

Дифракция в решёточных оптических фильтрах с угловым селективным светопропусканием

Р.С. Закируллин¹

¹ Оренбургский государственный университет,
460018, Россия, Оренбургская область, г. Оренбург, проспект Победы, д. 13

Аннотация

Исследовано влияние дифракции на коэффициент направленного светопропускания решёточных оптических фильтров, предназначенных для смарт-окон. Фильтр имеет угловое селективное светопропускание за счёт двух тонкоплёночных решёток, образованных «не пропускающими» (поглощающими, отражающими или рассеивающими) параллельными полосами на поверхностях окна с одинарным или двойным остеклением. Приведены методы расчёта оптимального угла наклона двух решёток фильтра, их взаимного расположения на разных поверхностях окна и ширины полос обеих решёток для минимизации светопропускания в конкретную дату и время суток при заданных значениях широты и долготы здания, азимута ориентации окна. Разработан метод расчёта дифракции на входной и выходной решётках фильтра при сложной траектории движения Солнца относительно окна и соответствующем изменении угла падения солнечных лучей на решётки. Для оценки уменьшения коэффициента светопропускания фильтра из-за влияния дифракции в расчётную формулу введён дополнительный множитель. Проведены расчёты геометрических параметров фильтров и дифракции. Значения дифракционного множителя составляют 0,9999992 и 0,9999998 для окон с одинарным или двойным остеклением соответственно, т. е. влиянием дифракции на светопропускание решёточного фильтра можно пренебречь.

Ключевые слова: дифракция, дифрагированный свет, решётка, фильтры, тонкие плёнки, решёточный оптический фильтр, угловое селективное светопропускание, коэффициент направленного светопропускания.

Цитирование: Закируллин, Р.С. Дифракция в решёточных оптических фильтрах с угловым селективным светопропусканием / Р.С. Закируллин // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44, № 3. – С. 343-351. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-654.

Citation: Zakirullin RS. Diffraction in grating optical filters with angular-selective light transmission. Computer Optics 2020; 44(3): 343-351. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-654.

Введение

Угловая толерантность оптических фильтров, т. е. обеспечение постоянства характеристик пропускания или отражения при изменении углов падения лучей, является одним из важнейших направлений их совершенствования. В фильтре с резонансной решёткой эту задачу предложено решать путём введения второй решётки, параллельной первой [1]. В таких же фильтрах при наклонном падении коллимированного пучка лучей угловую независимость предложено увеличивать путём применения многомодового плоского волновода и би-атомной решётки [2]. Описаны фильтры с низкой угловой чувствительностью на основе одномерного фотонного кристалла [3], а также на основе стека интегрированных двумерных фотонных кристаллов [4]. Разработан фильтр с оптическими метаповерхностями на гибкой подложке, обеспечивающий независимость отклика от поляризации и угла падения световых лучей [5].

В обзоре [6] описаны субволновые дифракционные решётки с четырьмя секторами с линиями решёток, ориентированными под разными углами, и показана зависимость интенсивности отражённого света

от угла наклона секторальных линий. При исследовании резонансных фотонно-кристаллических структур с дифракционной решёткой [7] получены зависимости модуля коэффициента отражения от угла падения для различных сред. В статье [8] выведены зависимости угловой и спектральной селективности от углов падения опорного пучка при получении отражательных и пропускающих цветных голограмм.

Известны оптические фильтры, использующие угловую зависимость спектра пропускания. Описаны подобные резонансные фильтры с кремниевыми наномембранами на стеклянных подложках [9] и жидкокристаллические фильтры с резкими резонансными отражательными характеристиками в угловой зависимости [10]. В работах [11, 12] исследованы тонкие плёнки с наклонными столбчатыми микроструктурами, имеющие угловую селективность коэффициента пропускания в узких угловых и спектральных диапазонах.

Дифракция накладывает ограничения не только на микро- и наноструктуры, рассмотренные выше, но и, например, на муаровые решётки [13], период которых может достигать миллиметровых значений. При наклонном падении пучка параллельных световых

лучей на такие решётки их период уменьшается [14], и это позволяет исследовать дифракцию рентгеновских лучей на «обычных» дифракционных решётках.

При увеличении угла падения параллельного пучка лучей дифракционные ограничения могут возникнуть и в решётках с миллиметровыми периодами и более. Работа посвящена исследованию влияния дифракции на коэффициент направленного пропускания решётчатых оптических фильтров с угловым селективным светопропусканием, имеющих периоды решёток до десятков миллиметров и предназначенных для смарт-окон с одинарным и двойным остеклением.

1. Решётчатый оптический фильтр

Угловая селективность фильтра обусловлена пропусканием пучка параллельных световых лучей через две поверхностные тонкослойные решётки [15–19]. Схемы фильтров для одинарного и двойного остекления представлены на рис. 1. Входная и выходная решётки формируются нанесёнными на поверхность стекла на постоянной основе поглощающими, отражающими или рассеивающими параллельными тонкослойными полосами, между которыми находятся направленно пропускающие полосы. Доля проходящего светового потока зависит от угла падения Θ , ширины полос $c_1 \dots c_4$, расстояния между решётками s и относительного расположения решёток, оцениваемого характеристическим углом фильтра Θ_c (луч проходит через центры полос обеих решёток). В отличие от горизонтальных или вертикальных жалюзи, фильтр может быть адаптирован к траектории Солнца относительно окна с учётом азимута его ориентации из-за возможности расположения полос под любым углом наклона. Способ регулирования направленного светопропускания запатентован автором (патенты РФ № 2509324 и № 2677069).

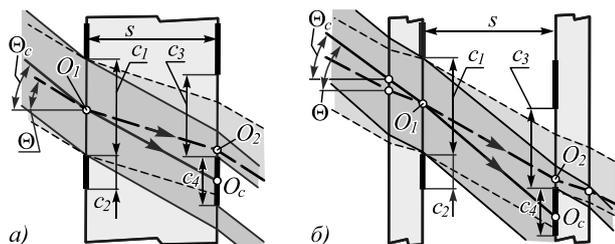


Рис. 1. Схемы оптических фильтров для окон: с одинарным (а) и двойным (б) остеклением

В работе [15] рассчитаны, построены и экспериментально подтверждены зависимости коэффициента светопропускания от углов падения (угловые характеристики светопропускания фильтров) в диапазоне от 0° до 60° через каждые 5° для 7 фильтров с разными ширинами полос и разными периодами решёток, в т.ч. с кратными периодами двух решёток. Для равномерного регулирования светопропускания по всей площади окна периоды двух решёток должны быть одинаковыми или кратными.

Метод проектирования и расчёта решётчатых оптических фильтров с угловым селективным светопропусканием представлен в [16], где показано, что при изменении угла падения также меняется доля излучения, которая проходит через обе решётки. Там же приведён расчёт геометрических и оптических параметров фильтра для получения заданной угловой зависимости его светопропускания, т. е. для предварительной адаптации характеристики фильтра к углам падения, изменяющимся при перемещении источника света относительно фильтра.

Метод оптимизации угловой селективной фильтрации прямой солнечной радиации путём минимизации светопропускания окна в заданную дату и время суток с учётом азимута окна, географических координат здания, сезонного и суточного распределения интенсивности солнечной радиации описан в [17]. Оптимизация заключается в определении оптимального угла наклона решёток, оптимального характеристического угла и ширины полос решёток фильтра. Для разных соотношений ширины полос обеих решёток установлены границы диапазонов с постоянным максимальным, уменьшающимся, постоянным минимальным и увеличивающимся коэффициентом светопропускания, из которых состоят угловые характеристики светопропускания фильтра, для этих диапазонов получены уравнения для расчёта коэффициента светопропускания.

В [18] продемонстрирована эффективность окна с двойным остеклением со встроенным оптическим фильтром для обеспечения динамического контроля дневного освещения и солнечной энергии, проходящей в помещение, в течение всего года без вмешательства человека и использования устройств перераспределения дневного света. Для 15-го числа каждого месяца года проведено численное моделирование светопропускания смарт-окна с фильтром с рассчитанным минимальным пропусканием в день (15 июня) и время (11 ч. 30 мин.) максимальной солнечной радиации в г. Оренбурге и построены соответствующие угловые характеристики светопропускания для тех часов дня, когда солнечные лучи попадают в окно. Среднемесячные значения теоретического и реального (скорректированного с учётом отражения и поглощения) коэффициентов светопропускания фильтра являются минимальными в июне, а также в мае и июле, когда защита от солнечной радиации наиболее востребована. При необходимости изменять угловые характеристики светопропускания фильтра, например, для защиты от горизонтальных солнечных лучей при низкой высоте стояния Солнца зимой (когда лучи падают на сетчатку глаза практически под нулевым углом и вызывают неприятные ощущения), одна из решёток должна быть передвижной по вертикали для изменения характеристического угла фильтра.

Результаты расчёта оптимального угла наклона решёток, ширины полос и характеристического угла

фильтра для минимизации направленного светопропускания окна в заданную дату и время суток с учётом азимута окна, географических координат здания, сезонного и суточного распределения интенсивности солнечной радиации экспериментально подтверждены на модели смарт-окна с двойным остеклением [19]. Экспериментальные данные хорошо согласуются с результатами расчётов. Несмотря на то, что смарт-окна с поглощающими, отражающими или рассеивающими полосами, нанесёнными на поверхность стекла на постоянной основе, рассмотренные в [15–18], оптимально регулируют светопропускание в светлое время суток в течение всего года, они не могут быть применены в обычных окнах из-за постоянного ограничения видимости через них. Их можно использовать лишь в световых проёмах, предназначенных для пропускания солнечного света в необходимом количестве в течение суток, например, в световых люках на крыше, в промышленных зданиях. «Непропускающие» полосы предпочтительно должны быть изготовлены из хромогенных материалов, которые активизируются (становятся непрозрачными) при достижении достаточно высокой температуры (термохромные материалы окрашиваются, термотропные материалы начинают рассеивать свет), при повышении интенсивности коротковолнового диапазона спектра солнечного излучения (фотохромные материалы), при принудительном изменении концентрации водорода внутри стеклопакета (газохромные окна). Многослойные электрохромные стёкла, а также стёкла с жидкими кристаллами и взвешенными частицами прозрачны при подаче слабого электрического напряжения, без напряжения они непрозрачны. Светопропускание всех этих видов современных смарт-стекла при неактивном состоянии незначительно меньше, чем у обычных стёкол. Таким образом, при низкой температуре, или низкой интенсивности солнечной радиации (зимой, а также в утреннее и вечернее время), или при отключённом напряжении смарт-окна со встроенными фильтрами будут прозрачными [19]. Современные смарт-стекла полностью покрывают всю площадь окна, в результате, когда окно переключается в непрозрачный режим, оно перестаёт пропускать не только прямое солнечное излучение, но также рассеянное и отражённое излучение. Однако для комфортного дневного освещения и инсоляции в помещении желательно защитить его только от прямых солнечных лучей, пропуская рассеянный свет неба и свет, отражённый от поверхности Земли и окружающих зданий [19]. Именно такую функцию и обеспечивают смарт-окна со встроенными фильтрами, при этом их угловые и временные характеристики с чередующимися диапазонами с максимальным, уменьшающимся, минимальным и увеличивающимся светопропусканием можно предварительно рассчитать, чтобы динамически адаптировать к положению Солнца, избегая максимумов и минимумов светопропускания в нежелательное время дня.

2. Метод расчёта фильтра

Оптимальные геометрические параметры фильтра определяются для минимизации светопропускания окна в конкретную дату и время суток при заданных значениях широты и долготы здания, азимута ориентации окна, расстояния между решётками, показателя преломления и натурального коэффициента поглощения стекла. Угол наклона решёток фильтра определяется на основе метода [17], включающего: (1) вычисление высот и азимутов Солнца для выбранной даты (для дня максимальной солнечной радиации или середины самого жаркого периода года) и определение траектории движения Солнца относительно окна в течение светового дня; (2) линейную аппроксимацию траектории Солнца в выбранном интервале времени светового дня; (3) определение угла наклона решёток как угла между аппроксимирующей и горизонтальной линиями.

При сложной траектории движения Солнца для расчёта параметров фильтра определяется проекция угла θ между лучом, прошедшим через входную решётку (на рис. 2 этот угол принадлежит плоскости падения ε), и перпендикуляром к плоскости окна на плоскость ε' , перпендикулярную к полосам решёток. Для одинарного остекления этот угол равен углу преломления $\theta = \arcsin(\sin \Theta / n)$, для двойного – углу падения $\theta = \Theta$. Проекция угла преломления или падения определяется по формуле

$$\theta' = \arctan \left(\left\{ \sqrt{x^2 + y^2} \cos \left[\gamma - \arctan(x/y) \right] \right\} / s \right), \quad (1)$$

где x и y – координаты следа точки падения, оставляемого на выходной поверхности.

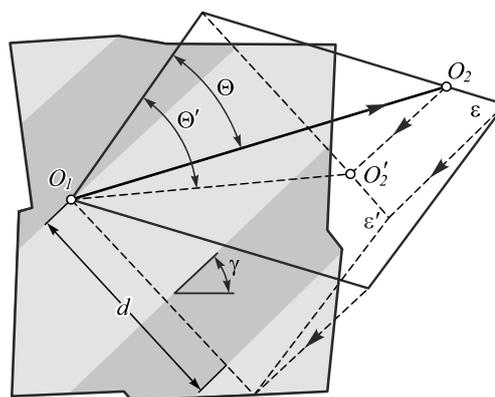


Рис. 2. Проекция θ' угла преломления (падения) θ на плоскость, перпендикулярную к полосам решёток

На рис. 3 показана схема смарт-окна с наклонными решётками, адаптированными к траектории движения Солнца по отношению к окну, и координаты следов точки падения O_1 при характеристическом (O_c) и произвольном (O_2) углах падения.

Для выбранной расчётной даты координаты следа точки падения рассчитываются при одинарном и двойном остеклении, соответственно, по формулам

$$x = s \tan \left[(A - A_0) \frac{\arcsin \left(\sin \frac{\Theta}{n} \right)}{\Theta} \right],$$

$$y = \frac{s \tan \left[\arcsin \left(\sin \frac{\Theta}{n} \right) - (A - A_0) \frac{\arcsin \left(\sin \frac{\Theta}{n} \right)}{\Theta} \right]}{\cos \left[(A - A_0) \frac{\arcsin \left(\sin \frac{\Theta}{n} \right)}{\Theta} \right]}, \quad (2)$$

$$x = s \tan(A - A_0),$$

$$y = - \left[s \frac{\tan(\Theta - |A - A_0|)}{\cos(A - A_0)} \right],$$

где A – азимут Солнца, град; A_0 – азимут ориентации окна, град; n – показатель преломления стекла.

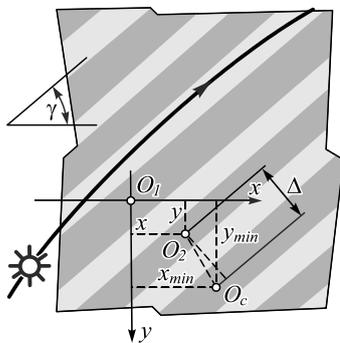


Рис. 3. Схема смарт-окна с наклонными решётками

Для расчёта характеристического угла по формуле (1) берутся значения $x = x_{\min}$ и $y = y_{\min}$, рассчитываемые по формулам (2) при значениях азимута Солнца и угла падения, соответствующих времени максимальной солнечной радиации, когда направленное светопропускание окна должно иметь минимальное значение. Тогда характеристический угол равен

$$\Theta_c = \arctan \left(\sqrt{x_{\min}^2 + y_{\min}^2} \times \arctan \left(\frac{x_{\min}}{y_{\min}} \right) \right) \times \cos \left[\gamma - \frac{\arctan \left(\frac{x_{\min}}{y_{\min}} \right)}{s} \right]. \quad (3)$$

Расположение полос решёток на рис. 3 соответствует характеристическому углу падения – точка падения O_1 находится в середине пропускающей полосы входной решётки, а её след O_c – в середине непропускающей полосы выходной решётки. Сдвиг Δ между следами входной решётки фильтра на плоскости выходной решётки при характеристическом угле

Θ_c и произвольном угле падения Θ (расстояние между точками O_2 и O_c на рис. 1 или проекция этого расстояния на плоскость, перпендикулярную к полосам решёток, на рис. 3) рассчитывается по формуле

$$\Delta = \sqrt{x_{\min}^2 + y_{\min}^2} \cdot \cos \left[\gamma - \arctan \left(\frac{x_{\min}}{y_{\min}} \right) \right] - \sqrt{x^2 + y^2} \cos \left[\gamma - \arctan \frac{x}{y} \right]. \quad (4)$$

Ширины полос c_1, c_2, c_3 и c_4 рассчитываются по методу, приведённому в [17] (первые две формулы для одинарного и двойного остекления соответственно)

$$c_3 = \frac{2s \sin \Theta_c}{\sqrt{n^2 + \sin^2 \Theta_c}} - \frac{2s \sin \Theta_{av}}{\sqrt{n^2 + \sin^2 \Theta_{av}}},$$

$$c_3 = 2s \tan \Theta_c - 2s \tan \Theta_{av},$$

$$c_4 = c_3 \frac{1 - \tau_{\max}}{\tau_{\max}}, \quad (5)$$

$$c_2 = c_3 - \tau_{\min} (c_3 + c_4),$$

$$c_1 = c_3 + c_4 - c_2,$$

где Θ_{av} – заданный средний угол ($\Theta_{av} < \Theta_c$), соответствующий среднему значению коэффициента светопропускания ($\tau_{av} = 0,5(\tau_{\min} + \tau_{\max})$); τ_{\min} и τ_{\max} – заданные минимальные и максимальные теоретические значения светопропускания фильтра.

Теоретическая угловая характеристика фильтра (зависимость коэффициента направленного светопропускания от угла падения солнечных лучей или соответствующего времени суток) состоит [15–17] из чередующихся диапазонов с постоянным максимальным, уменьшающимся, постоянным минимальным и увеличивающимся коэффициентом светопропускания. В диапазонах с минимальным и максимальным коэффициентом направленного светопропускания она рассчитывается, соответственно, по формулам

$$\tau_{\min} = \frac{c_1 - c_4}{c_1 + c_2}, \quad \tau_{\max} = \frac{c_3}{c_1 + c_2}. \quad (6)$$

Диазоны с уменьшающимся и увеличивающимся светопропусканием рассчитываются по формуле

$$\tau = \frac{|\Delta| - 0,5c_2 + 0,5c_3}{c_1 + c_2}. \quad (7)$$

Реальный (скорректированный) коэффициент направленного светопропускания τ , рассчитывается с учетом отражения по уравнениям Френеля и поглощения по закону Бугера–Ламберта

$$\tau_r = \tau \left(1 - 0,5 \left\{ \frac{\sin^2 [\Theta - \arcsin(\sin \Theta/n)]}{\sin^2 [\Theta + \arcsin(\sin \Theta/n)]} + \frac{\tan^2 [\Theta - \arcsin(\sin \Theta/n)]}{\tan^2 [\Theta + \arcsin(\sin \Theta/n)]} \right\} \right)^q \exp \left(-\alpha b \sqrt{1 + \sin^2 \Theta} \right), \quad (8)$$

где α – натуральный коэффициент поглощения стекла, мм^{-1} ; q – показатель степени (равен 2, 4 и 6 для одинарного, двойного и тройного остекления соответственно); b – суммарная толщина слоёв остекления, мм .

3. Метод расчёта дифракции на двух решётках фильтра

Угол падения Θ солнечных лучей на плоскость окна непрерывно изменяется и зависит от высоты стояния Солнца h и его азимута A . В случае вертикального окна угол падения можно вычислить по частному случаю первой теоремы косинусов для трёхгранного угла, когда двухгранный угол напротив искомого плоского угла Θ равен 90° (между вертикальной плоскостью, проходящей через падающий луч, и горизонтальной азимутальной плоскостью) $\cos \Theta = \cos h \cdot \cos(A - A_0)$, где разность азимутов Солнца и окна $A - A_0$ представляет собой азимут Солнца относительно окна при данном его положении на небе (в данный момент времени суток). Для выбранной расчётной даты высота и азимут Солнца вычисляются на онлайн-калькуляторе по заданным значениям широты и долготы здания (например, на сайте <https://planetcalc.ru/320/>).

Как известно [14], при наклонном падении пучка параллельных лучей на решётку дифракционная картина наблюдается на плоскости, перпендикулярной к падающим лучам. В простейшем случае, когда угол падения пучка лучей на плоскость решётки изменяется, а направление пучка всегда остаётся перпендикулярным к щелям дифракционной решётки (рис. 1), период решётки d уменьшается согласно формуле $d' = d \cdot \cos \Theta$ [14]. Однако в рассматриваемом случае необходимо учитывать, что углы падения солнечных лучей одновременно изменяются как в азимутальной (горизонтальной), так и в вертикальной плоскости, проходящей через падающий луч. Кроме того, решётки расположены под углом γ к горизонтали.

Периоды входной и выходной решёток фильтра равны $d = c_1 + c_2 = c_3 + c_4$. Дифракционная картина после прохождения пучка параллельных лучей через входную решётку будет наблюдаться при уменьшении периода этой решётки по формуле $d' = d \cdot \cos \Theta'$ (рис. 4).

Ширины полос входной решётки уменьшаются пропорционально. При наклонном падении пучка параллельных лучей ширина пропускающей полосы и период решётки (после преобразований с учётом формулы (1)) будут, соответственно, составлять

$$c'_1 = \frac{c_1 s}{\sqrt{s^2 + \cos^2 \left[\gamma - \arctan \left(\frac{x}{y} \right) \right] (x^2 + y^2)}}, \quad (9)$$

$$d' = \frac{ds}{\sqrt{s^2 + \cos^2 \left[\gamma - \arctan \left(\frac{x}{y} \right) \right] (x^2 + y^2)}}$$

где координаты x и y при одинарном и двойном остеклении вычисляются по соответствующим формулам (2).

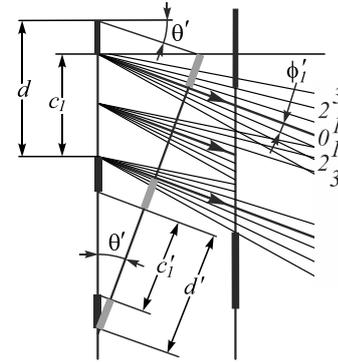


Рис. 4. Схема дифракции на входной решётке фильтра

На рис. 4 плоскость падения солнечного луча в данный момент времени (плоскость ϵ на рис. 2) спроецирована на плоскость, перпендикулярную к полосам решёток (плоскость ϵ' на рис. 2). Условно показаны направления максимумов интенсивности до третьего порядка и проекция ϕ_1' угла дифракции, соответствующего максимуму первого порядка.

Согласно формуле для дифракционных решёток [20], после прохождения солнечного света через входную решётку с количеством щелей, т.е. пропускающих полос, N , интенсивность света $I(\phi)$ при угле дифракции ϕ будет равна

$$I(\phi) = I_0 \left[\frac{\sin \left(\frac{\pi c'_1 \sin \phi}{\lambda} \right)}{\left(\frac{\pi c'_1 \sin \phi}{\lambda} \right)} \right]^2 \times \left[\frac{\sin \left(\frac{N \pi d' \sin \phi}{\lambda} \right)}{\sin \left(\frac{\pi d' \sin \phi}{\lambda} \right)} \right]^2, \quad (10)$$

где I_0 – интенсивность света в направлении главного дифракционного максимума; λ – длина волны.

При определении коэффициента направленного светопропускания по формулам (6) и (7) с последующей коррекцией по формуле (8) дифракция не учитывается. Понятие «направленное светопропускание» допустимо только при очень малых углах дифракции ϕ , которые могут наблюдаться при значительном превышении периода решётки над длиной волны. Расчёты показывают [15, 17], что периоды решёток оптических фильтров для окон превышают длины волн видимого излучения на четыре порядка при одинарном остеклении и на пять порядков при двойном остеклении. В соответствии с формулой $d' = d \cdot \cos \Theta'$ влияние дифракции усиливается при увеличении углов падения солнечных лучей на окно, особенно при приближении к «скользящим» лучам, т.е. к углам падения 90° . Однако при таких углах падения прошедшие через оконную конструкцию солнечные лучи попадают в зону непосредственной близости к окну и необходимость регулирования светопропускания отсутствует.

Направления максимумов интенсивности определяются из условия [21] $d'(\sin \phi_m - \sin \theta) = m\lambda$, где m – порядок максимума. Это выражение справедливо для неограниченной решётки, однако в оконных конструкциях количество периодов достаточно большое и составляет порядка 50 при двойном остеклении и 375 при одинарном остеклении. Соответствующая углу дифракции ϕ_m интенсивность вычисляется по формуле (10).

При значительном превышении периода решётки над длиной световой волны и, соответственно, при малых углах дифракции полная интенсивность после прохождения входной решётки [21] равна $I_{\text{прош1}} = c_1 I_{\text{пад}}/d$. Эта интенсивность складывается из интенсивности света в направлении главного максимума и интенсивности дифрагированного света $I_{\text{прош1}} = I_0 + I_{\text{диф}}$, где $I_0 = (c_1/d)^2 I_{\text{пад}}$. Тогда полная интенсивность прошедшего света [19] равна

$$I_{\text{прош1}} = \left(\frac{c_1^2}{d_1^2} + \frac{2}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \sin^2 \frac{\pi m c_1}{d} \right) I_{\text{пад}}, \quad (11)$$

где второе слагаемое в скобках показывает долю дифрагированного света.

Интенсивность дифрагированного света связана с интенсивностью $I_{\text{пад}}$ падающего на входную решётку света соотношением

$$I_{\text{диф1}} = \frac{c_1(d - c_1)}{d^2} I_{\text{пад}}. \quad (12)$$

Максимальная интенсивность дифрагированного света по этому выражению достигается при $c_1 = 0,5d$, т.е. когда ширины пропускающих и непропускающих полос решётки равны $c_1 = c_2$.

При малых углах дифракции солнечное излучение, прошедшее через входную решётку, можно считать направленным (не рассеянным). Для оконных конструкций рассеянный дифрагированный свет допустим ввиду того, что при необходимости защиты от солнечного излучения невозможно одновременно обеспечивать хорошую видимость через окно.

Распространение параллельного пучка света, прошедшего через решётку, можно считать прямолинейным и подчиняющимся геометрической оптике на расстояниях от решётки $r \ll D^2/\lambda$, где D – диаметр пучка. Для реальных оконных конструкций и расстояний между входной и выходной решётками фильтра это неравенство полностью удовлетворяется.

Дифрагированный на входной решётке свет частично проходит через пропускающие полосы выходной решётки (рис. 4), остальная часть блокируется непропускающими полосами. Соответственно, уменьшается коэффициент светопропускания, вычисленный по формулам (6) и (7) с коррекцией по формуле (8). Оценим снижение коэффициента светопропускания из-за дифракции на расстояниях максимальной длины волны видимого излучения 780 нм от

двух краёв непропускающей полосы выходной решётки в пределах одного её периода. При больших расстояниях влиянием дифракции можно пренебречь. Интенсивность дифрагированного света уменьшится по сравнению с рассчитанной по формуле (12) на величину $(2 \times 780/d)^2 I_{\text{пад}}$. Тогда интенсивность света, дифрагированного на входной решётке и проходящего через выходную решётку, равна (при размерности длины в мм)

$$I_{\text{диф1}} = \frac{c_1(d - c_1) - 2,4336 \times 10^{-6}}{d^2} I_{\text{пад}}. \quad (13)$$

Таким образом, из формул (11)–(13) следует, что интенсивность света, прошедшего через входную решётку и доходящего до выходной решётки с учётом дифракционных потерь, равна

$$I_{\text{прош1}} = \left(\frac{c_1^2 + c_1 c_2 - 2,4336 \times 10^{-6}}{d^2} \right) I_{\text{пад}}. \quad (14)$$

Без учёта дифракционных потерь

$$I_{\text{прош1}} = \left(\frac{c_1^2 + c_1 c_2}{d^2} \right) I_{\text{пад}}. \quad (15)$$

Отношение выражений в скобках в формулах (14) и (15) показывает уменьшение коэффициента светопропускания фильтра из-за дифракции на входной решётке.

Проекция расстояния 780 нм от края непропускающей полосы выходной решётки на плоскость рис. 4 при расстоянии s между решётками фильтра равна

$$7,8 \times 10^{-4} \cos \theta' = s [\tan(\theta' + \phi') - \tan \theta']. \quad (16)$$

Тогда проекция ϕ' угла дифракции ϕ на расстоянии 780 нм от края полосы определяется как

$$\phi' = \arctan \left(7,8 \times 10^{-4} \cos \frac{\theta'}{s} + \tan \theta' \right) - \theta'. \quad (17)$$

Угол дифракции ϕ определяется из последней формулы (2)

$$y - 7,8 \times 10^{-4} = - \frac{s \tan(\Theta + \phi - |A - A_0|)}{\cos(A - A_0)}, \quad (18)$$

откуда

$$\phi = \arctan \left[\frac{-\cos(A - A_0)(y - 7,8 \times 10^{-4})}{s} \right] - \Theta + |A - A_0|. \quad (19)$$

Из условия $d' \sin \phi_m = \pm m\lambda$ определяются порядки максимумов интенсивности в пределах угла ϕ . По формуле (10) определяются соответствующие максимумы интенсивности и интенсивность в направлении угла ϕ .

Реальный коэффициент направленного светопропускания, рассчитываемый по формуле (10), равен отношению интенсивности, прошедшей через выходную решётку, к интенсивности, падающей на входную решётку $\tau_r = I_{\text{прош1}}/I_{\text{пад}}$ (без учёта потерь дифрагированного света на краях непр пропускающих полос выходной решётки). При учёте дифракции по формулам (14) и (15) в формуле (10) для расчёта коэффициента светопропускания добавляется соответствующий (дифракционный) множитель

$$\tau_r = \tau \left\{ 1 - 0,5 \left[\frac{\sin^2 [\Theta - \arcsin(\sin \Theta/n)]}{\sin^2 [\Theta + \arcsin(\sin \Theta/n)]} \right] + \frac{\tan^2 [\Theta - \arcsin(\sin \Theta/n)]}{\tan^2 [\Theta + \arcsin(\sin \Theta/n)]} \right\}^q \times \exp \left(-\alpha b \sqrt{\frac{1 + \sin^2 \Theta}{n^2 - \sin^2 \Theta}} \right) \left(1 - \frac{2,4336 \times 10^{-6}}{c_1 c_2} \right). \quad (20)$$

Дифракция на выходной решётке не влияет на значение коэффициента светопропускания, однако доля дифрагированного (рассеянного) света увеличится. По формуле (20) оцениваются дифракционные пределы углов падения и ширин пропускающих и непр пропускающих полос входной решётки, при которых влиянием дифракционного множителя можно пренебречь.

4. Результаты расчёта

Геометрические параметры фильтра определены по методу, приведённому в параграфе 2, для г. Оренбурга (51°47'00"N, 55°06'00"E, UTC+05:00) для 15.06.2018 (день максимальной солнечной радиации в г. Оренбурге) и 11 ч 30 мин (время максимальной солнечной радиации в г. Оренбурге) для окна с двойным остеклением при его азимуте 120° и расстоянии между решётками $s=16$ мм. Высота и азимут Солнца рассчитаны относительно 10 ч 49 мин, когда азимуты Солнца и окна равны ($A=A_0$), через каждый час/полчаса с 6 ч 49 мин до 12 ч 19 мин. Линейная аппроксимация траектории Солнца проведена в интервале времени от 7 ч 49 мин до 12 ч 19 мин. Оптимальный угол наклона решёток фильтра составляет $\gamma = 42^\circ$.

По формуле (3) определён характеристический угол фильтра $\Theta_c = 28,71^\circ$ при $x = x_{\text{min}} = 3,688$ мм и $y = y_{\text{min}} = -15,1118$ мм, рассчитанных по формулам (2) для момента времени максимальной солнечной радиации 11 ч 30 мин. Ширины полос решёток фильтра рассчитаны по формулам (5) при $\Theta_{\text{ав}} = 19,807^\circ$, $\tau_{\text{min}} = 0,45$ и $\tau_{\text{max}} = 0,7$: $c_1 = 6,4286$; $c_2 = 2,1429$; $c_3 = 6$ и $c_4 = 2,5714$ мм.

По методу, приведённому в параграфе 3, оценено влияние дифракции на светопропускание оптического фильтра с определёнными выше параметрами. При углах падения солнечных лучей более 70° резко воз-

растает коэффициент отражения, а также прошедшие лучи попадают в зону около окна, т.е. необходимости регулирования светопропускания нет. При принятых выше расчётных параметрах в 12 ч 49 мин угол падения составляет $\Theta = 69,9842^\circ$. При этом угле падения ширина пропускающей полосы входной решётки и период решётки по формулам (2) и (9) равны $c'_1 = 6,3193$ и $d' = 8,4258$ мм.

Полная интенсивность света, прошедшего через входную решётку, по формуле $I_{\text{прош1}} = c_1 I_{\text{пад}}/d$ равна $I_{\text{прош1}} = 0,75 I_{\text{пад}}$. Она складывается из интенсивности света в направлении главного максимума и интенсивности дифрагированного света (по формулам (11) и (12)) $I_0 = 0,5625 I_{\text{пад}}$ и $I_{\text{диф}} = 0,1875 I_{\text{пад}}$.

Угол дифракции на расстоянии 780 нм от края непр пропускающей полосы выходной решётки по формуле (19) равен $\phi = 0,0017^\circ$. Максимумы первого и второго порядков из условия $d' \sin \phi_m = \pm m \lambda$ при $\lambda = 780$ нм составляют $\phi_1 = 0,0053^\circ$ и $\phi_2 = 0,0106^\circ$. Т.е. в пределах угла ϕ нет максимумов интенсивности, кроме главного максимума. Вычисленные по формуле (10) при $N = 50$ интенсивности, соответствующие углам дифракции ϕ , ϕ_1 и ϕ_2 , равны $I(\phi) = 0,5849 I_0$, $I(\phi_1) = 0,0169 I_0$ и $I(\phi_2) = 0,0132$.

Главный дифракционный максимум является резким (75% от полной интенсивности света, прошедшего через входную решётку) и узким – порядка длины волны на плоскости выходной решётки (из сравнения угла дифракции $\phi = 0,0017^\circ$ и направления минимума между максимумами нулевого и первого порядков $\phi/2 = 0,00265^\circ$).

Сдвиг между следами входной решётки фильтра на плоскости выходной решётки при характеристическом угле Θ_c и угле падения $\Theta = 69,9842^\circ$ по формуле (4) равен $\Delta = 11,78$ мм. Теоретический коэффициент светопропускания по формуле (7) равен $\tau = 0,5973$.

По формулам (8) и (20) рассчитан реальный коэффициент светопропускания без учёта и с учётом дифракции. В обоих случаях они равны $\tau_r = 0,3783$. Коэффициенты практически не различаются, т.к. дифракционный множитель в формуле (20) составляет 0,9999998. При угле падения $\Theta = 69,9842^\circ$ значение дифракционного множителя в формуле (20) было бы сравнимым с произведением второго и третьего множителей, оценивающих вклад отражения и поглощения, при значениях ширин полос в несколько нанометров, что невозможно в рассматриваемых оконных конструкциях. При принятых для расчёта значениях ширин полос при углах падения 85° , 87° и 89° реальный коэффициент светопропускания без учёта и с учётом дифракции составляет, соответственно, 0,0848, 0,0365 и 0,0050, т.е. при приближении к углу падения 90° коэффициент стремится к нулю.

Для окна с одинарным остеклением при расстоянии между решётками (толщине стекла) $s = 4$ мм и ширинах полос решёток фильтра $c_1 = 3$; $c_2 = 1$; $c_3 = 2,5$

и $c_4 = 1,5$ мм (фильтр с такими параметрами рассмотрен в [15]) значение дифракционного множителя в формуле (20) составляет 0,9999992 и влиянием дифракции также можно пренебречь.

Заключение

Двухрешёточные оптические фильтры для смарт-окон исследованы на предмет влияния дифракции на коэффициент их направленного светопропускания. Такие фильтры функционируют в условиях непрерывного изменения углов падения солнечных лучей при сложной траектории движения Солнца относительно окна. Для таких условий разработан метод расчёта дифракции солнечного света при последовательном прохождении его через входную и выходную решётки фильтра. Для оценки уменьшения коэффициента направленного светопропускания фильтра из-за влияния дифракции в расчётную формулу введён дополнительный множитель. Значения дифракционного множителя, полученные при расчётах для смарт-окон с одинарным или двойным остеклением при обычных для них эксплуатационных условиях, позволяют считать, что влиянием дифракции на светопропускание решёточного фильтра можно пренебречь. При приближении угла падения солнечных лучей к 90° относительный период обеих решёток фильтра уменьшился бы, и влияние дифракции стало бы значительным, однако такие углы падения конструктивно невозможны из-за углубления оконных проёмов в стену здания. К тому же при углах падения более 70° резко возрастает коэффициент отражения, а также прошедшие лучи попадают в зону около окна, т.е. усиление влияния дифракции не будет препятствием для использования решёточных оптических фильтров в окнах.

Литература

1. **Lemarchand, F.** Increasing the angular tolerance of resonant grating filters with doubly periodic structures / F. Lemarchand, A. Sentenac, H. Giovannini // *Optics Letters*. – 1998. – Vol. 23. – P. 1149-1151. – DOI: 10.1364/OL.23.001149.
2. **Sentenac, A.** Angular tolerant resonant grating filters under oblique incidence / A. Sentenac, A.-L. Fehrembach // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2005. – Vol. 22. – P. 475-480. – DOI: 10.1364/JOSAA.22.000475.
3. **Chen, C.-H.** Wide-field-of-view GaAs/Al_xO_y one-dimensional photonic crystal filter / C.-H. Chen, K. Tetz, W. Nakagawa, Y. Fainman // *Applied Optics*. – 2005. – Vol. 44. – P. 1503-1511. – DOI: 10.1364/AO.44.001503.
4. **Yang, F.** Integrated 2D photonic crystal stack filter fabricated using nanoreplica molding / F. Yang, G. Yen, B.T. Cunningham // *Optics Express*. – 2010. – Vol. 18. – P. 11846-11858. – DOI: 10.1364/OE.18.011846.
5. **Di Falco, A.** Optical metasurfaces with robust angular response on flexible substrates / A. Di Falco, Y. Zhao, A. Alu // *Applied Physics Letters*. – 2011. – Vol. 99. – P. 163110. – DOI: 10.1063/1.3655332.
6. **Стафеев, С.С.** Бинарные дифракционные решётки для управления поляризацией и фокусировкой лазерного

света [обзор] / С.С. Стафеев, А.Г. Налимов, Л. О'Фалейн, М.В. Котляр // *Компьютерная оптика*. – 2017. – Т. 41, № 3. – С. 299-314. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-3-299-314.

7. **Кадомина, Е.А.** Резонансные фотонно-кристаллические структуры с дифракционной решёткой для измерения показателя преломления среды / Е.А. Кадомина, Е.А. Безус, Л.Л. Досколович // *Компьютерная оптика*. – 2016. – Т. 40, № 2. – С. 164-172. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-2-164-172.
8. **Лушников, Д.С.** Расчёт и исследование угловой и спектральной селективностей для полнопараллаксных голограммных стереограмм / Д.С. Лушников, А.Ю. Жердев, В.В. Маркин, С.Б. Одинокоев, А.В. Смирнов // *Компьютерная оптика*. – 2016. – Т. 40, № 6. – С. 802-809. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-6-802-809.
9. **Chen, L.** Polarization and angular dependent transmissions on transferred nanomembrane Fano filters / L. Chen, Z. Qiang, H. Yang, H. Pang, Z. Ma, W. Zhou // *Optics Express*. – 2009. – Vol. 17. – P. 8396-8406. – DOI: 10.1364/OE.17.008396.
10. **Yang, F.** Optical characterization of liquid crystals by means of half-leaky guided modes / F. Yang, J.R. Sambles // *Journal of the Optical Society of America B*. – 1993. – Vol. 10. – P. 858-866. – DOI: 10.1364/JOSAB.10.000858.
11. **Jahan, F.** Investigation of angular selective optical properties of silver/titanium oxide cermet thin films / F. Jahan, G.B. Smith // *Thin Solid Films*. – 1998. – Vol. 333. – P. 185-190. – DOI: 10.1016/S0040-6090(98)00844-X.
12. **Palmer, S.** Angular selective optical properties of thin films: Measurement of polar and azimuthal transmittance / S. Palmer, G.W. Mbise, G.A. Niklasson, C.G. Granqvist // *Solar Energy Materials and Solar Cells*. – 1996. – Vol. 44. – P. 397-403. – DOI: 10.1016/S0927-0248(95)00176-X.
13. **Дюрелли, А.** Анализ деформаций с использованием мурара / А. Дюрелли, В. Паркс; пер. с англ. – М.: Мир, 1974. – 359 с.
14. **Ландсберг, Г.С.** Элементарный учебник физики. Т. 3. Колебания и волны. Оптика. Атомная и ядерная физика / Г.С. Ландсберг. – 13-е изд. – М.: Физматлит, 2003. – 656 с.
15. **Закируллин, Р.С.** Оптический фильтр с угловой селективностью светопропускания / Р.С. Закируллин // *Оптический журнал*. – 2013. – Т. 80, Вып. 8. – С. 16-24.
16. **Zakirullin, R.S.** Creating optical filters with angular-selective light transmission / R.S. Zakirullin // *Applied Optics*. – 2015. – Vol. 54, Issue 21. – P. 6416-6419. – DOI: 10.1364/AO.54.006416.
17. **Zakirullin, R.S.** Optimized angular selective filtering of direct solar radiation / R.S. Zakirullin // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2018. – Vol. 35, Issue 9. – P. 1592-1598. – DOI: 10.1364/JOSAA.35.001592.
18. **Zakirullin, R.S.** Optical filter for smart windows with angle-selective light transmission / R.S. Zakirullin // *Journal of Optical Technology*. – 2019. – Vol. 86, Issue 5. – P. 278-283. – DOI: 10.1364/JOT.86.000278.
19. **Zakirullin, R.S.** A smart window for angular selective filtering of direct solar radiation / R.S. Zakirullin // *Journal of Solar Energy Engineering, Transactions of the ASME*. – 2019. – Vol. 142, Issue 1. – P. 011001. – DOI: 10.1115/1.4044059.
20. **Стюард, И.Г.** Введение в фурье-оптику: Пер. с англ. / И.Г. Стюард. – 13-е изд. – М.: Мир, 1985. – 182 с.
21. **Сивухин, Д.В.** Общий курс физики. Т. 4. Оптика / Д.В. Сивухин. – М.: Наука, 1980. – 752 с

Сведения об авторе

Закируллин Рустам Сабирович в 1983 году с отличием окончил Оренбургский политехнический институт. Доктор технических наук по специальности «Оптика» (2017 г.), доцент (2002 г.), работает профессором в Оренбургском государственном университете. Член Международного общества оптики и фотоники SPIE. Советник Российской академии архитектуры и строительных наук (РААСН). Специалист в области геометрической оптики, преобразования солнечной энергии, автоматизации и оптимизации технологических процессов. Автор 75 статей, 3 монографий, 4 авторских свидетельств и патентов.

Страница в интернете: <http://osu.ru/doc/1041/kaf/5729/prep/327>. E-mail: rustam.zakirullin@gmail.com.

ГРНТИ: 29.31.29

Поступила в редакцию 26 октября 2019 г. Окончательный вариант – 17 апреля 2020 г.

Diffraction in grating optical filters with angular-selective light transmission

R.S. Zakirullin¹

¹Orenburg State University, Orenburg, Russia

Abstract

The effect of diffraction on the directional light transmittance of grating optical filters designed for smart windows is studied. The filter has an angular selective light transmission due to two thin-film gratings formed by "non-transmissive" (absorptive, reflective or scattering) parallel strips on the surfaces of a single or double glazed window. Methods are considered for calculating the optimal slope angle of two filter's gratings, their relative position on the opposite window surfaces and the widths of the strips of both gratings to minimize light transmission on a specific date and time of day for a given latitude and longitude of the building and azimuth of the window. A method has been developed for calculating the diffraction at the input and output gratings of the filter with regard for a complex movement of the Sun relative to the window and a corresponding change in the incidence angle of the solar beams on the gratings. To evaluate a decrease in the light transmittance of the filter due to diffraction, an additional factor is introduced into the calculation equation. Geometric parameters of the filters and diffraction are calculated. The values of the diffraction factor are 0.9999992 and 0.9999998 for single or double glazed windows, respectively, i.e., the influence of diffraction on the light transmittance of the grating filter can be neglected.

Keywords: diffraction, diffracted light, gratings, filters, thin films, grating optical filter, angular selective light transmission, directional light transmittance.

Citation: Zakirullin RS. Diffraction in grating optical filters with angular-selective light transmission. *Computer Optics* 2020; 44(3): 343-351. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-654.

References

- [1] Lemarchand F, Sentenac A, Giovannini H. Increasing the angular tolerance of resonant grating filters with doubly periodic structures. *Opt Lett* 1998; 23: 1149-1151. DOI: 10.1364/OL.23.001149.
- [2] Sentenac A, Fehrembach A-L. Angular tolerant resonant grating filters under oblique incidence. *J Opt Soc Am A* 2005; 22: 475-480. DOI: 10.1364/JOSAA.22.000475.
- [3] Chen C-H, Tetz K, Nakagawa W, Fainman Y. Wide-field-of-view GaAs/Al_xO_y one-dimensional photonic crystal filter. *Appl Opt* 2005; 44: 1503-1511. DOI: 10.1364/AO.44.001503.
- [4] Yang F, Yen G, Cunningham BT. Integrated 2D photonic crystal stack filter fabricated using nanoreplica molding. *Opt Express* 2010; 18: 11846-11858. DOI: 10.1364/OE.18.011846.
- [5] Di Falco A, Zhao Y, Alu A. Optical metasurfaces with robust angular response on flexible substrates. *Appl Phys Lett* 2011; 99: 163110. DOI: 10.1063/1.3655332.
- [6] Stafeev SS, Nalimov AG, O'Faolain L, Kotlyar MV. Binary diffraction gratings for controlling polarization and phase of laser light [review]. *Computer Optics* 2017; 41(3): 299-314. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-3-299-314.
- [7] Kadomina EA, Bezus EA, Doskolovich LL. Resonant photonic-crystal structures with a diffraction grating for refractive index sensing. *Computer Optics* 2016; 40(2): 164-172. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-2-164-172.
- [8] Lushnikov DS, Zherdev AY, Markin VV, Odinkov SB, Smirnov SV. Calculation of angular and spectral selectivity for full-parallax holographic stereograms. *Computer Optics* 2016; 40(6): 802-809. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-6-802-809.
- [9] Chen L, Qiang Z, Yang H, Pang H, Ma Z, Zhou W. Polarization and angular dependent transmissions on transferred nanomembrane Fano filters. *Opt Express* 2009; 17: 8396-8406. DOI: 10.1364/OE.17.008396.
- [10] Yang F, Sambles JR. Optical characterization of liquid crystals by means of half-leaky guided modes. *J Opt Soc Am B* 1993; 10: 858-866. DOI: 10.1364/JOSAB.10.000858.
- [11] Jahan F, Smith GB. Investigation of angular selective optical properties of silver/titanium oxide cermet thin films. *Thin Solid Films* 1998; 333: 185-190. DOI: 10.1016/S0040-6090(98)00844-X.
- [12] Palmer S, Mbise GW, Niklasson GA, Granqvist CG. Angular selective optical properties of thin films: Measurement of polar and azimuthal transmittance. *Solar Energy Materials and Solar Cells* 1996; 44: 397-403. DOI: 10.1016/S0927-0248(95)00176-X.
- [13] Durelli AJ, Parks VJ. Moire analysis of strain. New Jersey: Prentice Hall; 1970.
- [14] Landsberg GS. Elementary physics textbook. Vol 3. Oscillations and waves. Optics. Atomic and nuclear physics [In Russian]. 13th ed. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2003.
- [15] Zakirullin RS. An optical filter with angular selectivity of the transmittance. *J Opt Technol* 2013; 80(8): 480-485. DOI: 10.1364/JOT.80.000480.
- [16] Zakirullin RS. Creating optical filters with angular-selective light transmission. *Appl Opt* 2015; 54(21): 6416-6419. DOI: 10.1364/AO.54.006416.
- [17] Zakirullin RS. Optimized angular selective filtering of direct solar radiation. *J Opt Soc Am A* 2018; 35(9): 1592-1598. DOI: 10.1364/JOSAA.35.001592.
- [18] Zakirullin RS. Optical filter for smart windows with angle-selective light transmission. *J Opt Technol* 2019; 86(5): 278-283. DOI: 10.1364/JOT.86.000278.
- [19] Zakirullin RS. A smart window for angular selective filtering of direct solar radiation. *Journal of Solar Energy Engineering, Transactions of the ASME* 2019; 142(1): 011001. DOI: 10.1115/1.4044059.

[20] Steward IG. Fourier optics: An introduction. Chichester: Ellis Horwood; 1983.

[21] Sivukhin DV. General course of physics. Vol 4. Optics [In Russian]. Moscow: "Nauka" Publisher; 1980

Author's information

Rustam Sabirovich Zakirullin graduated with honors (1983) from Orenburg Polytechnic Institute. Doctor of Technical Sciences in Optics (2017), Associate Professor (2002). He is a professor at Orenburg State University. He is a member of SPIE, the Advisor to the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences (RAACS). His current research interests include geometric optics, solar energy conversion, automation and optimization of technological processes. He authored 75 scientific papers, 3 monographs, 4 inventions and patents.

Website: <http://osu.ru/doc/1041/kaf/5729/prep/327>. E-mail: rustam.zakirullin@gmail.com.

Received October 26, 2019. The final version – April 17, 2020.
