

Алгоритмы многомерного имитационного моделирования случайных процессов

В.В. Сюзев¹, Е.В. Смирнова¹, А.В. Пролетарский¹

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана,

105005, Россия, г. Москва, ул. 2-я Бауманская, д. 5/1

Аннотация

В статье рассматриваются два подхода к моделированию сигналов и процессов: метод формирующих фильтров и тригонометрический метод. Показано, что второй подход более перспективен, так как увеличение размерности представления сигнала (процесса) математически означает добавление слагаемого в формуле базисной функции, что дает доступ к быстрым алгоритмам имитации. Приведены примеры алгоритмов многомерного моделирования случайных процессов с использованием двух методов, и описана программная система, реализующая эти алгоритмы. Результаты работы программного комплекса позволят прогнозировать характеристики инженерных проектов (точность и быстродействие алгоритмов моделирования). В связи с актуальностью и необходимостью фундаментальных исследований методов и алгоритмов цифрового преобразования компонентной базы, внедрения цифровых технологий во все аспекты деятельности, включая синтез новых материалов, разработку новых методов проектирования микро- и наносистем, целью статьи является расширение области применения спектрального метода моделирования многомерных процессов с использованием оригинальных алгоритмических комплексов.

Ключевые слова: случайный двумерный сигнал, моделирование и имитация сигналов, базисные функции, имитационные ряды Фурье, энергетические характеристики сигналов, функция спектральной плотности мощности, автокорреляционная функция, программная система, сверхбыстрая обработка информации.

Цитирование: Сюзев, В. Алгоритмы многомерного имитационного моделирования случайных процессов / В.В. Сюзев, Е.В. Смирнова, А.В. Пролетарский // Компьютерная оптика. – 2021. – Т. 45, № 4. – С. 627-637. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-770.

Citation: Syuzev VV, Smirnova EV, Proletarsky AV. Algorithms of multidimensional random process simulation. Computer Optics 2021; 45(4): 627-637. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-770.

Введение

Имитационное моделирование является важным инструментом исследования объектов и процессов, находящим широкое применение в различных научных и практических областях. Методы моделирования активно применяются в приборостроении и электронике [1–5], при проектировании и исследовании радиотехнических систем [6]. Численное моделирование осуществляется для исследования процессов перестройки наноструктур сплавов методами молекулярной динамики [7], для анализа процессов, связанных с физикой твердого тела [8], в системах распознавания изображений [9], в таких областях, как экономика и финансы [10, 11], большой интерес проявляется к многомерному моделированию, которое связано с такими новыми направлениями обработки больших данных, как интерактивные карты с дополненной реальностью [12]. Авторы статьи используют известные и оригинальные алгоритмы и методы цифрового моделирования при подготовке инженерных кадров [13, 14], поскольку в условиях быстро развивающихся информационных технологий потребность в инженерах, имеющих теоретические знания и практические навыки в области математического моделирования процессов и сигналов, многократно возросла.

В настоящее время достаточно широко используется цифровая обработка многомерных сигналов, например, в вычислительных комплексах моделирования гидроакустической обстановки реального времени [15], в системах обработки изображений и технического зрения [16, 17], интерес к многомерным методам и моделям имитации возрастает.

Из всего множества существующих методов и моделей имитационного моделирования по их практической востребованности можно выделить два основных направления.

Первое направление связано с созданием рекурсивных и нерекурсивных формирующих фильтров, используемых в том числе и в стандартном программном обеспечении, например, в MatLab [19]. Их синтез в двумерном случае состоит в факторизации корреляционной или спектральной матриц [15, 16, 18], приводящей к импульсной характеристике имитационных фильтров. Эффективные результаты в этом случае можно получить только в классе дробно-рациональных функций спектральной плотности, поэтому процесс факторизации не всегда может быть реализован. Параграф 1 этой статьи посвящен рассмотрению моделирования стационарных случайных процессов методом скользящих фильтров.

Второе направление состоит из методов и моделей, содержащих составные тригонометрические базисные системы. Их прямое использование требует выполнения большого объема вычислительных операций, и это можно считать ограничением, но оно может быть снято за счет решения задач имитации в других базисах, имеющих возможности для реализации эффективных быстрых преобразований (базисы Фурье и Хартли). Однако именно это направление послужило авторам статьи основой для предложения новой модернизации известных моделей, резко повышающей их эффективность. В параграфе 2 статьи предложено оригинальное обобщение одномерного случая на представление многомерных сигналов и процессов в многомерной спектральной области гармонических базисов, и показано, что такой спектральный подход не содержит ограничений по виду и содержанию ФСПМ, а его применение позволит улучшить показатели точности и вычислительной сложности у получаемых алгоритмов имитации за счет применения быстрых преобразований сигналов.

Особенностью предлагаемого авторами подхода к имитационному моделированию является энергетическое представление сигналов, такой подход может применяться, в частности, для экспериментального исследования алгоритмов интерполяции на трёхмерных гиперспектральных данных дистанционного зондирования Земли [17], решать задачи технического зрения и обработки изображений [18] и другие. Кроме этих примеров, существуют запросы на фундаментальные исследования методов и алгоритмов цифровой трансформации перспективной компонентной базы, направленной на обеспечение интеграции цифровых технологий во все аспекты синтеза новых материалов и способов моделирования и конструирования микро- и наносистем. В связи с такой целью разрабатываются оригинальные алгоритмические комплексы, обеспечивающие инструменты моделирования в конкретных областях. Одним из таких инструментов является оригинальная программная система, разработанная авторами для моделирования случайных многомерных сигналов и процессов. Алгоритмическая имитационная система описана в параграфе 3 статьи.

Начать же авторы считают нужным с описания известных алгоритмов имитации многомерных случайных сигналов методом формирующих фильтров со скользящим суммированием, сделав акцент на описание особенностей многомерной имитации сигналов этим методом и на возможных способах ее реализации.

1. Моделирование стационарных случайных процессов методом скользящего суммирования

Задачи моделирования случайных процессов, решаемые в системах передачи и обработки сигналов, часто приводят к необходимости получения случай-

ных сигналов с негауссовым законом распределения. Для создания возмущений такого рода используют генераторы случайных сигналов с задаваемыми параметрами: спектральной плотностью, номинальной корреляционной функцией выходного сигнала, шириной спектра. При этом выполняются следующие условия:

- отклонение спектральной плотности от заданной не превышает допустимого значения;
- устанавливается номинальный интегральный закон распределения мгновенных значений выходного сигнала;
- и другие необходимые для качественного моделирования условия.

В радиотехнике часто формулируют задачи имитации процессов с заданными корреляционными свойствами [20–22]. Отметим, что большинство из существующих методов моделирования случайных сигналов в рамках корреляционной теории пригодны для ограниченных интервалов времени. При создании модельных сигналов на больших временных отрезках может потребоваться проведение большого объема подготовительной работы и вычислений. Простые алгоритмы для получения реализаций случайных дискретных неограниченных во времени процессов с заданной многомерной корреляционной функцией или законом распределения авторами [1] не найдены. Однако решение настолько широко поставленной задачи на практике требуется крайне редко. Чаще требуется моделировать случайные процессы, относящиеся к более узким классам задач, например:

- стационарные нормальные процессы,
- стационарные процессы, не являющиеся нормальными, но порождаемые нормальными в нелинейных системах,
- нестационарные нормальные случайные процессы со стационарными приращениями,
- многомерные стационарные нормальные случайные процессы
- и другие.

Для этих классов разработаны достаточно эффективные алгоритмы имитации, ниже рассмотрены два из них.

1.1. Алгоритм, основанный на методе формирующих фильтров с использованием скользящего суммирования

Одним из эффективных подходов моделирования является метод формирующих фильтров с использованием скользящего суммирования [1]. В его основу положено линейное преобразование стационарной последовательности $x[n]$ независимых нормальных случайных чисел (дискретный белый шум) в последовательность $y[n]$, коррелированную по заданному закону [23]. При этом оператор линейного преобразования реализуется либо как оператор скользящего суммирования с некоторым весом $c_k = c[k]$:

$$y(i) = \sum_{k=1}^N c_k x[i-k], \tag{1}$$

либо как рекуррентное уравнение следующего вида:

$$y(i) = \sum_{k=0}^l a_k x[i-k] - \sum_{k=1}^m b_k y[i-k], \tag{2}$$

где $y(i)$ – генерируемый сигнал; b_k, a_k – коэффициенты рекуррентного уравнения фильтра; c_k – весовые коэффициенты фильтра; $x[n]$ – независимое случайное число, $i = N+1, N+2, N+3, \dots$

Характер корреляционной функции случайного процесса, моделируемого с помощью алгоритмов (1) или (2), определяется набором значений коэффициентов c_k или a_k, b_k . Их количество (обычно небольшое) называют порядком фильтра [23]. Сами коэффициенты a_k, b_k – параметры рекуррентных алгоритмов и дискретная весовая функция c_k в формуле скользящего суммирования определяются на этапе настройки алгоритма. Следует отметить, что алгоритмы (1) и (2) отличаются простотой и позволяют формировать дискретные реализации случайных процессов достаточно большой длительности.

Вид структуры формирующего фильтра показан на рис. 1.

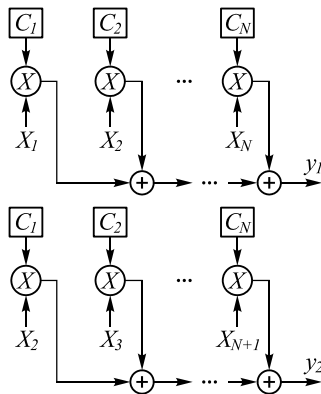


Рис. 1. Структура формирующего фильтра

Начальное условие при вычислении последовательности $y[n]$, ее первое значение, можно выбирать нулевым. Однако при этом будет иметь место переходный процесс, в результате которого начальный участок имитируемого сигнала будет искаженным. Только после окончания этого переходного процесса последовательность $y[n]$ становится стационарной.

Сформируем из последовательности $x[n]$ с помощью алгоритма (1) новую последовательность $y[n]$:

$$\begin{aligned} y[n] &= c_1 x[n-1] + \dots + c_N x[n-N], \\ y[n+1] &= c_1 x[n] + \dots + c_N x[n+1-N], \end{aligned} \tag{3}$$

и т. д.

Таким образом, случайная величина $y[n]$ получается путем суммирования N независимых случайных чисел с весами c_1, \dots, c_n , представляющими собой от-

резок последовательности $x[n]$. При вычислении очередного значения $y[n]$ последовательность $x[n]$ сдвигается на один элемент вправо, удаляя элемент $x[n-N]$. Коррелированность величин $y[n]$ и $y[n+k]$ обеспечивается за счет того, что при генерации используется k общих случайных величин последовательности $x[n]$. При $k=N$ значения $y[n]$ и $y[n+k]$ становятся некоррелированными. Поэтому характер корреляционных связей процесса $y[n]$ определяется выбором весовых коэффициентов c_k и не зависит от закона распределения случайных чисел исходной последовательности $x[n]$. Если этот закон нормальный, то в силу линейности преобразований случайный процесс $y[n]$ будет нормальным.

Случайная последовательность коррелированных чисел $y[n]$ в точках $t_n = n\Delta t$ имитирует значения стационарного случайного процесса $y[n]$ с алгоритмической корреляционной функцией $R(\tau)$, которая в точках $\tau_n = n\Delta t$ определяется соотношениями:

$$\begin{aligned} R[0] &= c_1^2 + \dots + c_N^2, \\ R[1] &= c_1 c_2 + \dots + c_{N-1} c_N, \\ &\dots \\ R[N-1] &= c_1 c_N, \\ R[N] &= 0. \end{aligned} \tag{4}$$

Таким образом, с помощью алгоритма (1) скользящим суммированием можно формировать дискретные реализации нормальных стационарных случайных сигналов с ограниченной по времени корреляционной функцией, определяемой выбором весовых множителей c_k , которые, как отмечалось выше, вычисляются заранее на этапе настройки алгоритма.

На этапе настройки алгоритма формирующего фильтра решаются две основные задачи подготовки к моделированию:

- определение порядка фильтра;
- вычисление значений весовых коэффициентов фильтра по заданным характеристикам сигнала.

1.2. Алгоритм моделирования многомерных случайных процессов методом скользящих фильтров

N -мерный непрерывный нормальный стационарный случайный процесс задается обычно либо в виде его корреляционной матрицы:

$$R(\tau) = R_{kl}(\tau)_{k=1, N}^{l=1, N}, \tag{5}$$

либо в виде спектральной матрицы:

$$G(\omega) = G_{kl}(\omega)_{k=1, N}^{l=1, N}, \tag{6}$$

где $R_{kl}(\tau) = M\{\xi_k(t), \xi_l(t)\}$ – автокорреляционные (при $k=l$) и взаимно корреляционные (при $k \neq l$) функции случайных процессов $\xi_k(t)$, $k=1, N$, а $G_{kl}(\omega)$ – преобразование Фурье от $R_{kl}(\tau)$. Дискретные многомер-

ные нормальные случайные процессы задаются аналогично непрерывным с помощью корреляционных и спектральных матриц:

$$R[n] = R_{kl} [n]_{k=1, \overline{N}}^{l=1, \overline{N}},$$

$$F(z) = F_{kl}(z)_{k=1, \overline{N}}^{l=1, \overline{N}},$$
(7)

где $F_{kl}(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_{kl}[n]z^n$, причем $F_{kl}(z) = F_{lk}(z^{-1})$.

В соответствии с выражениями (5–7) необходимо синтезировать многомерный формирующий фильтр для дискретных реализаций случайного процесса с заданными корреляционными характеристиками.

N -мерный линейный фильтр определяется как линейная динамическая система с N входами и N выходами. Если $x(t) = x_k(t)_{k=1, \overline{N}}$ – входное воздействие и $y(t) = y_k(t)_{k=1, \overline{N}}$ – реакция системы, то связь между входом и выходом N -мерного линейного непрерывного фильтра описывается с помощью передаточной матрицы в виде

$$Y(p) = K(p)X(p),$$
(8)

где $X(p) = X_k(p)$ и $Y(p) = Y_k(p)$ – образы непрерывного преобразования Лапласа соответственно входного и выходного сигналов, $K(p) = K_{kl}(p)_{k=1, \overline{N}}^{l=1, \overline{N}}$ – передаточная матрица N -мерного фильтра, у которой элементы $K_{kl}(p)$ являются передаточными функциями каналов " l -й вход – k -й выход".

Аналогично описывается связь вход – выход в дискретных N -мерных линейных фильтрах:

$$Y_*(z) = K_*(z)X_*(z),$$
(9)

где $X_*(z)$ и $Y_*(z)$ – образы дискретного преобразования Лапласа входного и выходного сигналов, $K_*(z)$ – передаточная матрица дискретного N -мерного фильтра.

Уравнения многомерного сигнала, получаемого с помощью многомерного формирующего фильтра, можно проиллюстрировать на примере двумерного непрерывного сигнала:

$$y_1(t) = K_{11}(p)x_1(t) + K_{12}(p)x_2(t),$$

$$y_2(t) = K_{21}(p)x_1(t) + K_{22}(p)x_2(t).$$
(10)

На примере двумерной фильтрации (10) видно, что каждый из выходных сигналов $y_1(t)$ и $y_2(t)$ является суммой линейных операторов от входных сигналов $x_1(t)$ и $x_2(t)$. Аналогичные соотношения имеют место и в общем случае. Для многомерной фильтрации белого шума каждая составляющая $\xi_k(t)$, $k = 1, \overline{N}$, случайного процесса $\xi(t)$ на выходе N -мерного фильтра с передаточной матрицей $K_{kl}(p)_{k=1, \overline{N}}^{l=1, \overline{N}}$ получается путем

суммирования l составляющих $x_l(t)$, $l = \overline{1, N}$, входного процесса $x_l(t)$, $l = \overline{1, N}$, профильтрованных одномерными фильтрами с передаточными функциями $K_{kl}(p)$.

Пусть воздействие на входе N -мерного линейного фильтра представляет собой N -мерный белый шум, т.е. случайный процесс с корреляционной матрицей вида:

$$\delta_{kl} \delta(\tau)_{k=1, \overline{N}}^{l=1, \overline{N}}$$
(11)

для непрерывного времени и

$$\delta_{kl}^{l=1, \overline{N}}_{k=1, \overline{N}}$$
(12)

в дискретном варианте. Здесь

$$\delta_{kl} = \begin{cases} 1, & k = l, \\ 0, & k \neq l, \end{cases}$$
(13)

где $\delta(\tau)$ – дельта-функция. N -мерный белый шум в данном случае определен как совокупность N независимых между собой δ -коррелированных случайных процессов.

Можно показать, что при воздействии белого шума спектральная матрица случайного процесса на выходе N -мерного фильтра для непрерывного и дискретного времени связана с передаточной матрицей фильтра следующими соотношениями:

$$G(\omega) = K(j\omega)K^*(-j\omega)^T,$$

$$F(z) = K_*(z)K_*(z^{-1})^T.$$
(14)

Следовательно, для получения N -мерного случайного процесса с заданной спектральной матрицей нужно пропустить N -мерный белый шум через N -мерный формирующий фильтр, передаточная матрица которого удовлетворяет соотношениям (14). Для нахождения передаточной матрицы по заданной спектральной матрице требуется разбиение последней на два сомножителя вида (14), т.е. ее факторизация [1].

При таком способе моделирования возможны два следующих варианта реализации алгоритма моделирования.

Вариант 1. Заданную спектральную матрицу непрерывного N -мерного случайного процесса можно непосредственно подвергнуть факторизации для получения передаточной матрицы непрерывного формирующего фильтра, а затем, используя точные или приближенные методы дискретизации непрерывных фильтров, осуществить многомерную фильтрацию непрерывного белого шума.

Вариант 2. По заданной спектральной матрице $G(\omega)$ непрерывного N -мерного процесса $\xi(t)$ можно найти, используя z -преобразование, спектральную матрицу $F(z)$ соответствующего дискретного случайного процесса $\xi[n]$, затем путем факторизации $F(z)$ найти передаточную функцию дискретного форми-

рующего фильтра и далее выполнить многомерную фильтрацию белого шума.

Поскольку производительность определяется порядком фильтров и не может меняться, из этого можно сделать вывод, что все резервы повышения производительности в первом направлении моделирования сигналов и процессов исчерпаны.

2. Моделирование стационарных случайных процессов спектральным методом

Второе направление имеет большие возможности для разработки, позволяет многократно повысить точность и производительность, обеспечиваемые различными базисами и быстрыми алгоритмами.

2.1. Комплексные экспоненциальные непрерывные двумерные базисные системы Фурье и их свойства

Новизна и оригинальность спектрального метода преобразования сигналов в ортогональных гармонических базисах определяются представлением сигналов в рамках многомерной энергетической теории на основе алгоритмического обеспечения предложенных алгоритмов имитации. В качестве рабочего базиса выбран двумерный комплексный базис Фурье. Базисной системой, входящей в состав гармонических базисных функций, является комплексная экспоненциальная система Фурье. В ней вещественная часть функций принимает значения косинусных функций

$$Re \left\{ \exp \left[j2\pi \left(\frac{k_1 t_1}{T_1} + \frac{k_2 t_2}{T_2} \right) \right] \right\} = \cos \left[2\pi \left(\frac{k_1 t_1}{T_1} + \frac{k_2 t_2}{T_2} \right) \right], \quad (15)$$

а мнимая часть совпадает с синусной функцией:

$$\begin{aligned} Im \left\{ \exp \left[j2\pi \left(\frac{k_1 t_1}{T_1} + \frac{k_2 t_2}{T_2} \right) \right] \right\} &= \\ = \sin \left[2\pi \left(\frac{k_1 t_1}{T_1} + \frac{k_2 t_2}{T_2} \right) \right], \end{aligned} \quad (16)$$

где T_1 и T_2 являются составляющими общей области определения функций размером $T_1 \times T_2$, k_1 и k_2 – составляющими двумерного номера функций, а t_1 и t_2 – составляющими аргумента функций, причем $k_1, k_2 \in [0, \infty)$, а $t_1 \in [0, T_1), t_2 \in [0, T_2)$.

Из этих функций можно, как и в одномерном случае, организовать три двумерные ортогональные полные базисные системы: тригонометрическую, комплексно-экспоненциальную и Хартли [23–26]. Тригонометрическая система содержит функции с мощностью 0,5, комплексные экспоненциальные функции (КЭФ) и Хартли имеют функции с единичной мощностью.

Результирующая двумерная комплексная экспоненциальная функция (ДКЭФ) имеет следующий тригонометрический вид записи:

$$\begin{aligned} \exp \left[j \left(\frac{k_1 t_1}{T_1} + \frac{k_2 t_2}{T_2} \right) \right] &= \cos \left[2\pi \left(\frac{k_1 t_1}{T_1} + \frac{k_2 t_2}{T_2} \right) \right] + \\ + j \sin \left[2\pi \left(\frac{k_1 t_1}{T_1} + \frac{k_2 t_2}{T_2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

При этом следует учесть, что аргументы двумерных функций t_1 и t_2 не имеют временного характера, а задают координаты положения измеряемой точки на плоскости размером $T_1 \times T_2$.

Из уравнения (17) с учетом формулы Эйлера можно от тригонометрической формы записи ДКЭФ перейти к экспоненциальной форме записи:

$$e^{j2\pi \left(\frac{k_1 t_1}{T_1} + \frac{k_2 t_2}{T_2} \right)} = e^{j2\pi \left(\frac{k_1 t_1}{T_1} \right)} e^{j2\pi \left(\frac{k_2 t_2}{T_2} \right)}, \quad (18)$$

а при дискретизации частоты, когда

$$\Delta\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}, \Delta\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2}, \omega_1 = \Delta\omega_1 k_1, \omega_2 = \Delta\omega_2 k_2, \quad (19)$$

к частотно-пространственной форме записи:

$$\begin{aligned} \exp \left[j(\omega_1 t_1 + \omega_2 t_2) \right] &= e^{j(\omega_1 t_1 + \omega_2 t_2)} = e^{j\omega_1 t_1} e^{j\omega_2 t_2} = \\ = \cos(\omega_1 t_1 + \omega_2 t_2) + j \sin(\omega_1 t_1 + \omega_2 t_2). \end{aligned} \quad (20)$$

Наличие нескольких разных форм записи ДКЭФ позволяет выбрать из них те, в которых упрощаются процедуры преобразования двумерных сигналов в базисе ДКЭФ [12].

ДКЭФ образуют базисную систему, обладающую ортонормированностью и мультипликативностью, что позволяет образовать пару преобразований Фурье, пригодную для представлений двумерных вещественных или комплексных сигналов $x(t_1, t_2)$:

$$x(t_1, t_2) = \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} X_{\phi}(k_1, k_2) \exp \left[j2\pi \left(\frac{k_1 t_1}{T_1} + \frac{k_2 t_2}{T_2} \right) \right], \quad (21)$$

$$\begin{aligned} X_{\phi}(k_1, k_2) &= \\ = \frac{1}{T_1 T_2} \int_0^{T_1} \int_0^{T_2} x(t_1, t_2) \exp \left[-j2\pi \left(\frac{k_1 t_1}{T_1} + \frac{k_2 t_2}{T_2} \right) \right] dt_1 dt_2. \end{aligned} \quad (22)$$

В последней формуле учтено то, что мощность ДКЭФ равна единице. Пара преобразований Фурье (21), (22) устанавливает математическое соответствие между сигналом и его спектром.

Прямое и обратное преобразования Фурье (21) и (22) можно описать и с использованием частотных составляющих:

$$\begin{aligned} X_{\phi}(\omega_1, \omega_2) &= \\ = \frac{1}{T_1 T_2} \int_0^{T_1} \int_0^{T_2} x(t_1, t_2) \exp \left[-j(\omega_1 t_1 + \omega_2 t_2) \right] dt_1 dt_2, \end{aligned} \quad (23)$$

$$x(t_1, t_2) = \sum_{\omega_1=0}^{\infty} \sum_{\omega_2=0}^{\infty} X_{\phi}(\omega_1, \omega_2) \exp \left[j(\omega_1 t_1 + \omega_2 t_2) \right],$$

$$t_1 \in [0, T_1), t_2 \in [0, T_2), \tag{24}$$

а равенство Парсевеля представляется следующим образом:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{T_1 T_2} \int_0^{T_1} \int_0^{T_2} x^2(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = \\ & = \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} X_{\phi}(\omega_1, \omega_2) X_{\phi}^*(\omega_1, \omega_2). \end{aligned} \tag{25}$$

Здесь $X_{\phi}^*(\omega_1, \omega_2)$ означает сопряженный спектр Фурье.

2.2. Двумерные функции спектральной плотности мощности сигналов и их связь с коэффициентами Фурье

Мощность, используемая в качестве энергетической характеристики в гармонических базисах, дает суммарную (интегральную) оценку действия сигнала, что часто полезно для практики обработки. Однако в решении целого ряда задач обработки не менее полезным является знание более тонкой структуры сигнала, связанной с распределением мощности по внутренним составляющим сигнала. В задачах имитации двумерных сигналов в качестве таких составляющих удобно использовать двумерную частоту, а распределение мощности задать характеристикой, называемой функцией спектральной плотности мощности (ФСПМ), обобщенной на двумерный случай:

$$\begin{aligned} S(\omega_1, \omega_2) &= \lim_{T_1, T_2 \rightarrow \infty} \frac{X_{\phi}(\omega_1, \omega_2) X_{\phi}^*(\omega_1, \omega_2)}{T_1 T_2} = \\ &= \lim_{T_1, T_2 \rightarrow \infty} \frac{|X_{\phi}^2(\omega_1, \omega_2)|}{T_1 T_2}, \end{aligned} \tag{26}$$

где

$$X_{\phi}(\omega_1, \omega_2) = \int_0^{T_1} \int_0^{T_2} x(t_1, t_2) \exp[-j(\omega_1 t_1 + \omega_2 t_2)] dt_1 dt_2 \tag{27}$$

есть непрерывное интегральное преобразование Фурье.

На граничных интервалах определения сигналов длительностью T_1 и T_2 , т.е. для финитных сигналов с $t_1 \in [0, T_1)$, $t_2 \in [0, T_2)$ ФСПМ представляется в виде четной функции двумерной частоты:

$$S(\omega_1, \omega_2) = \frac{|X(\omega_1, \omega_2)|^2}{T_1 T_2} = \frac{|X_{\phi}(\omega_1, \omega_2)|^2}{T_1 T_2}. \tag{28}$$

В дискретных частотных точках

$$\omega_1 = k_1 \Delta \omega_1, \omega_2 = k_2 \Delta \omega_2 \tag{29}$$

ФСПМ принимает вид

$$S(k_1 \Delta \omega_1, k_2 \Delta \omega_2) = \frac{1}{T_1 T_2} |X_{\phi}(k_1 \Delta \omega_1, k_2 \Delta \omega_2)|^2, \tag{30}$$

где

$$\begin{aligned} X_{\phi c}(k_1 \Delta \omega_1, k_2 \Delta \omega_2) &= \\ &= \int_0^{T_1} \int_0^{T_2} x(t_1, t_2) \cos[(k_1 \Delta \omega_1 t_1 + k_2 \Delta \omega_2 t_2)] dt_1 dt_2, \end{aligned} \tag{31}$$

$$\begin{aligned} X_{\phi H}(k_1 \Delta \omega_1, k_2 \Delta \omega_2) &= \\ &= \int_0^{T_1} \int_0^{T_2} x(t_1, t_2) \sin(k_1 \Delta \omega_1 t_1 + k_2 \Delta \omega_2 t_2) dt_1 dt_2. \end{aligned} \tag{32}$$

Выбирая интервалы дискретизации по частотам $\Delta \omega_1$ и $\Delta \omega_2$ равными $\Delta \omega_1 = 2\pi / T_1$, $\Delta \omega_2 = 2\pi / T_2$, в итоге получаем

$$\begin{aligned} X_{\phi}(k_1, k_2) &= \\ &= \frac{1}{T_1 T_2} \int_0^{T_1} \int_0^{T_2} x(t_1, t_2) \exp\left[-j2\pi\left(\frac{k_1 t_1}{T_1} + \frac{k_2 t_2}{T_2}\right)\right] dt_1 dt_2 = \\ &= X_{\phi c}(k_1, k_2) - jX_{\phi H}(k_1, k_2). \end{aligned} \tag{33}$$

Величины $X_{\phi c}(k_1 \Delta \omega_1, k_2 \Delta \omega_2)$, $X_{\phi H}(k_1 \Delta \omega_1, k_2 \Delta \omega_2)$ и $X_{\phi c}(k_1, k_2)$, $X_{\phi H}(k_1, k_2)$ определяют собой четные и нечетные составляющие комплексных спектров (30) – (32). Сравнивая их между собой, получим запись ФСПМ в виде

$$\begin{aligned} S\left(\frac{2\pi}{T_1} k_1, \frac{2\pi}{T_2} k_2\right) &= \\ &= T_1 T_2 \sum_{\omega_1=0}^{\infty} \sum_{\omega_2=0}^{\infty} [X_{\phi c}^2(k_1, k_2) + X_{\phi H}^2(k_1, k_2)]. \end{aligned} \tag{34}$$

Используя формулу (2.19) и зная заданную ФСПМ (2.20), можно определить коэффициенты Фурье. Для этого необходимо добавить фазовую плотность $\psi(k_1, k_2)$, представив ее значения в виде фазовых коэффициентов λ_{k_1, k_2} , равных

$$\lambda_{k_1, k_2} = \text{tg}[\psi(k_1, k_2)] = \frac{X_{\phi H}(k_1, k_2)}{X_{\phi c}(k_1, k_2)}. \tag{35}$$

Тогда получим: $X_{\phi H}(k_1, k_2) = \lambda_{k_1, k_2} X_{\phi c}(k_1, k_2)$, а $\lambda_{k_1, k_2} = 0$.

Остальные параметры λ_{k_1, k_2} могут принимать любые вещественные значения.

Решая уравнения относительно ФСПМ и ФП, в итоге получим уравнения связи коэффициентов Фурье со значениями ФСПМ и ФП:

$$\begin{aligned} X_{\phi c}(0, 0) &= \sqrt{\frac{S(0, 0)}{T_1 T_2}}, \\ X_{\phi c}(k_1, k_2) &= \sqrt{\frac{S\left(\frac{2\pi}{T_1} k_1, \frac{2\pi}{T_2} k_2\right)}{T_1 T_2 (1 + \lambda_{k_1, k_2}^2)}}, \end{aligned} \tag{36}$$

а

$$X_{\phi H}(k_1, k_2) = \lambda_{k_1, k_2} X_{\phi c}(k_1, k_2). \tag{37}$$

При бесконечных интервалах частоты

$$k_1 \in [0, \infty), k_2 \in [0, \infty), \quad (38)$$

а при их конечных значениях N_{1C} и N_{2C} имеем

$$k_1 \in [0, N_{1C}), k_2 \in [0, N_{2C}). \quad (39)$$

Здесь N_{1C} и N_{2C} являются дискретными частотами среза. Для полосовых сигналов, в которых есть нижние и верхние ненулевые частоты, получим

$$k_1 \in [N_{1H}, N_{1B}), k_2 \in [N_{2H}, N_{2B}). \quad (40)$$

Соотношения (36) и (37) определяют математическое описание процедуры настройки алгоритма имитации двумерного сигнала в базисе ДКЭФ на заданные ФСПМ и ФП. Если ФП не известна, то фазовые соотношения λ_{k_1, k_2} для моделирования следует задать. В простейшем случае все λ_{k_1, k_2} можно принять равными единице.

Сам алгоритм имитации сигнала $x(t_1, t_2)$ представляется обратным непрерывным двумерным преобразованием (рядом) Фурье в комплексном экспоненциальном базисе и имеющим вид, зависящий от характера сигнала (детерминированный или случайный).

2.3. Алгоритмы имитации детерминированных двумерных сигналов и соответствующие им автокорреляционные функции

Для детерминированных двумерных сигналов алгоритмы имитации представляются рядами Фурье

$$x(t_1, t_2) = X_{\phi\psi}(0, 0) + \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} \left[X_{\phi\psi}(k_1, k_2) - jX_{\phi\theta}(k_1, k_2) \right] \exp \left[j2\pi \left(\frac{k_1 t_1}{T_1} + \frac{k_2 t_2}{T_2} \right) \right], \quad (41)$$

но

$$\begin{aligned} M[X_{\phi}(k_1, k_2) X_{\phi}^*(n_1, n_2)] &= \\ &= \begin{cases} D[X_{\phi\psi}(k_1, k_2)] + D[X_{\phi\theta}(k_1, k_2)], & n_1 = \\ & 0, n_1 \neq k_1, n_2 \neq k_2, \\ & = k_1, n_2 = k_2, \end{cases} \\ \exp \left[j2\pi \left(\frac{k_1 t_1}{T_1} + \frac{k_2 t_2}{T_2} \right) \right] \exp \left[-j2\pi \left(\frac{k_1 t_1'}{T_1} + \frac{k_2 t_2'}{T_2} \right) \right] &= \\ = \exp \left[j2\pi \left(\frac{k_1 (t_1 - t_1')}{T_1} + \frac{k_2 (t_2 - t_2')}{T_2} \right) \right] &= \\ = \exp \left[j2\pi \left(\frac{k_1 \tau_1}{T_1} + \frac{k_2 \tau_2}{T_2} \right) \right], \end{aligned} \quad (42)$$

где

$$\tau_1 = t_1 - t_1'; \quad \tau_2 = t_2 - t_2'; \quad \tau_1 \in [-T_1, T_1]; \quad \tau_2 \in [-T_2, T_2].$$

Таким образом, АКФ сигнала (41) равна

$$\begin{aligned} R_A(\tau_1, \tau_2) &= D[X_{\phi\psi}(0, 0)] + \\ &+ \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} \left\{ D[X_{\phi\psi}(k_1, k_2)] + D[X_{\phi\theta}(k_1, k_2)] \right\} \times \\ &\times \exp \left[j2\pi \left(\frac{k_1 \tau_1}{T_1} + \frac{k_2 \tau_2}{T_2} \right) \right]; \\ \tau_1 &\in [-T_1, T_1]; \quad \tau_2 \in [-T_2, T_2] \end{aligned} \quad (43)$$

и зависит только от разности точек t_1, t_1', t_2, t_2' . Поэтому процесс с коэффициентами (36), (37) будет стационарным в широком смысле при заданной ФСПМ. Данная АКФ является энергетической двумерной характеристикой и поэтому должна быть вещественной. Кроме того, она является симметричной функцией. По этим причинам результат суммирования синусоидальных составляющих на интервале $T_1 \times T_2$ будет равен нулю, а косинусоидальных – удвоенный результат, поэтому окончательное представление АКФ примет следующий вид:

$$\begin{aligned} R_A(\tau_1, \tau_2) &= D[X_{\phi\psi}(0, 0)] + \\ &+ 2 \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} \left\{ D[X_{\phi\psi}(k_1, k_2)] + \right. \\ &+ D[X_{\phi\theta}(k_1, k_2)] \left. \right\} \cos \left[2\pi \left(\frac{k_1 \tau_1}{T_1} + \frac{k_2 \tau_2}{T_2} \right) \right], \\ \tau_1 &\in [0, T_1]; \quad \tau_2 \in [0, T_2] \end{aligned} \quad (44)$$

и совпадает с АКФ (43).

При практической реализации $R_A(\tau_1, \tau_2)$ ее ряд усекается до $M_1 M_2$ членов и принимает следующие значения:

$$\begin{aligned} T_1 &= N_1 \Delta t_1; \quad T_2 = N_2 \Delta t_2; \quad \tau_1 = m_1 \Delta t_1; \quad \tau_2 = m_2 \Delta t_2; \\ \cos \left[2\pi \left(\frac{k_1 m_1 \Delta t_1}{N_1 \Delta t_1} + \frac{k_2 m_2 \Delta t_2}{N_2 \Delta t_2} \right) \right] &= \\ = \cos \left[2\pi \left(\frac{k_1 m_1}{N_1} + \frac{k_2 m_2}{N_2} \right) \right]. \end{aligned}$$

Тогда АКФ

$$\begin{aligned} R_A(m_1 \Delta t_1, m_2 \Delta t_2) &= R_A(m_1, m_2) = \\ &= X_{\phi\psi}^2(0, 0) + 2 \sum_{k_1=0}^{M_1-1} \sum_{k_2=0}^{M_2-1} [X_{\phi\psi}^2(k_1, k_2) + \\ &+ X_{\phi\theta}^2(k_1, k_2)] \cos \left[2\pi \left(\frac{k_1 m_1}{N_1} + \frac{k_2 m_2}{N_2} \right) \right]; \\ m_1 &\in [0, N_1]; \quad m_2 \in [0, N_2]. \end{aligned} \quad (45)$$

В более общем случае с целью повышения точности имитации примем: $\tau_1 = m_1 \Delta t_1$; $\tau_2 = m_2 \Delta t_2$; $\Delta t_1 = \Delta t_1 / n_1$; $\Delta t_2 = \Delta t_2 / n_2$, где n_1 и n_2 – целые положительные числа, а величины Δt_1 и Δt_2 выбираются по теореме Котельникова.

Число слагаемых в алгоритмах имитации целесообразно выбирать из условия

$$1 - \frac{1}{R_A(0,0)} \left\{ 2 \sum_{k_1=0}^{M_1-1} \sum_{\substack{k_2=0 \\ k_1 \neq k_2}}^{M_2-1} [X_{\phi\psi}^2(k_1, k_2) + X_{\phi H}^2(k_1, k_2)] \right\} < \varepsilon, \tag{46}$$

где ε – достаточно малая величина. Это неравенство выражает тот факт, что сумма квадратов коэффициентов Фурье должна быть равна мощности моделируемого процесса.

Случайные сигналы $y(t_1, t_2)$, которым соответствуют вычисленные АКФ, могут быть реализованы уравнением:

$$y(t_1, t_2) = \sum_{k_1=1}^{M_1-1} \sum_{k_2=1}^{M_2-1} [\mu(k_1, k_2) X_{\phi\psi}(k_1, k_2) - j\gamma(k_1, k_2) * X_{\phi H}(k_1, k_2)] \exp \left[2\pi \left(\frac{k_1 t_1}{T_1} + \frac{k_2 t_2}{T_2} \right) \right],$$

$t_1 \in [0, T_1], t_2 \in [0, T_2].$

В нем $\mu(k_1, k_2)$ и $\gamma(k_1, k_2)$ – некоррелированные величины, принимающие случайным образом значения +1 и -1 и имеющие параметры (0,1).

3. Сценарий работы и структура программной системы имитации реальных сигналов по методу формирующих фильтров

Программная система имитации многомерных сигналов по обоим описанным выше направлениям реализована на языке C++ с использованием фреймворка Qt. На вход системы подается матрица функций спектральной плотности, на основании которой система рассчитывает коэффициенты фильтрации, спектральные коэффициенты Фурье, выполняет генерацию сигнала и расчет алгоритмической и экспериментальной корреляционных функций.

3.1. Сценарий работы программной системы

Поэтапно сценарий работы программной системы можно представить в виде следующей последовательности шагов.

Шаг 1. Получение исходных данных – матрицы спектральных функций $|G(\omega)|$. Каждый элемент этой матрицы представляется в виде строковой формулы полинома. Каждая формула алгоритмически преобразуется в вычисляемое выражение, из которого выделяются коэффициенты полинома.

Шаг 2. Настройка алгоритма: преобразование матрицы спектральных функций $G(\omega)$ в передаточную матрицу $K(j\omega)$.

Шаг 3. Получение весовых коэффициентов для каждого элемента $K_{kl}(j\omega)_{k=1, N}^{l=1, m}$ по принципу одномерного формирующего фильтра. Каждый фильтр за-

гружается случайными значениями для устранения переходного процесса.

Шаг 4. Объединение одномерных фильтров в многомерный – единую систему со структурой, представленной на рис. 1.

Шаг 5. Имитация многомерного сигнала двумя методами: формирующих фильтров и спектральным с базисом Фурье.

Шаг 6. Расчет алгоритмической и экспериментальной корреляционных функций полученного многомерного сигнала.

Шаг 7. Вывод результатов: значений корреляционных функций и их погрешностей.

3.2. Структура программной системы

Структуру программной системы можно проиллюстрировать концептуальной диаграммой классов, приведенной на рис. 2.

В методах классов системы реализованы следующие математические операции:

- интегрирование с помощью численных методов трапеций, прямоугольников, Симпсона и Гаусса;
- разложение в ряд Фурье и выполнение Фурье-преобразования, необходимых для реализации алгоритма;
- факторизация полиномов и матриц для вычисления весовых коэффициентов;
- расчет корреляционных функций для анализа результатов имитации.

Как показано на рис. 2, предусмотренный в программе обработчик формул «Посредник» предназначен для предварительной проверки и преобразования исходных данных. Результат от него в виде передаточной матрицы направляется в «Хранилище параметров» и функций для обеспечения доступа со стороны других компонентов системы. Для обработки исходных данных, заданных аналитическими выражениями в текстовом виде, применяется алгоритм лексического анализа с разбиением каждой формулы на операнды и преобразованием в обратную польскую запись.

Ходом вычислений управляет «Строитель фильтра». В его задачу входит реализация стратегии вычисления согласно заданным параметрам имитации, а также создание и инициализация объекта, представляющего собой формирующий фильтр. На выходе системы образуются ряды числовых данных, соответствующие формируемому сигналу, и числовые значения корреляционных функций, необходимые для оценки точности имитации. Программа не ограничивает длину последовательностей данных: можно получать реализации сигналов на любом требуемом временном интервале.

На каждом шаге работы система выводит полную и точную информацию о получаемых промежуточных результатах с пояснением выполненных

преобразований. Это делает процесс моделирования более наглядным и структурированным, а в случае использования этой программы в учебном процессе

помогает студентам лучше понимать основы моделирования и генерации многомерных сигналов методом формирующих фильтров.

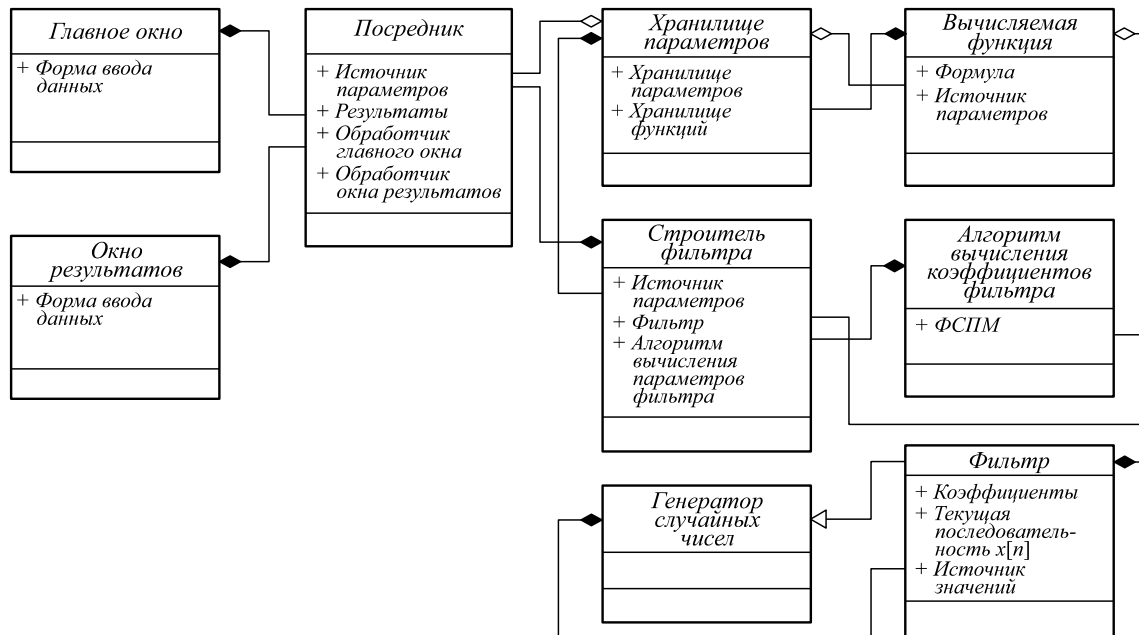


Рис. 2. Концептуальная диаграмма классов программной системы

Все преобразования, выполняемые в системе, объединяются в цепочки в соответствии с алгоритмом имитации и образуют сценарии вычислений. Такой подход повысил гибкость системы, которая в перспективе может быть расширена для решения задач разных типов, связанных с разработкой и практическими приложениями многомерных фильтров. Это дает возможность применения самой программной системы и предложенного в работе подхода как для научных исследований, так и для решения научно-практических задач в процессе подготовки высококвалифицированных инженерных кадров.

4. Результаты реализации алгоритмов и создания программной системы имитации реальных сигналов по методу формирующих фильтров

Программная система имитации представляет собой наглядный и удобный инструмент моделирования, помогающий освоить сложный процесс математических преобразований при генерации случайных многомерных сигналов по методу формирующих фильтров со скользящим суммированием. Она может быть использована для проверки корректности и оценки точности имитации сигналов разработанным формирующим фильтром.

Вид интерфейса для ввода параметров моделирования и просмотра получаемых двумерных сигналов показан на рис. 3. Результат моделирования и визуализации двумерного сигнала в базисе Фурье с использованием библиотеки языка Питон показан на рис. 4.

Заключение

Данная статья открывает серию статей, направленных на исследование новых методов и моделей энергетической теории цифрового матричного процессинга, в рамках которого планируется разработка основ энергетической теории цифрового матричного представления и преобразования реальных сигналов для создания быстрых алгоритмов, обеспечивающих снижение вычислительной сложности и повышение точности восстановления сигналов применительно к нанотехнологическим процессам. Актуальность темы исследований обусловлена также необходимостью создания основ энергетической теории цифрового преобразования сигналов и процессов. В результате исследований будут отработаны модели, методы и алгоритмы энергетической теории математического представления и преобразования моделей, сигналов и процессов на основе имитационного моделирования сигналов различных классов с учетом снижения вычислительной эффективности и повышения точности управления в динамических системах.

Это позволит перейти к созданию базы типовых сигналов и процессов в рамках цифровой спектрально-корреляционной теории на основе универсального адаптивного матричного оператора преобразований. В следующих публикациях авторы планируют представить результаты разработки алгоритмов и программ имитации многомерных сигналов в спектральной области, выполненных в рамках энергетической теории математического представления и преобразования сигналов, предназначенных для описания и

преобразования объемных оптических объектов и изображений. Исследование алгоритмов быстрых ортогональных преобразований требует самостоятельной проработки и может быть использовано как в

гармонических базисах, так и в базисах Уолша. Описание такого материала требует новой статьи, которую авторы планируют представить в журнал «Компьютерная оптика» в ближайшее время.

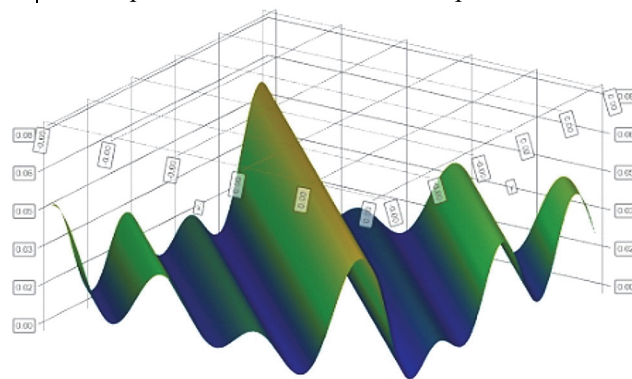
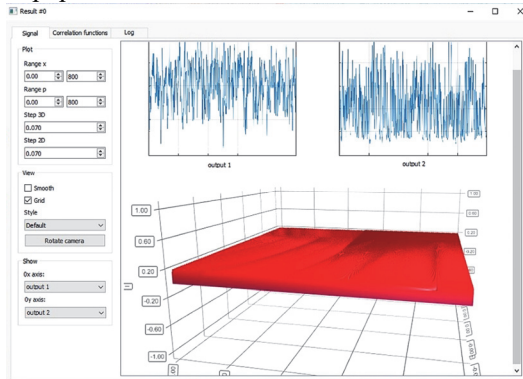


Рис. 3. Интерфейс ввода параметров и результат моделирования методом формирующих фильтров

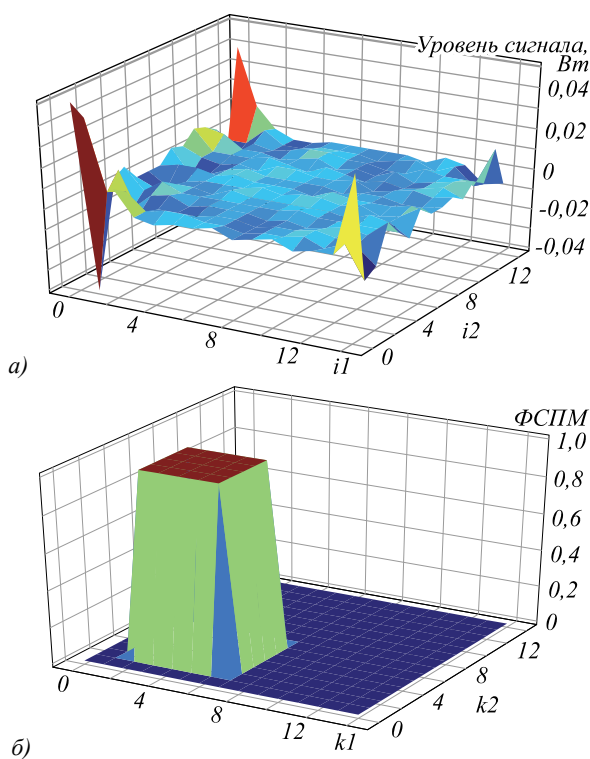


Рис. 4. Визуализация двумерного спектра и двумерного сигнала Фурье как результат моделирования

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках выполнения работ по Государственному заданию «Фундаментальные исследования методов цифровой трансформации компонентной базы микро- и наносистем» (проект № 0705-2020-0041).

Литература

1. **Быков, В.В.** Цифровое моделирование в статистической радиотехнике / В.В. Быков. – М.: Советское радио, 1971. – 328 с.
2. **Тошмуродов, Ё.** Компьютерно-математическое моделирование электрофизических характеристик полупро-

водниковых координатно-чувствительных детекторов ядерного излучения / Ё.К. Тошмуродов, Г.Ж. Эргашев, Ш.А. Сайфуллоев // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. – 2018. – № 1. – С. 16-20. – DOI: 10.18698/0236-3933-2018-1-16-20.

3. **Колбас, Ю.Ю.** Применение цифровых фильтров для уменьшения случайной ошибки показаний лазерных гироскопов и маятниковых акселерометров / Ю.Ю. Колбас, А.И. Курдыбанская // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. – 2018. – № 2. – С. 27-40. – DOI: 10.18698/0236-3933-2018-2-27-40.
4. **Деменков, Н.П.** Нечеткие методы моделирования волновых твердотельных гироскопов / Н.П. Деменков, В.А. Матвеев, И.А. Мочалов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. – 2018. – № 3. – С. 33-50. – DOI: 10.18698/0236-3933-2018-3-33-50/
5. **Денисов, А.В.** Моделирование оптико-электронных систем космического назначения / А.В. Денисов // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2015. – Т. 58, № 11. – С. 882-889. – DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-11-882-889.
6. **Астратов, О.С.** Цифровое моделирование радиосигналов / О.С. Астратов. – Л.: ЛИАП, 1983. – 72 с.
7. **Краснов, И.К.** Численное моделирование перестройки наноструктуры сплавов методами молекулярной динамики / И.К. Краснов, Т.Ю. Мозжорина, А.Н. Баланин // Математическое моделирование и численные методы. – 2017. – № 4. – С. 3-16.
8. **Арутюнян, Р.В.** Моделирование стохастических процессов фильтрации в решетчатых системах / Р.В. Арутюнян // Математическое моделирование и численные методы. – 2017. – № 4. – С. 17-30.
9. **Спицын, В.Г.** Применение вейвлет-преобразования Хаара, метода главных компонент и нейронных сетей для оптического распознавания символов на изображениях в присутствии импульсного шума / В.Г. Спицын, Ю.А. Болотова, Н.Х. Фан, Т.Т.Ч. Буй // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40, № 2. – С. 249-257. – DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-2-249-257.
10. **Дрогобыцкий, А.** Экономико-математическое моделирование: Учебник для студентов ВУЗов / А. Дрогобыцкий. – М.: Экзамен, 2006. – 800 с.
11. **Власов, М.П.** Моделирование экономических процессов / М.П. Власов. – М.: Изд-во «Феникс», 2005. – 409 с.
12. **Berezkin, D.** Specifics of implementing a hybrid intelligent image georeferencing system / D. Berezkin, A. Proletarsky, N. Sukhorukova, R. Kamalov // Proceedings of the 17th International Conference on Applied Computing. – 2020. – P. 115-118.

13. **Syuzev, V.V.** Spectral algorithms for signal generation as learning-methodical tool for engineer preparation / V.V. Syuzev, E.V. Smirnova, K. Kucherov, V.V. Gurenko, G. Khachatryan. – In: Handbook of research on engineering education in a global context / ed. by E.V. Smirnova, R.P. Clark. – Hershey, PA: IGI Global, 2019. – Chap. 23. – P. 254-263. – DOI: 10.4018/978-1-5225-3395-5.ch023.
14. **Jammul, S.M.** Open source software usage in education and research: Network traffic analysis as an example / S.M. Jammul, V.V. Syuzev, A.M. Andreev. – In: Handbook of research on engineering education in a global context / ed. by E.V. Smirnova, R.P. Clark. – Hershey, PA: IGI Global, 2019. – Chap. 28. – P. 331-345. – DOI: 10.4018/978-1-5225-3395-5.ch028.
15. **Сотников, А.А.** Способ повышения эффективности вычислительных комплексов цифрового имитационного моделирования гидроакустической обстановки в реальном масштабе времени / А.А. Сотников // Наука и образование. – 2013. – № 2. – С. 301-310. – DOI: 10.7463/0213.0531784.
16. **Костров, Б.В.** Моделирование распределения яркостей в видеопотоке серии ландшафтных изображений / Б.В. Костров, Н.Н. Гринченко, К.И. Баюков // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2015. – Вып. 9. – С. 70-78.
17. **Сюзев, В.В.** Применимость высокодетализированной модели фоновой обстановки в стендах моделирования радиолокатора с синтезированной апертурой антенны / В.В. Сюзев, И.А. Доденко // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. – 2017. – № 6. – С. 76-92. – DOI: 10.18698/0236.3933.2017.6.76.92.
18. Обработка изображений в авиационных системах технического зрения / под ред. Л.Н. Костяшкина, М.Б. Никифорова. – М.: Физматлит, 2016. – 240 с.
19. **Гонсалес, Р.** Цифровая обработка изображений в среде MatLab : Пер. с англ. / Р. Гонсалес, Р. Вудс, С. Эддинс. – М.: Техносфера, 2006. – 616 с.
20. **Максимов, А.И.** Адаптивная интерполяция многомерных сигналов при дифференциальной компрессии / М.В. Гашников, А.И. Максимов // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 4. – С. 679-687. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-4-679-687.
21. **Basarab, M.A.** Digital signal processing of the Doppler blood flow meter using the methods of nonlinear dynamics / M.A. Basarab, N.S. Konnova, D.A. Basarab, D.D. Matsievskiy // 2017 Progress In Electromagnetics Research Symposium – Spring (PIERS). – 2017. – P. 1715-1720.
22. **Skryl', S.** Assessing the response timeliness to threats as an important element of cybersecurity: Theoretical foundations and research model / S. Skryl', M. Sychev, A. Sychev, T. Mescheryakova, A. Ushakova, E. Abacharaeva, E. Smirnova. – In: Creativity in intelligent technologies and data science / ed. by A.G. Kravets, P.P. Groumpos, M. Shcherbakov, M. Kultsova. – Cham, Switzerland: Springer Nature Switzerland AG, 2019. – P. 258-269.
23. **Сюзев, В.В.** Основы теории цифровой обработки сигналов / В.В. Сюзев. – М.: РТСОфт, 2014. – 752 с.
24. **Блейхут, Р.** Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов / Р. Блейхут : пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 448 с.
25. **Smirnova, E.** High-dimensional simulation processes in new energy theory: Experimental research (Extended abstract) / E. Smirnova, V. Syuzev, R. Samarev, I. Deykin, A. Proletarsky. – In: Data analytics and management in data intensive domains. Extended abstracts of the XXII International Conference DAMDID/RCDL' 2020 / ed. by B. Thalheim, S. Makhortov, A. Sychev. – Voronezh: Voronezh State University, 2020. – P. 160-163.
26. **Deykin, I.** One- and unidirectional two-dimensional signal imitation in complex basis (Extended abstract) / I. Deykin. – In: Data analytics and management in data intensive domains. Extended abstracts of the XXII International Conference DAMDID/RCDL' 2020 / ed. by B. Thalheim, S. Makhortov, A. Sychev. – Voronezh: Voronezh State University, 2020. – P. 229-232.

Сведения об авторах

Сюзев Владимир Васильевич, 1946 года рождения, в 1970 году окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана, факультет приборостроения, специальность «Счетно-решающие приборы и устройства». В 1976 г. защитил кандидатскую, а в 1999 г. – докторскую диссертацию. С 1999 года по 2015 г. являлся заведующим кафедрой компьютерных систем и сетей МГТУ им. Н. Э. Баумана, в н/вр. – профессор. Область научных интересов: цифровая обработка сигналов, многомерные структуры, разработка новой энергетической теории математического представления и преобразования моделей, сигналов и процессов в системах управления динамическими объектами на основе имитационного моделирования сигналов. E-mail: k_iub@bmstu.ru.

Смирнова Елена Валентиновна, 1954 года рождения, в 1977 году окончила МВТУ им. Н.Э. Баумана, факультет приборостроения, специальность «Автоматизированные системы управления», в 1990 году защитила кандидатскую диссертацию по специальности 05.11.17 «Медицинское приборостроение» на тему «Автоматизированный анализ параметров биомеханического состояния мышц», кандидат технических наук, доцент кафедры компьютерных систем и сетей МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: цифровая обработка биомедицинских сигналов, интернет-программирование, качество инженерного образования. E-mail: evsmirnova@bmstu.ru.

Пролетарский Андрей Викторович, 1964 года рождения, в 1987 году окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана, факультет информатики и системы управления по специальности «Автоматические системы управления». Руководитель Научно-учебного комплекса «Информатика и системы управления», заведующий кафедрой компьютерных систем и сетей МГТУ им. Н. Э. Баумана, доктор технических наук, профессор. Область научных интересов: интеллектуальные системы и искусственный интеллект, мониторинг и управление динамическими системами, большие данные. E-mail: pav@bmstu.ru.

ГРНТИ: 28.17.19, 28.17.23, 28.23.29(вносится авторами)

Поступила в редакцию 23 июня 2020 г. Окончательный вариант – 12 мая 2021 г.

Algorithms of multidimensional random process simulation

V.V. Syuzev¹, E.V. Smirnova¹, A.V. Proletarsky¹

¹Bauman Moscow State Technical University,
105005, Moscow, Russia, 2ndBaumanskaya street, 5/1

Abstract

The article discusses two approaches to modeling signals and processes: the method of filter construction and the trigonometric method. It is shown that the later approach is more promising, since an increase in the signal/process representation dimension mathematically means adding a term to the basis function formula, which gives access to fast simulation algorithms. Examples of algorithms for multidimensional simulation of random processes using two methods are given and a software system that implements these algorithms is described. The results provided by the software system will allow you to predict characteristics of engineering projects (accuracy and speed of modeling algorithms). Due to the high relevance of and need for fundamental research of methods and algorithms for digital transformation of the component base, the digitalization of all aspects of activity, including the synthesis of new materials, the development of new methods for designing micro- and nano-systems, the article aims to expand the scope of the spectral method of simulating multidimensional processes using original algorithmic complexes.

Keywords: random two-dimensional signal, modeling and simulation of signals, basic functions, simulation Fourier series, energy characteristics of signals, power spectral density function, autocorrelation function. software system, ultra-fast information processing.

Citation: Syuzev VV, Smirnova EV, Proletarsky AV. Algorithms of multidimensional random process simulation. *Computer Optics* 2021; 45(4): 627-637. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-770.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Federation Ministry of Science and Higher Education under the government project on "Fundamental research of methods of digital transformation of the component base for micro- and nano-systems" (Project # 0705-2020-0041).

References

- [1] Bykov VV. Digital modeling in statistical radio engineering [In Russian]. Moscow: "Sovetskoe Radio: Publisher; 1971.
- [2] Toshmurodov YoK, Ergashev GJ, Sayfulloev ShA. Computer-mathematical simulation of electrophysical characteristics of semiconductor coordinate-sensitive detectors of nuclear radiation [In Russian]. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Instrument Engineering* 2018; 1: 16-20. DOI: 10.18698/0236-3933-2018-1-16-20.
- [3] Kolbas YuYu, Kurdubanskaya AI. Employing digital filters in order to decrease random error in laser gyroscope and pendulous accelerometer readings [In Russian]. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Instrument Engineering* 2018; 2: 27-40. DOI: 10.18698/0236-3933-2018-2-27-40.
- [4] Demenkov NP, Matveev VA, Mochalov IA. Fuzzy methods for modeling wave solid-state gyroscopes [In Russian]. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Instrument Engineering* 2018; 3: 33-50. DOI: 10.18698/0236-3933-2018-3-33-50.
- [5] Denisov AV. Simulation of optoelectronic systems for space applications [In Russian]. *Journal of Instrument Engineering* 2015; 58(11): 882-889. DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-11-882-889.
- [6] Astratov OS. Digital simulation of radiosignals [In Russian]. Leningrad: "LIAP" Publisher; 1983.
- [7] Krasnov IK, MozjorinaTYu, Balanin AN. Numerical modeling of alloys nanostructure rearrangement by means of molecular dynamics methods [In Russian]. *Mat Mod Chisl Met* 2017; 4: 3-16.
- [8] Arutyunyan RV. Simulation of stochastic filtration processes in lattice systems [In Russian]. *Mat Mod Chisl Met* 2017; 4: 17-30.
- [9] Spitsyn VG, Bolotova YuA, Phan NH, Bui TTT. Using a Haar wavelet transform, principal component analysis and neural networks for OCR in the presence of impulse noise. *Computer Optics* 2016; 40(2): 249-257. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-2-249-257.
- [10] Drogobutsky A. Economic and mathematical modeling: Textbook for University students [In Russian]. Moscow: "Ekzamen" Publisher; 2006.
- [11] Vlasov MP. Economic processes modeling [In Russian]. Moscow: "Fenix" Publisher; 2005.
- [12] Berezkin D, Proletarsky A, Sukhorukova N, Kamalov R. Specifics of implementing a hybrid intelligent image georeferencing system. *Proc 17th International Conference on Applied Computing* 2020: 115-118.
- [13] Syuzev VV, Smirnova EV, Kucherov K, Gurenko VV, Khachatryan G. Spectral algorithms for signal generation as learning-methodical tool for engineer preparation. In Book: Smirnova EV, Clark RP, eds. *Handbook of Research on Engineering Education in a Global Context*. Hershey, PA: IGI Global; 2019: 254-263. DOI: 10.4018/978-1-5225-3395-5.ch023
- [14] Jammul SM, Syuzev VV, Andreev AM. Open source software usage in education and research: Network traffic analysis as an example. In Book: Smirnova EV, Clark RP, eds. *Handbook of Research on Engineering Education in a Global Context*. Hershey, PA: IGI Global; 2019: 331-345. DOI: 10.4018/978-1-5225-3395-5.ch028.

-
- [15] Sotnikov AA. Method of improving efficiency of digital simulation systems for modeling a real time hydro-acoustic situation [In Russian]. Science and Education 2013; 2: 301-310. DOI: 10.7463/0213.0531784.
- [16] Kostrov BV, Grinchenko NN, Bayukov KI. Modelling of brightness distribution within video flow of set of landscape images [In Russian]. Izvestiya Tula State University 2015; 9: 70-82.
- [17] Syuzev VV, Dodenko IA. Potential application of a highly detailed mathematical model of the target environment in test benches for simulating synthetic-aperture radars [In Russian]. Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Instrument Engineering 2017; 6: 76-92. DOI: 10.18698/0236.3933.2017.6.76.92.
- [18] Kostyashkin LN, Nikiforov MB, eds. Image processing in aeronautical vision systems [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2016.
- [19] Gonzales RC, Woods RE, Eddinc SL. Digital image processing using MATLAB. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall Inc; 2003.
- [20] Maksimov AI, Gashnikov MV. Adaptive interpolation of multidimensional signals for differential compression. Computer Optics 2018; 42(4): 679-687. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-4-679-687.
- [21] Basarab MA, Konnova NS, Basarab DA, Matsievskiy DD. Digital signal processing of the Doppler blood flow meter using the methods of nonlinear dynamics. 2017 Progress In Electromagnetics Research Symposium – Spring (PIERS) 2017: 1715-1720.
- [22] Skryl' S, Sychev M, Sychev A, Mescheryakova T, Ushakova A, Abacharaeva E, Smirnova E. Assessing the response timeliness to threats as an important element of cybersecurity: Theoretical foundations and research model. In Book: Kravets AG, Groumpos PP, Shcherbakov M, Kultsova M, eds. Creativity in intelligent technologies and data science. Cham, Switzerland: Springer Nature Switzerland AG; 2019: 258-269.
- [23] Syuzev VV. Principles of digital signals processing [In Russian]. – Moscow: "RTSoft" Publisher; 2014.
- [24] Blahut RE. Fast algorithms for digital signal processing. Addison-Wesley Publishing Company; 1985.
- [25] Smirnova E, Syuzev V, Samarev R, Deykin I, Proletarsky A. High-dimensional simulation processes in new energy theory: Experimental research (Extended abstract). In Book: Thalheim B, Makhortov S, Sychev A, eds. Data analytics and management in data intensive domains. Extended abstracts of the XXII International Conference DAMDID/RCDL' 2020. Voronezh: "Voronezh State University" Publisher; 2020: 160-163.
- [26] Deykin I. One- and unidirectional two-dimensional signal imitation in complex basis (Extended abstract). In Book: Thalheim B, Makhortov S, Sychev A, eds. Data analytics and management in data intensive domains. Extended abstracts of the XXII International Conference DAMDID/RCDL' 2020. Voronezh: "Voronezh State University" Publisher; 2020: 229-232.
-

Authors' information

Vladimir Vasilievich Syuzev (b. 1946) graduated from Bauman Moscow State Technical University in 1970, with a degree in Calculating and Solving Devices. He defended his PhD thesis in 1976 and his doctoral thesis - in 1999. From 1999 to 2015, he was the Head of Computer Systems and Networks department at Bauman Moscow State Technical University. Research interests: digital signal processing, multidimensional structures, development of a new energy theory of mathematical representation and transformation of models, signals and processes in control systems of dynamic objects based on signal simulation. E-mail: k_iu6@bmstu.ru.

Elena Valentinovna Smirnova (b. 1954) graduated from Bauman Moscow State Technical University in 1977, where she works as an Associate Professor at the Computer Systems and Networks department. She defended her PhD the sison the specialty 05.11.17 "Medical Instruments". Research interests: engineering education, biomedical signal processing, internet application's programming. E-mail: evsmirnova@bmstu.ru.

Andrey Viktorovich Proletarsky (b. 1964), in 1987, he graduated from Bauman Moscow State Technical University, faculty of Computer Science and Control Systems with a degree in Automatic Control systems. He is a Head of the Scientific and Educational Complex "Informatics and Control Systems", head of Computer Systems and Networks department of Bauman Moscow State Technical University, Doctor of Technical Sciences, Professor. Research area: artificial intelligent systems, monitoring and management of dynamic systems, big data. E-mail: pav@bmstu.ru.

Received June 23, 2020. The final version – May 12, 2021.
