

Построение моделей систем обмена информацией с дискретным и распределённым запаздыванием и задержанной обратной связью

В.А. Ермолаев¹, Ю.А. Кропотов¹, А.Ю. Проскуряков¹

¹ Муромский институт (филиал)

федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых», Муром, Россия

Аннотация

В работе исследуются вопросы построения моделей систем обмена информацией с дискретным и распределённым запаздыванием и задержанной обратной связью методами теории линейных функционально-дифференциальных уравнений. Показано, что при решении вышеуказанных уравнений учитываются ограничения, обусловленные неопределённостью моделируемой системы, которые заключаются в отсутствии точных сведений о параметрах элементов модели, их естественном разбросе и об изменениях во времени, что приводит к требованию решения задачи идентификации. Вводимые в работе модели с непрерывным последствием более полно учитывают характер отражённых сигналов в замкнутых пространствах, что повышает достоверность результатов моделирования по сравнению с известными дифференциально-разностными моделями. При этом возникает проблема нахождения функций, характеризующих распределение запаздывания эха по величине. В работе эти функции (ядра) аппроксимируются рядом экспонент, что упрощает уравнения и позволяет принять последствие сосредоточенным как на конечном, так и на бесконечном интервале. Компоненты эха, обусловленные резонансами замкнутых пространств, моделируются передаточными функциями соответствующих линейных звеньев. При численном моделировании рассматривалась одноканальная модель, представленная резонансным звеном второго порядка и ядром импульсной формы, описываемой суммой двух убывающих экспонент. Анализ устойчивости моделей систем с задержанной обратной связью решался частотным методом. В работе рассмотрен подход к оцениванию корреляционных и спектральных функций сигналов и компонент шумовых составляющих, основанный на параметрическом представлении последних. В работе рассмотрены вопросы прикладного значения результатов исследований.

Ключевые слова: функционально-дифференциальные уравнения, модель систем с задержанной обратной связью, эхо-сигналы, речевая связь, оповещение, аппроксимация функций распределения, распределённое запаздывание, идентификация.

Цитирование: Ермолаев, В.А. Построение моделей систем обмена информацией с дискретным и распределённым запаздыванием и задержанной обратной связью / В.А. Ермолаев, Ю.А. Кропотов, А.Ю. Проскуряков // Компьютерная оптика – 2020. – Т. 44, № 3. – С. 454-465. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-655.

Citation: Ermolaev VA, Kropotov YA, Proskuryakov AY. Identification of the acoustic signal models of audio exchange systems under interference and acoustic feedback conditions. Computer Optics 2020; 44(3): 454-465. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-655.

Введение

Построению моделей и исследованию свойств систем с непрерывным или дискретным запаздыванием в контурах обратной связи посвящена обширная литература. В области автоматического управления и регулирования – это монографии [1, 2]; задачи синхронизации, управления и идентификации рассматриваются при этом в работах [3–7]. Вопросы применения подобных моделей в связи, оптике и нейронных сетях освещаются в [8]. Сведения по литературе и принципам оптической связи в открытом пространстве можно также найти в [9].

В области лазерных систем [10–16] запаздывающая обратная связь играет определяющую роль в

формировании излучения: амплитуды, формы и частоты следования оптических импульсов. Пренебрежение квантовым характером электромагнитного поля позволяет в ряде случаев рассматривать подобные системы методами классической теории колебаний и волн, в том числе с привлечением теории динамического хаоса [17]. Самостоятельный интерес представляет задача визуализации поля скоростей газовых сред лазерным доплеровским методом [18, 19].

Особую значимость системам с запаздывающей обратной связью придаёт вариативность их возможностей в части построения моделей различных процессов, в частности, моделей релаксационных колебаний, присущих осцилляционным нейронным сетям, рассматриваемым в работах школы С.Д. Глызина и

А.Ю. Колесова (см., например, [20, 21]). Основу моделей этой школы, имеющих непосредственное отношение к решению задач популяционной экологии, эпидемиологии и нейрокомпьютерных технологий, образуют дифференциально-разностные уравнения.

Теория дифференциально-разностных и в последующем функционально-дифференциальных уравнений ведёт свое начало от работ А.Д. Мышкиса, представленных обобщающей книгой [22], развитие которой нашло выражение в [23]. Большое значение имела и работа Л.С. Понтрягина о нулях трансцендентных функций, так называемых квазимногочленов, опубликованная в 1942 году и решающая задачу устойчивости линейных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом. Дальнейшему развитию теории устойчивости систем с запаздыванием способствовала книга [24]. Значительный вклад как в теорию, так и в применение систем с запаздыванием внесён работами В.Б Колмановского – одного из авторов книги [23].

Представленная в книгах [25, 26] теория дифференциальных уравнений с дискретным запаздыванием (по терминологии [26] – с отклоняющимся аргументом) явилась причиной расширения круга объединённых математическим аппаратом задач как теоретического, так и прикладного характера. В частности, это привело к развитию теории дифференциальных уравнений с распределённым запаздыванием, т.е. теории функционально-дифференциальных уравнений [27]. Здесь следует отметить и работы школы Н.В. Азбелева, в частности, по абстрактной теории систем с запаздыванием.

Одной из первых по применению теории систем с дискретным запаздыванием явилась книга [28], в которой, что существенно, обсуждалась модель системы с акустической обратной связью. Представленная в упрощённой форме, эта модель не учитывает многие особенности распространения звука в атмосфере, его многолучевой характер, геометрию помещений или рельефа местности, характеристики акустических резонаторов, отражающих поверхностей и поглотителей звука. О некоторых из названных особенностей, в частности, о формировании многолучевого распространения и явления эха можно составить представление по коллективной монографии [29] и книге по акустике помещений [30].

О характеристиках реверберации в замкнутых помещениях и поглощающих звук резонаторах, определяющих в совокупности акустическое поле, говорится в работах [31, 32]. Проектированию и характеристикам поглотителей энергии колебаний, в том числе характеристикам поглощения и отражения, обеспечиваемым специальными материалами, посвящены работы [33–35]. Вопросы когерентного сложения звуковых волн при многолучевом распространении и метод матричного представления множества взаимосвязанных резонансов рассматриваются в работах [36, 37].

Конечно, применение моделей, построенных на подобных принципах, предполагает известными характеристики дискретного и/или непрерывного запаздывания распространяющихся волн звуковой или иной природы, что, в свою очередь, требует идентификации структуры связей системы, а также характера и параметров запаздывания. Такого рода задачи рассматриваются, например, в [38–41]. При распределённом запаздывании идентификация заключается в нахождении функции, аппроксимирующей запаздывание по некоторому критерию, например, по критерию наименьших квадратов, как в [42–44]. Немаловажный интерес, независимо от выбранного подхода к построению моделей систем с запаздыванием, представляют также и робастные методы преодоления неизбежных неопределённостей, подобных рассмотренным в работах [3–5].

При всем разнообразии известных результатов многие вопросы построения моделей систем с запаздывающей обратной связью остаются, тем не менее, открытыми. Это, в частности, вопросы теоретического анализа систем с распределённой обратной связью, аппроксимации распределений запаздывания по интенсивности; анализа возможных форм и условий возникновения автоколебаний при нестационарном или случайном характере распространения звуковых волн эха в помещении и нестационарном характере апертур (диаграмм направленности) источников и приёмников звуковых волн.

Механизм формирования запаздывающей обратной связи поясняется на рис. 1.

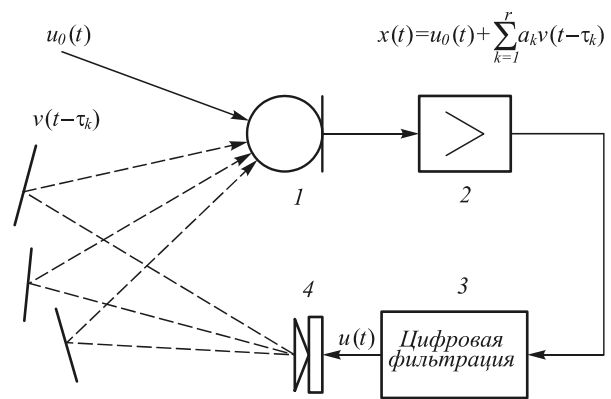


Рис. 1. Механизм формирования запаздывающей обратной связи

На рис. 1 элемент схемы 1 – устройство приёма входных сигналов, 2 – согласующее устройство, усилитель, 3 – цифровая фильтрация помех, компенсация запаздывающих сигналов, 4 – устройство излучения информационного сигнала.

Модель эха $u(t)$ в простейшем случае представляется линейной комбинацией запаздывающих копий излучаемого сигнала $v(t)$:

$$u(t) = \sum_{k=1}^r \alpha_k v(t - \tau_k), \tag{1}$$

где

$$v(t) = \int_0^t f(\theta) u_0(t - \theta) d\theta \div F(s) U_0(s).$$

Здесь, в модели (1), τ_k и α_k – время задержки и амплитуда запаздывающего сигнала, параметры запаздывающих копий, поступающих на вход приемника по k -пути, $f(\theta)$ – импульсная функция усилителя входного сигнала $u_0(t)$, значок \div является символом эквивалентности оригинала функции действительного аргумента её изображению, а r – число значимых путей распространения сигнала.

Модель (1), заданная дифференциально-разностным уравнением, справедлива лишь при дискретном распределении эха по величине запаздывания и отсутствии реверберации – ситуации, возникающей, например, при осуществлении озвучивания открытых пространств с небольшим числом удалённых отражателей.

Построение более точных моделей отражённых сигналов и систем с задержанной обратной связью позволяет получить представление о непрерывном распределении эха по величине задержки и о резонансных процессах реверберации.

Непрерывное распределение отражённых сигналов по величине задержки моделируется при этом ядрами детерминированных функционально-дифференциальных уравнений, а резонансные колебания среды распространения – передаточными функциями соответствующих резонаторов. В рассматриваемом линейном приближении проблема устойчивости систем с задержанной обратной связью решается частотными методами, которые обсуждаются на основании критериев Найквиста и Понтрягина. Проблема идентификации ядер считается решённой, например, методом наименьших квадратов. Приводятся уравнения, использованные при рассмотрении примеров простых систем.

Цель настоящей работы состоит в построении линейной модели с распределённой запаздывающей обратной связью, обобщающей известные по литературе модели с дискретным запаздыванием и позволяющей учесть характерные особенности многолучевого распространения звука в замкнутых помещениях: явление эха, наличие резонансов и реверберацию. В принципе, такая обобщающая модель применима не только к акустическим, но и к любым другим системам с распределённым запаздыванием в цепях обратной связи.

1. Модели эха и реверберации

Поставленную цель можно достичь в классе функционально-дифференциальных систем или систем с распределённым последствием, представляя распределение задержек сигналов непрерывными или обобщёнными функциями, а резонансные свойства среды распространения – резонансами систем с сосредоточенными параметрами. Схема соответствующей

шей модели приведена на рис. 2. На рисунке функции $g_k(\theta)$ аппроксимируют распределения задержек, а передаточные функции $H_k(s)$ – резонансные свойства среды распространения. При этом $g_k(\theta) > 0$ только в области значений $\theta \in [0, \theta_k]$. В противном случае они равны нулю.

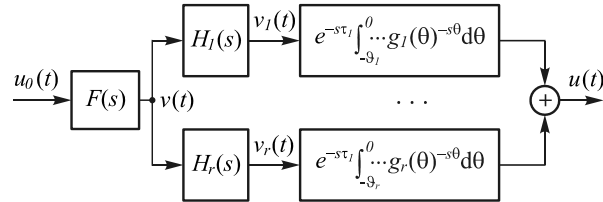


Рис. 2. Модель формирования эха, обусловленного последствием и реверберацией

Эта модель описывается функционально-дифференциальным уравнением

$$u(t) = \sum_{k=1}^r \int_{-\theta_k}^0 g_k(\theta) v_k(t - \tau_k + \theta) d\theta, \tag{2}$$

где $v_k(\theta) \div H_k(s) V(s)$ – сигнал на выходе резонаторного блока $H_k(s)$, $[0, \theta_k]$ – интервал значимой величины запаздывания звука, распространяющегося по k -пути, функция $V(s)$ – изображение сигнала

$$v(t) = \int_0^t f(\theta) u_0(t - \theta) d\theta,$$

наблюдаемого на выходе блока $F(s)$, набор параметров $\tau_k, k = 1, \dots, r$ – конечное множество начальных значений запаздываний.

Очевидно, что если все передаточные функции $H_k(s) = 1$, а функции распределения задержек представлены дельта-функциями вида $g_k(\theta) = \alpha_k \delta(\theta)$, то уравнения (1) и (2) оказываются эквивалентными. В случае же, если эхо аппроксимируется суперпозицией волн как непрерывно, так и дискретно распределённых по величине задержки, то уравнение (2) записывается (после очевидных замен) в виде

$$u(t) = \sum_{l=1}^q \alpha_l v_l(t - \tau_l) + \sum_{k=q+1}^r \int_0^{\theta_k} g_k(\theta) v_k(t - \tau_k - \theta) d\theta. \tag{3}$$

В области изображений уравнению (3) отвечает выражение

$$\frac{W(s)}{F(s)} \equiv \frac{U(s)}{U_0(s)F(s)} = \sum_{l=1}^q \alpha_l H_l(s) e^{-s\tau_l} + \sum_{k=q+1}^r e^{-s\tau_k} \int_0^{\theta_k} g_k(\theta) H_k(s) e^{-s\theta} d\theta. \tag{4}$$

Из выражения (4) видно, что функция $W(s)$ является передаточной функцией модели, изображённой на рис. 2. Функции $H_k(s)$, считающиеся в рамках рас-

смастриваемой модели не зависящими от параметра задержки θ , выносятся в (4) из-под знаков интеграла.

В случае учёта зависимости функций $H_k(s)$ от параметра θ , когда $H_k(s) = H_k(s, \theta)$, возможно обобщение модели и потенциального повышения её точности.

Отметим, что первая группа слагаемых, числом q , в правой части уравнений (3) и (4) моделирует основной сигнал и ранние отражения, а вторая группа – реверберацию. Ранние отражения – это небольшое число копий, запаздывающих относительно основного сигнала на величину около 60 мс, а реверберация – сигналы, запаздывающие на 60...300 мс и более. Эти цифры, представленные значениями запаздываний, носят ориентировочный характер и зависят от геометрии ограниченных пространств и расположения отражающих поверхностей.

2. Аппроксимация функций распределения запаздывания по величине

Чтобы придать передаточной функции $W(s)$ явный вид, её ядра (распределения запаздываний по величине) $g_k(\theta)$ необходимо каким-то способом аппроксимировать, например, последовательностями экспонент или ступенчатыми функциями. В первом простейшем случае их можно представить выражениями вида

$$g_k(\theta) = \begin{cases} c_k(1 - e^{-p_k\theta})e^{-q_k\theta} = \\ = c_k(e^{-q_k\theta} - e^{-(q_k+p_k)\theta}), & \theta \in [0, \theta_k], \\ 0, & \theta \notin [0, \theta_k]. \end{cases} \quad (5)$$

При этом максимум функции (5), равный

$$g_{k,max} = 0,5c_k \left(1 + \frac{p_k}{q_k}\right)^{\frac{q_k}{p_k}} \cdot \frac{p_k}{q_k + p_k},$$

достигается при значении

$$\theta_{max} = \left(\frac{1}{p_k}\right) \ln\left(1 + \frac{p_k}{q_k}\right) > 0.$$

График одного такого ядра изображен на рис. 3 при значении $\theta_{max} = 1/34$ с, что соответствует десятиметровому пути распространения звука, $g_{k,max} = 0,5$ и $c_k = 1$, откуда $p_k/q_k = 3,4$, $p_k = 50,37$ и $q_k = 14,8$.

Подстановка (5) в соответствующее слагаемое уравнения (4) и последующее интегрирование позволяет получить выражение

$$\int_0^{\theta_k} g_k(\theta)e^{-s\theta} d\theta = c_k \frac{e^{-s\theta_k}(s\eta_k + \mu_k) + p_k}{(s + q_k + p_k)(s + q_k)}, \quad (6)$$

где

$$\eta_k = e^{-q_k\theta_k}(e^{-p_k\theta_k} - 1) \text{ и } \mu_k = e^{-q_k\theta_k}(q_k e^{-p_k\theta_k} - (q_k + p_k)).$$

Принимая, что распределения запаздываний (5) и выражения (6) справедливы при всех значениях k (от-

личаясь только параметрами c_k, p_k, q_k и θ_k), передаточная функция

$$W(s) = F(s) \sum_{l=1}^q \alpha_l H_l(s) e^{-s\tau_l} + F(s) \sum_{k=q+1}^r c_k H_k(s) \frac{e^{-s(\tau_k + \theta_k)}(s\eta_k + \mu_k) + e^{-s\tau_k} p_k}{(s + q_k + p_k)(s + q_k)}. \quad (7)$$

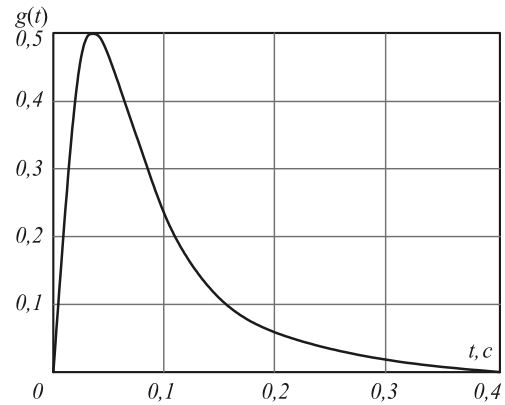


Рис. 3. Пример функции распределения запаздывания (5)

В случае, когда $\theta_k \rightarrow \infty$, выражение (7) принимает вид

$$W(s) = F(s) \sum_{l=1}^q \alpha_l H_l(s) e^{-s\tau_l} + F(s) \sum_{k=q+1}^r c_k H_k(s) \frac{e^{-s\tau_k} p_k}{(s + q_k + p_k)(s + q_k)}. \quad (8)$$

Передаточные функции $F(s)$ и $H_k(s)$, $k = 1, \dots, r$, представляют соответственно свойства аппаратных средств передачи сигналов и свойства среды распространения. Модуль функции $F(j\omega)$ в рабочем диапазоне частот принимается равномерным. В общем случае можно записать: $F(s) = A(s)/B(s)$, где $A(s)$ и $B(s)$ – многочлены соответственно степени m и $n > m$.

В ряде случаев ядра функционально-дифференциальных уравнений проще аппроксимировать ступенчатыми функциями вида

$$g_k(\theta) \cong \sum_{m=1}^M g_k \left(m\Delta - \frac{\Delta}{2}\right) (\mathbf{1}(\theta - (m-1)\Delta) - \mathbf{1}(\theta - m\Delta)),$$

откуда следует, что

$$\int_0^{\theta_k} g_k(\theta) e^{-s\theta} d\theta = \frac{1}{s} (1 - e^{-s\Delta}) \sum_{m=1}^M g_{k,m} e^{-s(m-1)\Delta} = \frac{1}{s} \left(g_{k,1} + \sum_{m=1}^{M-1} (g_{k,m+1} - g_{k,m}) e^{-sm\Delta} - g_{k,M} e^{-sM\Delta} \right).$$

Здесь $g_{k,m} = g_k(m\Delta - \Delta/2)$, Δ – период дискретизации аппроксимируемого ядра и $\mathbf{1}(\theta)$ – единичная функция, т.е.

$$\mathbf{1}(\theta) = \begin{cases} 1, & \theta > 0, \\ 0, & \theta < 0. \end{cases}$$

Соответственно, передаточная функция разомкнутой системы

$$W(s) = F(s) \sum_{l=1}^q \alpha_l H_l(s) e^{-s\tau_l} + \frac{1}{s} F(s) (1 - e^{-s\Delta}) \sum_{k=q+1}^r H_k(s) \sum_{m=1}^M g_{k,m} e^{-s(m-1)\Delta}.$$

Особенность рассматриваемой задачи заключена в том, что аппроксимации подлежат ядра подынтегральных выражений – по своему смыслу заведомо положительные и убывающие на бесконечности функции. Аппроксимация ядер по системе экспоненциально убывающих функций, примером чему является выражение (5), позволяет решить эту проблему на всей действительной полуоси. Аналогично решается, только на конечном интервале, задача аппроксимации ступенчатыми функциями. Задача аппроксимации может быть решена и по системе степенных функций, только в этом случае потребуются принять дополнительные меры по выделению области допустимых значений результатов аппроксимации, включая расходимость на бесконечности. Примером такой аппроксимации является функция

$$g_k(\theta) = \begin{cases} \eta_2(1 - e^{-\lambda\theta}) - \eta_1\theta, & \theta \in [0, \vartheta_k], \\ 0, & \theta \notin [0, \vartheta_k], \end{cases}$$

$$\eta_2 > \eta_1 > 0, \lambda = -\frac{1}{\vartheta_k} \ln(1 - \eta_1\vartheta_k / \eta_2) > 0, \vartheta_k > 0.$$

Подстановка этой функции под знак интеграла функционально-дифференциального уравнения и интегрирование даёт выражение

$$\int_0^{\vartheta_k} g_k(\theta) e^{-s\theta} d\theta = \left[\eta_1(s^{-2} + \theta s^{-1}) e^{-s\theta} + \eta_2(e^{-(s+\lambda)\theta} (s+\lambda)^{-1} - e^{-s\theta} s^{-1}) \right] \Big|_0^{\vartheta_k} =$$

$$= \frac{1}{s^2(s+\lambda)} \left\{ [(\eta_2\lambda - \eta_1)s - \eta_1\lambda] + [(\eta_2(e^{-\lambda\vartheta_k} - 1) + \eta_1\vartheta_k)s^2 + (\eta_1\lambda(\vartheta_k + 1) - \eta_2\lambda)s + \eta_1\lambda] e^{-s\vartheta_k} \right\} \equiv$$

$$\equiv a_1 \frac{s+b_1}{s^2(s+\lambda)} + a_2 \frac{s^2+b_2s+b_3}{s^2(s+\lambda)} e^{-s\vartheta_k},$$

что усложняет решение и, в силу неестественной формы распределения запаздываний по величине, обуславливает наличие значительной погрешности.

3. Модели акустических систем с запаздывающей обратной связью

Согласно рис. 4 прямая часть системы с задержанной обратной связью эквивалентна модели запаз-

дывающего сигнала $y(t)$ в области его смешивания с входным сигналом $x(t)$ и определяется передаточной функцией $W(s)$. При этом для передаточной функции замкнутой системы имеет место выражение

$$R(s) = W(s)/(1 + W(s)). \tag{9}$$

Соответственно, изображение сигнала $v(t)$ на выходе устройства с передаточной функцией $F(s)$ имеет вид

$$V(s) = \frac{F(s)}{1 + W(s)} X(s).$$

Функция $F(s)$, которая, как правило, может считаться характеристикой полосового фильтра или близкой к нему системы, а также, по определению, и $W(s)$, является устойчивой. По этой причине факт устойчивости или неустойчивости модели с задержанной обратной связью полностью определяется свойствами характеристической функции $1 + W(s)$ – свойствами знаменателя формулы (9).

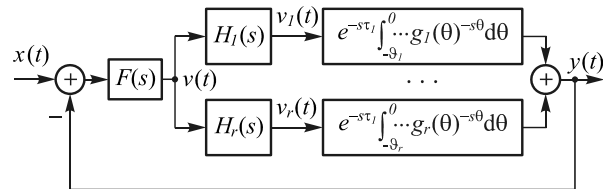


Рис. 4. Модель системы с обратной связью

Функции

$$H_l(s) = \frac{P_l(s)}{Q_l(s)}, \quad l = 1, \dots, q, \text{ и } H_k(s) = \frac{P_k(s)}{Q_k(s)},$$

$$k = q + 1, \dots, r,$$

определяющие соответственно передачу сигналов по прямым каналам распространения и сигналов реверберации – переносчиков энергии, накопленной в акустических резонаторах озвучиваемого объекта (приближённо можно положить, что $H_l(s) = 1$, а

$$H_k(s) = \frac{1}{s^2 + b_k s + d_k}.$$

Если к тому же обозначить $(s + q_k + p_k)(s + q_k) = G_k(s)$, то характеристический многочлен (квазиполином) замкнутой системы с передаточной функцией (9) при условии, что разомкнутая система задана выражением (8), можно записать в виде

$$B(s) \prod_{n=1}^r Q_n(s) \prod_{m=q+1}^r G_m(s) + A(s) \sum_{l=1}^q \alpha_l \prod_{\substack{n=1 \\ n \neq l}}^r Q_n(s) \prod_{m=q+1}^r G_m(s) P_l(s) e^{-s\tau_l} + \tag{10}$$

$$+ A(s) \sum_{k=q+1}^r c_k P_k \prod_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^r Q_n(s) \prod_{\substack{m=q+1 \\ m \neq k}}^r G_m(s) P_k(s) e^{-s\tau_k} = 0.$$

Для устойчивости замкнутой системы (при разомкнутой обратной связи система считается устойчивой) все корни характеристического многочлена должны находиться в левой полуплоскости комплексной переменной. Поскольку нахождение корней квазиполинома (10) – сложная задача, то обычно прибегают к частотным методам проверки устойчивости. Используются также и имеющие большую общность критерии устойчивости во временной области, что требует перехода к описанию модели системой дифференциальных уравнений обычно первого порядка.

Из известных частотных критериев, критериев Михайлова, Найквиста, Понтрягина и D-разбиения, ниже обсуждаются только критерии Найквиста и Понтрягина. В рамках критерия Найквиста утверждается, что годограф комплексной функции $W(j\omega)$ устойчивой системы не должен охватывать точки $(-1, j0)$ комплексной плоскости. Модификации этого критерия рассматриваются, например, в [7]. Другой подход к анализу устойчивости – критерий Понтрягина основывается на анализе косвенных условий отсутствия нулей квазиполинома системы в левой полуплоскости комплексного переменного.

Пусть комплексная функция $W(j\omega)$, соответствующая (7) или (8), имеет вид

$$W(j\omega) = \sum_{l=1}^q \alpha_l W_l(\omega) e^{-j(\phi_l(\omega) + \omega\tau_l)} + \sum_{k=q+1}^r c_k W_k(\omega) e^{-j(\phi_k(\omega) + \omega\tau_k)}. \tag{11}$$

Здесь амплитудные и фазовые характеристики компонентов разомкнутой системы $W(s)$, определяемой выражением (8), описываются входящими в (11) функциями

$$\begin{aligned} W_l(\omega) &= |F(j\omega)H_l(j\omega)| \text{ и} \\ W_k(\omega) &= |F(j\omega)H_k(j\omega)p_k / (-\omega^2 + j\omega(2q_k + p_k) + (q_k + p_k)q_k)|, \\ \phi_l(\omega) &= \arg(F(j\omega)H_l(j\omega)) \text{ и} \\ \phi_k(\omega) &= \arg(F(j\omega)H_k(j\omega)p_k / (-\omega^2 + j\omega(2q_k + p_k) + (q_k + p_k)q_k)). \end{aligned}$$

Топологический анализ годографа функции (11) или соответствующего характеристической функции $1 + W(j\omega)$ квазиполинома $P(j\omega)$ в принципе решает задачу устойчивости системы с акустической обратной связью методами Найквиста и Понтрягина соответственно. При этом наличие неизбежных погрешностей идентификации параметров модели и, в частности, погрешностей аппроксимации ядер, удаётся учесть посредством их соответствующей модификации. Это нашло выражение в появлении области робастного анализа и робастной устойчивости [8].

В одной из модификаций критерия Найквиста предполагается, что разомкнутая система, которая

при охвате её обратной связью сохраняет свою устойчивость, характеризуется априорно известной (номинальной) передаточной функцией $W^0(j\omega)$, а её неопределённость задаётся либо аддитивным, либо мультипликативным неравенством. Пусть передаточной функции разомкнутой системы с неопределёнными параметрами отвечает выражение (11). Передаточную функцию $W^0(j\omega)$ номинальной системы можно задать аналогичным выражением, обозначив её номинальные компоненты как $W_n^0(j\omega)$, $W_n^0(\omega)$ и $\phi_n^0(\omega)$. При этом аддитивная мера неопределённости определяется неравенством

$$|W(j\omega) - W^0(j\omega)| \leq \lambda \psi(\omega),$$

а мультипликативная мера, которую можно свести к аддитивной мере, – неравенством

$$|W(j\omega) - W^0(j\omega)| \leq \lambda \psi(\omega) |W^0(j\omega)|,$$

где $\psi(\omega)$ – некоторая заранее заданная положительная функция.

В случае аддитивной неопределённости и устойчивости номинальной разомкнутой системы робастная устойчивость замкнутой системы имеет место, если годограф функции

$$W_\psi(j\omega) = \frac{1 + W^0(j\omega)}{\psi(\omega)} - 1$$

не охватывает круга радиусом λ с центром в точке $(-1, j0)$. Следует отметить, что в работе [8] рассматривается более общий случай, когда номинальная система считается неустойчивой.

Критерий Понтрягина основывается на полученной им теореме, согласно которой если корни квазиполинома, например вида (10), находятся в левой полуплоскости комплексной переменной, т.е. система устойчива, то [7]: 1) коэффициент при главном слагаемом – слагаемом с максимальными показателями степени квазиполинома отличен от нуля, 2) выполняется неравенство

$$R'(\omega)J(\omega) - R(\omega)J'(\omega) > 0, \quad \forall \omega \in \mathbf{R}, \tag{12}$$

где $R(\omega)$ и $J(\omega)$ – соответственно действительная и мнимая части квазиполинома – характеристического многочлена, записанного как

$$P(j\omega) = R(\omega) + jJ(\omega),$$

и корни $R(\omega)$ и $J(\omega)$ являются простыми, действительными и перемежающимися.

Обратно, все корни квазиполинома находятся в левой полуплоскости комплексной переменной: 1) когда все корни $R(\omega)$ и $J(\omega)$ являются простыми, действительными, выполняется неравенство (12) и коэффициент главного слагаемого отличен от нуля, 2) когда все корни $R(\omega)$ и $J(\omega)$ являются действительными, простыми и обеспечивающими выполнение неравенства (12), а коэффициент главного слагаемого отличен от нуля.

В моделях множественных отражений ядра интегральных выражений непрерывные, возможно, за исключением конечного числа точек разрыва, распределения интенсивностей эха по величине запаздывания подлежат аппроксимации неотрицательными функциями, графики которых аналогичны по форме графику, приведенному на рис. 3.

4. Уравнения двухканальной модели прямого и распределённого эха

При одном канале прямого распространения эха и одном канале распределённого запаздывания уравнения (7) и (8) принимают соответственно вид

$$W(s) = F(s)\alpha H_1(s)e^{-st_1} + F(s)cH_2(s)\frac{e^{-s(\tau_2+\vartheta)}(s\eta+\mu)+e^{-st_2}p}{(s+q+p)(s+q)}, \tag{13}$$

$$W(s) = F(s)\alpha H_1(s)e^{-st_1} + F(s)cH_2(s)\frac{e^{-st_2}p}{(s+q+p)(s+q)}. \tag{14}$$

Здесь $\eta = e^{-q\vartheta}(e^{-p\vartheta} - 1)$, $\mu = e^{-q\vartheta}(qe^{-p\vartheta} - (q+p))$ и

$$\int_0^{\vartheta} g(\theta)e^{-s\theta}d\theta = c\frac{e^{-s\vartheta}(s\eta+\mu)+p}{(s+q+p)(s+q)}.$$

Из уравнений (13) и (14) видно, что они имеют самостоятельное значение, заключающееся, помимо упрощения численного анализа, в установлении более прозрачной зависимости характеристик модели от ее параметров, в том числе в установлении роли каналов распространения прямого и распределенного эха.

Из уравнения (14), в частности, следует, что соответствующий ему квазиполином имеет вид

$$P(s) = A(s)(s+q+p)(s+q)Q_2(s)\alpha P_1(s)e^{-st_1} + A(s)cQ_1(s)pP_2(s)e^{-st_2} = 0.$$

Пусть распределение запаздывания $h(\tau)$ представлено выражением

$$h(\tau) = \begin{cases} (1/h_*)(1 - e^{-dp(\tau-\tau_0)})e^{-dq(\tau-\tau_0)}, & \tau \in [\tau_0, \tau_a], \\ 0, & \tau \notin [\tau_0, \tau_a]. \end{cases}$$

Здесь $\tau_* = \tau_0 + (dp)^{-1} \ln(1 + \delta)$ – точка максимума распределения, $\delta = p/q$, а параметр $h_* = \delta(1 + \delta)^{1+\delta^{-1}}$ является и нормирующим множителем, и одновременно её максимумом.

Пусть система с запаздывающей обратной связью представлена автономным дифференциальным уравнением:

$$\dot{u}(t) = \lambda \left[1 - \int_{\tau_0}^{\tau_a} h(\tau)u(t-\tau)d\tau \right] u(t),$$

графики решений которого, т.е. наблюдаемых выходных процессов при различных значениях параметра d и фиксированных значениях: $\lambda=0,1$, минимальной величины запаздывания $\tau_0=2$ ms, периода дискретизации $T_0=\tau_0/\nu$, $\nu=50$, $p=0,55$ и $\delta=2$, изображены, как и графики распределений запаздывания, на рис. 5 и рис. 6.

Отсюда, из рис. 5 и рис. 6, следует, что с изменением параметра d , определяющего форму распределения запаздывания, наблюдается и существенное изменение характера автоколебаний. Так, с увеличением указанного параметра вначале имеет место переход от колебаний релаксационного типа к колебаниям гармоническим, а затем к затухающим. А именно, с приближением параметра d к значению $d=2$ автоколебания теряют свой ярко выраженный релаксационный характер, а с приближением к значению $d=3$ становятся затухающими.

5. Оценка параметров модели методом максимального правдоподобия

При оценивании параметров модели систем с задержанной обратной связью может быть использован метод, основанный на согласовании корреляционных функций. В этом случае применяются методы, основанные на собственных значениях и сингулярных разложениях ковариационных матриц, имеющих теплицеву структуру [9, 10, 11]. Достижимая точность приближения наблюдаемых данных функцией регрессии зависит в значительной степени от размеров области её определения. С увеличением размеров области, в пределах которой наблюдаемые данные не стремятся к нулю, точность снижается. Устранить этот недостаток можно, воспользовавшись методом локальной аппроксимации [12, 13]. Приближение наблюдаемых данных в этом случае обеспечивается последовательностью функций регрессии, каждая из которых задана на своем конечном интервале. Одновременно это позволяет аппроксимировать нестационарные сигналы и системы.

Вопрос сопряжения отдельных функций регрессии можно решить, если дополнить ограничения, представленные в задаче минимизации, условиями согласования значений этих функций и, возможно, значений их производных в узлах сопряжения [14, 15].

Поставим задачу определения параметров в наблюдаемом сигнале $x(t)$, являющемся аддитивной суммой оцениваемого сигнала $u(t)$ и акустической помехи $\eta(t)$, которая также считается комплексной функцией. В дискретной форме этот сигнал имеет вид

$$x(n) = u(n) + \eta(n) = \sum_{k=1}^P a_k e^{j(k\frac{\omega_0}{f_0}n + \phi_k)} + \eta(n), \tag{15}$$

где f_0 – частота дискретизации.

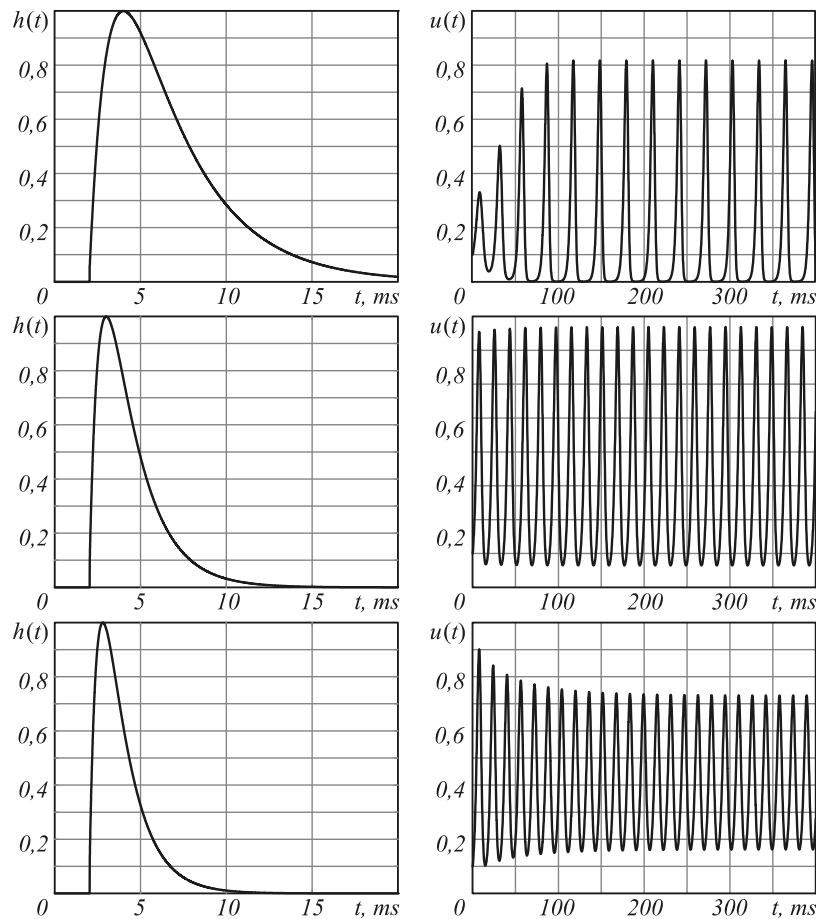


Рис. 5. Распределение запаздывания и автоколебания: 1) $d = 1,0$; 2) $d = 2,0$; 3) $d = 2,5$

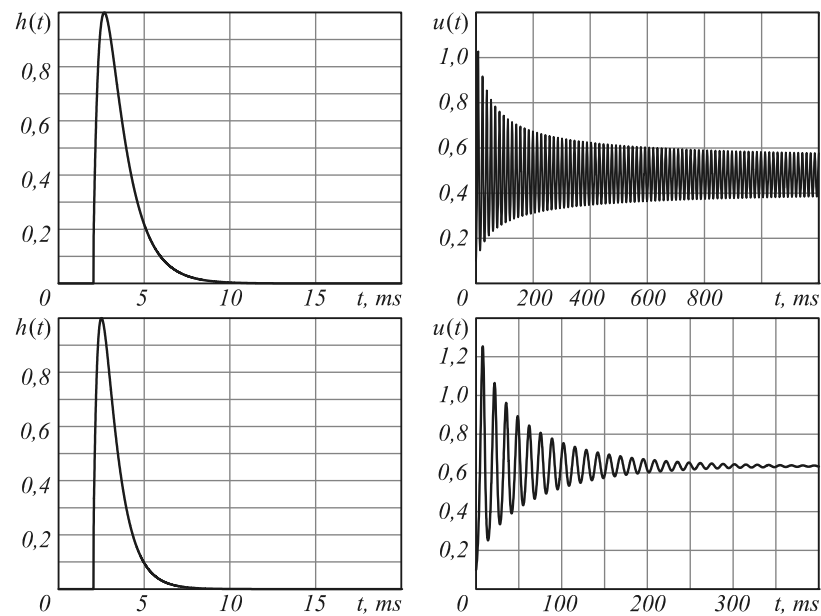


Рис. 6. Распределение запаздывания и автоколебания: 4) $d = 3,0$; 5) $d = 4,0$

Задачу определения параметров функции (15) можно решить также методом максимального правдоподобия, применение которого осложнено недостаточной надёжностью априорной информации о распределениях помех. Метод максимального правдоподобия, как известно, в случае независимых одинаково распределённых Гауссовых величин эквивалентен

методу наименьших квадратов. В этом случае параметры функции (15) можно найти методами нелинейного программирования. А именно: в случае функции (15) посредством решения задачи минимизации:

$$\{\hat{\omega}_1, \hat{a}, \hat{\varphi}\} = \arg \min_{\{\omega_1, a, \varphi\}} \|u - x\|^2.$$

Если ввести векторы выборок выделяемого и наблюдаемого $u=(u(1) u(2) \dots u(N))^T$ и $x=(x(1) x(2) \dots x(N))^T$ сигнала, векторы $a=(a_1, \dots, a_p)^T$ и $\varphi=(\varphi_1, \dots, \varphi_p)^T$, то норму можно записать в виде

$$\|u - x\|^2 = \langle u - x, u - x \rangle = \sum_{k=1}^N \left| \sum_{l=1}^p a_l e^{j(k \frac{\omega_l}{f_0} n + \varphi_l)} - x(n) \right|^2.$$

Как задачу нелинейной регрессии можно рассматривать метод максимального правдоподобия, если только принять, что оцениваемый сигнал имеет вид многочлена $a^T \varphi(t)$ по системе линейно независимых функций. Это приводит к параметрической задаче максимизации функции правдоподобия $P(y_a^b | a)$, решение которой по наблюдаемым на интервале $[a, b]$ данным y_a^b записывается в виде:

$$\hat{a} = \arg \sup_a P(y_a^b | a). \tag{16}$$

Метод максимального правдоподобия может быть использован при определённых условиях, если наблюдаемые данные представляют собой последовательность независимых случайных величин с плотностью вероятности $p(y_n | a)$. При этом функция правдоподобия имеет вид

$$P(y_a^b | a) = \prod_{n=1}^k p(y_n | a).$$

Аналогично, если известны одномерная плотность вероятности $p(y_n | a)$ и условная плотность вероятности $p(y_{n+1} | y_n, a)$, то функция правдоподобия описывается выражением

$$P(y_a^b | a) = p(y_1 | a) \prod_{n=1}^k p(y_{n+1} | y_n, a).$$

В связи с рассмотренными выше методами параметрической оптимизации и локальной аппроксимации следует отметить, что по своему содержанию они практически эквивалентны проекционным методам решения операторных уравнений, проекционным и интерполяционным методам анализа и расчёта систем [13].

6. Структуры систем обмена информацией с задержанной обратной связью

В свободном пространстве эхо-сигналы образуются в результате отражений, обусловленных особенностями рельефа местности. Значительные размеры территории приводят к большим задержкам распространения эхо-сигналов. Импульсные функции в каналах распространения эха можно при этом принять за некоторые постоянные коэффициенты передачи [17]. Модель множественных отражений может быть описана выражением вида

$$v(t) = \sum_{k=1}^r a_k u(t - \tau_k) = \sum_{k=1}^r a_k u(t - D_k T). \tag{17}$$

Задача идентификации заключается в определении параметров затухания a_k и запаздывания $\tau_k = D_k T$ для r каналов эхо-сигнала.

По условию сигнал $u(t)$, многократные отражения которого формируют сигнал $v(t)$, является известным и нестационарным. Это позволяет применить при оценивании указанных параметров технику корреляционного анализа.

Структура системы обмена информацией с компенсационным каналом эха представлена на рис. 7 [14].

Компенсационный канал эха включает в себя адаптивный фильтр компенсации эха, блок идентификации долговременных параметров эха – a_k и D_k , блок формирования опорного сигнала адаптивного фильтра [16, 17, 18] и сумматор. Выражение сформированного опорного сигнала имеет вид

$$\hat{y}_k(n) = \sum_{k=1}^r \hat{a}_k u_0(n - \hat{D}_k).$$

Входной сигнал $x(t)$ состоит из аддитивной суммы речевого сигнала $u_0(t)$, сигнала множественных отражений $v(t)$ и акустического шума $\gamma(t)$ в виде

$$x(t) = u_0(t) + \sum_{k=1}^r a_k u(t - D_k T) + \gamma(t).$$

Разность эха и опорного сигнала на выходе сумматора описывается выражением

$$u_{\text{вых}}(n) = \sum_{k=1}^r e_k(n) + u_0(n) + \gamma(n), \text{ где}$$

$$\sum_{k=1}^r e_k(n) = \sum_{k=1}^r v(n - D_k) - \sum_{k=1}^r \hat{y}_k(n - \hat{D}_k).$$

Также в соответствии с рис. 7 в структуре обмена информацией имеется шумоподавляющее устройство, реализующее алгоритм адаптивного подавления акустических помех с формантным распределением полюсов режекции.

Как видно из структуры обмена информацией на рис. 7, результирующий выходной сигнал принимает вид

$$x(n) = u_0(n) + \sum_{k=1}^r e_k(n - D_k) + B\gamma(n),$$

при этом если учесть, что разность на выходе сумматора подчиняется условию

$$\sum_{k=1}^r e_k(n - D_k) \ll u_0(n)$$

и коэффициент B много меньше единицы, т.е. $B \ll 1$, то можно принять, что выходной сигнал принимает значение в соответствии с выражением

$$x(n) \approx u_0(n).$$

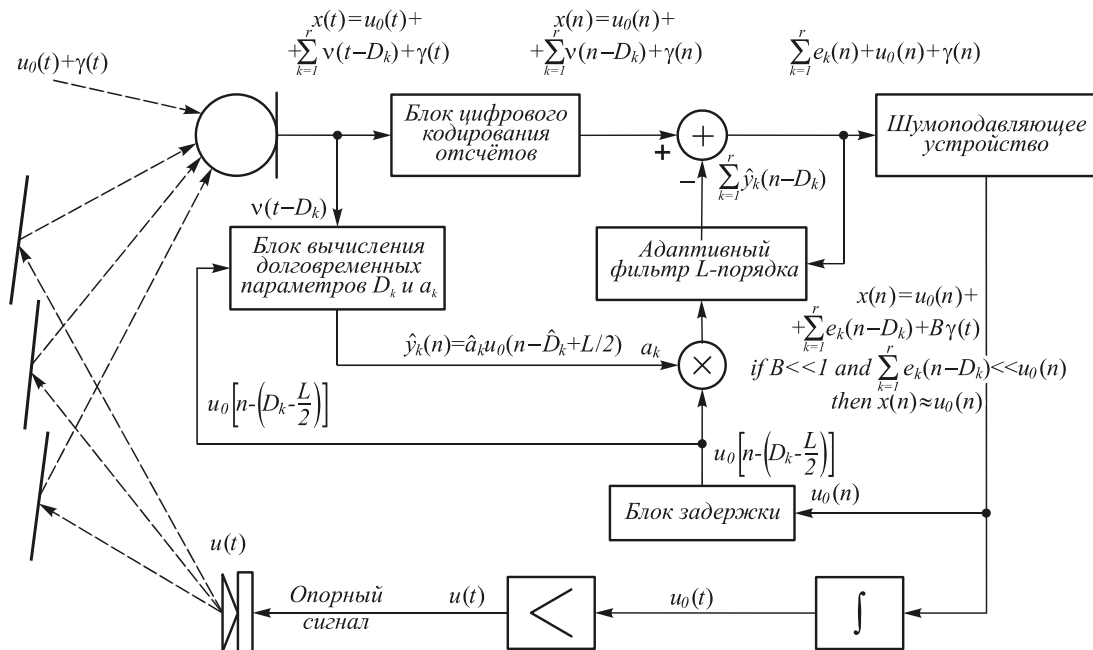


Рис. 7. Структура системы обмена информацией с компенсационным каналом эха

В отличие от открытой территории, эхо-сигнал в замкнутых пространствах следует считать интегральной суммой компонентов, непрерывно распределённых по величине задержки. Достаточно хорошим приближением к действительности может стать использование модели эхо-сигнала в виде (1). Входящие в эти выражения импульсные функции $f(\theta)$ имитируют при этом непрерывное распределение задержек в пределах относительно небольших окрестностей $[\tau_k - \varepsilon, \tau_k + \varepsilon]$, $k = 1, \dots, r$, выделенных главных каналов эха.

Обсуждение

Построение модели систем с задержанной обратной связью, модели систем с дискретным и распределённым запаздыванием методами решения функционально-дифференциальных уравнений является одним из решений проблемы устранения неопределённости при повышении качества речевой связи и оповещения.

Рассмотренная выше в представлениях геометрической акустики модель множественных отражений предполагает необходимость нахождения ядер – неотрицательных весовых функций, характеризующих распределение интенсивности отражённых звуковых волн, содержащих соответствующую информацию, от величины их запаздывания. В отличие от этой модели, в модели резонансных мод акустическая среда рассматривается как резонансная система, описываемая в зависимости от геометрии озвучиваемой зоны набором соответствующих резонансных частот, и, соответственно, эхо и реверберация моделируются реакцией резонансной системы на звуковые колебания.

Методы численного решения функционально-дифференциальных уравнений, характеризующиеся в целом большим разнообразием, зависят от типа уравнения,

которому отвечает квазиполином (10). Так, если степень первого слагаемого в (10) выше степени многочленов – коэффициентов в остальных слагаемых, то уравнение относится к разностному типу. Если же указанные степени равны, то уравнение относится к нейтральному типу.

Представленные выше модели систем с задержанной обратной связью обеспечивают важное, но только первое приближение к действительности; в них, в частности, не учитывается возможность возникновения в трактах распространения сигналов нелинейных искажений, причиной которых, в первую очередь, может стать нелинейность некоторых операторов и нестабильность распределения времени запаздывания по величине. Нелинейность операторов, во многом обусловленную нелинейностью источника излучения сигналов, можно учесть в рамках, например, модели Вольтерра [20]. Нестабильность запаздывания моделируется функционально-дифференциальными уравнениями с переменными или случайными параметрами.

Заключение

Построенная в настоящей работе функционально-дифференциальная модель, применимая, конечно, к любым системам с распределённой обратной связью, а не только к системам с акустической обратной связью, является полезным обобщением моделей с дискретным запаздыванием – моделей, описываемых дифференциально-разностными уравнениями. Применение обобщённых таким образом моделей позволяет, в частности, учесть не только многолучевой характер распространения звуковых или иных волн, явление эха, но и резонансные характеристики каналов распространения, затухания и отражения. В совокупности это повышает надёжность результатов моделирования, выяв-

ления областей устойчивости и характера наблюдаемых в системе процессов. Например, колебаний релаксационного и гармонического типа. В работе влияние параметров модели на режим автоколебаний иллюстрируется результатами моделирования.

В случае систем с акустической обратной связью запаздывающего типа применение подобной обобщенной модели позволяет решить вопросы повышения качества речевой связи и оповещения, а также обеспечить создание более эффективных систем обработки в телекоммуникациях. Конечно, нахождение процессов в таких построенных моделях предполагает применение соответствующих численных методов, что при существующем уровне развития вычислительной техники не представляет большой проблемы.

Литература

1. **Гурецкий, Х.** Анализ и синтез систем управления с запаздыванием / Х. Гурецкий. – М.: Машиностроение, 1974. – 328 с.
2. **Резван, В.** Абсолютная устойчивость автоматических систем с запаздыванием / В. Резван. – М.: Наука, 1983. – 360 с.
3. **Цыкунов, А.М.** Робастная синхронизация сети объектов с распределенным запаздыванием / А.М. Цыкунов // Автоматика и телемеханика. – 2015. – № 11. – С. 60-75.
4. **Цыкунов, А.М.** Робастное управление для одного класса нелинейных объектов с распределенным запаздыванием / А.М. Цыкунов // Проблемы управления. – 2016. – № 3. – С. 16-22.
5. **Tchangani, A.P.** Robust stabilization of delay systems with discrete or distributed delayed control / A.P. Tchangani, M. Dambrine, J.P. Richard. // Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision & Control. – 1998. – P. 4051-4056.
6. **Хартовский, В.Е.** К задачам управляемости и идентифицируемости динамически систем со многими запаздываниями / В.Е. Хартовский // Автоматика и телемеханика. – 2005. – № 9. – С. 40-53.
7. **Хартовский, В.Е.** Задачи идентификации и управления выходом для систем с запаздываниями / В.Е. Хартовский // В.Е. Хартовский // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 5. – С. 17-31.
8. **Erneux, T.** Applied delay differential equations / T. Erneux. – New York: Springer, 2009. – 204 p.
9. **O'Brien, D.** Optical communications through free space / D. O'Brien. – In: Handbook of optoelectronics. Applications of optoelectronics, Vol. III. / ed. by J.P. Dakin, R.G.W. Brown. – Chapter 31. – Broken, N.Y.: CRC Press, 2018. – P. 413-427.
10. **Mbe, J.H.T.** Mixed-mode oscillations in slow-fast delayed optoelectronic systems / J.H.T. Mbe, A.F. Talla, G.R.G. Chengui, A. Coillet, L. Larger, P.W. Yanne, Y.K. Chembo // Physical Review E. – 2015. – Vol. 91. – 012902.
11. **Marquez, B.A.** Interaction between Lienard and Ikeda dynamics in a nonlinear electro-optical oscillator with delayed bandpass feedback / B.A. Marquez, L. Larger, D. Brunner, Y.K. Chembo, M. Jacquot. // Physical Review E. – 2016. – Vol. 94. – 062208.
12. **Illing, L.** Scaling behavior of oscillations arising in delay-coupled optoelectronic oscillators / L. Illing, G. Hoth, L. Shreshian, C. May // Physical Review E. – 2011. – Vol. 83. – 026107.
13. **Martines-Llinas, J.** Tuning the period of square-wave oscillations for delay-coupled optoelectronic systems / J. Martines-Llinas, P. Colet, T. Erneux // Physical Review E. – 2014. – Vol. 89. – 042908.
14. **Lenstra, D.** Relaxation oscillation dynamics in semiconductor diode lasers with optical feedback / D. Lenstra // IEEE Photonics Technology Letters. – 2013. – Vol. 25, Issue 6. – P. 591-593.
15. **Peil, M.** Routes to chaos and multiple time scale dynamics in broadband bandpass nonlinear delay electro-optic oscillators / M. Peil, M. Jacquot, Y.K. Chembo, L. Larger, T. Erneux // Physical Review E. – 2009. – Vol. 79. – 026208.
16. **Лойко, Н.А.** Нелинейная динамика лазерных систем с запаздыванием / Н.А. Лойко, А.М. Самсон // Квантовая электроника. – 1994. – Т. 21, № 8. – С. 713-728.
17. **Kouomou, Y.C.** Chaotic breathers in delayed electro-optical systems / Y.C. Kouomou, P. Colet, L. Larger, N. Gastaud. // Physical Review Letters. – 2005. – Vol. 95. – 203903.
18. **Белоусов, П.П.** Лазерная доплеровская визуализация поля скорости / П.П. Белоусов, П.Я. Белоусов, Ю.Н. Дубнищев // Квантовая электроника. – 1999. – Т. 29, № 2. – С. 157-162.
19. **Дубнищев, Ю.Н.** Лазерная доплеровская визуализация поля скоростей с исключением влияния многочастичного рассеяния / Ю.Н. Дубнищев, Ю.В. Чугуй, Ю. Компенханс // Квантовая электроника. – 2009. – Т. 39, № 10. – С. 962-966.
20. **Глызин, С.Д.** Релаксационные автоколебания в сетях импульсных нейронов / С.Д. Глызин, А.Ю. Колесов, Н.Х. Розов // Успехи математических наук. – 2015. – Т. 70, Вып. 3(423). – С. 3-76.
21. **Глызин, С.Д.** Теория неклассических релаксационных колебаний в сингулярно возмущенных системах с запаздыванием / С.Д. Глызин, А.Ю. Колесов, Н.Х. Розов // Математический сборник. – 2014. – Т. 205, № 6. – С. 21-86.
22. **Мышкис, А.Д.** Линейные дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом / А.Д. Мышкис. – М.-Л.: Гостехиздат, 1951. – 256 с.
23. **Kolmanovskii, V.** Introduction to the theory and applications of functional differential equations / V. Kolmanovskii, A. Myshkis. – Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 1999. – 648 p.
24. **Красовский, Н.Н.** Некоторые задачи теории устойчивости движения / Н.Н. Красовский. – М.: Физматлит, 1959. – 212 с.
25. **Беллман, Р.** Дифференциально-разностные уравнения / Р. Беллман, К. Кук. – М.: Мир, 1967. – 548 с.
26. **Эльсгольц, Л.Э.** Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом / Л.Э. Эльсгольц. – М.: Наука, 1971. – 296 с.
27. **Хейл, Дж.** Теория функционально-дифференциальных уравнений / Дж. Хейл. – М.: Мир, 1984. – 421 с.
28. **Пинни, Э.** Обыкновенные дифференциально-разностные уравнения / Э. Пинни. – М.: Издательство Иностранной Литературы, 1961. – 248 с.
29. Topics in acoustic echo and noise control: Selected methods for the cancelation of acoustic echoes, the reduction of background noise, and speech processing / ed. by E. Hansler, G. Schmidt. – Berlin, Heidelberg: Springer, 2006. – 642 p.
30. **Kuttruff, H.** Room acoustics / H. Kuttruff. – London, New York: Spon Press, 2009. – 374 p.

31. Канев, Н.Г. Реверберация в трапецевидном помещении / Н.Г. Канев // Акустический журнал. – 2013. – Т. 59, № 5. – С. 607-612.
32. Канев, Н.Г. О максимальном поглощении звука резонатором Гельмгольца в помещении на низких частотах / Н.Г. Канев // Акустический журнал. – 2018. – Т. 64, № 6. – С. 752-755.
33. Бобровницкий, Ю.И. Импедансный подход к проектированию эффективных поглотителей колебательной энергии / Ю.И. Бобровницкий, К.Д. Морозов, Т.М. Томила // Акустический журнал. – 2017. – Т. 63, № 2. – С. 137-144.
34. Бобровницкий, Ю.И. Модели и общие волновые свойства двумерных акустических метаматериалов и сред / Ю.И. Бобровницкий // Акустический журнал. – 2015. – Т. 63, № 3. – С. 283-294.
35. Бобровницкий, Ю.И. Гистерезисное демпфирование и причинность / Ю.И. Бобровницкий // Акустический журнал, 2013, т. 59, № 3, с. 291-295.
36. Ахунов, Х.Г. Условия когерентного сложения волн при обратном рассеянии звука в каналах при многолучевом распространении / Х.Г. Ахунов, Ю.А. Кравцов // Акустический журнал. – 1984. – Т. 30, № 2. – С. 145-148.
37. Min, Q. Study of stepped acoustic resonator with transfer matrix method / Q. Min, W.-Q. He, Q.-B. Wang, J.-J. Tian, Q.-Y. Zhang // Acoustical Physics. – 2014. – Vol. 60, Issue 4. – P. 492-498.
38. Сысоев, И.В. Определение параметров элементов и архитектуры связей в ансамблях связанных систем с запаздыванием по временным рядам / И.В. Сысоев, М.Д. Прохоров, В.И. Пономаренко, Б.П. Безручко // Журнал технической физики. – 2014. – Т. 84, Вып. 10. – С. 16-26.
39. Сысоев, И.В. Реконструкция ансамблей осцилляторов с нелинейными запаздывающими связями / И.В. Сысоев, В.И. Пономаренко, М.Д. Прохоров // Письма в ЖТФ. – 2018. – Т. 44, Вып. 22. – С. 57-64.
40. Сысоев, И.В. Идентификация структуры взаимодействий и собственных параметров элементов в сетях, состоящих из систем с задержкой / И.В. Сысоев, В.И. Пономаренко, М.Д. Прохоров // Письма в ЖТФ. – 2016. – Т. 42, Вып. 1. – С. 95-102.
41. Пономаренко, В.И. Коллективная динамика идентичных бистабильных автогенераторов с запаздыванием, связанных через общее поле / В.И. Пономаренко, Д.Д. Кульминский, А.С. Караваев, М.Д. Прохоров // Письма в ЖТФ. – 2017. – Т. 43, Вып. 6. – С. 64-71.
42. Ермолаев, В.А. Методы локального анализа и сглаживание временных рядов и дискретных сигналов / В.А. Ермолаев, Ю.А. Кропотов // Математическое моделирование. – 2017. – Т. 29, № 2. – С. 119-132.
43. Ермолаев, В.А. Метод интерполяционной фильтрации в задачах обработки речевых сигналов во временной области / В.А. Ермолаев, О.Е. Карасев, Ю.А. Кропотов // Вестник компьютерных и информационных технологий. – 2008. – № 7. – С. 12-17.
44. Ермолаев, В.А. Идентификация моделей дискретных линейных систем с переменными, медленно изменяющимися параметрами / В.А. Ермолаев, Ю.А. Кропотов, В.Т. Еременко, О.Е. Карасев // Радиотехника и электроника. – 2010. – Т. 55, № 1. – С. 57-62.

Сведения об авторах

Ермолаев Валерий Андреевич – кандидат технических наук, доцент кафедры электроники и вычислительной техники. Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых. Область научных интересов: математическое моделирование, обработка и прогнозирование данных. E-mail: kaf-eivt@yandex.ru.

Кропотов Юрий Анатольевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой электроники и вычислительной техники. Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых. Область научных интересов: телекоммуникационные и информационно-управляющие системы. E-mail: kaf-eivt@yandex.ru.

Проскуряков Александр Юрьевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры электроники и вычислительной техники. Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых. Область научных интересов: прогнозирование данных, нейронные сети, обработка и предсказание изменений данных в экономических системах. E-mail: kaf-eivt@yandex.ru.

ГРНТИ: 50.43.17

Поступила в редакцию 25 октября 2019 г. Окончательный вариант – 16 января 2020 г.

Identification of the acoustic signal models of audio exchange systems under conditions of interference and acoustic feedback

V.A. Ermolaev¹, Y.A. Kropotov¹, A.Y. Proskuryakov¹
¹ Murom Institute (branch) of Vladimir State University, Murom, Russia

Abstract

In this paper questions of building models of information exchange systems with discrete and distributed delay and with delayed feedback by methods of the theory of linear functional differential equations are investigated. When solving the said equations, it is necessary to consider restrictions caused by the uncertainties in the system under modeling, such as the absence of the exact data on the parameters of the model elements, their natural spread and temporal variations, thus requiring the solution of an identification problem. The models with continuous aftereffect introduced in this work take a fuller account of reflected signal characteristics in closed space, which increases the reliability of modeling results in comparison with the known differential models. At the same time, there is a problem of finding functions that characterize the value distribution of the echo delay. In this work, these functions (kernels) are approximated by a number of exponents, which simplifies the equations and allows the assumption that the aftereffect can be concentrated on both final and infinite intervals. The echo components caused by closed-space resonances are modeled by transfer functions of the corresponding linear links. In numerical modeling, a single-channel model represented by a second-order resonance link and a pulse-shaped kernel described by a sum of two decreasing exponents is considered. The analysis of stability of the models of systems with delayed feedback is conducted by a frequency method. In the paper an approach to estimating the correlation and spectral functions of signals and noise components based on the parametric representation of the latter is considered. The paper also considers issues relating to the practical significance of the research results.

Keywords: functional differential equations, model of systems with acoustic feedback, echo signals, voice communication, sound, acoustic signals, approximation of distribution functions, correlation function, adaptive filter.

Citation: Ermolaev VA, Kropotov YA, Proskuryakov AY. Identification of the acoustic signal models of audio exchange systems under interference and acoustic feedback conditions. *Computer Optics* 2020; 44(3): 454-465. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-655.

References

- [1] Guretsky H. Analysis and synthesis of control systems with delay [In Russian]. Moscow: "Mashinostroenie" Publisher; 1974.
 - [2] Rezvan V. Absolute stability of automatic systems with delay [In Russian]. Moscow: "Nauka" Publisher; 1983.
 - [3] Tsykunov AM. Robust synchronization of a network of objects with distributed delay. *Autom Remote Control* 2015; 6(11): 1952-1965.
 - [4] Tsykunov AM. Robust control of nonlinear objects with the distributed delay single class [In Russian] // *Probl Upr* 2016; 3: 16-22.
 - [5] Tchangani AP, Dambrine M, Richard JP. Robust stabilization of delay systems with discrete or distributed delayed control. *Proc 37th IEEE Conference on Decision & Control* 1998: 4051-4056.
 - [6] Khartovskii VE. Controllability and identifiability of multi-delay dynamic systems // *Autom Remote Control* 2005; 66(9): 1396-1408.
 - [7] Khartovskii VE. Problems of identification and control of the output for time lag systems. *Autom Remote Control* 2011; 72(5): 914-928.
 - [8] Erneux T. Applied delay differential equations. New York, Springer, 2009. – 204 p.
 - [9] O'Brien D. Optical communications through free space. In Book: Dakin JP, Brown RGW, eds. *Handbook of optoelectronics. Applications of optoelectronics: Vol 3. Ch 31*. Broken, NY: CRC Press; 2018: 413-427.
 - [10] Mbe JHT, Talla AF, Chengui GRG, Coillet A, Larger L, Yanne PW, Chembo YK. Mixed-mode oscillations in slow-fast delayed optoelectronic systems. *Phys Rev E* 2015; 91: 012902.
 - [11] Marquez BA, Larger L, Brunner D, Chembo YK, Jacquot M. Interaction between Lienard and Ikeda dynamics in a nonlinear electro-optical oscillator with delayed bandpass feedback. *Phys Rev E* 2016; 94: 062208.
 - [12] Illing L, Hoth G, Shareshian L, May C. Scaling behavior of oscillations arising in delay-coupled optoelectronic oscillators. *Phys Rev E* 2011; 83: 026107.
 - [13] Martines-Llinas J, Colet P, Erneux T. Tuning the period of square-wave oscillations for delay-coupled optoelectronic systems. *Phys Rev E* 2014; 89: 042908.
 - [14] Lenstra D. Relaxation oscillation dynamics in semiconductor diode lasers with optical feedback. *IEEE Photon Technol Lett* 2013; 25(6): 591-593.
 - [15] Peil M, Jacquot M, Chembo YK, Larger L, Erneux T. Routes to chaos and multiple time scale dynamics in broadband bandpass nonlinear delay electro-optic oscillators. *Phys Rev E* 2009; 79: 026208.
 - [16] Loiko NA, Samson AM. Nonlinear dynamics of laser systems with a delay [In Russian]. *Kvantovaya Elektronika* 1994; 21(8): 713-728.
-

- [17] Kouomou YC, Colet P, Larger L, Gastaud N. Chaotic breathers in delayed electro-optical systems. *Phys Rev Lett* 2005; 95: 203903.
- [18] Belousov PP, Belousov PYa, Dubnischchev YuN. Laser Doppler visualisation of the velocity field [In Russian]. *Kvantovaya Elektronika* 1999; 29(2): 157-162.
- [19] Dubnischcheva YuN, Chuguib YuV, Kompenhansc J. Laser Doppler visualisation of the velocity field by excluding the influence of multiparticle scatterin [In Russian]. *Kvantovaya Elektronika* 2009; 39(10): 962-966.
- [20] Glyzin SD, Kolesov AYu, Rozov NKh. Self-excited relaxation oscillations in networks of impulse neurons. *Russian Mathematical Surveys* 2015; 70(3): 383-452.
- [21] Glyzin SD, Kolesov AYu, Rozov NH. The theory of non-classical relaxation oscillations in singularly perturbed delay systems. *Sbornik: Mathematics* 2014; 205(6): 781-842.
- [22] Myshkis AD. Linear differential equations with lagged argument [In Russian]. Moscow, Leningrad: "Gostehizdat" Publisher, 1951.
- [23] Kolmanovskii V, Myshkis A. Introduction to the theory and applications of functional differential equations. Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers; 1999.
- [24] Krasovsky NN. Some problems of the theory of motion stability [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 1959.
- [25] Bellman R, Cooke KL. Differential-difference equations. – New York, London: Academic Press; 1963.
- [26] Elsholtz LE. Introduction to the theory of differential equations with a divergent argument [In Russian]. Moscow: "Nauka" Publisher, 1971.
- [27] Hale J. Theory of functional differential equations. New York, Heidelberg, Berlin: Springer-Verlag; 1977.
- [28] E. Pinney. Ordinary difference-differential equations. University of California Press; 1958.
- [29] Hansler E, Schmidt G, eds. Topics in acoustic echo and noise control: Selected methods for the cancelation of acoustic echoes, the reduction of background noise, and speech processing. Berlin, Heidelberg: Springer; 2006.
- [30] Kuttruff H. Room acoustics. London, New York: Spon Press; 2009.
- [31] Kanev NG. Reverberation in a trapezoidal room [In Russian]. *Akusticheskij Zhurnal* 2013; 59(5): 607-612.
- [32] Kanev NG. About the maximum sound absorption by a Helmholtz resonator in a room at low frequencies [In Russian]. *Akusticheskij Zhurnal* 2018; 64(6): 752-755.
- [33] Bobrovnikskiy YuI, Morozov KD, Tomilina TM. Impedance approach to the design of the effective absorbers of the vibrational energy [In Russian]. *Akusticheskij Zhurnal* 2017; 63(2): 137-144.
- [34] Bobrovnikskii YuI. Models and general wave properties of two-dimensional acoustic metamaterials and media [In Russian]. *Akusticheskij Zhurnal* 2015; 61(3): 283-294.
- [35] Bobrovnikskii YuI. Hysteretic damping and causality [In Russian]. *Akusticheskij Zhurnal* 2013; 59(3): 291-295.
- [36] Akhunov KhG, Kravtsov YuA. Conditions for the coherent summation of waves in the backscattering of sound in multipath-transmission channels [In Russian]. *Akusticheskij Zhurnal* 1984; 30(2): 145-148.
- [37] Min Q, He W-Q, Wang Q-B, Tian J-J, Zhang Q-Y. Study of stepped acoustic resonator with transfer matrix method. *Acoustical Physics* 2014; 60(4): 492-498.
- [38] Sysoev IV, Prokhorov MD, Ponomarenko VI, Bezruchko BP. Parameter determination of the elements and architecture of the bonds in the ensembles of the connected systems with time lag [In Russian]. *Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki* 2014; 84(10): 16-26.
- [39] Sysoev IV, Ponomarenko VI, Prokhorov MD. Reconstruction of the oscillator ensembles with nonlinear delayed connections [In Russian]. *Pisma v Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki* 2018; 44(22): 57-64.
- [40] Sysoev IV, Ponomarenko VI, Prokhorov MD. Identification of the interaction structure and the element eigenfrequency parameters in the networks consisting of the delay systems [In Russian]. *Pisma v Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki* 2016; 42(1): 95-102.
- [41] Ponomarenko VI, Kulminskiy DD, Karavaev AS, Prokhorov MD. Collective dynamics of the identical bistable autogenerator with a delay connected through the common field [In Russian]. *Pisma v Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki* 2017; 43(6): 64-71.
- [42] Ermolaev VA, Kropotov YuA. Methods of local analysis and smoothing of time series and discrete signals [In Russian]. *Matem Mod* 2017; 29(2): 119-132.
- [43] Ermolaev VA, Karasev OE, Kropotov YA. Interpolation filtering method in the tasks of processing speech signals in the time domain [In Russian]. *Herald of computer and information technologies* 2008; 7: 12-17.
- [44] Ermolaev VA, Kropotov YA, Eremenko VT, Karasev OE. Identification of discrete linear systems models with variable, slowly changing parameters [In Russian]. *Radio-tehnika i Elektronika* 2010; 55(1): 57-62.

Authors' information

Valeryi Andreevich Ermolaev – Ph.D. of Engineering Sciences, associate professor of Electronics and Computer Science department. Murom Institute (branch) of the Vladimir State University named after Alexander and Nickolay Stoletovs. Field of research: mathematical modeling, data processing and forecasting. E-mail: kaf-eivt@yandex.ru.

Yuriy Anatolievich Kropotov – Dr. of Engineering Sciences, Full Professor. Head of the Electronics and Computer Scienced department+. Murom Institute (branch) of the Vladimir State University named after Alexander and Nickolay Stoletovs. Field of research: telecommunication information and control systems. E-mail: kaf-eivt@yandex.ru.

Alexander Yurievich Proskuryakov – Candidate of Technical Sciences, docent, associate professor Electronics and Computer Science department. Murom Institute (branch) of the Vladimir State University named after Alexander and Nickolay Stoletovs. Field of research: data forecasting, neural networks, processing and prediction of data changes in economic systems. E-mail: kaf-eivt@yandex.ru.