

## Вращение эллипсоидальной диэлектрической частицы в фокусе Гауссова пучка с круговой поляризацией

А.Г. Налимов<sup>1,2</sup>, С.С. Стафеев<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, 443001, Россия, Самарская область, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151,

<sup>2</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, 443086, Россия, Самарская область, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

### Аннотация

В работе рассмотрены силы и моменты сил, действующие в фокусе сферической волны с круговой поляризацией на эллипсоидальную диэлектрическую частицу. Расчёты проведены на основе поля дифракции, полученного методом FDTD, расчёт силы и момента силы проводился с помощью тензора напряжений Максвелла. Показано, что в фокусе сферической волны с круговой поляризацией на эллипсоид относительно его центра действует момент силы, который будет стремиться вращать его вокруг оптической оси. При этом эллипсоид расположен в поперечной плоскости к оптической оси. При смещении эллипсоида с оптической оси возникает сила со стороны света, препятствующая этому смещению, то есть на оптической оси частица будет находиться в оптической ловушке.

**Ключевые слова:** сила, момент силы, оптический пинцет, тензор напряжений Максвелла, вращение.

**Цитирование:** Налимов, А.Г. Вращение эллипсоидальной диэлектрической частицы в фокусе Гауссова пучка с круговой поляризацией / А.Г. Налимов, С.С. Стафеев // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44, № 4. – С. 561-567. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-693.

**Citation:** Nalimov AG, Stafeev SS. Rotation of an elliptical dielectric particle in the focus of a circularly polarized Gaussian beam. Computer Optics 2020; 44(4): 561-567. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-693.

### Введение

Изучение силы, действующей со стороны света на микро- и нанообъекты, до сих пор вызывает интерес исследователей [1–9], который проявляется как для двумерного случая [10], так и для трёхмерного [11, 12, 13]. Для оценки силы, действующей на частицу, размер которой значительно превышает длину волны, расчёты можно проводить в приближении геометрической оптики. Такие расчёты, как правило, используют метод трассировки лучей Монте-Карло: лучи от источника исходят случайным образом, формируя в целом заданное распределение потока света [1, 3]. Однако, если объекты соизмеримы с длиной волны или меньше её, расчёт силы основывается на строгих методах, например, на использовании тензора напряжения электромагнитного поля Максвелла [3]. Рэлеевские частицы, размер которых имеет порядок  $1/20$  длины волны света, почти не изменяют распределение поля, и расчёт сил для таких частиц можно проводить на основе дипольного приближения [15, 16]. Для объектов с простой формой (шар) в известных полях существуют и аналитические решения [17, 18].

Знание силы действия света на частицу лежит в основе создания оптических пинцетов [19, 20]. Чаще всего оптические пинцеты используются для манипуляций биологическими объектами, захвата и удержания клеток, изучения их механических свойств, раз-

деления клеток и т.д. Например, в [11] авторы исследовали создание оптических ловушек на основе лазера с фокусным пятном в виде эллипса для кровяных клеток. В [21] исследователи провели эксперименты по захвату как микрочастиц из кремния диаметром 2,58, 5,06, 9,63 мкм, так и яйцеклеток китайского хомяка диаметром 15 мкм в двухлучевую оптическую ловушку. В [22] авторы с помощью оптического пинцета предложили измерять такие характеристики кровяных клеток, как вязкость мембраны, адгезию клеток, zeta-потенциал и размер зарядов, сформированных вокруг клеток в электролите. Однако интерес также представляют и небиологические микро- и нанообъекты. Например, в [23] были рассмотрены силы, действующие на пару золотых нанопроводов.

Кроме силы, действующей на частицу в световом поле, интерес представляет также момент этой силы [24]. Например, авторы в [13, 25, 26] изучали момент, действующий на эллиптическую частицу в трёхмерном случае, однако их расчёты справедливы только для рэлеевских частиц. Авторы в [27] использовали геометрооптическое приближение для расчёта момента силы на металлизированные частицы. В [28] численно и экспериментально была изучена подвижность похожих на стержни частиц, возникающая из-за момента силы, действующего со стороны света. Однако расчёты проводились в дипольном приближении [29]. Но для более сложных частиц, имеющих размер порядка длины волны и более, дипольное приближе-

ние не является точным. В целом из приведённых статей видно, что расчёт момента силы строгим методом на основе поля дифракции для частиц с размером более длины волны не проводился. Такой метод требует точного расчёта поля и является вычислительно трудоёмким. Кроме того, не был исследован момент силы в фокусе поля с круговой поляризацией, однако данное поле является одним из самых простых способов передачи момента частице в оптической ловушке.

В данной работе рассмотрено поведение эллипсоидальных диэлектрических частиц в области острого фокуса волны с круговой поляризацией. Расчёты проведены на основе поля дифракции, полученного методом FDTD (пакет Rsoft FullWAVE), далее сила и момент силы рассчитывались с использованием тензора напряжений Максвелла. Данный подход позволяет рассчитать силу и момент силы, действующие на частицу произвольной формы в любых когерентных световых полях. Показано, что в фокусе сферической волны с круговой поляризацией на эллипсоид относительно его центра действует момент силы, который будет стремиться вращать его вокруг оптической оси. Это справедливо, когда его наибольший диаметр лежит в поперечной к оптической оси плоскости. При смещении эллипсоида с оптической оси возникает сила со стороны света, препятствующая этому смещению, то есть на оптической оси частица будет находиться в оптической ловушке.

### Теоретическое основание

На рис. 1 представлена схема расчёта момента силы на произвольную микрочастицу, находящуюся в световом поле.

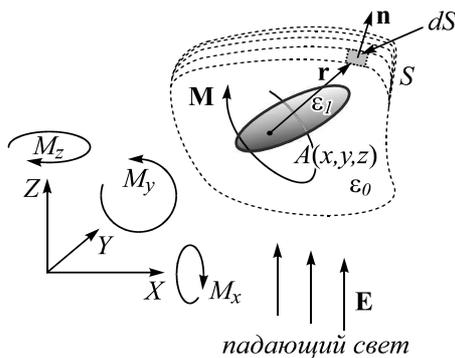


Рис. 1. Схема рассматриваемой задачи

Пусть на произвольную микрочастицу с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$  в среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_0$  (будем считать её равной 1) падает когерентное световое поле произвольным образом. Тогда сила действия света  $\mathbf{F}$  и момент  $\mathbf{M}$ , действующий со стороны света на микрочастицу относительно произвольной точки  $A$ , будут равны [30, 31, 32]:

$$\mathbf{F} = -\oint_S (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) dS, \quad (1)$$

$$\mathbf{M} = \oint_S [\mathbf{r} \times (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})] dS, \quad (2)$$

где  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор от точки  $A(x, y, z)$  до точки интегрирования на поверхности  $S$ ,  $\mathbf{n}$  – внешний вектор нормали к поверхности  $S$ ,  $A$  – точка, относительно которой вычисляется момент  $\mathbf{M}$ ,  $\boldsymbol{\sigma}$  – тензор напряжений электромагнитного поля Максвелла, компоненты которого в системе СГС имеют вид [14]:

$$\sigma_{ik} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{|\mathbf{E}|^2 + |\mathbf{H}|^2}{2} \delta_{ik} - E_i E_k - H_i H_k \right), \quad (3)$$

где  $E_i, H_i$  – компоненты электрического и магнитного полей,  $\delta_{ik}$  – символ Кронекера ( $\delta_{i=k}=1, \delta_{i \neq k}=0$ ).

Далее рассмотрим вычисление момента силы более подробно. Произведение тензора напряжений Максвелла на нормаль можно записать в виде:

$$\begin{aligned} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) &= \begin{bmatrix} \sigma_{ii} & \sigma_{ij} & \sigma_{ik} \\ \sigma_{ji} & \sigma_{jj} & \sigma_{jk} \\ \sigma_{ki} & \sigma_{kj} & \sigma_{kk} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \sigma_{ii}n_x + \sigma_{ij}n_y + \sigma_{ik}n_z \\ \sigma_{ji}n_x + \sigma_{jj}n_y + \sigma_{jk}n_z \\ \sigma_{ki}n_x + \sigma_{kj}n_y + \sigma_{kk}n_z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4)$$

Тогда подынтегральное выражение в (2) примет вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) &= \begin{bmatrix} i & j & k \\ r_x & r_y & r_z \\ \tau_x & \tau_y & \tau_z \end{bmatrix} = \\ &= \mathbf{i}(r_y \tau_z - r_z \tau_y) + \mathbf{j}(r_z \tau_x - r_x \tau_z) + \mathbf{k}(r_x \tau_y - r_y \tau_x). \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, проекции момента  $\mathbf{M}$  вокруг осей координат можно записать в виде:

$$\begin{aligned} M_x &= \oint_S (r_y \tau_z - r_z \tau_y) dS, \\ M_y &= \oint_S (r_z \tau_x - r_x \tau_z) dS, \\ M_z &= \oint_S (r_x \tau_y - r_y \tau_x) dS. \end{aligned} \quad (6)$$

Для электромагнитных полей, колеблющихся с оптической частотой, имеет смысл только усредненное по времени значение момента (2) за период колебания:

$$\langle \mathbf{M} \rangle = \left\langle \oint_S [\mathbf{r} \times (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})] dS \right\rangle. \quad (7)$$

При усреднении по времени за период  $T=2\pi/\omega$  тензора  $\boldsymbol{\sigma}$  учтём, что:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) &= \text{Re}\{\mathbf{E}(\mathbf{x})e^{i\omega t}\}, \\ \mathbf{H}(\mathbf{x}, t) &= \text{Re}\{\mathbf{H}(\mathbf{x})e^{i\omega t}\}, \\ \left\langle \text{Re}\left(E_i(x, y, z)e^{i\omega t}\right) \text{Re}\left(E_j(x, y, z)e^{i\omega t}\right) \right\rangle &= \\ &= \frac{1}{2} \text{Re}\left[E_i(x, y, z)E_j^*(x, y, z)\right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Подставляя (4) в (6) и учитывая (8), окончательно получим для проекции момента  $M_x$ :

$$M_x = \frac{1}{8\pi} \oint_S \left( \text{Re}(\epsilon_0 E_y E_x^* + H_y H_x^*) r_z - \text{Re}(\epsilon_0 E_z E_x^* + H_z H_x^*) r_y \right) dS_x - \frac{1}{8\pi} \oint_S \left( \text{Re}(\epsilon_0 E_z E_y^* + H_z H_y^*) r_y + \frac{r_z}{2} \left( \epsilon_0 |E_x|^2 - \epsilon_0 |E_y|^2 + \epsilon_0 |E_z|^2 + |H_x|^2 - |H_y|^2 + |H_z|^2 \right) \right) dS_y + \frac{1}{8\pi} \oint_S \left( \text{Re}(\epsilon_0 E_y E_z^* + H_y H_z^*) r_x + \frac{r_z}{2} \left( \epsilon_0 |E_x|^2 + \epsilon_0 |E_y|^2 - \epsilon_0 |E_z|^2 + |H_x|^2 + |H_y|^2 - |H_z|^2 \right) \right) dS_z. \tag{9}$$

Аналогично находятся проекции вектора момента относительно остальных двух осей  $M_y, M_z$ .

**Расчёт момента силы в фокусе поля с линейной поляризацией**

На рис. 2 показана зависимость момента силы  $M_y$ , действующей со стороны света на трёхмерную наночастицу, имеющую форму эллипсоида. Эллипсоид задавался двумя радиусами –  $R_{\min}$  и  $R_{\max}$  как функциями от относительного радиуса  $R_{ref}$ :

$$R_{\min} = \frac{R_{ref}}{\sqrt{3}}, \tag{10}$$

$$R_{\max} = R_{ref} \sqrt{3}.$$

Показатель преломления эллиптической частицы был равен  $n=1,5$ , показатель преломления среды  $n_0=1$ . Падающее поле – линейно-поляризованный сфокусированный Гауссов пучок с диаметром перетяжки  $\omega_0 = \lambda = 633$  нм:

$$E_x = E_0 \exp\left(-\frac{x^2}{\omega_0^2}\right) - \tag{11}$$

поле в фокусе  $Z = 2,25 \text{ мкм} = 3,55\lambda$ .

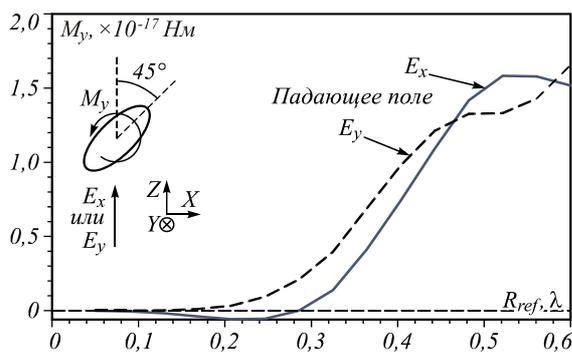


Рис. 2. Зависимость момента силы, действующей на эллипсоид с показателем преломления  $n=1,5$  со стороны Гауссова пучка от относительного радиуса  $R_{ref}$ . Эллипсоид расположен в центре перетяжки Гауссова пучка с наклоном  $45^\circ$

В начальной плоскости падающий пучок имел ширину по полуспаду интенсивности

$$FWHM_{source} = 1,5 \text{ мкм} = 2,36\lambda.$$

Мощность падающего пучка была равна 100 мВт. Моделирование проводилось с помощью FDTD-

метода в программном пакете FullWAVE, шаг сетки был взят равным  $\lambda/50$  по всем трём осям.

Из рис. 2 видно, что при расположении вектора падающего электрического поля и наклона частицы в одной плоскости (XZ) частица малых размеров стремится занять положение, когда её наибольший радиус  $R_{\max}$  перпендикулярен оптической оси. Это согласуется с выводами в работах [26, 30], где было исследовано вращение относительно центра рэлеевских частиц в сфокусированных пучках. Величина этого момента силы имеет порядок  $10^{-17}$  Н·м, что также согласуется с порядком момента силы в [30] с учётом того, что там приводятся данные для двумерного случая: тогда момент силы имеет размерность (Н/м)·м на погонный метр длины для бесконечного цилиндрического объекта. При этом для размеров частицы порядка 1 мкм величина момента получается больше в  $10^6$  раз, так как интегрирование проводится по двумерному контуру. А в [26] авторы рассматривали момент силы, действующий на частицу с размером приблизительно  $0,1\lambda$  и находящуюся в точке равновесия, что показало аналогичное поведение наночастицы при идентичной поляризации падающего пучка: эллиптическая частица стремится также расположиться или вдоль пучка, или поперёк него в зависимости от поляризации падающего света. В случае с падающей волной  $E_y$  рэлеевская эллиптическая частица стремится занять положение вдоль оптической оси, что также согласуется с [30]. Но при этом следует отметить, что в трёхмерном случае характер поведения момента силы несколько другой: с увеличением относительного радиуса  $R_{ref}$  более  $0,4\lambda$  подобного сильного (как получили авторы в [30]) падения момента  $M_y$  не происходит, хотя в случае падающего поля  $E_y$  на графике момента  $M_y$  и наблюдается некоторый провал начиная с радиуса  $R_{ref} > 0,45\lambda$ , а при падающем поле  $E_x$  – начиная с  $R_{ref} > 0,52\lambda$ .

**Расчёт силы и момента силы в фокусе поля с круговой поляризацией**

Отдельный интерес представляет собой поведение микро- и наночастиц в сфокусированном поле с круговой поляризацией. Ранее была показана спин-орбитальная конверсия в фокусе пучка с круговой поляризацией [33], из которой следует, что диэлектрическая (без поглощения) частица, попавшая в фокус плоской волны с круговой поляризацией, будет

вращаться вокруг оптической оси, если её центр расположен на оптической оси. На рис. 3 показана зависимость момента  $M_z$  вокруг оптической оси для эллипсоидальной частицы в фокусе такого поля от размеров частицы, диаметры которой удовлетворяют соотношению:

$$D_2 = \frac{D_1}{2}. \quad (12)$$

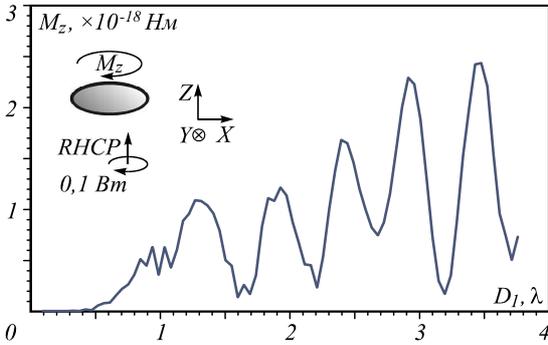


Рис. 3. Зависимость проекции момента  $M_z$  от наибольшего диаметра  $D_1$  эллипсоидальной частицы в фокусе сходящейся сферической волны с диаметром 8 мкм с правой круговой поляризацией

На частицу падала сферическая волна ( $r=6,06$  мкм) с правой круговой поляризацией:

$$E_x = \exp\left(i\left(-kr + \frac{\pi}{2} - \omega t\right)\right), \quad (13)$$

$$E_y = \exp(i(-kr - \omega t)),$$

то есть при круглой апертуре диаметром  $d=8$  мкм фокусное расстояние составляло  $f=4,55$  мкм ( $NA=0,65$ ), частица располагалась в фокусе пучка. Длина волны равна  $\lambda=532$  нм, частица с показателем преломления  $n=1,5$  находилась в воздухе ( $n_0=1$ ), шаг сетки при моделировании был взят  $\lambda/50$  по всем трём осям. Из рис. 3 видно, что при увеличении диаметра на каждую половину длины волны возникает максимум момента  $M_z$ , при этом в минимумах значения момента  $M_z$  примерно на порядок меньше, чем в максимуме. При этом момент направлен в ту же сторону, куда направлено вращение вектора электрического поля в падающем пучке, что также согласуется с экспериментальным результатом в [33].

На рис. 4 показана зависимость проекций моментов  $M_z$ ,  $M_y$  и проекций сил  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$  от смещения частицы в поперечной плоскости вдоль осей  $X$  и  $Y$ .

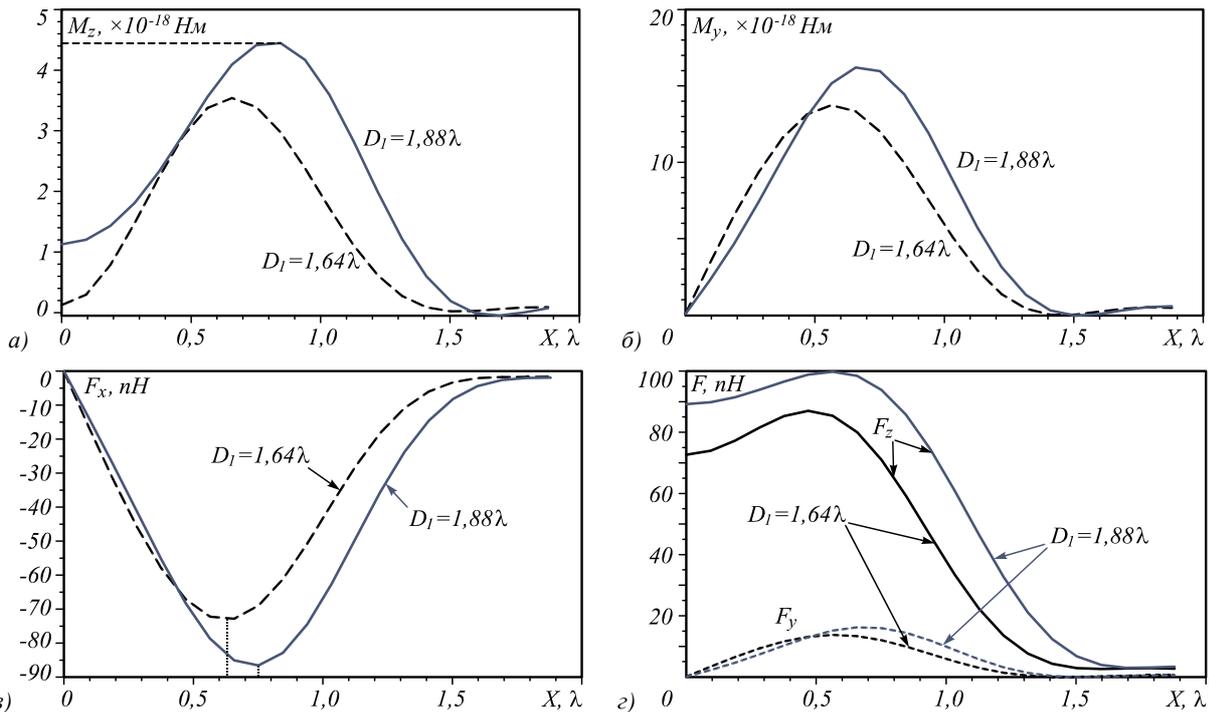


Рис. 4. Зависимость проекций моментов  $M_z$  (а),  $M_y$  (б) и проекций сил  $F_x$  (в),  $F_y$ ,  $F_z$  (г) от смещения частицы вдоль оси  $X$

Моделирование проводилось для частиц двух размеров  $D_1=1,64\lambda$  и  $D_1=1,88\lambda$ , попадающих на рис. 3 в минимум и максимум момента  $M_z$ . Из рис. 4 видно, что при смещении частицы вдоль оси  $X$  момент вокруг оптической оси  $M_z$  продолжает действовать на частицу с тем же знаком, что и в центре, причём до расстояния  $X=0,7...0,8\lambda$  он растёт, далее по мере выхода частицы из пучка он уменьшается. Кроме того,

при смещении частицы вдоль оси  $X$  относительно её центра возникает момент  $M_y$ . Момент  $M_x$  равен нулю, так как эллипсоид симметричен вокруг наибольшего диаметра. При смещении частицы появляется поперечная проекция силы  $F_x$ , которая стремится переместить частицу назад, в максимум интенсивности пучка. Для частиц диаметром  $D_1=1,64\lambda$  и  $D_1=1,88\lambda$  максимального по модулю отрицательного значения проек-

ция  $F_x$  достигает в двух точках приблизительно  $X=0,63\lambda$  и  $X=0,75\lambda$ . Разность между ними соответствует половине разности в диаметрах  $D_1$  частиц. Еще при смещении частицы возникает проекция силы  $F_y$ , которую, поскольку пучок осесимметричен, можно рассматривать как азимутальную силу. Она направлена в положительную сторону оси  $Y$ . Наличие положительной проекции силы  $F_z$  объясняется тем, что расчёт производился в центре перетяжки пучка вдоль оси  $Z$ , а не в точке равновесия.

На рис. 5 показан момент, действующий на частицу с диаметром  $D_1=1,88\lambda=1$  мкм ( $\lambda=532$  нм) в координатах  $(0,75\lambda; 0)$ . Видно, что момент не является постоянным и не зависит от угла поворота, как в центре координат. Частица имеет две точки равновесия, неустойчивое ( $M_z=0$  при  $\varphi=89,53^\circ$ ) и устойчивое равновесие при угле  $\varphi=173^\circ$ .

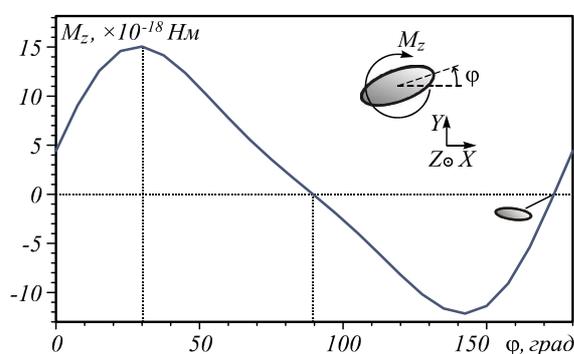


Рис. 5. Зависимость момента от угла поворота эллиптической частицы, расположенной в координатах  $X=0,75\lambda$ ,  $Y=0$

То есть до попадания в центр координат частица может повернуться до положения равновесия, но вращаться на полный оборот не сможет.

Таким образом видно, что, если расположить эллиптическую частицу близ фокуса пучка с правой круговой поляризацией, она будет поворачиваться до положения устойчивого равновесия и перемещаться в поперечной плоскости в центр фокусного пятна по спирали, закрученной к центру влево (если смотреть с положительной стороны оси  $Z$ ). После того, как частица окажется в центре фокусного пятна, она будет испытывать момент  $|M_z|$  в поперечной плоскости меньше в несколько раз, чем момент  $|M_z|$ , возникающий ещё до попадания в центр фокусного пятна (рис. 4а). Но этот момент перестанет зависеть от угла  $\varphi$ , то есть частица сможет вращаться на полный оборот. Для сравнения — сила тяжести такой эллиптической частицы из оргстекла (плотность  $\rho=1190$  кг/м<sup>3</sup>) имеет порядок  $F_g=1,22 \cdot 10^{-14}$  Н. То есть сила со стороны света на частицу при рассматриваемой мощности пучка на 2–3 порядка больше (рис. 4в, г).

Все расчёты выше приведены для случая диэлектрической частицы без мнимой части показателя преломления. Если частица будет иметь коэффициент затухания, момент относительно оптической оси  $M_z$  бу-

дет больше. На рис. 6 показана зависимость момента  $M_z$  от мнимой части показателя преломления  $n$ . Здесь эллипсоидальная частица также расположена на оптической оси с наибольшим диаметром вдоль оси  $X$ .

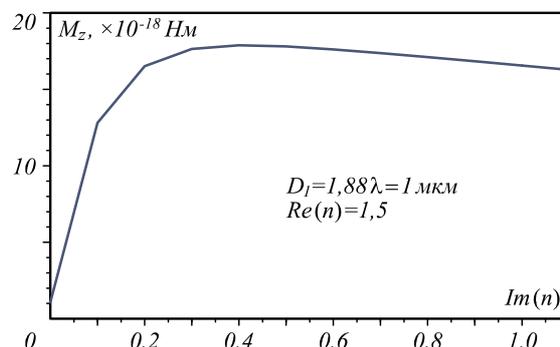


Рис. 6. Зависимость момента  $M_z$  от мнимой части показателя преломления частицы. Частица расположена на оптической оси

Все параметры на рис. 6 те же, что и для рис. 3, в том числе и действительная часть показателя преломления. Наибольший диаметр частицы был постоянным и равен  $D_1=1,88\lambda$ . Видно, что в случае добавления поглощения момент растёт приблизительно до значения  $\text{Im}(n)=0,4$ , далее постепенно спадает.

### Заключение

В работе рассмотрены силы и моменты сил, действующие в фокусе сферической волны с линейной и круговой поляризациями на эллипсоидальную диэлектрическую частицу. В фокусе сферической волны с круговой поляризацией на эллипсоид относительно его центра действует момент силы, который будет стремиться вращать его вокруг оптической оси. Пока эллипсоид смещён от оптической оси, проекция момента силы на оптическую ось принимает разный знак при вращении частицы на  $360^\circ$ , то есть частица имеет положение устойчивого равновесия. При расположении эллипсоида на оптической оси проекция момента силы на оптическую ось принимает один знак, что при отсутствии сопротивления движению из-за других факторов (трение, вязкость и т.д.) приведёт к непрерывному вращению вокруг своего центра, находящегося на оптической оси.

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда в частях «Теоретическое основание», «Расчёт момента силы в безвихревом поле» (грант 18-19-00595), Российского фонда фундаментальных исследований (грант 18-29-20003) в части «Расчёт силы и момента силы в вихревом поле», а также Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (соглашение № 007-ГЗ/ЧЗ363/26) в частях «Введение» и «Заключение».

### Литература

1. **Sraj, I.** Dynamic ray tracing for modeling optical cell manipulation / I. Sraj, A.C. Szatmary, D.W.M. Marr, C.D. Eggleton // *Optics Express*. – 2010. – Vol. 18. – P. 16702-16714.
2. **Zhong, M.** Measurement of interaction force between RGD-peptide and Hela cell surface by optical tweezers / M. Zhong, G. Xue, J. Zhou, Z. Wang, Y. Li // *Chinese Optics Letters*. – 2012. – Vol. 10, Issue 10. – 101701.
3. **Zhou, J.H.** Calculation of optical forces on an ellipsoid using vectorial ray tracing method / J.H. Zhou, M.C. Zhong, Z.Q. Wang, Y.M. Li // *Optics Express*. – 2012. – Vol. 20. – P. 14928-14937.
4. **Liu, S.** Miniaturized optical fiber tweezers for cell separation by optical force / S. Liu, Z. Li, Z. Weng, Y. Li, L. Shui, Z. Jiao, Y. Chen, A. Luo, X. Xing, S. He // *Optics Letters*. – 2019. – Vol. 44. – P. 1868-1871.
5. **Drobczyński, S.** Real-time force measurement in double wavelength optical tweezers / S. Drobczyński, K. Duśzachniewicz // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2017. – Vol. 34. – P. 38-43.
6. **Yu, Y.** Methods of calibration to optical trapping force upon non-spherical cells / Y. Yu, Z. Zhang, Z. Li, X. Wang // *Chinese Optics Letters*. – 2006. – Vol. 4. – P. 722-724.
7. **Muradoglu, M.** Optical force lateral push-pulling using focus positioning / M. Muradoglu, W.S.Y. Chiu, T.W. Ng // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2012. – Vol. 29. – P. 874-880.
8. **Wang, D.** Optical pulling force in periodic backward-wave waveguides / D. Wang, Z. Wang // *Conference on Lasers and Electro-Optics, OSA Technical Digest (online) (Optical Society of America)*. – 2017. – FTh1H.4.
9. **Jing, P.** Optical tweezers system for live stem cell organization at the single-cell level / P. Jing, Y. Liu, E.G. Keeler, N.M. Cruz, B.S. Freedman, L.Y. Lin // *Biomedical Optics Express*. – 2018. – Vol. 9. – P. 771-779.
10. **Mitri, F.G.** Radiation force and torque on an elliptical cylinder illuminated by a TE-polarized non-paraxial focused Gaussian light sheet with arbitrary incidence / F.G. Mitri // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2020. – Vol. 37. – P. 265-275.
11. **Spyratou, E.** Red blood cell micromanipulation with elliptical laser beam profile optical tweezers in different osmolarity conditions / E. Spyratou, M. Makropoulou, A.A. Serafetinides // *Proceedings of SPIE*. – 2011. – Vol. 8092. – 80920T.
12. **Funk, M.** Constant power optical tweezers with controllable torque / M. Funk, S.J. Parkin, A.B. Stilgoe, T.A. Nieminen, N.R. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop // *Optics Letters*. – 2009. – Vol. 34. – P. 139-141.
13. **Zhang, Y.** Theoretical investigation on asymmetrical spinning and orbiting motions of particles in a tightly focused power-exponent azimuthal-variant vector field / Y. Zhang, Y. Xue, Z. Zhu, G. Rui, Y. Cui, B. Gu // *Optics Express*. – 2018. – Vol. 26. – P. 4318-4329. – DOI: 10.1364/OE.26.004318.
14. **Ландау, Л.Д.** Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. М.: Наука, 1973. – 504 с. – ISBN: 5-02-014420-7.
15. **Harada, Y.** Radiation forces on a dielectric sphere in the Rayleigh scattering regime / Y. Harada, T. Asakura // *Optics Communications*. – 1996. – Vol. 124. – P. 529-541.
16. **Bekshaev, A.Y.** Subwavelength particles in an inhomogeneous light field: optical forces associated with the spin and orbital energy flows / A.Ya. Bekshaev // *Journal of Optics*. – 2013. – Vol. 15. – 044004.
17. **Kotlyar, V.V.** Analytical expression for radiation forces on a dielectric cylinder illuminated by a cylindrical Gaussian beam / V.V. Kotlyar, A.G. Nalimov // *Optics Express*. – 2006. – Vol. 14, Issue 13. – P. 6316-6321. – DOI: 10.1364/OE.14.006316.
18. **Chang, S.** Optical torque exerted on a homogeneous sphere levitated in the circularly polarized fundamental-mode laser beam / S. Chang, S.S. Lee // *Journal of the Optical Society of America B*. – 1985. – Vol. 2. – P. 1853-1860.
19. **Bezryadina, A.** Tug-of-war optical tweezers to control cell clusters / A. Bezryadina, J. Lamstein, D. Preece, J.C. Chen, Z. Chen // *Optics in the Life Sciences Congress, OSA Technical Digest (online) (Optical Society of America)* – 2017. – OtM4E.5.
20. **Rykov, M.A.** Modifying the laser beam intensity distribution for obtaining improved strength characteristics of an optical trap / M.A. Rykov, R.V. Skidanov // *Applied Optics*. – 2014. – Vol. 53, Issue 2. – P. 156-164. – DOI: 10.1364/AO.53.000156.
21. **Wei, M.T.** Three-dimensional optical force field on a Chinese hamster ovary cell in a fiber-optical dual-beam trap / M.T. Wei, K.T. Yang, A. Karmenyan, A. Chiou // *Optics Express*. – 2006. – Vol. 14. – P. 3056-3064.
22. **Fontes, A.** Studying red blood cell agglutination by measuring electrical and mechanical properties with a double optical tweezers / A. Fontes, H.P. Fernandes, A.A. de Thomaz, L.C. Barbosa, M.L. Barjas-Castro, C.L. Cesar // *Proceedings of SPIE*. – 2007. – Vol. 6633. – 6633\_26.
23. **Zhao, R.** Optical forces in nanowire pairs and metamaterials / R. Zhao, P. Tassin, T. Koschny, C.M. Soukoulis // *Optics Express*. – 2010. – Vol. 18. – P. 25665-25676.
24. **Pedaci, F.** Calibration of the optical torque wrench / F. Pedaci, Z. Huang, M. Oene, N.H. Dekker // *Optics Express*. – 2012. – Vol. 20. – P. 3787-3802.
25. **Li, M.** Intrinsic optical torque of cylindrical vector beams on Rayleigh absorptive spherical particles / M. Li, S. Yan, B. Yao, M. Lei, Y. Yang, J. Min, D. Dan // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2014. – Vol. 31. – P. 1710-1715.
26. **Li, M.** Optical trapping force and torque on spheroidal Rayleigh particles with arbitrary spatial orientations / M. Li, S. Yan, B. Yao, Y. Liang, G. Han, P. Zhang // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2016. – Vol. 33. – P. 1341-1347. – DOI: 10.1364/JOSAA.33.001341.
27. **Liu, J.** Ray-optics model for optical force and torque on a spherical metal-coated Janus microparticle / J. Liu, C. Zhang, Y. Zong, H. Guo, Z.Y. Li // *Photonics Research*. – 2015. – Vol. 3. – P. 265-274.
28. **Biener, G.** Optical torques guiding cell motility / G. Biener, E. Vrotsos, K. Sugaya, A. Dogariu // *Optics Express*. – 2009. – Vol. 17. – P. 9724-9732.
29. **Nieto-Vesperinas, M.** Optical torque on small bi-isotropic particles / M. Nieto-Vesperinas // *Optics Letters*. – 2015. – Vol. 40. – P. 3021-3024.
30. **Rockstuhl, C.** Calculation of the torque on dielectric elliptical cylinders / C. Rockstuhl, H.P. Herzig // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2005. – Vol. 22, Issue 1. – P. 109-116. – DOI: 10.1364/josaa.22.000109.
31. **Налимов, А.Г.** Расчёт момента силы, действующей со стороны цилиндрического гауссова пучка на цилиндрическую микрочастицу / А.Г. Налимов, В.В. Котляр // *Компьютерная оптика*. – 2007. – Т. 31, № 2. – С. 16-20.
32. **Kotlyar, V.V.** Calculating the pressure force of the non-paraxial cylindrical Gaussian beam exerted upon a homogeneous circular-shaped cylinder / V.V. Kotlyar, A.G. Nalimov // *Journal of Modern Optics*. – 2006. – Vol. 53, Issue 13. – P. 1829-1844. – DOI: 10.1080/09500340600653188.

33. **Котляр, В.В.** Передача спинового углового момента диэлектрической микрочастице / В.В. Котляр, А.Г. Налимов, А.А. Ковалёв, А.П. Порфирьев,

С.С. Стафеев // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44, № 3. – С. 333-342. – DOI: 10.18287/2412-6179-СО-686.

---

#### *Сведения об авторах*

**Налимов Антон Геннадьевич**, 1980 года рождения, окончил Самарский государственный аэрокосмический университет в феврале 2003 года по специальности «Физика». Поступил в очную аспирантуру СГАУ по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» в 2003 году, окончил её по специальности 01.04.05 «Оптика» в 2006 году. Работает на кафедре технической кибернетики в Самарском университете в должности доцента, в ИСОИ РАН – филиале ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН в должности научного сотрудника. Кандидат физико-математических наук, соавтор 140 работ и 3 патентов. E-mail: [anton@smr.ru](mailto:anton@smr.ru).

**Стафеев Сергей Сергеевич**, 1985 года рождения. В 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладная математика и физика». Кандидат физико-математических наук с 2012 года. Научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, разностное решение уравнений Максвелла, оптика ближнего поля. E-mail: [sergey.stafeev@gmail.com](mailto:sergey.stafeev@gmail.com). ORCID: 0000-0002-7008-8007.

---

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 22 января 2020 г. Окончательный вариант – 29 апреля 2020 г.

---

---

# Rotation of an elliptical dielectric particle in the focus of a circularly polarized Gaussian beam

A.G. Nalimov<sup>1,2</sup>, S.S. Stafeev<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> *IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,  
Molodogvardeyskaya 151, 443001, Samara, Russia,*

<sup>2</sup> *Samara National Research University, Moskovskoye Shosse 34, 443086, Samara, Russia*

## Abstract

A force and a torque exerted on an elliptical dielectric particle in the focus of a spherical circularly polarized laser beam are considered. The numerical simulation is conducted using a diffraction field obtained by an FDTD method, with the force and torque derived using a Maxwell's stress tensor. It is shown that an optical torque is exerted on the center of an elliptical particle put in the focus of a circularly polarized spherical wave, making it rotate around the optical axis. The rotation occurs when the elliptical microparticle is situated in a transverse plane to the optical axis. When shifting the ellipsoid from the optical axis, an optical trapping force appears that prevents its displacement, meaning that the particle finds itself in an optical trap on the optical axis.

**Keywords:** light force, optical torque, optical tweezers, Maxwell's stress tensor, rotation.

**Citation:** Nalimov AG, Stafeev SS. Rotation of an elliptical dielectric particle in the focus of a circularly polarized Gaussian beam. *Computer Optics* 2020; 44(4): 561-567. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-693.

**Acknowledgements:** The work was partly funded by the Russian Science Foundation (section “Theoretical background”), # 18-19-00595 (section “A torque in a non-vortex beam”), the Russian Foundation for Basic Research grant # 18-29-20003 (section “A force and torque in vortex beam”) and the RF Ministry of Science and Higher Education within a state contract with the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS under agreement 007-Г3/Ч3363/26 (sections “Introduction” and “Conclusion”).

## References

- [1] Sraj I, Sztarmay AC, Marr DWM, Eggleton CD. Dynamic ray tracing for modeling optical cell manipulation. *Opt Express* 2010; 18: 16702-16714.
  - [2] Zhong M, Xue G, Zhou J, Wang Z, Li Y. Measurement of interaction force between RGD-peptide and Hela cell surface by optical tweezers. *Chin Opt Lett* 2012; 10(10): 101701.
  - [3] Zhou JH, Zhong MC, Wang ZQ, Li YM. Calculation of optical forces on an ellipsoid using vectorial ray tracing method. *Opt Express* 2012; 20: 14928-14937.
  - [4] Liu S, Li Z, Weng Z, Li Y, Shui L, Jiao Z, Chen Y, Luo A, Xing X, He S. Miniaturized optical fiber tweezers for cell separation by optical force. *Opt Lett* 2019; 44: 1868-1871.
  - [5] Drobczyński S, Duś-szachniewicz K. Real-time force measurement in double wavelength optical tweezers. *J Opt Soc Am B* 2017; 34: 38-43.
  - [6] Yu Y, Zhang Z, Li Z, Wang X. Methods of calibration to optical trapping force upon non-spherical cells. *Chin Opt Lett* 2006; 4: 722-724.
  - [7] Muradoglu M, Chiu WSY, Ng TW. Optical force lateral push-pulling using focus positioning. *J Opt Soc Am B* 2012; 29: 874-880.
  - [8] Wang D, Wang Z. Optical pulling force in periodic backward-wave waveguides. *Conference on Lasers and Electro-Optics, OSA Technical Digest (online) (Optical Society of America) 2017: FTh1H.4.*
  - [9] Jing P, Liu Y, Keeler EG, Cruz NM, Freedman BS, Lin LY. Optical tweezers system for live stem cell organization at the single-cell level. *Biomed Opt Express* 2018; 9: 771-779.
  - [10] Mitri FG. Radiation force and torque on an elliptical cylinder illuminated by a TE-polarized non-paraxial focused Gaussian light sheet with arbitrary incidence. *J Opt Soc Am A* 2020; 37: 265-275.
  - [11] Spyratou E, Makropoulou M, Serafetinides AA. Red blood cell micromanipulation with elliptical laser beam profile optical tweezers in different osmolarity conditions. *Proc SPIE* 2011; 8092: 80920T.
  - [12] Funk M, Parkin SJ, Stilgoe AB, Nieminen TA, Heckenberg NR, Rubinsztein-Dunlop H. Constant power optical tweezers with controllable torque. *Opt Lett* 2009; 34: 139-141.
  - [13] Zhang Y, Xue Y, Zhu Z, Rui G, Cui Y, Gu B. Theoretical investigation on asymmetrical spinning and orbiting motions of particles in a tightly focused power-exponent azimuthal-variant vector field. *Opt Express* 2018; 26: 4318-4329. DOI: 10.1364/OE.26.004318.
  - [14] Landau LD, Lifshitz EM. *The classic theory of fields [In Russian].* Moscow: "Nauka" Publisher; 1973. ISBN: 5-02-014420-7.
  - [15] Harada Y, Asakura T. Radiation forces on a dielectric sphere in the Rayleigh scattering regime. *Opt Commun* 1996; 124: 529-541.
  - [16] Bekshaev AY. Subwavelength particles in an inhomogeneous light field: optical forces associated with the spin and orbital energy flows. *J Opt* 2013; 15: 044004.
  - [17] Kotlyar VV, Nalimov AG. Analytical expression for radiation forces on a dielectric cylinder illuminated by a cylindrical Gaussian beam. *Opt Express* 2006; 14(13): 6316-6321. DOI: 10.1364/OE.14.006316.
  - [18] Chang S, Lee SS. Optical torque exerted on a homogeneous sphere levitated in the circularly polarized fundamental-mode laser beam. *J Opt Soc Am B* 1985; 2: 1853-1860.
  - [19] Bezryadina A, Lamstein J, Preece D, Chen JC, Chen Z. Tug-of-war optical tweezers to control cell clusters. *Optics*
-

- 
- in the Life Sciences Congress, OSA Technical Digest (online) (Optical Society of America) 2017: OtM4E.5.
- [20] Rykov MA, Skidanov RV. Modifying the laser beam intensity distribution for obtaining improved strength characteristics of an optical trap. *Appl Opt* 2014; 53(2): 156-164. DOI: 10.1364/AO.53.000156.
- [21] Wei MT, Yang KT, Karmenyan A, Chiou A. Three-dimensional optical force field on a Chinese hamster ovary cell in a fiber-optical dual-beam trap. *Opt Express* 2006; 14: 3056-3064.
- [22] Fontes A, Fernandes HP, Thomaz AA, Barbosa LC, Barjas-Castro ML, Cesar CL. Studying red blood cell agglutination by measuring electrical and mechanical properties with a double optical tweezers. *Proc SPIE* 2007; 6633: 6633\_26.
- [23] Zhao R, Tassin P, Koschny T, Soukoulis CM. Optical forces in nanowire pairs and metamaterials. *Opt Express* 2010; 18: 25665-25676.
- [24] Pedaci F, Huang Z, Oene M, Dekker NH. Calibration of the optical torque wrench. *Opt Express* 2012; 20: 3787-3802.
- [25] Li M, Yan S, Yao B, Lei M, Yang Y, Min J, Dan D. Intrinsic optical torque of cylindrical vector beams on Rayleigh absorptive spherical particles. *J Opt Soc Am A* 2014; 31: 1710-1715.
- [26] Li M, Yan S, Yao B, Liang Y, Han G, Zhang P. Optical trapping force and torque on spheroidal Rayleigh particles with arbitrary spatial orientations. *J Opt Soc Am A* 2016; 33: 1341-1347. DOI: 10.1364/JOSAA.33.001341.
- [27] Liu J, Zhang C, Zong Y, Guo H, Li ZY. Ray-optics model for optical force and torque on a spherical metal-coated Janus microparticle. *Photon Res* 2015; 3: 265-274.
- [28] Biener G, Vrotsos E, Sugaya K, Dogariu A. Optical torques guiding cell motility. *Opt Express* 2009; 17: 9724-9732.
- [29] Nieto-Vesperinas M. Optical torque on small bi-isotropic particles. *Opt Lett* 2015; 40: 3021-3024.
- [30] Rockstuhl C, Herzig HP. Calculation of the torque on dielectric elliptical cylinders. *J Opt Soc Am A* 2005; 22(1): 109-116. DOI: 10.1364/josaa.22.000109.
- [31] Nalimov AG, Kotlyar VV. Calculation of the moment of the force acting by a cylindrical Gaussian beam on a cylindrical microparticle. *Computer Optics* 2007; 31(2): 16-20.
- [32] Kotlyar VV, Nalimov AG. Calculating the pressure force of the non-paraxial cylindrical Gaussian beam exerted upon a homogeneous circular-shaped cylinder. *J Mod Opt* 2006; 53(13): 1829-1844. DOI: 10.1080/09500340600653188.
- [33] Kotlyar VV, Nalimov AG, Kovalev AA, Porfirev AP, Stafeev SS. Transferring of spin angular momentum to a dielectric particle. *Computer Optics* 2020; 44(3): 333-342. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-686.
- 

#### *Authors' information*

**Anton Gennadyevich Nalimov** (b. 1980), graduated from Samara State Aerospace University in February, 2003. Entered in postgraduate study in 2003 on speciality 05.13.18 "Mathematical Modeling and Program Complexes", finished it in 2006 with speciality 01.04.05 "Optics". A.G. Nalimov works on Technical Cybernetics department in Samara National Research University as an associate professor, works as a scientist in the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, Samara, Russia. Candidate in Physics and Mathematics, coauthor of 100 papers and 3 inventions. E-mail: [anton@smr.ru](mailto:anton@smr.ru).

**Sergey Sergeevich Stafeev** (b. 1985) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State Aerospace University (2009). He received his PhD in 2012. He is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS. Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics. E-mail: [sergey.stafeev@gmail.com](mailto:sergey.stafeev@gmail.com). ORCID: 0000-0002-7008-8007.

---

*Received January 22, 2020. The final version – April 29, 2020.*

---