

Лавинная неустойчивость орбитального углового момента оптических вихрей высших порядков

А.В. Воляр¹, М.В. Брецько¹, Я.Е. Акимова¹, Ю.А. Егоров¹

¹ Физико-технический институт ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского», Симферополь, Россия

Аннотация

Представлены теоретические и экспериментальные исследования спектров оптических вихрей и орбитального углового момента комбинированных сингулярных пучков в виде суперпозиции мод Лагерра–Гаусса или Бесселя–Гаусса с «резонансными» амплитудами, зависящими от вещественного параметра. Если данный параметр является целым числом, то орбитальный угловой момент сингулярного пучка равен этому числу. Если вещественный параметр является дробным, то орбитальный угловой момент может быть либо существенно больше, либо много меньше ближайшего к значению параметра целого числа. При нецелом значении параметра пучка в его амплитуду делают вклад большое число пучков из суперпозиции с целыми топологическими зарядами. При целочисленном параметре пучка вклад в амплитуду делает только одна мода с топологическим зарядом, равным значению параметра пучка. В эксперименте сингулярные пучки с дробным орбитальным угловым моментом формировались с помощью бинарной амплитудной дифракционной решётки, согласованной с фазовой функцией сингулярного пучка. Измеренная степень корреляции между исходным пучком и пучком, восстановленным по спектру вихрей, была не ниже 90 %.

Ключевые слова: дифракционная оптика, обработка изображения, оптические вихри, орбитальный угловой момент, моменты интенсивности.

Цитирование: Воляр, А.В. Лавинная неустойчивость орбитального углового момента оптических вихрей высших порядков / А.В. Воляр, М.В. Брецько, Я.Е. Акимова, Ю.А. Егоров // Компьютерная оптика. – 2019. – Т. 43, № 1. – С. 14-24. – DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-1-14-24.

Введение

Проблема устойчивости комбинированных параксиальных пучков, включающих в себя оптические вихри высших порядков, привлекает в последнее время повышенное внимание исследователей и инженеров из различных областей физики и техники в связи с открывшимися перспективами их применения в линиях уплотненной передачи оптической информации [1–3], в узлах квантовых компьютеров [4, 5], в оптической криптографии [6] и т.д. Ключевым элементом большинства оптических узлов в указанных системах являются устройства формирования комбинированных пучков и их разделения на элементарные параксиальные пучки, переносящие оптические вихри высших порядков. Эта проблема, впервые поднятая В.А. Сойфером и М.А. Голубом еще в середине 80-х годов XX века (см., например, [7] и список литературы), получила продолжение в знаковых статьях Е. Абрамочкина и В. Волостникова [8, 9], поставивших задачу восстановления изображений посредством голографического формирования скелета оптических вихрей в комбинированных сингулярных пучках, а также в работах В. Котляра, С. Хониной и соавторов [10–13], разработавших комплекс высококачественных дифракционных оптических элементов (ДОЭ) и голографических фильтров для генерации комбинированных сингулярных пучков и их разложения в пространственный спектр стандартных вихревых пучков различных порядков подобно тому, как призма раскладывает белый свет.

В то же время широкое техническое применение комбинированных пучков, переносящих оптические вихри, должно опираться на надёжные методы измерения и анализа структуры парциальных пучков высших порядков, учитывающие действие на них слабых возмущений в процессе восстановления и селекции. Хорошо известно, что вихри высших порядков являются принципиально неустойчивыми структурами, которые распадаются при очень малых возмущениях. Одной из возможных моделей потери устойчивости таких волновых конструкций являются пучки, переносящие оптические вихри с дробным топологическим зарядом. Впервые такая модель была представлена М. Берри [14]. Автор показал, что малые отклонения спиральной волновой пластинки от заданных параметров формирует не стандартный оптический вихрь с целочисленным топологическим зарядом, а широкий спектр вихрей, топологические заряды которых занимают широкий спектр значений от $-\infty$ до ∞ . Их стали называть вихрями с дробными топологическими зарядами. Поскольку каждый вихрь в спектре переносит целочисленный орбитальный угловой момент (ОУМ) на один фотон ℓ_z , то пучки с дробными зарядами должны, соответственно, переносить дробные ОУМ. Дальнейшие экспериментальные и теоретические исследования этой проблемы подтвердили теоретическую оценку Берри для дробных оптических вихрей низших порядков (см., например, работы [15–17] и ссылки в них). Однако точный расчёт, представленный в работе [18], показал, что ОУМ вихрей с высшими величинами дробного топологиче-

ских зарядов резко снижается почти до нуля при малых отклонениях топологического заряда от целочисленного значения. Очевидно, что эти теоретические предпосылки требуют детального экспериментального обоснования и объяснения причин такой лавинной неустойчивости ОУМ. Данная работа предлагает один из возможных подходов к экспериментальному исследованию этой проблемы, в частности, касается проблемы устойчивости ОУМ в пучках высших порядков, сформированных голографическими решётками, подвергнутыми слабым возмущениям. Целью работы явился теоретический и экспериментальный анализ новой модели комбинированных сингулярных пучков, способной учитывать действие слабых возмущений на голографическую решетку.

1. Модель лавинной неустойчивости ОУМ вихрей высших порядков

В своей работе [14] Берри показал, что малые отклонения параметров спиральной волновой пластинки от технических характеристик приводят к существенному искажению структуры дифрагированного параксиального пучка за счёт внутреннего развала оптического вихря. Например, отклонение толщины волновой пластинки от величины, кратной длине волны λ исходного монохроматического излучения, вызывает рождение оптического вихря с дробным топологическим зарядом p . Следуя этим представлениям, авторы работ [19, 20] представили новый тип комбинированных сингулярных пучков, переносящих дробный ОУМ. В основу подхода была положена модель конического пучка плоских волн, изменение фазы которых при обходе оси конуса характеризуется дробным топологическим зарядом p . Угловой спектр пучка можно записать в виде:

$$U(\phi, p) = \exp(i p \phi) = \frac{e^{i\pi p} \sin(\pi p)}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{i m \phi}}{p - m}, \quad (1)$$

где ϕ – азимутальный угол в пространстве волновых векторов и использовано разложение в ряд Фурье функции $\exp(i p \phi)$ по элементарным гармоникам $\exp(i m \phi)$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Чтобы ограничить поток энергии переносимой коническим пучком и сделать модель удобной для экспериментального воплощения, было предложено [21, 22] конические пучки плоских волн заключить в тонкое кольцо с Гауссовым распределением амплитуд. Тогда комплексная амплитуда поля пучка в исходной плоскости $z=0$ принимает форму

$$\Psi(R, \phi) = 2 N G(R) e^{i p \pi} \times \sin p \pi \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{i^m I_m(K'R)}{M_m(p-m)} e^{i m \phi}, \quad (2)$$

где $I_m(K'R)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода, $N = \exp(-iK^2/2kz_0)$, $R = r/w_0$, $G(R) = \exp(-r^2/w_0^2)$, $z_0 = kw_0^2/2$, w_0 – радиус перетяжки пучка, M_m – амплитудный коэффициент, K' –

безразмерный комплексный параметр пучка. Если параметр пучка K' записать в виде $K' = i\Omega$, то модифицированная функция Бесселя в выражении (2) преобразуется в функцию Бесселя: $I_m(ix) = i^{-m} J_m(x)$. Комплексная амплитуда (2) представляет сложное световое поле, записанное в ненормированном базисе пучков Бесселя. Амплитудный коэффициент $\sin p\pi/(p-m)$ выделяет в спектре парциальных пучков отдельные моды при $p=m$. Это видно из соотношения

$$\lim_{p \rightarrow m} \frac{\sin p\pi}{\pi(p-m)} = \cos m\pi. \quad (3)$$

Действие этого множителя наиболее ярко проявляется на примере ОУМ комбинированного пучка (2).

Воспользуемся стандартным представлением продольной компоненты ОУМ на фотон [23] и после простых преобразований находим:

$$\ell_z = \frac{i \langle \Psi | \partial_\phi | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} = \frac{\sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{m I_m(\Omega^2)}{(p-m)^2}}{\sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{I_m(\Omega^2)}{(p-m)^2}}, \quad (4)$$

где $\Omega = -iK'$ масштабный параметр. Однако такое представление ОУМ характерно не для любых комбинаций пучков Бесселя, но зависит от амплитуд пучков в суперпозиции. Например, если суперпозицию (1) представить в нормированном базисе пучков Бесселя [24] с $M_m^2 = \langle \Psi | \Psi \rangle$, то ОУМ запишется в виде

$$\ell_z = \frac{\sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{m}{(p-m)^2}}{\sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(p-m)^2}}. \quad (5)$$

Вид зависимости ОУМ ℓ_z от топологического заряда p парциального пучка в представлении выражения (5) иллюстрирует плавная кривая 1 на рис. 1а. В области целочисленных значений топологического заряда $p \approx m$ ОУМ достигает максимума $\ell_z = m$. Эта теоретическая предпосылка была экспериментально подтверждена для малых значений топологического заряда $p \rightarrow 0 \div 4$ авторами работ [17, 26]. Альтернативный случай, представленный выражением (4), иллюстрирует кривая 2 на рис. 1а. При малых величинах топологического заряда p кривые 1 и 2 практически совпадают.

Однако при больших значениях заряда p наблюдаются резонансные всплески в спектре $\ell_z(p)$ [18] (кривая 2 на рис. 1а). Высота резонансов и ширина резонансного контура зависят как от величины топологического заряда p , так и от масштабного параметра пучка Ω .

При достаточно больших значениях p ширина резонансного контура быстро уменьшается, а высота резонанса увеличивается, что затрудняет экспериментальную проверку этой модели.

В тексте используются термины «резонансные всплески» и «спектральная» кривая ОУМ без кавычек, исходя из следующих соображений. Зависимость

ОУМ ℓ_z от параметра пучка p является результатом интерференции множества парциальных пучков, представленных в форме ряда Фурье комплексной амплитуды пучка $\Psi(p)$ с характерными амплитудами C_m . Форма спектральной кривой $\ell_z(p)$ задаётся средними значениями оператора углового момента $i\hat{d}\phi$, как $\ell_z(p) = i \langle \Psi | \partial_\phi | \Psi \rangle$, которые можно измерить на эксперименте. Монотонное изменение кривой $\ell_z(p)$ может быть нарушено резкими изменениями ОУМ, когда дробный топологический заряд p совпадает с собственными значениями оператора $i\hat{d}\phi$, т.е. $p = m$. Эти всплески и провалы мы называем резонансами ОУМ.

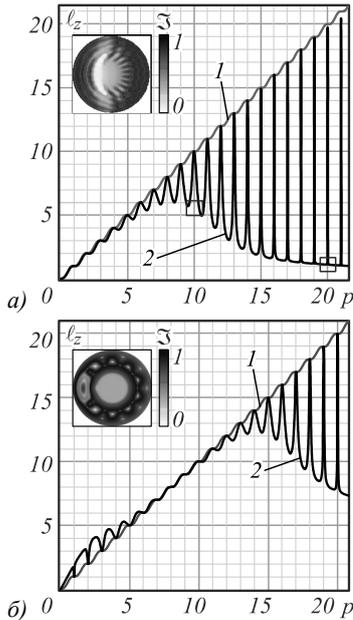


Рис. 1. Зависимость ОУМ ℓ_z от дробного топологического заряда p для комбинированных пучков (а) Бесселя–Гаусса и (б) Лагерра–Гаусса. Кривая 1 – расчёт согласно выражению (5), кривая 2 – расчёт согласно выражению (4) на рисунке (а); кривая 2 – расчёт согласно выражению (7) на рисунке (б). На выноске рисунка (а) изображено теоретическое распределение интенсивности $\mathcal{I}(r, \phi)$ для амплитуды (3) в сечении возмущённого пучка в плоскости перетяжки (плоскость измерения после сферической линзы) при $p = 19,5$. На выноске рисунка (б) изображено распределение $\mathcal{I}(r, \phi)$ для углового спектра (6). Масштабный параметр $\Omega = 80$ для обоих рисунков

Рассмотрим новую модель комбинированного пучка, наделённого резонансными свойствами ОУМ.

Представим угловой спектр комбинированного пучка в виде

$$U(k_\perp, \phi) = \frac{e^{i p \pi} \sin p \pi}{\pi} \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{(K k_\perp)^{m+2}}{M_m m!} \frac{e^{i m \phi}}{p - m} e^{-\frac{k_\perp^2 w_0^2}{4}}, \quad (6)$$

где M_m – амплитудный коэффициент, k_\perp – поперечное волновое число. Тогда комплексная амплитуда пучка запишется как

$$\Psi_p(r, \phi, z = 0) = \frac{e^{i p \pi} w_0 \sin p \pi}{2 \pi} \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{(\Omega R)^{|m|}}{|m|!} \frac{e^{i m \phi}}{p - m} e^{-\frac{r^2}{w_0^2}}, \quad (7)$$

где $M_p = \Omega$, и при выводе использовался интеграл

$$\int_0^\infty x^{n+2} J_m(c x) e^{-p x^2} dx = \frac{c^m}{2^{m+1} p^{m+1}} e^{-\frac{c^2}{4 p}}.$$

Комплексная амплитуда (7) задана в неполном базисе пучков Лагерра–Гаусса с радиальным индексом $n = 0$ и также характеризуется двумя параметрами, p и Ω . Заметим, что угловой спектр (6) невозможно представить в факторизованной форме, где переменные k_\perp и ϕ нельзя разделить. Это значит, что распределение фазы при обходе каждого конического пучка лучей зависит одновременно как от угла ϕ , так и от радиальной координаты k_\perp . Параметр p теперь нельзя интерпретировать как топологический заряд конического пучка плоских волн. Вместе с тем параметр p характеризует комбинированный пучок в целом. Чтобы увидеть это, запишем ОУМ пучка (7) в виде

$$\ell_z = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{m \Omega^{2|m|}}{m!^2 (p - m)^2} / \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\Omega^{2|m|}}{m!^2 (p - m)^2}. \quad (8)$$

Спектр ОУМ $\ell_z(p)$ представлен кривой 2 на рис. 1б. Небольшие резонансные всплески ОУМ наблюдаются уже при малых значениях топологического заряда p в интервале $(0 \div 5)$. Затем спектральная кривая монотонно возрастает в интервале значений $p \in (5, 13)$, где почти сливается с кривой 1, построенной согласно выражению (5). Дальнейшее увеличение параметра p сопровождается последовательностью резонансных всплесков. Физические причины этого эффекта мы обсудим позже (см. параграф 3), анализируя спектр квадратов амплитуд. Поскольку параметр p управляет положением резонансов при $p = m$, как и в предыдущей модели, будем называть его обобщенным топологическим зарядом всего комбинированного пучка.

Вид контура резонансной кривой меняется с изменением как топологического заряда p , так и масштабного параметра Ω , как это видно из кривых 2 на рис. 1а, б. Контур резонансов ОУМ удобно характеризовать полушириной Δp , т.е. значением дробного топологического заряда p , при котором $\ell_z(p)$ снижается в 2 раза относительно максимального значения при целочисленном значении заряда $p = M$ в (4). Тогда уравнение для полуширины резонансов ОУМ (4) принимает вид

$$\frac{1}{2} M = \frac{\sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{m I_m(\Omega)}{(M - \Delta p - m)^2}}{\sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{I_m(\Omega)}{(M - \Delta p - m)^2}}, \quad (9)$$

где Δp – полуширина контура. Для ОУМ (8) уравнение для полуширины Δp принимает вид

$$\frac{1}{2}M = \frac{\sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{m\Omega^{2|m|}}{|m|!^2 (M - \Delta p - m)^2}}{\sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\Omega^{2|m|}}{|m|!^2 (M - \Delta p - m)^2}}. \quad (10)$$

На диаграммах рис. 2а, б представлены семейства кривых $\Delta p(\Omega)$ для целочисленных значений топологического заряда M .

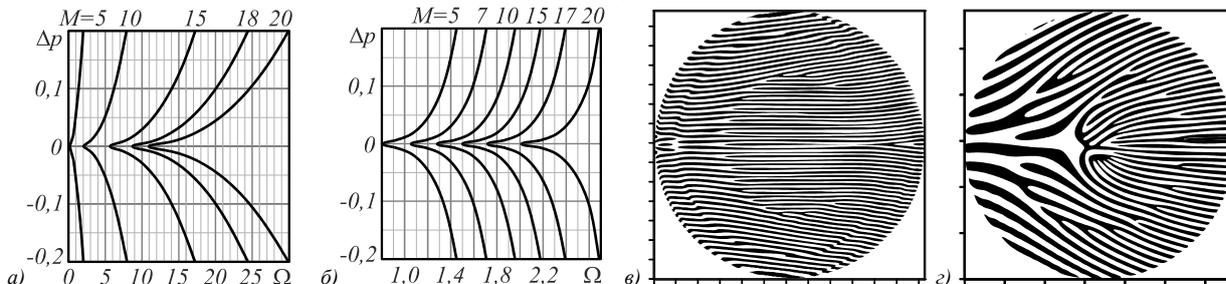


Рис. 2. Зависимость полуширины контура Δp от масштабного параметра Ω : (а) для пучка (3); (б) для пучка (7); (в) голографическая решётка для пучка (3) с $r = 19,5$; (г) голографическая решётка с $r = 19,5$ для пучка (7). Верхняя горизонталь на (а) и (б) указывает на значения максимального ОУМ $\ell_z^{(max)} = M$ для соответствующей кривой $\Delta p(\Omega)$

Следует ожидать, что резкие всплески и провалы орбитального углового момента обусловлены лавинным нарастанием числа парциальных пучков, формирующих массив оптических вихрей при отклонениях топологического заряда p от целочисленных значений индекса m . Однако эти предположения требуют экспериментальной проверки.

2. Эксперимент и обсуждение результатов

Основным элементом нашего эксперимента для исследования резонансных всплесков в спектре ОУМ является голографическая амплитудная решётка, которая формирует комбинированный сингулярный пучок. Поэтому сначала обсудим структуру поля восстановленного пучка в дальнем поле дифракции при падении на решётку Гауссова пучка. Этот вопрос был подробно проанализирован, например, в работе [27] (см. также ссылки). Если в волновой зоне дифракции амплитуда пучка описывается функцией Куммера, то в дальней зоне дифракции амплитуда пучка описывается произведением гипергеометрической функции на функцию Гаусса [27]). Для простоты запишем комплексную амплитуду комбинированного пучка в виде

$$\Psi(R, \varphi, z = 0) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m^2 R^{|m|} e^{im\varphi} e^{-R^2}. \quad (11)$$

Как было показано в работе [24], спектр ОУМ такого комбинированного пучка не имеет резонансных всплесков и описывается выражением (5) (см. также кривую 1 на рис. 1).

Для нашего эксперимента был выбран пучок, амплитуда которого описывается выражением (7), квадраты коэффициентов $C_{m,mod}^2$ которого задаются как

$$C_m^2 = \frac{\Omega^{2|m|}}{m!^2 (p - m)^2} / \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\Omega^{2|m|}}{m!^2 (p - m)^2}. \quad (12)$$

гических зарядов M . Отметим, что передняя и задняя линии контура $\ell_z(p)$ несимметричны. Именно это свойство отражают верхняя и нижняя ветви кривой $\Delta p(\Omega)$ на рис. 2а, б. На верхней горизонтали рисунка отложены целочисленные значения топологического заряда M , который соответствует данной резонансной кривой. Ширина контура Δp критически зависит от масштабного параметра пучка Ω и соответственного значения максимального углового момента $\ell_z = M$.

Будем считать, что бинарная голографическая решётка согласована с полем пучка (7), так что можно ставить в соответствие слабым возмущениям рельефа решетки δp изменение структуры пучка. Возмущение, действующее на голограмму, будем характеризовать отклонением $\delta p = M - p$ от целочисленного значения топологического заряда $m = M$, а состояние комбинированного пучка, подверженного возмущению, обозначим через $|M\rangle$. Действие возмущения на пучок зависит как от состояния $|M\rangle$, так и от масштабного параметра Ω . Зависимости квадратов коэффициентов (амплитуд) C_m^2 от топологического заряда m для различных состояний пучка $|10\rangle$ и $|20\rangle$ иллюстрируют гистограммы на рис. 3 – 5.

В состоянии $|10\rangle$ основная энергия сосредоточена в единственной моде с $C_{10}^2 = 1$. Возмущения в интервале $\delta p = 0,2 \div 0,5$ (рис. 3а, б) не вызывает значительного перераспределения энергии между модами в промежутке состояний $(|5\rangle - |12\rangle)$, которые соответствуют изменению ОУМ ℓ_z в интервале $p = 5 \div 10$, где орбитальный момент изменяется почти линейно с увеличением p . Это можно объяснить интерференцией мод пучка, при которых отношение множителя $\Omega^{2|m|} / m!^2 \approx 1$ приблизительно равно единице в промежутке $m = 5 \div 10$. Это требование позволяет оценивать ОУМ ℓ_z соотношением (5) на этом промежутке состояний.

Совсем иначе действует возмущение на состояния пучка выше $|12\rangle$. Как видно из гистограмм на рис. 4, уже малое возмущение $\delta p = 0,05$ состояния $|20\rangle$ приводит к лавинному перераспределению энергии между модами. Энергия перекачивается в спутники в окрестности состояний $|12\rangle$ и $|-8\rangle$. Изменение состояний пучка $|M\rangle$ не влияет на положение спутников, но

меняется поступление в них энергии, как это показано на рис. 4. Однако перекачка энергии в спутники при $\delta p > 0$ ограничена возмущением $\delta p = 0,5$. В рамках нашей модели имеет смысл рассматривать перекачку энергии только для конкретного состояния $|M\rangle$ в интервале возмущений $\delta p \in (-0,5; 0,5)$. Существенное влияние на устойчивость ОУМ оказывает величина топологического заряда p . На гистограммах рис. 5 представлено распределение энергии по модам пучка для состояний $|50\rangle$ и $|200\rangle$ при возмущении $\delta p = 0,5$. По мере роста величины p происходит перекачка энергии в спутники с отрицательными и положительными топологическими зарядами. Например, энергия в исходном состоянии с $M = 200$ перекачалась

в спутники с $m > 0$ и $m < 0$ с почти равными потоками энергии. Это значит, что малейшее возмущение рельефа голограммы, генерирующей пучок, переносящий ОУМ $\ell_z = 200$, вызывает лавинный распад состояния $|200\rangle$ с резким снижением ОУМ $\ell_z \approx 0$. Изменение масштабного параметра Ω сопровождается сдвигом положения спутников как для положительных $p > 0$, так и для $p < 0$. Этот эффект иллюстрируют гистограммы на рис. 5в, г, где показано, что уменьшение масштабного параметра от $\Omega = 10$ до $\Omega = 1$ в состоянии $|50\rangle$ приводит к сближению спутников в отрицательной и положительной области топологических зарядов. Когда эти группы спутников накладываются друг на друг при $\Omega = 1$, ОУМ снижается до нуля $\ell_z \approx 0$.

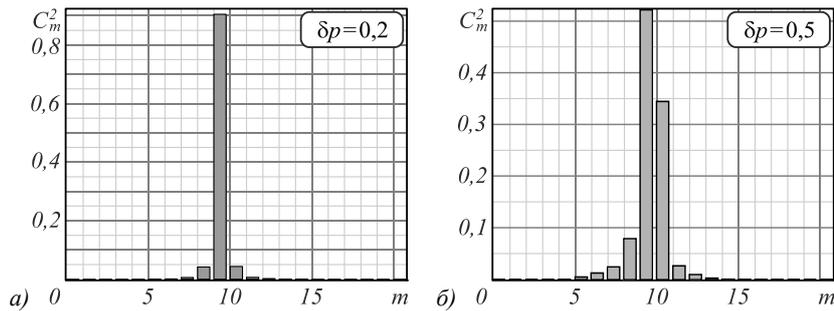


Рис. 3. Модель спектра лавинной неустойчивости сингулярного пучка с состоянием $|M\rangle = |10\rangle$ при слабом возмущении $\delta p = M - p$, $\Omega = 10$

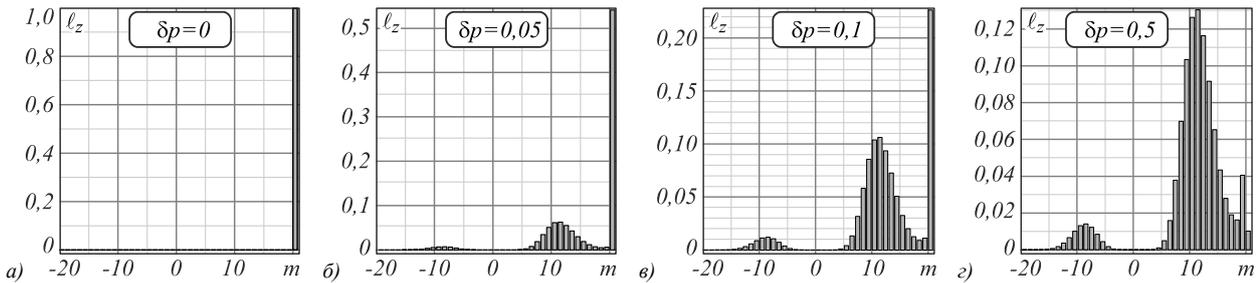


Рис. 4. Модель спектра лавинной неустойчивости сингулярного пучка с топологическим зарядом $t = M = 20$ при слабом возмущении $\delta p = M - p$

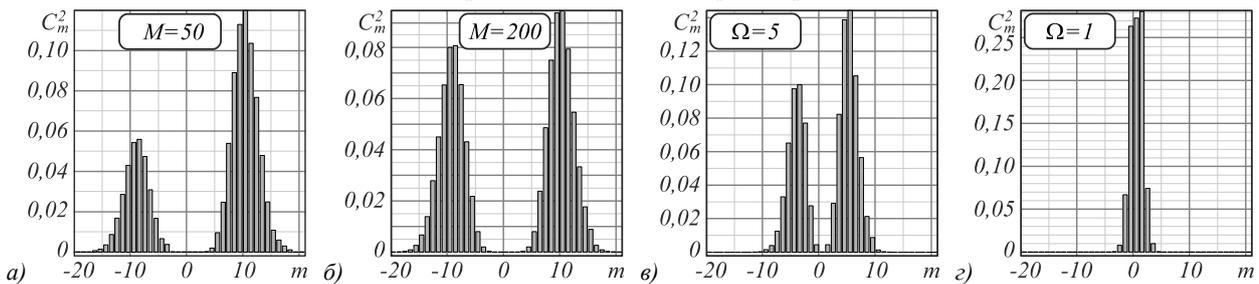


Рис. 5. Зависимость квадратов амплитуд C_m^2 от топологического заряда t мод комбинированного пучка (7) при возмущении $\delta p = 0,5$ состояний с (а) $M = 50$, (б) $M = 200$; $C_m^2(t)$ для возмущения $\delta p = 0,5$ состояния $M = 50$ и масштабных коэффициентах (в) $\Omega = 5$ и (г) $\Omega = 1$

Чтобы проверить наличие такой лавинной неустойчивости орбитального момента $\ell_z(p)$, были сформированы бинарные голографические решётки для комбинированных пучков (7) в соответствии с выражением

$$T_p = \text{signum}[\cos(\arg \Psi_p - Qr \cos \phi)], \quad (13)$$

где Q – масштабный параметр.

Для того чтобы голографическая решётка могла сформировать сингулярный пучок, который может резко изменять свои свойства, мы выбрали масштабный параметр $\Omega = 10$. Согласно выражению (10) и диаграмме на рис. 2 ширина контура ОУМ для такого Ω составляет $\Delta p > 0,25$ для невозмущённого топологического заряда $M = 10$, что соответствует перекрытию соседних контуров $\ell_z(p)$. Для этих параметров резонанс-

ные всплески отсутствуют в спектре ОУМ. На рис. 1б это соответствует участку спектра с монотонным возрастанием $\ell_z(p)$. Однако при той же величине Ω , но для топологического заряда $M=20$ возникают выраженные резонансные всплески, полуширина контура которых составляет $\Delta p=0,05$. Этого достаточно для регистрации резонансного всплеска. Вид голографической ре-

шётки для этих двух случаев и соответствующие распределения интенсивности восстановленных комбинарных пучков приведены на рис. 6. Голографическая решётка для невозмущённой системы $\delta p=0$ имеет стандартный вид, как и восстановленный пучок. Однако уже слабое возмущение $\delta p=0,1$ существенно искажает её структуру, а восстановленный пучок приобретает сложную форму.

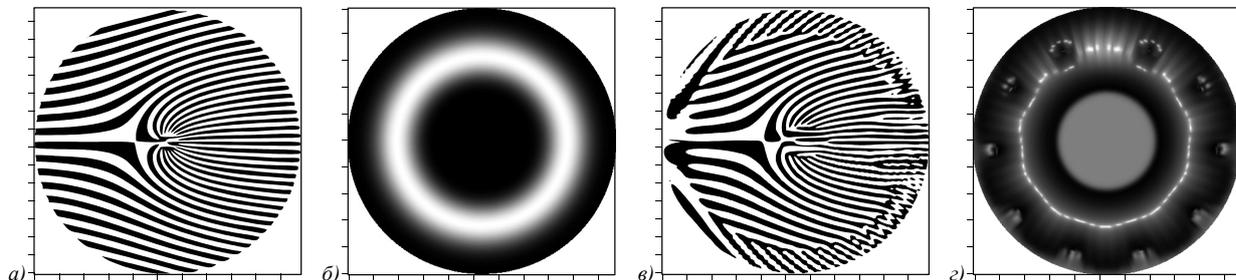


Рис. 6. Моделирование голографических решёток (а, в) и интенсивностей восстановленных комбинарных пучков (б, г) без возмущения $\delta p=0$ и при малом возмущении $\delta p=0,1$

Экспериментальные исследования процесса резонансных всплесков ОУМ в массивах вихрей проводились на экспериментальной установке, подробно рассмотренной в работе [28]. Принципиальная схема установки приведена на рис. 1 в этой работе. Измерялся спектр оптических вихрей и ОУМ комбинарных пучков, сформированных на пространственном световом модуляторе (SLM). В основе метода лежит измерение моментов интенсивности $J_{p,q}$ высших порядков, позволяющих определить величины квадратов амплитуд парциальных вихревых пучков. Полученные на эксперименте значения квадратов коэффициентов C_m^2 в волновом массиве позволяют оценить ОУМ по формуле

$$\ell_z = \sum_{m=0}^N m C_m^2.$$

На жидком кристалле SLM была сформирована бинарная голографическая решётка оптического вихря высшего порядка со слабым отклонением топологического индекса p от целочисленного значения согласно выражению (13). Возмущение структуры решётки δp меняется в интервалах $p=9,5 \div 10,5$ и $p=19,5 \div 20,5$. После модулятора формируется комбинарный сингулярный пучок, в структуру которого заложено действие возмущения δp на голограмму. Для каждого значения топологического заряда p измерялся спектр квадратов амплитуд C_m^2 , приведённый на рис. 7, и спектр ОУМ $\ell_z(p)$ на рис. 8. Важно отметить, что метод измерения спектров оптических вихрей $C_m^2(m)$ имеет определённые ограничения. Как показано в работе [28], измерения спектра вихрей пучков с осевой симметрией нельзя распространять на всю область топологических зарядов $m \in (-\infty, \infty)$, а только либо на интервал $m \in (-\infty, 0)$, либо на интервал $m \in (0, \infty)$. Это связано с тем, что моменты интенсивности $J_{p,q}$, измерение которых лежит в основе метода, не различают знаки топологических зарядов вихрей. В результате измеряется сумма $C_{-m}^2 + C_m^2$. Если ис-

пользовать теоретические спектры вихрей на рис. 2 и выражение (12), то для $p=9,5$ отношения энергетического потока с $m < 0$ к общему потоку равно 0,002, а для $p=19,5$ эта величина не превышает 0,07.

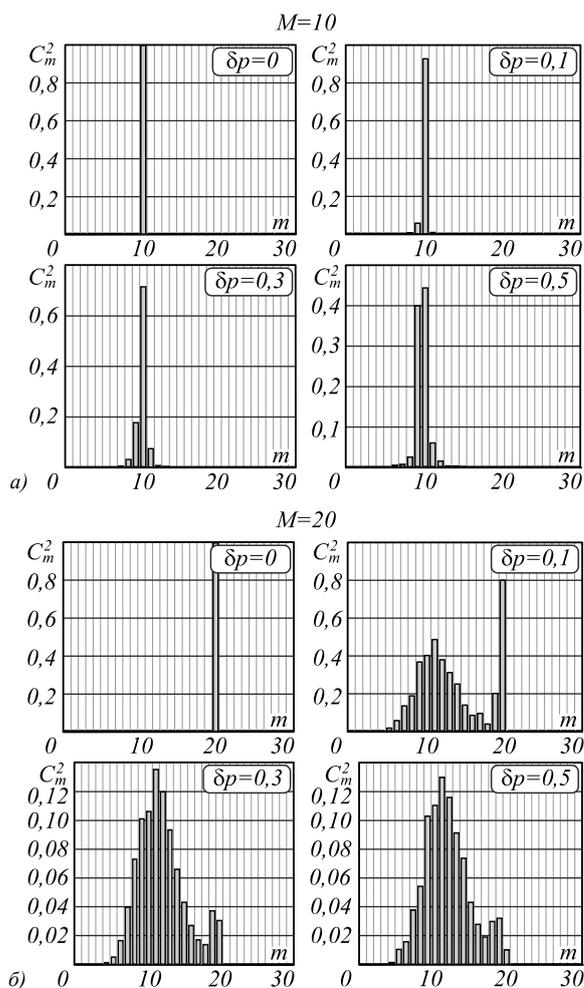


Рис. 7. Спектры оптических вихрей $C_m^2(m)$ при слабом возмущении δp комбинарного пучка с топологическими зарядами $M=10$ (а) и $M=20$ (б)

Однако с помощью этого отношения нельзя оценить погрешность измерений. Для оценки погрешности измерений мы использовали степень корреляции изображений, которые будут представлены ниже.

Экспериментально измеренные спектры вихрей приведены на рис. 7. Видно, что возмущение пучка с топологическим зарядом $M=10$ почти не вызывает обвала состояний оптических вихрей, в то время как для пучка в состоянии $M=20$ возмущение $\delta p=0,5$ приводит к существенной перекачке энергии в соседние спектральные сателлиты. Более того, уже слабое возмущение $\delta p=0,1$ вызывает лавинный обвал оптических вихрей в этом состоянии. Такое обрушение состояния вихря немедленно сказывается на устойчивости ОУМ.

На рис. 8 показаны спектры ОУМ для возмущённых состояний вихрей с $M=10$ (а) и $M=20$ (б), а кривые 1 и 2 относятся к теоретическим оценкам и экспериментальным измерениям соответственно. Кривая 2 для состояния $M=10$ характеризует монотонное изменение $\ell_z(p)$, предсказанное теорией (см. рис. 1а, кривая 2). Совсем иначе ведёт себя кривая 2 для состояния $M=20$. Измеряемая область попадает в область резонансного всплеска ОУМ и сопровождается изменением орбитального момента $\Delta\ell_z \approx 20$ на участке возмущения $\delta p \in (-0,2; 0,2)$. Хорошее согласование теории и эксперимента указывает на то, что нам удалось экспериментально подтвердить эффект лавинной неустойчивости ОУМ, характерной для комбинированных сингулярных пучков.

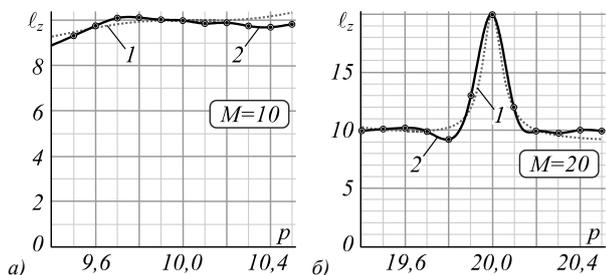


Рис. 8. Спектры $\ell_z(p)$ для возмущённого состояния с $M=10$ (а) и $M=20$ (б); кривая 1 – теория, кривая 2 – эксперимент

Полученные результаты требуют подтверждения их достоверности. С этой целью мы сформировали на SLM голографические решётки для комбинированных пучков со спектром вихрей, соответствующим значениям, представленным на рис. 7. Восстановленные комбинированные пучки (см. рис. 9) сравнивались с исходными распределениями полей, для которых измерялся спектр квадратов амплитуд. Степень корреляции распределений интенсивности определяется по формуле

$$\eta = \frac{\iint_S \mathfrak{I}_{\text{exp}1}(x, y) \mathfrak{I}_{\text{exp}2}(x, y) dS}{J_{00}^{\text{exp}1} J_{00}^{\text{exp}2}}, \quad (14)$$

где $\mathfrak{I}_{\text{exp}1,2}$ – распределения интенсивности исходного и восстановленного пучков соответственно, $J_{00}^{\text{exp}1,2}$ – их интенсивности. Высокие значения степени корреляции

на рис. 9, расположенные в интервале $\eta = 0,93 \div 0,96$, показывают, что приведённые результаты имеют достаточно высокую степень достоверности.

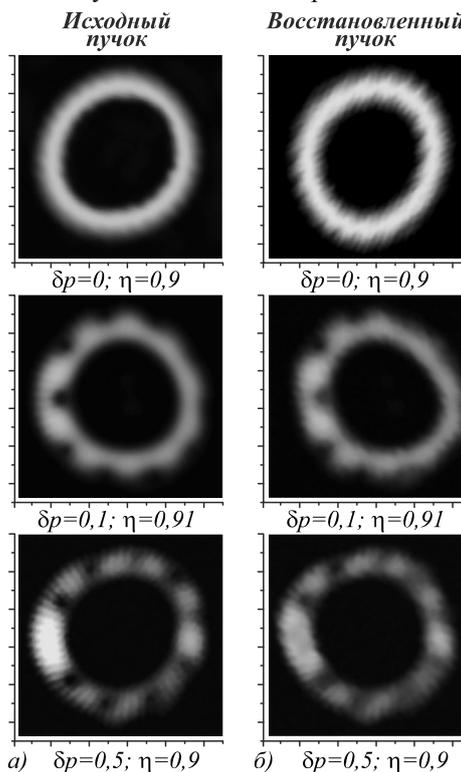


Рис. 9. Распределение интенсивности исходного (а) и восстановленного (б) возмущённых пучков и степень корреляции η между ними

Заключение

Таким образом, в работе рассмотрена новая модель комбинированного сингулярного пучка, переносящая массивы оптических вихрей с резонансами ОУМ. С этой целью были теоретически проанализированы два случая спектрального состава оптических вихрей в комбинированных пучках, состоящих из суперпозиции пучков Бесселя–Гаусса и Лагерра–Гаусса с такой последовательностью амплитуд, которая задаёт дробный топологический заряд и ОУМ комбинированного пучка в целом. Возмущение пучка рассматривалось как отклонение топологического заряда вихря от целочисленного значения, которое вызвано возмущением рельефа соответствующей голографической решётки. Были обнаружены резонансные всплески в спектре оптических вихрей, и ОУМ возникают в окрестности целочисленных значений топологических зарядов, величина и положение которых зависит от конкретных параметров комбинированных пучков.

Для экспериментального исследования спектров оптических вихрей и ОУМ формировалась последовательность возмущённых голографических решёток. Исследование структуры спектров осуществлялось на основе нового метода измерений моментов интенсивности высших порядков. В результате измерений спектра оптических вихрей был обнаружен резкий

рост числа оптических вихрей различных порядков при слабом возмущении пучка, переносящего единичный оптический вихрь высшего порядка. Такой рост числа вихрей немедленно сказывается на резком уменьшении ОУМ. Формируется резонансный всплеск ОУМ в области целочисленных значений топологического заряда. Оценка погрешности измерений осуществлялась посредством вычисления степени корреляции распределения интенсивностей пучков, восстановленных исходной голографической решёткой и решёткой, построенной на основе измеренных спектров вихрей. Величина степени корреляции была не ниже 90%, что свидетельствует о достоверности полученных теоретических и экспериментальных результатов.

Рассмотренные резонансные всплески ОУМ в комбинированных пучках имеют два возможных аспекта практического применения. С одной стороны, использование пучков, переносящих оптические вихри высших порядков, требует учитывать качество голографических решёток, сопряжённых с этими пучками. Некоторые типы таких решёток могут привести к лавинному разрушению ОУМ, хотя внешний вид пучка не предполагает такого эффекта. С другой стороны, распространение пучков с резонансами ОУМ через оптические среды может сопровождаться как изменением формы спектрального всплеска или провала, так и смещением его положения. Фиксируя изменение формы резонансов ОУМ, можно судить о характере нерегулярностей среды, например, при слабой турбулентности.

Благодарности

Авторы благодарят В.П. Лукина, В.В. Котляра и В.А. Соифера за детальное обсуждение метода измерений спектров ОУМ и природу их резонансов. Материалы работы были доложены и обсуждены на международной конференции «Сингулярная цифровая оптика – 2018». Работа выполнена в рамках грантов: РФФИ № 18-02-20111 Г; Грант № ВГ24/2018 (ФГАОУ ВО «КФУ им. В.И. Вернадского»).

Литература

1. **Gbur, G.J.** Singular optics / G.J. Gbur. – New York: CRC Press, 2016. – ISBN: 978-1-4665-8077-0.
2. **Kotlyar, V.V.** Vortex laser beams / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A.P. Porfirev. – Boca Raton, London, New York: Taylor & Francis Group, 2018. – ISBN: 978-1-138-54211-2.
3. **Allen, L.** The orbital angular momentum of light: An introduction / L. Allen, M. Padgett. – In: Twisted photons: Applications of light with orbital angular momentum / ed. by J. Torres, L. Torner. – Chap. 1. – Weinheim, Germany: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2011. – DOI: 10.1002/9783527635368.ch1.
4. **Wang, J.** Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing / J. Wang, J.-Y. Yang, I.M. Fazal, N. Ahmed, Y. Yan, H. Huang, Y.X. Ren, Y. Yue, S. Dolinar, M. Tur, A.E. Willner // Nature Photonics. – 2012. – Vol. 6. – P. 488-496. – DOI: 10.1038/nphoton.2012.138.
5. **Wright, E.M.** Optical vortex cat states and their utility for creating macroscopic superpositions of persistent flows / E.M. Wright. – In: Twisted photons: Applications of light with orbital angular momentum / ed. by J. Torres, L. Torner. – Chap. 10. – Weinheim, Germany: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2011. – DOI: 10.1002/9783527635368.ch10.
6. **Mair, A.** Entanglement of the orbital angular momentum states of photons / A. Mair, A. Vaziri, G. Weihs, A. Zeilinger // Nature. – 2001. – Vol. 412. – P. 313-316. – DOI: 10.1038/35085529.
7. **Soifer, V.A.** Laser beam mode selection by computer-generated holograms / V.A. Soifer, M.A. Golub. – Boca Raton: CRC Press, 1994. – 215 p. – ISBN: 978-0-8493-2476-5.
8. **Abramochkin, E.** Beam transformations and non-transformed beams / E. Abramochkin, V. Volostnikov // Optics Communications. – 1991. – Vol. 83, Issue 1-2. – P. 123-135. – DOI: 10.1016/0030-4018(91)90534-K.
9. **Абрамочкин, Е.Г.** Спиральные пучки света / Е.Г. Абрамочкин, В.Г. Волостников // Успехи физических наук. – 2004. – Т. 174, № 12. – С. 1273-1300. – DOI: 10.3367/UFNr.0174.200412a.1273.
10. **Khonina, S.N.** Generation and selection of laser beams represented by a superposition of two angular harmonics / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, K. Jefimovs, J. Turunen // Journal of Modern Optics. – 2004. – Vol. 51, Issue 5. – P. 761-773. – DOI: 10.1080/09500340408235551.
11. **Khonina, S.N.** Optical vortices in a fiber: mode division multiplexing and multimode selfimaging / S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy, V.A. Soifer. – In: Recent progress in optical fiber research / ed. by M. Yasin, S.W. Harun, H. Arof. – Chap. 15. – Rijeka, Croatia: InTech Open, 2012. – DOI: 10.5772/28067.
12. **Khonina, S.N.** Measuring the light field orbital angular momentum using DOE / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, P. Paakkonen, J. Turunen // Optical Memory and Neural Networks (Information Optics). – 2001. – Vol. 10, Issue 4. – P. 241-255.
13. **Kirilenko, M.S.** Information transmission using optical vortices / M.S. Kirilenko, S.N. Khonina // Optical Memory and Neural Networks (Information Optics). – 2013. – Vol. 22, Issue 2. – P. 81-89. – DOI: 10.3103/S1060992X13020069.
14. **Berry, M.** Optical vortices evolving from helicoidal integer and fractional phase steps / M. Berry // Journal of Optics A: Pure and Applied Optics. – 2004. – Vol. 6, Issue 2. – P. 259-269. – DOI: 10.1088/1464-4258/6/2/018.
15. **Martinez-Castellanos, I.** Vortex structure of elegant Laguerre–Gaussian beams of fractional order / I. Martinez-Castellanos, J.C. Gutiérrez-Vega // Journal of the Optical Society of America A. – 2013. – Vol. 30, Issue 3. – P. 2395-2300. – DOI: 10.1364/JOSAA.30.002395.
16. **McGloin, D.** Bessel beams: Diffraction in a new light / D. McGloin, K. Dholakia // Contemporary Physics. – 2005. – Vol. 46, Issue 1. – P. 15-28. – DOI: 10.1080/0010751042000275259.
17. **Leach, J.** Observation of the vortex structure of a non-integer vortex beam / J. Leach, E. Yao, M.J. Padgett // New Journal of Physics. – 2004. – Vol. 6. – P. 71. – DOI: 10.1088/1367-2630/6/1/071.
18. **Volyar, A.V.** Super pulses of orbital angular momentum in fractional-order spiroid vortex beams / A.V. Volyar, Yu.A. Egorov // Optics Letters. – 2018. – Vol. 43, Issue 1. – P. 74-77. – DOI: 10.1364/OL.43.000074.
19. **Gutiérrez-Vega, J.C.** Fractionalization of optical beams: II. Elegant Laguerre–Gaussian modes / J.C. Gutiérrez-Vega //

- Optics Express. – 2007. – Vol. 15, Issue 10. – 6300. – DOI: 10.1364/OE.15.006300.
20. **Gutiérrez-Vega, J.C.** Nondiffracting vortex beams with continuous orbital angular momentum order dependence / J.C. Gutiérrez-Vega, C. López-Mariscal // Journal of Optics A: Pure and Applied Optics. – 2008. – Vol. 10, Issue 1. – P. 015009. – DOI: 10.1088/1464-4258/10/01/015009.
 21. **Fadeyeva, T.A.** Does the optical angular momentum change smoothly in fractional-charged vortex beams? / T.A. Fadeyeva, A.F. Rubass, R.V. Aleksandrov, A.V. Volyar // Journal of the Optical Society of America B. – 2014. – Vol. 31, Issue 4. – P. 798-805. – DOI: 10.1364/JOSAB.31.000798.
 22. **Alexeyev, C.N.** Mutual transformations of fractional-order and integer-order optical vortices / C.N. Alexeyev, Yu.A. Egorov, A.V. Volyar // Physical Review A. – 2017. – Vol. 96. – 063807. – DOI: 10.1103/PhysRevA.96.063807.
 23. **Berry, M.V.** Paraxial beams of spinning light / M.V. Berry // Proceedings of SPIE. – 1998. – Vol. 3487. – P. 6-11. – DOI: 10.1117/12.317704.
 24. **Götte, J.** Light beams with fractional orbital angular momentum and their vortex structure / J. Götte, K. O'Holleran, D. Preece, F. Flossmann, S. Franke-Arnold, S.M. Barnett, M.J. Padgett // Optics Express. – 2008. – Vol. 16, Issue 2. – P. 993-1006. – DOI: 10.1364/OE.16.000993.
 25. **Watson, G.N.** A treatise on the theory of Bessel functions / G.N. Watson. – 2nd ed. – Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1995. – 804 p. – ISBN: 978-0-521-48391-9.
 26. **Alperin, S.N.** Quantitative measurement of the orbital angular momentum of light with a single, stationary lens / S.N. Alperin, R.D. Niederiter, J.T. Gopinath, K.E. Siemets // Optics Letters. – 2016. – Vol. 41, Issue 21. – P. 5019-5022. – DOI: 10.1364/OL.41.005019.
 27. **Stoyanov, L.** Far field diffraction of an optical vortex beam by a fork-shaped grating / L. Stoyanov, S. Topuzoski, I. Stefanov, L. Janicijevic, A. Dreischuh // Optics Communications. – 2013. – Vol. 350. – P. 301-308. – DOI: 10.1016/j.optcom.2015.04.020.
 28. **Воляр, А.В.** По ту сторону интенсивности или моменты интенсивности и измерение спектра оптических вихрей сложных пучков / А.В. Воляр, М.В. Брецько, Я.Е. Акимова, Ю.А. Егоров // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 5. – С. 736-743. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-42-5-736-743.

Сведения об авторах

Воляр Александр Владимирович – 1949 года рождения. Выпускник Симферопольского государственного университета (1972), а после окончания – его сотрудник. Доктор физико-математических наук (1992). С 1993 г. – профессор, с 1999 г. – заведующий кафедрой общей физики. Сфера научных интересов: оптика, лазерная физика. E-mail: volyar.singular.optics@gmail.com.

Брецько Михаил Владимирович – 1994 года рождения. С 2012 года студент Крымского федерального университета им. В.И. Вернадского. На данный момент аспирант первого курса кафедры общей физики Физико-технического института КФУ им. В.И. Вернадского. Сфера научных интересов: сингулярная оптика, обработка графических изображений, программирование. E-mail: mikhailbretcko4@gmail.com.

Акимова Яна Евгеньевна – 1994 года рождения. С 2012 года студент Крымского федерального университета им. В.И. Вернадского. На данный момент аспирант первого курса кафедры общей физики Физико-технического института КФУ им. В.И. Вернадского. Сфера научных интересов: сингулярная оптика, дифракционная оптика. E-mail: akimova.yana@yandex.ru.

Егоров Юрий Александрович – 1975 года рождения. Выпускник Таврического национального университета (в настоящее время КФУ). Получил степень кандидата физико-математических наук в области оптики и лазерной физики в Таврическом национальном университете в 2005 году. Начиная с 2006 года доцент кафедры общей физики. Сфера научных интересов: сингулярная оптика, дифракционная оптика, оптика анизотропных сред. E-mail: yuriyegorov@cfuv.ru.

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 10 мая 2018 г. Окончательный вариант – 28 ноября 2018 г.

Avalanche instability of the orbital angular momentum higher order optical vortices

A.V. Volyar¹, M.V. Bretsko¹, Ya.E. Akimova¹, Yu.A. Egorov¹

¹ Physics and Technology Institute (Academic Unit) of V.I. Vernadsky Crimean Federal University, Academician Vernadsky 4, 295007, Simferopol, Republic of Crimea, Russia

Abstract

Theoretical and experimental studies of spectra of optical vortices and orbital angular momentum (OAM) carried by combined singular beams are presented. The combined beams are composed of superposition of Laguerre-Gauss or Bessel-Gauss modes with "resonant" amplitudes depending on a real parameter. If the parameter is an integer, then the OAM of the singular beam is equal to this number. If the real parameter is fractional, then the OAM can be either substantially larger or much smaller than the integer closest to the parameter value. For a non-integer value of the beam

parameter, a large number of beams from superposition with integer topological charges contribute to its amplitude. For an integer beam parameter, the contribution to the amplitude is made by only one mode with a topological charge equal to the value of the beam parameter. In the experiment, singular beams with fractional OAMs were shaped using a binary amplitude diffraction grating consistent with the phase function of the singular beam. The measured correlation degree between the initial beam and the beam reconstructed from the vortex spectrum was no less than 90%.

Keywords: diffractive optics, image processing, optical vortices, orbital angular momentum, moments of intensity.

Citation: Volyar AV, Bretsko MV, Akimova YaE, Egorov YuA. Avalanche instability of the orbital angular momentum higher order optical vortices. *Computer Optics* 2019; 43(1): 14-24. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-1-14-24.

Acknowledgements: The authors are grateful to V. A. Soifer, V.V. Kotlyar and V.P. Lukin for a wonderful discussion of these results. The materials of the article were reported and discussed at the international conference Digital Singular Optics - 2018, September, Sebastopol, which was partly funded by the Russian Science Foundation under grant No. 18-02-20111.

References

- [1] Gbur GJ. Singular optics. New York: CRC Press; 2016. ISBN: 978-1-4665-8077-0.
- [2] Kotlyar VV, Kovalev AA, Porfirev AP. Vortex laser beams. Boca Raton, London, New York: Taylor & Francis Group; 2018. ISBN: 978-1-138-54211-2.
- [3] Allen L, Padgett M. The orbital angular momentum of light: An introduction. In Book: Torres J, Torner L, eds. Twisted photons: Applications of light with orbital angular momentum. Weinheim, Germany: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co KGaA; 2011. Ch 1. DOI: 10.1002/9783527635368.ch1.
- [4] Wang J, Yang J-Y, Fazal IM, Ahmed N, Yan Y, Huang H, Ren YX, Yue Y, Dolinar S, Tur M, Willner AE. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing. *Nat Photon* 2012; 6: 488-496. DOI: 10.1038/nphoton.2012.138.
- [5] Wright EM. Optical vortex cat states and their utility for creating macroscopic superpositions of persistent flows. In Book: Torres J, Torner L, eds. Twisted photons: Applications of light with orbital angular momentum. Weinheim, Germany: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co KGaA; 2011. Ch 10. DOI: 10.1002/9783527635368.ch10.
- [6] Mair A, Vaziri A, Weihs G, Zeilinger A. Entanglement of the orbital angular momentum states of photons. *Nature* 2001; 412: 313-316. DOI: 10.1038/35085529.
- [7] Soifer VA, Golub MA. Laser beam mode selection by computer-generated holograms. Boca Raton: CRC Press; 1994. ISBN: 978-0-8493-2476-5.
- [8] Abramochkin E, Volostnikov V. Beam transformations and non-transformed beams. *Opt Commun* 1991; 83(1-2): 123-135. DOI: 10.1016/0030-4018(91)90534-K.
- [9] Abramochkin EG, Volostnikov VG. Spiral light beams. *Physics–Uspekhi* 2004; 47(12): 1177-1203. DOI: 10.1070/PU2004v047n12ABEH001802.
- [10] Khonina SN, Kotlyar V.V., Soifer V.A., Jefimovs K., Turunen J.. Generation and selection of laser beams represented by a superposition of two angular harmonics. *J Mod Opt* 2004; 51(5): 761-773. DOI: 10.1080/09500340408235551.
- [11] Khonina SN, Kazanskiy NL, Soifer VA. Optical vortices in a fiber: mode division multiplexing and multimode self-imaging. In Book: Yasin M, Harun SW, Arof H, eds. Recent progress in optical fiber research. Rijeka, Croatia: In-Tech Open; 2012. Ch 15. DOI: 10.5772/28067.
- [12] Khonina SN, Kotlyar VV, Soifer VA, Paakkonen P, Turunen J. Measuring the light field orbital angular momentum using DOE. *Optical Memory and Neural Networks* 2001; 10(4): 241-255.
- [13] Kirilenko MS, Khonina SN. Information transmission using optical vortices. *Optical Memory and Neural Networks* 2013; 22(2): 81-89. DOI: 10.3103/S1060992X13020069.
- [14] M. Berry, Optical vortices evolving from helicoidal integer and fractional phase steps, *J Opt A* 2004; 6(2): 259-269. DOI: 10.1088/1464-4258/6/2/018.
- [15] Martinez-Castellanos I, Gutiérrez-Vega JC. Vortex structure of elegant Laguerre–Gaussian beams of fractional order. *J Opt Soc Am A* 2013; 30(3): 2395-2300. DOI: 10.1364/JOSAA.30.002395.
- [16] McGloin D, Dholakia K. Bessel beams: Diffraction in a new light. *Contemporary Physics* 2005; 46(1): 15-28. DOI: 10.1080/0010751042000275259.
- [17] Leach J, Yao E, Padgett MJ. Observation of the vortex structure of a non-integer vortex beam. *New Journal of Physics* 2004; 6: 71. DOI: 10.1088/1367-2630/6/1/071.
- [18] Volyar AV, Egorov YuA. Super pulses of orbital angular momentum in fractional-order spiroid vortex beams. *Opt Lett* 2018; 43(1): 74-77. DOI: 10.1364/OL.43.000074.
- [19] Gutiérrez-Vega JC. Fractionalization of optical beams: II. Elegant Laguerre–Gaussian modes. *Opt Express* 2007; 15(10): 6300. DOI: 10.1364/OE.15.006300.
- [20] Gutiérrez-Vega JC, López-Mariscal C. Nondiffracting vortex beams with continuous orbital angular momentum order dependence. *J Opt A* 2008; 10(1): 015009. DOI: 10.1088/1464-4258/10/01/015009.
- [21] Fadeyeva TA, Rubass AF, Aleksandrov RV, Volyar AV. Does the optical angular momentum change smoothly in fractional-charged vortex beams? *J Opt Soc Am B* 2014; 31(4): 798-805. DOI: 10.1364/JOSAB.31.000798.
- [22] Alexeyev CN, Egorov YuA, Volyar AV. Mutual transformations of fractional-order and integer-order optical vortices. *Phys Rev A* 2017; 96: 063807. DOI: 10.1103/PhysRevA.96.063807.
- [23] Berry MV. Paraxial beams of spinning light. *Proc SPIE* 1998; 3487: 6-11. DOI: 10.1117/12.317704.
- [24] Götte J, O'Holleran K, Preece D, Flossmann F, Franke-Arnold S, Barnett SM, Padgett MJ. Light beams with fractional orbital angular momentum and their vortex structure. *Opt Express* 2008; 16(2): 993-1006. DOI: 10.1364/OE.16.000993.
- [25] Watson GN. A treatise on the theory of Bessel functions. 2nd ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press; 1995. ISBN: 978-0-521-48391-9.
- [26] Alperin SN, Niederiter RD, Gopinath JT, Siemets KE. Quantitative measurement of the orbital angular momentum of light with a single, stationary lens. *Opt Lett* 2016; 41(21): 5019-5022. DOI: 10.1364/OL.41.005019.

[27] Stoyanov L, Topuzoski S, Stefanov I, Janicijevic L, Dreischuh A. Far field diffraction of an optical vortex beam by a fork-shaped grating. *Opt Commun* 2013; 350: 301-308. DOI: 10.1016/j.optcom.2015.04.020.

[28] Volyar AV, Bretsko MV, Akimova YaE, Egorov YuA. Beyond the light intensity or intensity moments and measurements of the vortex spectrum in complex light beams [In Russian]. *Computer Optics* 2018; 42(5): 736-743. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-42-5-736-743.

Authors' information

Alexander Vladimirovich Volyar – born in 1949. A graduate of the Simferopol State University (1972), and after graduation - his employee. Doctor of Physical and Mathematical Sciences (1992). Since 1993, he has been a professor, since 1999, he has become the head of the General Physics department. The sphere of scientific interests is optics, laser physics. E-mail: volyar.singular.optics@gmail.com.

Mikhail Vladimirovich Bretsko – born in 1994. Since 2012, a student of the V.I. Vernadsky Crimean Federal University. At the moment, the first-year postgraduate student of the General Physics department, the V.I. Vernadsky Physico-Co-Technical Institute of KFU. Scope of scientific interests - singular optics, processing of graphic images, programming. E-mail: mikhailbretsko4@gmail.com.

Yana Evgenievna Akimova – born in 1994. Since 2012, a student of the V.I. Vernadsky Crimean Federal University. At the moment, the first-year postgraduate student of the of General Physics department, the V.I. Vernadsky Physico-Technical Institute of KFU. Scope of scientific interests - singular optics, diffraction optics. E-mail: akimova.yana@yandex.ru.

Yuriy Alexandrovich Egorov – born in 1975. A graduate of the Taurida National University (2001). Received the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences in the field of Optics and Laser Physics at the Taurida National V.I. Vernadsky University (Crimean Federal University is now) in 2005. Since 2006, he has been a lecturer at the General Physics department. The sphere of scientific interests is singular optics, diffraction optics. E-mail: yuriyegorov@cfuv.ru.

Received – May 10, 2018. The final version – November 28, 2018.
