочих характеристик рассчитанных оптических элементов.

Литература

1. **Frieden, B.R.** Lossless conversion of a plane laser wave to a plane wave of uniform irradiance / B.R. Frieden // *Applied Optics*. – 1965. – Vol. 4, Issue 11. – P. 1400-1403. – DOI: 10.1364/AO.4.001400.
2. **Rhodes, P.W.** Refractive optical systems for irradiance redistribution of collimated radiation: their design and analysis / P.W. Rhodes D.L. Shealy // *Applied Optics*. – 1980. – Vol. 19, Issue 20. – P. 3545-3553. – DOI: 10.1364/AO.19.003545.
3. **Hoffnagle, J.A.** Design and performance of a refractive optical system that converts a Gaussian to a flattop beam / J.A. Hoffnagle, C.M. Jefferson // *Applied Optics*. – 2000. –

- Vol. 39, Issue 30. – P. 5488-5499. – DOI: 10.1364/AO.39.005488.
4. **Zhang, S.** Single-element laser beam shaper for uniform flat-top profiles / S. Zhang, G. Neil, M. Shinn // *Optics Express*. – 2003. – Vol. 11, Issue 16. – P. 1942-1948. – DOI: 10.1364/OE.11.001942.
5. **Ma, H.** Improvement of Galilean refractive beam shaping system for accurately generating near diffraction-limited flattop beam with arbitrary beam size / H. Ma, Z. Liu, P. Jiang, X. Xu, S. Du // *Optics Express*. – 2011. – Vol. 19, Issue 14. – P. 13105-13117. – DOI: 10.1364/OE.19.013105.
6. **Duerr, F.** Refractive laser beam shaping by means of a functional differential equation based design approach / F. Duerr, H. Thienpont // *Optics Express*. – 2014. – Vol. 22, Issue 7. – P. 8001-8011. – DOI: 10.1364/OE.22.008001.
7. **Hui, X.** Realization of uniform and collimated light distribution in a single freeform-Fresnel double surface LED lens / X. Hui, J. Liu, Y. Wan, H. Lin // *Applied Optics*. – 2017. – Vol. 56, Issue 15. – P. 4561-4565. – DOI: 10.1364/AO.56.004561.
8. **Poleshchik, A.G.** Aspherical wavefront shaping with combined computer generated holograms / A.G. Poleshchik, R.K. Nasyrov // *Optical Engineering*. – 2013. – Vol. 52, Issue 9. – 091709. – DOI: 10.1117/1.OE.52.9.091709.
9. **Wyant, J.C.** Using computer-generated holograms to test aspheric wavefronts / J.C. Wyant, V.P. Bennett // *Applied Optics*. – 1972. – Vol. 11, Issue 12. – P. 2833-2839. – DOI: 10.1364/AO.11.002833.
10. **Chen, S.** Reconfigurable optical null based on counter-rotating Zernike plates for test of aspheres / S. Chen, C. Zhao, Y. Dai, S. Li // *Optics Express*. – 2014. – Vol. 22, Issue 2. – P. 1381-1386. – DOI: 10.1364/OE.22.001381.
11. **Tsai, C.Y.** Refractive collimation beam shaper design and sensitivity analysis using a free-form profile construction method / C.Y. Tsai // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2017. – Vol. 34, Issue 7. – P. 1236-1245. – DOI: 10.1364/JOSAA.34.001236.
12. Геометрическая оптика неоднородных сред / Ю.А. Кравцов, Ю.И. Орлов. – М.: Наука, 1980. – 304 с.
13. **Досколович, Л.Л.** Расчёт радиально-симметричных преломляющих поверхностей с учётом френелевских потерь / Л.Л. Досколович, М.А. Моисеев // *Компьютерная оптика*. – 2008. – Т. 32, № 2. – С. 201-203.
14. **Кравченко, С.В.** Расчёт осесимметричных оптических элементов с двумя асферическими поверхностями для формирования заданных распределений освещённости / С.В. Кравченко, М.А. Моисеев, Л.Л. Досколович, Н.Л. Казанский // *Компьютерная оптика*. – 2011. – Т. 35, № 4. – С. 467-472.

15. **Moiseev, M.A.** Design of TIR optics generating the prescribed irradiance distribution in the circle region / M.A. Moiseev, L.L. Doskolovich // Journal of the Optical Society of America A. – 2012. – Vol. 29, Issue 9. – P. 1758-1763. – DOI: 10.1364/JOSAA.29.001758.
16. LAMBDA Research Corporation [Electronical Resource]. – URL: <http://www.lambdaresearch.com/> (date request 14.05.2018).
17. **Soifer, V.** Iterative methods for diffractive optical elements computation / V. Soifer, V. Kotlyar, L. Doskolovich. – London: Taylor & Francis Ltd., 1997. – 244 p. – ISBN: 0-7484-0634-4.
18. **Doskolovich, L.L.** Analysis of quasiperiodic and geometric optical solutions of the problem of focusing into an axial segment / L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, V.A. Soifer, A.Y. Tzaregorodtzev // Optik. – 1995. – Vol. 101, Issue 2. – P. 37-41.

Сведения об авторах

Досколович Леонид Леонидович, в 1989 году с отличием окончил Куйбышевский авиационный институт (КуАИ, ныне – Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2001 год), профессор, работает заведующим лабораторией дифракционной оптики ИСОИ РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, профессором кафедры технической кибернетики Самарского университета. Специалист в области дифракционной оптики, лазерных информационных технологий, нанофотоники. E-mail: leonid@smr.ru.

Андреева Ксения Валерьевна, 1992 года рождения. В 2016 году с отличием окончила Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева по направлению «Прикладные математика и физика». Область научных интересов: расчет оптических элементов светодиодов. E-mail: kse.v.andreeva@gmail.com.

Быков Дмитрий Александрович, в 2009 году с отличием окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ) по специальности «Прикладная математика и информатика». Доктор физико-математических наук (2017 г.), научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики Института систем обработки изображений РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН и научный сотрудник Самарского университета. Области научных интересов: нанофотоника, магнитооптика, плазмоника, электромагнитная теория дифракции. E-mail: bykovd@gmail.com.

ГРНТИ: 29.31.29.

Поступила в редакцию 5 марта 2018 г. Окончательный вариант – 17 мая 2018 г.

DESIGN OF AN AXISYMMETRIC OPTICAL ELEMENT GENERATING A PRESCRIBED ILLUMINANCE DISTRIBUTION AND WAVEFRONT.

L.L. Doskolovich^{1,2}, K.V. Andreeva^{1,2}, D.A. Bykov^{1,2}

¹IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Molodogvardeyskaya 151, 443001, Samara, Russia,

²Samara National Research University, Moskovskoye Shosse 34, 443086, Samara, Russia

Abstract

Design of an axisymmetric refracting optical element to transform an incident beam into an output beam with the prescribed illuminance distribution and prescribed wavefront is considered. The wavefront of the output beam is represented by the eikonal function defined in some plane behind the optical element. The computation of the optical element surface is reduced to the solution of two explicit ordinary differential equations of the first order. As examples, we consider the design of two optical elements to transform a spherical beam from a point Lambert light source into a beam with the uniform illuminance and plane wavefront and a beam with the complex wavefront to focus into an on-axis line.

Keywords: geometric optics, optical surface design, eikonal.

Citation: Doskolovich LL, Andreeva KV, Bykov DA. Design of an axisymmetric optical element generating a prescribed illuminance distribution and wavefront. Computer Optics 2018; 42(5): 772-778. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-5-772-778.

Acknowledgements: The work was partially funded by the Russian Science Foundation (RSF) under grants ## 18-07-00982, 18-07-00514 (design method for optical elements generating described illuminance distribution and wavefront) and by Ministry of Science and Higher Education within the State assignment FSRC “Crystallography and Photonics” RAS under agreement 007-Г3/Ч3363/26 (study of the designed optical elements performance).

References

- [1] Frieden BR. Lossless conversion of a plane laser wave to a plane wave of uniform irradiance. Appl Opt 1965; 4(11): 1400-1403. DOI: 10.1364/AO.4.001400.
- [2] Rhodes PW, Rhodes DL. Refractive optical systems for irradiance redistribution of collimated radiation: their design and analysis. Appl Opt 1980; 19(20): 3545-3553. DOI: 10.1364/AO.19.003545.

- [3] Hoffnagle JA, Jefferson CM. Design and performance of a refractive optical system that converts a Gaussian to a flat-top beam. *Appl Opt* 2000; 39(30): 5488-5499. DOI: 10.1364/AO.39.005488.
- [4] Zhang S, Neil G, Shinn M. Single-element laser beam shaper for uniform flat-top profiles. *Opt Express* 2003; 11(16): 1942-1948. DOI: 10.1364/OE.11.001942.
- [5] Ma H, Lui Z, Jiang P, Xu X, Du S. Improvement of Galilean refractive beam shaping system for accurately generating near diffraction-limited flat-top beam with arbitrary beam size. *Opt Express* 2011; 19(14): 13105-13117. DOI: 10.1364/OE.19.013105.
- [6] Duerr F, Thienpont H. Refractive laser beam shaping by means of a functional differential equation based design approach. *Opt Express* 2014; 22(7): 8001-8011. DOI: 10.1364/OE.22.008001.
- [7] Hui X, Liu J, Wan Y, Lin H. Realization of uniform and collimated light distribution in a single freeform-Fresnel double surface LED lens. *Appl Opt* 2017; 56(15): 4561-4565. DOI: 10.1364/AO.56.004561.
- [8] Poleshchik AG, Nasyrov RK. Aspherical wavefront shaping with combined computer generated holograms. *Opt Eng* 2013; 52(9): 091709. DOI: 10.1117/1.OE.52.9.091709.
- [9] Wyant JC, Bennett VP. Using computer-generated holograms to test aspheric wavefronts. *Appl Opt* 1972; 11(12): 2833-2839. DOI: 10.1364/AO.11.002833.
- [10] Chen S, Zhao C, Dai Y, Li S. Reconfigurable optical null based on counter-rotating Zernike plates for test of aspheres. *Opt Express* 2014; 22(2): 1381-1386. DOI: 10.1364/OE.22.001381.
- [11] Tsai CY. Refractive collimation beam shaper design and sensitivity analysis using a free-form profile construction method. *J Opt Soc Am A* 2017; 34(7): 1236-1245. DOI: 10.1364/JOSAA.34.001236.
- [12] Kravtsov YuA, Orlov Yul. Geometrical optics of inhomogeneous media. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg; 1990. ISBN: 978-3-642-84033-3.
- [13] Doskolovich LL, Moiseev MA. Design of radially-symmetrical refractive surface taking into account Fresnel loss [In Russian]. *Computer Optics* 2008; 32(2): 201-203.
- [14] Kravchenko SV, Moiseev MA, Doskolovich LL, Kazanskiy NL. Design of axis-symmetrical optical element with two aspherical surfaces for generation of prescribed irradiance distribution [In Russian]. *Computer Optics* 2011; 35(4): 467-472.
- [15] Moiseev MA, Doskolovich LL. Design of TIR optics generating the prescribed irradiance distribution in the circle region. *J Opt Soc Am A* 2012; 29(9): 1758-63. DOI: 10.1364/JOSAA.29.001758.
- [16] LAMBDA Research Corporation. Source: (<http://www.lambdare.com/>).
- [17] Soifer V, Kotlyar V, Doskolovich L. Iterative methods for diffractive optical elements computation. London: Taylor & Francis Ltd; 1997. ISBN: 0-7484-0634-4.
- [18] Doskolovich LL, Kazanskiy NL, Soifer VA, Tzaregorodtzev AY. Analysis of quasiperiodic and geometric optical solutions of the problem of focusing into an axial segment. *Optik* 1995; 101(2): 37-41.

Author's information

Leonid Leonidovich Doskolovich graduated with honors (1989) from S.P. Korolyov Kuibyshev Aviation Institute (presently, Samara National Research University), majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths (2001) degree from Samara National Research University. Head of laboratory of the IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, professor at Samara University’s Technical Cybernetics sub-department. Current research interests include diffractive optics, laser information technologies, nanophotonics. E-mail: leonid@smr.ru.

Kseniya Valeryevna Andreeva (b. 1992) graduated with honors (2016) from Samara National Research University, majoring in Applied Mathematics and Physics. She is a co-author of 13 scientific papers. E-mail: ksen.v.andreeva@gmail.com.

Dmitry Alexandrovich Bykov graduated with honors (2009) from Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics and Computer Science. Doctor of Physics and Mathematics (2017). Senior researcher at Samara University and at the Diffractive optics laboratory of the Image Processing Systems Institute RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. His current research interests include optics of resonant diffractive structures, magneto-optics of nanostructured materials, and electromagnetic diffraction theory. E-mail: bykovd@gmail.com.

Received March 5, 2018. The final version – May 17, 2018.