

ДИФРАКЦИОННАЯ ОПТИКА, ОПТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

Острая фокусировка пучков с V-точками поляризационной сингулярности

В.В. Котляр^{1,2}, А.Г. Налимов^{1,2}, С.С. Стафеев^{1,2}, А.А. Ковалёв^{1,2}¹ ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

В работе теоретически и численно показано, что векторное световое поле n -го порядка с центральной V-точкой, в которой направление линейной поляризации не определено, и с индексом поляризационной сингулярности n , которое имеет вид «цветка» с $2(n-1)$ лепестками, при острой фокусировке формирует поперечное распределение интенсивности с $2(n-1)$ локальными максимумами. А векторное световое поле с индексом поляризационной сингулярности $-n$, которое имеет вид «паутины» с $2(n+1)$ ячейками, при острой фокусировке формирует в плоскости фокуса поперечное распределение интенсивности с $2(n+1)$ локальными максимумами. В фокусе в нулях интенсивности формируются либо $2(n-1)$, либо $2(n+1)$ V-точек с чередующимися индексами $+1$ и -1 .

Ключевые слова: векторный световой пучок, топологический заряд, поляризационная сингулярность.

Цитирование: Котляр, В.В. Острая фокусировка пучков с V-точками поляризационной сингулярности / В.В. Котляр, А.Г. Налимов, С.С. Стафеев, А.А. Ковалёв // Компьютерная оптика. – 2021. – Т. 45, № 5. – С. 643-653. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-884.

Citation: Kotlyar VV, Nalimov AG, Stafeev SS, Kovalev AA. Sharp focusing of beams with V-point polarization singularities. Computer Optics 2021; 45(5): 643-653. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-884.

Введение

Векторные световые поля высоких порядков, у которых вектор линейной поляризации меняет свое направление по сечению пучка, активно исследуются последние несколько лет [1–6]. Формировать такие пучки можно многими способами, в том числе и с помощью компонентов с метаповерхностью [7]. Векторные пучки могут стабильно распространяться через турбулентность [8]. У векторных пучков имеются точки поляризационной сингулярности [9–11], во многом аналогичные точкам фазовой сингулярности у вихревых полей [12]. Точки поляризационной сингулярности (V-точки) – это такие точки векторного поля, в которых не определено направление вектора линейной поляризации. Эти V-точки [10] характеризуются специальным индексом (индексом Пуанкаре–Хопфа, η), который равен целому числу скачков фазы на 2π при обходе V-точки по замкнутому контуру. Под фазой понимается аргумент комплексного поля, составленного из поперечных проекций вектора напряженности электрического поля $E_x + iE_y$. Это определение совпадает с расчетом топологического заряда [12] скалярного вихревого поля с комплексной амплитудой $E(x, y)$. Если поперечные проекции E_x, E_y поля комплексные, то, во-первых, само поле уже будет не только векторное, но и эллиптическое, а во-

вторых, этот подход не применим, и надо обращаться к более общему подходу на основе вектора Стокса. Также V-точки можно характеризовать индексом Стокса σ , который по величине в 2 раза больше, чем индекс Пуанкаре–Хопфа η : $\sigma = 2\eta$. Индекс Стокса равен целому числу скачков фазы комплексного поля Стокса на 2π при обходе V-точки по замкнутому контуру. Так как вектор Стокса [13] единичной длины имеет три проекции $\mathbf{S} = (S_1, S_2, S_3)$, то комплексное поле Стокса формируется из первых двух действительных проекций $S_c = S_1 + iS_2$. Фаза комплексного поля Стокса есть аргумент комплексного числа S_c .

В данной работе мы найдем индексы Пуанкаре–Хопфа и Стокса для цилиндрических векторных пучков n -порядка. Покажем, что у таких пучков в начальной плоскости (где нет продольной компоненты поля) вокруг V-точек формируются поля векторов линейной поляризации, похожие на «цветок» или «паутину» с числом лепестков, связанных с порядком n векторного поля. С помощью формул Ричардса–Вольфа мы получим выражения для проекций вектора напряженности электрического поля в остром фокусе трех типов векторных полей (радиальное n -го порядка, радиальное $-n$ -го порядка и азимутальное n -го порядка). На основе полученных выражений для комплексных амплитуд электрического поля мы получим выражения для поперечных распределений интенсивности этих полей.

Из полученных выражений будет следовать основной результат данной работы: число лепестков «цветка» начального векторного поля равно числу локальных максимумов интенсивности в плоскости фокуса. Покажем также, что V-точка векторного поля n -го порядка «распадается» в фокусе на несколько точек первого порядка, вокруг которых нет лепестков.

1. Индекс поляризации сингулярности векторного поля в начальной плоскости

Рассмотрим начальное поле с азимутальной поляризацией n -го порядка, вектор Джонса которого имеет вид [14, 15]:

$$E_n(\varphi) = \begin{pmatrix} -\sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где (r, φ) – полярные координаты в начальной плоскости. В центре такого поля (при $r=0$) находится точка сингулярности (V-точка), в которой направление вектора линейной поляризации не определено. Согласно [10] поле (1) можно характеризовать индексом сингулярности, аналогичным топологическому заряду (ТЗ) скалярных оптических вихрей. Индекс V-точек называется индексом Пуанкаре–Хопфа η , и для поля (1) его можно вычислить как топологический заряд комплексного поля:

$$E_{c,n}(\varphi) = E_x + iE_y = -\sin n\varphi + i \cos n\varphi = i \exp(in\varphi). \tag{2}$$

Индекс поля (1) и V-точки равен ТЗ поля (2): $\eta = n$. С другой стороны, векторное поле (1) можно характеризовать с помощью параметров Стокса [13] $S = (S_1, S_2, S_3)$, где

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{|E_x|^2 - |E_y|^2}{|E_x|^2 + |E_y|^2}, \\ S_2 &= \frac{2 \operatorname{Re}(E_x^* E_y)}{|E_x|^2 + |E_y|^2}, \\ S_3 &= \frac{2 \operatorname{Im}(E_x^* E_y)}{|E_x|^2 + |E_y|^2}, \end{aligned} \tag{3}$$

где Re и Im – знаки реальной и мнимой части числа. Вектор Стокса, как видно из (3), имеет единичную длину $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = 1$. Для поля (1) параметры Стокса из (3) будут иметь вид:

$$S_1 = -\cos(2n\varphi), S_2 = -\sin(2n\varphi), S_3 = 0. \tag{4}$$

Так как в (4) $S_3 = 0$, то это означает, что в любой точке поля (1) поляризация линейная, кроме V-точки, в которой поляризация не определена. Комплексное поле для вектора (4) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} S_c &= S_1 + iS_2 = \\ &= -\cos(2n\varphi) - i \sin(2n\varphi) = -\exp(i2n\varphi). \end{aligned} \tag{5}$$

Индекс Стокса для поля (1) равен ТЗ поля (5) и равен: $\sigma = 2\eta = 2n$. Таким образом, индекс Стокса в 2 раза больше, чем индекс Пуанкаре–Хопфа.

Для радиального поля n -го порядка с вектором Джонса

$$E_{1,n}(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{pmatrix} \tag{6}$$

индекс Пуанкаре–Хопфа сингулярной V-точки в центре поля ($r=0$) равен также $\eta = n$. Индекс сингулярности V-точки сменит знак на противоположенный ($\eta = -n$) для векторного поля

$$E_{2,n}(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ -\sin n\varphi \end{pmatrix}. \tag{7}$$

2. Число локальных максимумов интенсивности в фокусе векторного поля

Интересно, что у векторного поля (6) рисунок векторов линейной поляризации имеет вид «цветка» с $2(n-1)$ лепестками. Действительно, если начало лепестка совпадает с вектором, лежащим под углом $\varphi=0$, то конец лепестка будет отмечен вектором, который повернулся на угол $\varphi = \pi + \varphi_0$. При этом фаза поля (6) изменится на $n\varphi_0$ радиан. Приравнивая $\pi + \varphi_0 = n\varphi_0$, получим величину угла одного лепестка: $\varphi_0 = \pi / (n-1)$. Таких лепестков будет $N: 2\pi = N\varphi_0$. Отсюда получим, что $N = 2(n-1)$. Рассуждая аналогично, можно получить, что количество ячеек «паутины» из векторов линейной поляризации, составленной вокруг V-точки поля (7), будет равно $N = 2(n+1)$.

Далее покажем, что «цветок» с $2(n-1)$ лепестками, образованный векторами линейной поляризации поля (6) в начальной плоскости, преобразуется в остром фокусе в распределение интенсивности также в виде «цветка» с $2(n-1)$ локальными максимумами.

Действительно, с помощью формул Ричардса–Вольфа [16], которые описывают компоненты электромагнитного поля вблизи острого фокуса, можно получить выражения для компонент вектора электрического поля:

$$\begin{aligned} E_x &= -i^{n+1} (I_{0,n} \cos n\varphi + I_{2,n-2} \cos(n-2)\varphi), \\ E_y &= -i^{n+1} (I_{0,n} \sin n\varphi - I_{2,n-2} \sin(n-2)\varphi), \\ E_z &= 2i^n I_{1,n-1} \sin(n-1)\varphi, \end{aligned} \tag{8}$$

где

$$\begin{aligned} I_{\nu,\mu} &= \left(\frac{\pi f}{\lambda} \right) \int_0^{\theta_0} \sin^{\nu+1} \left(\frac{\theta}{2} \right) \cos^{3-\nu} \left(\frac{\theta}{2} \right) \times \\ &\times \cos^{1/2}(\theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_\mu(x) d\theta, \end{aligned} \tag{9}$$

где λ – длина волны света, f – фокусное расстояние апланатической системы, $x = krs \sin \theta$, $J_\mu(x)$ – функция Бесселя первого рода и $NA = \sin \theta_0$ – числовая апертура. Начальная функция амплитуды $A(\theta)$ (предположим,

что это действительная функция) может быть константой (плоская волна) или в виде Гауссова пучка

$$A(\theta) = \exp\left(\frac{-\gamma^2 \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta_0}\right), \quad (10)$$

где γ – постоянная. Поперечная интенсивность (без учета продольной составляющей поля (8)) будет иметь вид:

$$I_r = |E_x|^2 + |E_y|^2 = I_{0,n}^2 + I_{2,n-2}^2 + 2I_{0,n}I_{2,n-2} \cos(2(n-1)\varphi). \quad (11)$$

Из (11) видно, что поперечное распределение интенсивности имеет $2(n-1)$ локальных максимумов вокруг оптической оси, каждый из которых расположен на луче $\varphi = 2\pi p / (2n-2)$, $p = 1, 2, 3, \dots, 2(n-1)$. Определим индекс V-точек в фокусе векторного поля (8). Для этого сформируем эквивалентное комплексное поле с амплитудой:

$$E_{c,n} = (I_{0,n} \cos n\varphi + I_{2,n-2} \cos(n-2)\varphi) + i(I_{0,n} \sin n\varphi - I_{2,n-2} \sin(n-2)\varphi) = I_{0,n} \exp(in\varphi) + I_{2,n-2} \exp(-i(n-2)\varphi). \quad (12)$$

В общем случае индекс поля (12) не определен и меняется по всей плоскости фокуса, так как коэффициенты при экспонентах при разных радиусах r могут быть один больше другого и наоборот. Топологический заряд комплексного поля (12) будет зависеть от асимптотики интегралов (9). Например, если выбрать $A(\theta) = \delta(\theta - \theta_0)$, то интегралы (9) заменятся на функции Бесселя и, вместо (12), получим:

$$E_{c,n} = AJ_n(\alpha r) \exp(in\varphi) + BJ_{n-2}(\alpha r) \exp(-i(n-2)\varphi), \\ A = \left(\frac{\pi f}{\lambda}\right) \sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \cos^3\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \cos^{1/2} \theta_0, \quad (13) \\ B = \left(\frac{\pi f}{\lambda}\right) \sin^3\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \cos^{1/2} \theta_0, \\ \alpha = kr \sin \theta_0.$$

Отсюда по-прежнему видно, что индекс не определен, но вблизи оптической оси функция Бесселя с меньшим номером имеет большую амплитуду, чем функция Бесселя с большим номером, и поэтому вблизи оптической оси индекс, аналогично топологическому заряду смеси двух вихрей [17], будет равен $\eta = -(n-2)$. В частном случае при $n=1$ (обычная радиальная поляризация) из (12) следует, что

$$E_{c,1} = (I_{0,1} - I_{2,1}) \exp(i\varphi). \quad (14)$$

И индекс V-точки равен единице: $\eta = 1$. То есть в данном случае ($n=1$) индекс начального поля (6) сохранился и в фокусе. Это и понятно, так как особая

точка с единичным индексом не может распасться на несколько V-точек с меньшими индексами. Аналогично скалярный оптический вихрь с топологическим зарядом 1 устойчив к случайным амплитудным и фазовым искажениям.

Для векторного поля (1) с начальной азимутальной поляризацией n -го порядка в фокусе также будет $2(n-1)$ локальных максимумов интенсивности, но лежать они будут на других лучах. То есть «цветок» в фокусе, составленный из локальных максимумов интенсивности, будет повернут на угол $\pi / (2n-2)$. По этому углу поворота «цветка» интенсивности можно отличить радиальную поляризацию n -го порядка от азимутальной поляризации n -го порядка. А по числу «лепестков» можно определить порядок цилиндрической поляризации. Действительно, для начального поля (1) проекции электрического вектора в плоскости фокуса будут иметь вид, аналогичный (8):

$$E_x = i^{n+1} (I_{0,n} \sin n\varphi + I_{2,n-2} \sin(n-2)\varphi), \\ E_y = i^{n+1} (-I_{0,n} \cos n\varphi + I_{2,n-2} \cos(n-2)\varphi), \quad (15) \\ E_z = -2i^n I_{1,n-1} \sin(n-1)\varphi.$$

Распределение поперечной интенсивности в фокусе для начального поля (1) будет иметь вид:

$$I_r = |E_x|^2 + |E_y|^2 = I_{0,n}^2 + I_{2,n-2}^2 - 2I_{0,n}I_{2,n-2} \cos(2(n-1)\varphi). \quad (16)$$

Из (16) видно, что $2(n-1)$ локальных максимумов будут лежать на окружности некоторого радиуса с центром на оптической оси и на лучах, исходящих из центра (от оптической оси) под углами $\varphi = (\pi + 2\pi p) / (2n-2)$, $p = 0, 1, 2, 3, \dots, 2n-3$.

Определим индекс V-точек в фокусе векторного поля (1). Для этого сформируем эквивалентное комплексное поле с амплитудой:

$$E_{c,n} = (I_{0,n} \sin n\varphi + I_{2,n-2} \sin(n-2)\varphi) + i(-I_{0,n} \cos n\varphi + I_{2,n-2} \cos(n-2)\varphi) = -iI_{0,n} \exp(in\varphi) + iI_{2,n-2} \exp(-i(n-2)\varphi). \quad (17)$$

В общем случае индекс поля (17) не определен и меняется по всей плоскости фокуса, так как коэффициенты при экспонентах при разных радиусах r могут быть один больше другого и наоборот. Но при $n=1$ (обычная азимутальная поляризация) из (17) следует, что

$$E_{c,1} = -i(I_{2,1} + I_{0,1}) \exp(i\varphi). \quad (18)$$

И индекс V-точки равен единице: $\eta = 1$. То есть в данном случае индекс начального поля (1) сохранился и в фокусе.

Векторная «паутина» с $2(|n|+1)$ лепестками и с центром в V-точке поляризационной сингулярности для начального поля (7) преобразуется в фокусе в

картину интенсивности с $2(n+1)$ локальными максимумами. Действительно, проекции электрического вектора в фокусе для начального поля (7) будут иметь вид ($n > 0$):

$$\begin{aligned} E_x &= i^{n-1} (I_{0,n} \sin n\varphi + I_{2,n+2} \sin(n+2)\varphi), \\ E_y &= i^{n-1} (I_{0,n} \cos n\varphi - I_{2,n+2} \cos(n+2)\varphi), \\ E_z &= -2i^n I_{1,n+1} \sin(n+1)\varphi. \end{aligned} \quad (19)$$

Распределение поперечной интенсивности в фокусе для поля (19) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} I_t &= |E_x|^2 + |E_y|^2 = I_{0,n}^2 + I_{2,n+2}^2 - \\ &- 2I_{0,n}I_{2,n+2} \cos(2(n+1)\varphi). \end{aligned} \quad (20)$$

Из (20) видно, что распределение интенсивности имеет $2(|n|+1)$ локальных максимумов, расположенных в фокусе на окружности некоторого радиуса с центром на оптической оси. Поэтому векторную «паутину» в начальном поле (7) можно обнаружить по числу локальных максимумов, которое отличается от числа лепестков векторного «цветка» того же n -го порядка.

Для начального поля (7) при $n = -1$ из (14) следует, что индекс V-точки в фокусе меняет знак, так как аналогично (14) и (18) для поля (19) можно получить:

$$E_{c,1} = -i(I_{2,1} + I_{0,1}) \exp(i\varphi). \quad (21)$$

Определим индекс V-точек в фокусе векторного поля (7). Для этого сформируем из (19) эквивалентное комплексное поле с амплитудой:

$$\begin{aligned} E_{c,n} &= (I_{0,n} \sin n\varphi + I_{2,n+2} \sin(n+2)\varphi) + \\ &+ i(I_{0,n} \cos n\varphi - I_{2,n+2} \cos(n+2)\varphi) = \\ &= iI_{0,n} \exp(-in\varphi) - iI_{2,n+2} \exp(i(n+2)\varphi). \end{aligned} \quad (22)$$

Аналогично (17) индекс поля (19) не определен, но аналогично (13) можно утверждать, что вблизи оптической оси в фокусе индекс V-точки будет равен меньшему номеру функции Бесселя, то есть $\eta = -n$. То есть для поля (7) в фокусе вблизи оптической оси индекс V-точки будет такой же, как и в начальной плоскости.

3. Индекс поляризационной сингулярности обобщенного векторного поля

Заметим, что предыдущие рассуждения нельзя автоматически перенести на обобщенное векторное поле, у которого по разным осям разный порядок. Вектор Джонса такого поля имеет вид [10]:

$$E_{3,n,m}(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ \sin m\varphi \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Хотя можно сказать, что у поля в центре также имеется V-точка, но определить ее индекс аналитически удастся в ряде случаев (Приложение А). Действи-

тельно, комплексное поле, эквивалентное векторному полю (23), имеет вид:

$$E_{c,n,m}(\varphi) = E_x + iE_y = \cos n\varphi + i \sin m\varphi. \quad (24)$$

В работе [9] не указано, как узнать индекс такого поля, если $n \neq m$. Мы предлагаем рассчитывать индекс V-точки векторного поля (23) аналогично расчету топологического заряда скалярных оптических вихрей по формуле Берри [12]:

$$TC = \frac{1}{2\pi} \lim_{r \rightarrow \infty} \text{Im} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\partial E(r, \varphi) / \partial \varphi}{E(r, \varphi)}. \quad (25)$$

Тогда согласно (25) индекс Пуанкаре–Хопфа для векторного поля (24) будет равен:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{1}{2\pi} \lim_{r \rightarrow \infty} \text{Im} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{-n \sin n\varphi + im \cos m\varphi}{\cos n\varphi + i \sin m\varphi} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{n \sin n\varphi \sin m\varphi + m \cos m\varphi \cos n\varphi}{\cos^2 n\varphi + \sin^2 m\varphi}. \end{aligned} \quad (26)$$

При $m = n$ из (26) следует, что $\eta = n$, а при $m = -n$ из (26) следует, что $\eta = -n$. Но при $n \neq \pm m$ интеграл (26) не сводится к справочным интегралам. В отдельных случаях (26) можно вычислить аналитически (Приложение А), в остальных случаях (26) – численно.

В табл. 1 приведены значения индекса η , рассчитанного на основе (26) для векторного поля (23) при изменении порядков m от -10 до $+10$, и n от 0 до 10 (так как смена знака у порядка n не влияет на величину индекса). Из табл. 1 видно, что индекс поляризационной сингулярности всегда целый или ноль. Кроме того, интересно, что, если n равно 1 или -1 , при любом m индекс η будет либо 1 , либо 0 , либо -1 . Также если n равно 8 или -8 , то при любом m индекс η будет равен либо 8 , либо 0 , либо -8 . Это можно сказать и при $n = 4$ и $n = 2$.

На рис.1 показаны начальные векторные поля с поляризационной сингулярностью (V-точки) в центре: векторное поле (б) порядка $n: 3$ (а), 4 (б), -3 (в) и -4 (г). Как и предсказывает теория, два первых векторных поля имеют вид «цветков» с числом лепестков $2(n-1) = 4$ (а) и $2(n-1) = 6$ (б). И два других векторных поля в виде «паутины» с числом сегментов $2(|n|+1) = 8$ (в) и числом сегментов $2(|n|+1) = 10$ (г).

В остром фокусе такие начальные векторные поля (рис. 1) преобразуются в векторные поля (8), (15) и (19), у которых будут несколько точек поляризационной сингулярности. На рис. 2 показаны полная интенсивность (а) и поперечная интенсивность (б) для начального векторного поля с индексом $n = 3$ (рис. 1а). Моделирование фокусировки векторных полей проводилось по формулам Ричардса–Вольфа [16] для длины волны 532 нм и числовой апертуры $NA = 0,95$.

Табл. 1. Индекс Пуанкаре–Хопфа η векторного поля (23): по горизонтали отложен номер n , а по вертикали – m

		n											
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
m	-10	0	0	-2	0	0	0	-2	0	0	0	-10	
	-9	0	-1	0	3	0	-1	0	-1	0	-9	0	
	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	0	0	
	-7	0	1	0	1	0	1	0	-7	0	1	0	
	-6	0	0	2	0	0	0	-6	0	0	0	2	
	-5	0	-1	0	-1	0	-5	0	-1	0	-1	0	
	-4	0	0	0	0	-4	0	0	0	0	0	0	
	-3	0	1	0	-3	0	1	0	1	0	-3	0	
	-2	0	0	-2	0	0	0	-2	0	0	0	-2	
	-1	0	-1	0	-1	0	-1	0	-1	0	-1	0	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	
	2	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	2	
	3	0	-1	0	3	0	-1	0	-1	0	3	0	
	4	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	
	5	0	1	0	1	0	5	0	1	0	1	0	
	6	0	0	-2	0	0	0	6	0	0	0	-2	
	7	0	-1	0	-1	0	-1	0	7	0	-1	0	
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	
9	0	1	0	-3	0	1	0	1	0	9	0		
10	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	10		

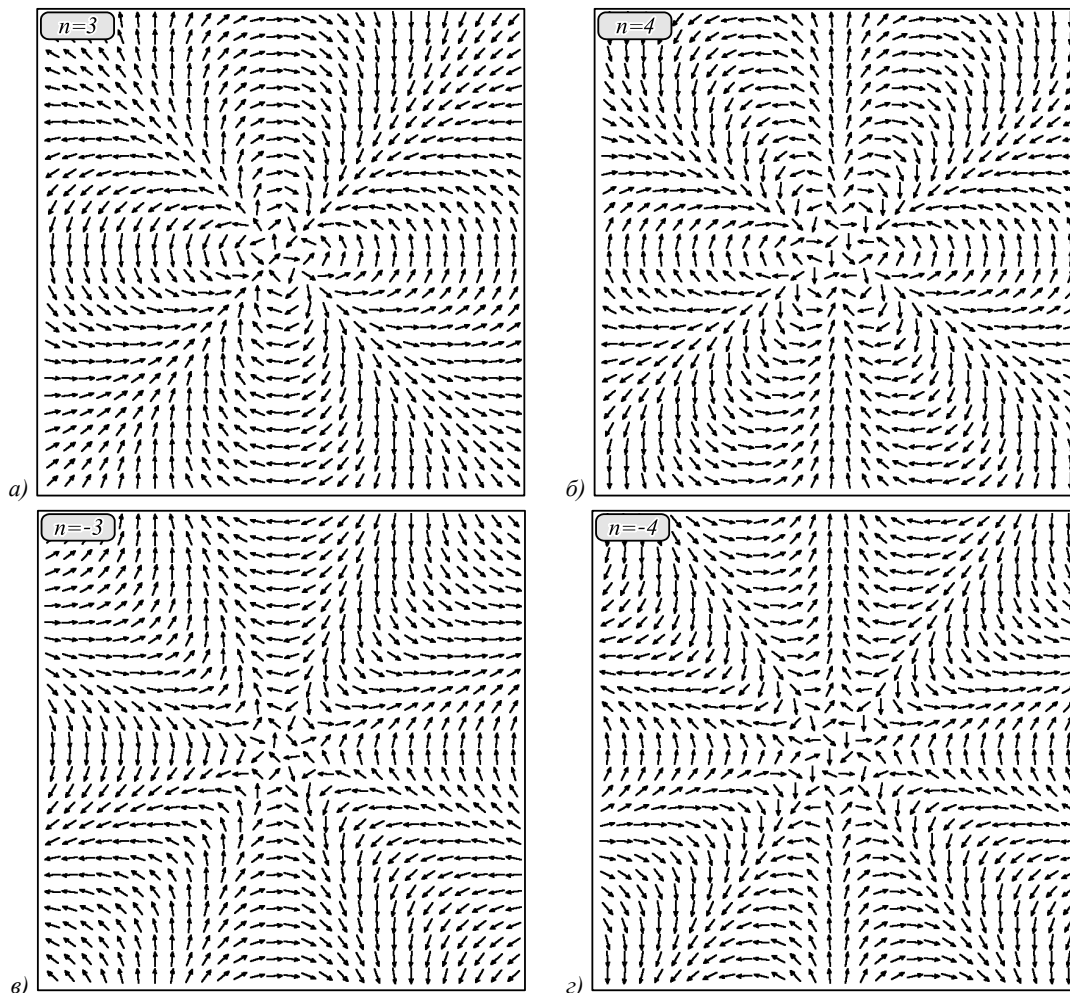


Рис. 1. Векторное поле (стрелки показывают направление векторов линейной поляризации в данных точках) (б), порядок n которого совпадает с индексом поляризационной сингулярности V-точки (индекс Пуанкаре–Хопфа η) в центре этого поля и равен: 3 (а), 4 (б), -3 (в) и -4(г)

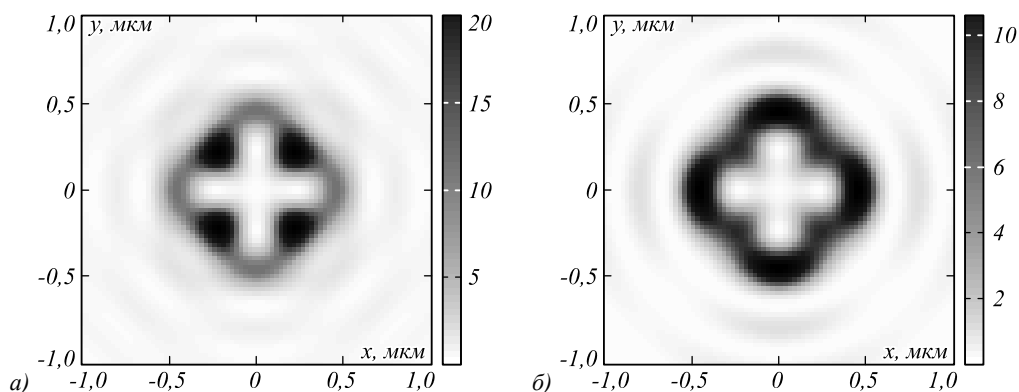


Рис. 2. Распределение суммарной интенсивности $I_x + I_y + I_z$ (негатив) (а) и поперечной составляющей интенсивности $I_x + I_y$ (б) для начального векторного поля с индексом $n = 3$ (рис. 1а)

4. Моделирование

Как и предсказывает теория (11), в фокусе (рис. 2) имеет место $2(n-1) = 4$ локальных максимумов полной и поперечной интенсивности. Из-за наличия продольной интенсивности четыре локальных максимума (рис. 2а) находятся в других местах, чем четыре локальных максимума на картине поперечной интенсивности (рис. 2б).

На рис. 3 показано распределение векторов линейной поляризации в фокусе ($NA = 0,95$, $\lambda = 532$ нм) для начального векторного поля на рис. 1а ($n = 3$).

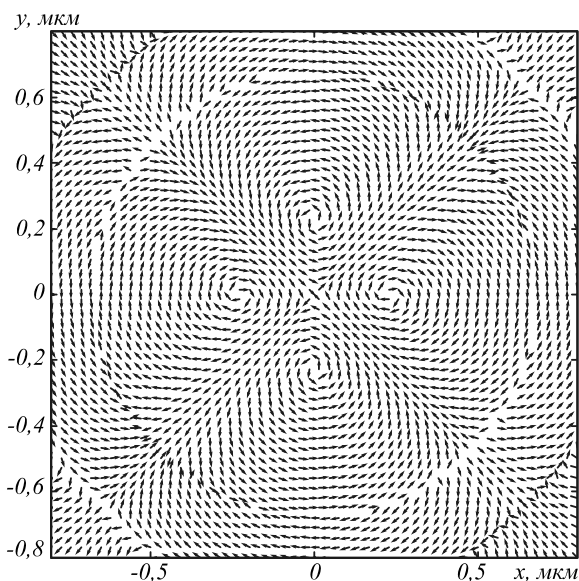


Рис. 3. Распределение векторов линейной поляризации в плоскости фокуса для начального векторного поля на рис. 1а ($n = 3$)

Из рис. 3 видно, что в углах темного креста на рис. 2 расположены четыре центра поляризационной сингулярности, а в центре (на оптической оси) находится V-точка с индексом -1 . Четыре V-точки в углах светлого (так как негатив) креста (рис. 2) имеют одинаковые по модулю индексы, но разных знаков: две вертикальные V-точки имеют индекс $+1$, а две горизонтальные -1 . Поэтому общий индекс векторного поля на рис. 3 вблизи оптической оси равен индексу

центральной V-точки и равен -1 . Это согласуется с (12) и (13): $\eta = -(n-2) = -1$. На рис. 3 хорошо видны окружности нулевой интенсивности, где фаза скачком меняет знак на π , и поэтому вектора поляризации внутри и снаружи окружности направлены в противоположенную сторону.

На рис. 4 показаны рассчитанные распределения суммарной интенсивности (а) и поперечной интенсивности (б) для начального векторного поля с индексом $n = 4$ (рис. 1б). Из рис. 4 видно, что опять подтверждается теория (11), и в распределении интенсивности видны $2(n-1) = 6$ локальных максимумов, расположенных симметрично вокруг оптической оси.

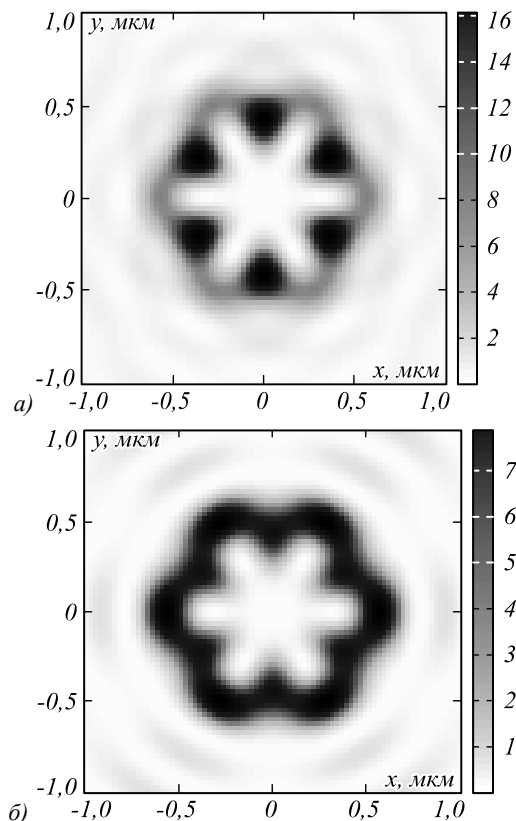


Рис. 4. Распределение суммарной интенсивности (негатив) (а) и поперечной составляющей интенсивности (б) в плоскости фокуса ($NA = 0,95$) для начального векторного поля с индексом $n = 4$ (рис. 1б)

На рис. 5 показано распределение векторов линейной поляризации в фокусе для начального поля с индексом $n=4$ (рис. 1б). Из рис. 5 видно, что в фокусе сформировалось множество V-точек с индексами $+1$ и -1 , которые находятся в «вершинах светлой (так как негатив) шестиконечной звезды» на рис. 4. А в центре (на оптической оси) находится V-точка с индексом $\eta=-2$, как следует из (12).

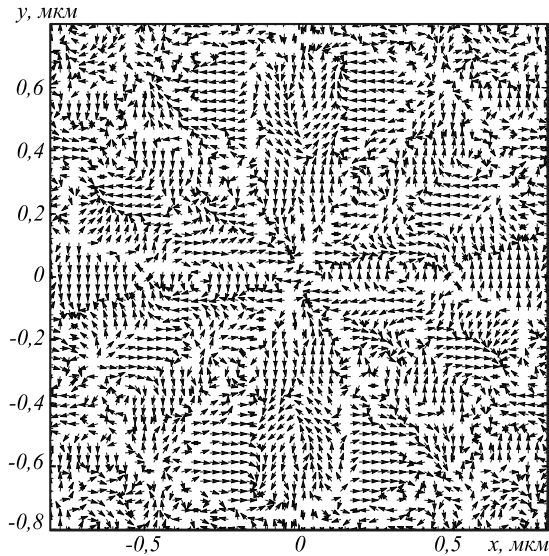


Рис. 5. Распределение в фокусе векторов линейной поляризации для начального поля с индексом $n=4$ (рис. 1б)

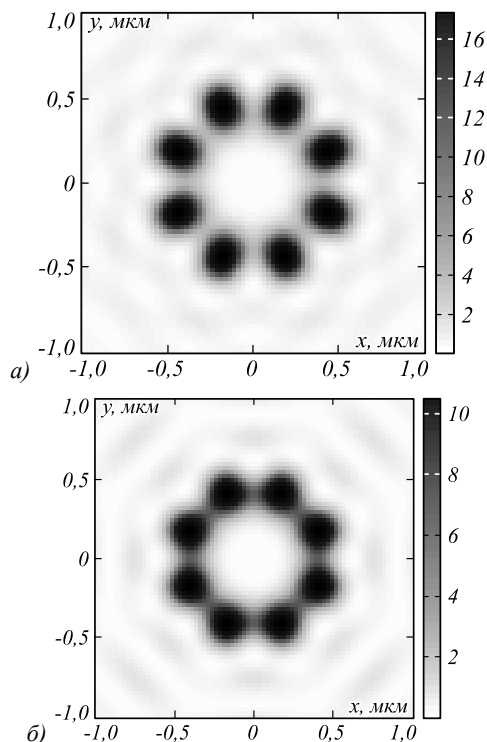


Рис. 6. Распределение суммарной интенсивности (негатив) (а) и поперечной составляющей интенсивности (б) в плоскости фокуса ($NA=0,95$) для начального векторного поля с индексом $n=-3$ (рис. 1в)

На рис. 6 показаны распределения суммарной интенсивности (а) и поперечной составляющей интен-

сивности (б) в плоскости фокуса ($NA=0,95$) для начального векторного поля с индексом $n=-3$ (рис. 1в). Из рис. 6 видно, как и предсказывает теория, что в распределении интенсивности есть $2(|n|+1)=8$ локальных максимумов интенсивности.

На рис. 7 показано распределение в фокусе векторов линейной поляризации для начального поля с индексом $n=-3$ (рис. 1в). Из рис. 7 видно, что вокруг оптической оси на окружности некоторого радиуса (в углах «светлой (так как негатив) восьмиконечной звезды») находятся 8 V-точек, 4 из которых имеют индекс $+1$, а другие 4 имеют индекс -1 . В центре плоскости фокуса на оптической оси находится V-точка с индексом -3 , как следует из (22).

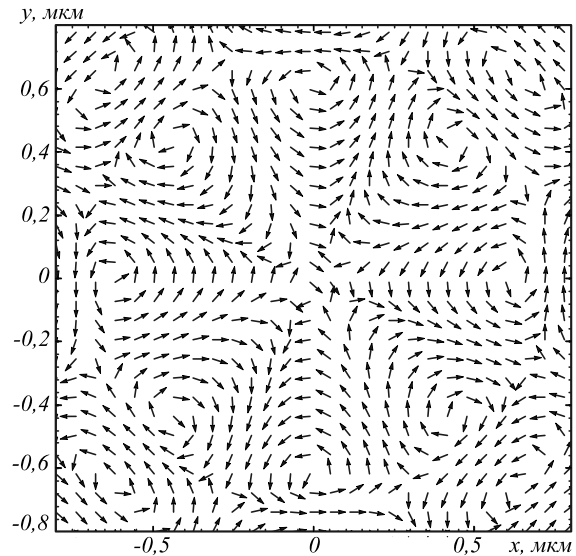


Рис. 7. Распределение в фокусе векторов линейной поляризации для начального поля с индексом $n=-3$ (рис. 1в)

На рис. 8 показаны распределения векторов линейной поляризации для начального векторного поля (23) для разных номеров (n, m) : $(2, 1)$ (а), $(3, -7)$ (б), $(9, -3)$ (в), $(6, 2)$ (г). По табл. 1 можно найти индексы Пуанкаре–Хопфа для этих векторных полей η : 0 (а), 1 (б), -3 (в) и 2 (г). Глядя на рис. 8, трудно определить индексы V-точек таких сложных векторных полей. Еще более сложный вид распределения векторов линейной поляризации получается в фокусе (здесь не приводятся). На рис. 9 показано распределение интенсивности в фокусе апланатического объектива с числовой апертурой $NA=0,95$ при фокусировке пучков с $n=2, m=1$ (рис. 9а) и $n=3, m=-7$ (рис. 9б).

Из рис. 9 видно, что для начального поля с $\eta=0$ (рис. 8а) в центре фокуса (рис. 9а) нет нулевой интенсивности и нет V-точки, а для начального векторного поля с $\eta=1$ (рис. 8б) в центре фокуса есть ноль интенсивности и V-точка.

Заключение

В работе теоретически и численно показано, что начальное векторное поле n -го порядка имеет в центре V-точку, индекс Пуанкаре–Хопфа которой равен

n , а индекс Стокса равен $2n$. Такое векторное поле имеет вид «цветка», у которого $2(n-1)$ лепестков. В остром фокусе такое поле формирует распределение интенсивности с $2(n-1)$ локальными максимумами, расположенными на окружности некоторого радиуса с центром на оптической оси. Рядом с этими максиму-

мами интенсивности находятся $2(n-1)$ локальных минимумов (нули интенсивности, точки поляризационной сингулярности), в которых расположены V-точки с чередующимися индексами $+1$ и -1 (суммарный индекс равен нулю). В центре фокуса также имеет место ноль интенсивности или V-точка с индексом $-(n-2)$.

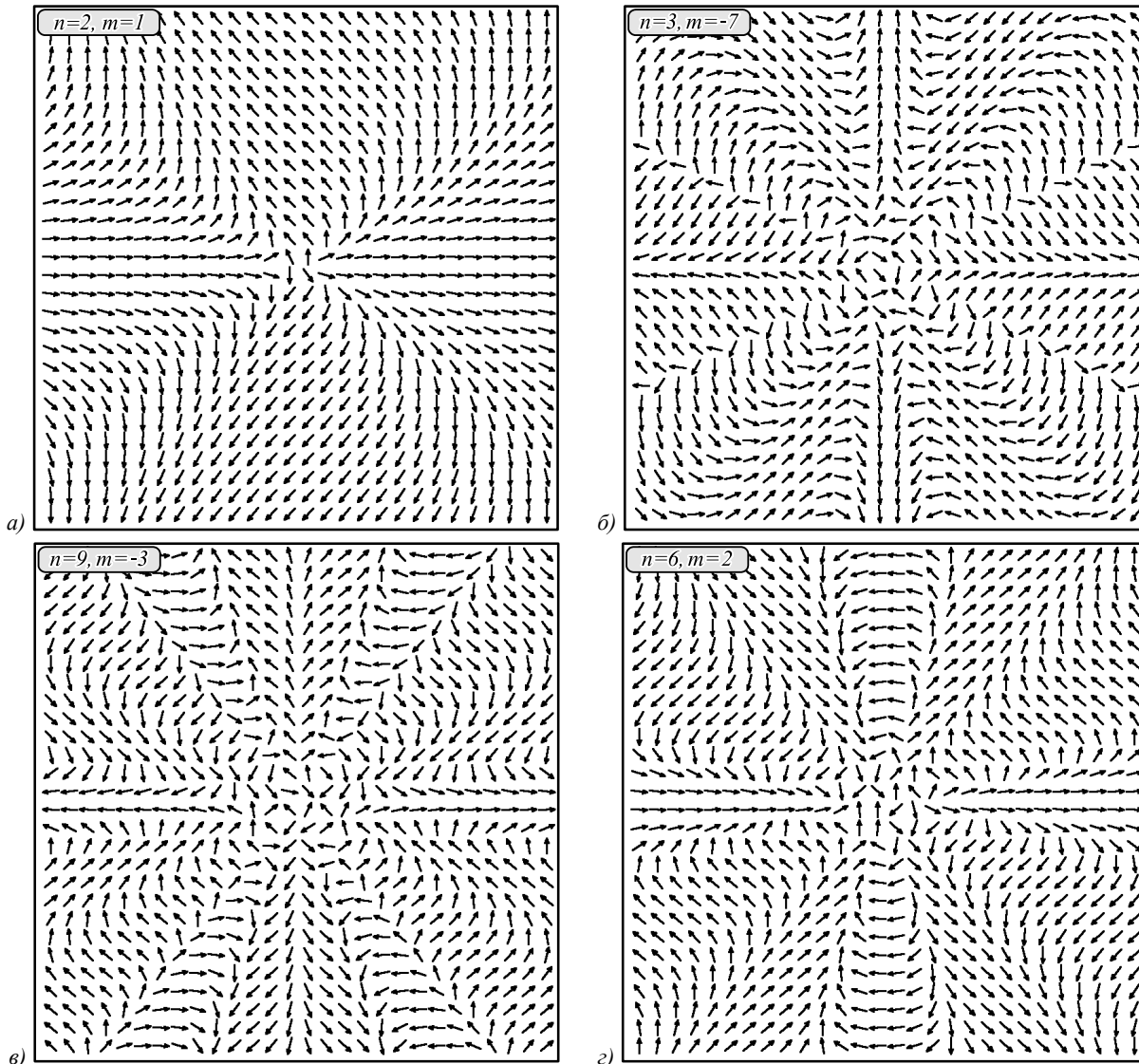


Рис. 8. Начальные векторные поля (23) при разных n и m

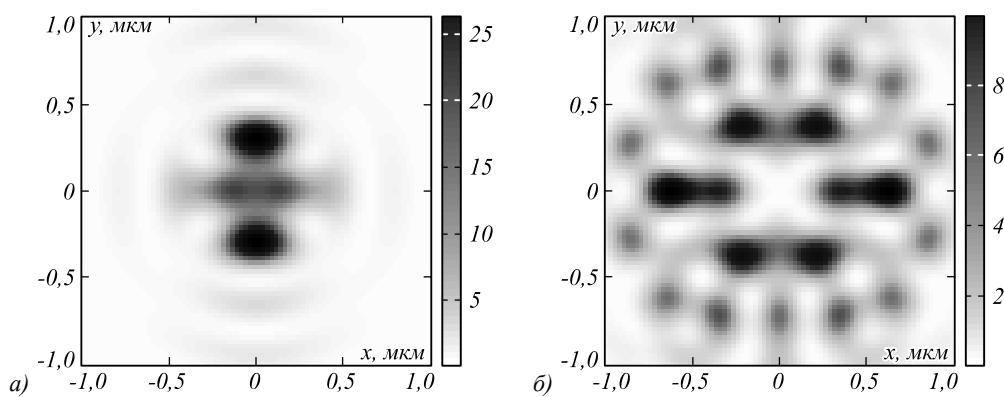


Рис. 9. Распределение интенсивности в фокусе (негатив) при фокусировке пучков с $n = 2, m = 1$ «бабочка» (а) и $n = 3, m = -7$ «пасть дракона» (б)

Также показано, что векторное поле n -го порядка имеет в центре V-точку с индексом $-n$. Такое векторное поле имеет вид «паутины» с $2(n+1)$ ячейками. В остром фокусе такое поле формирует распределение интенсивности с $2(n+1)$ локальными максимумами, расположенными на окружности некоторого радиуса с центром на оптической оси. Рядом с этими максимумами интенсивности находятся $2(n+1)$ локальных минимумов (нули интенсивности, точки поляризационной сингулярности), в которых расположены V-точки с чередующимися индексами $+1$ и -1 (суммарный индекс равен нулю). В центре фокуса также имеет место ноль интенсивности или V-точка с индексом $-n$. Для векторного поля (n, m) -го порядка численно получены индексы V-точек (табл. 1) в диапазоне номеров от -10 до $+10$. Для ряда случаев в Приложении А аналитически получены индексы обобщенного векторного поля.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 18-29-20003) в части «Индекс поляризационной сингулярности векторного поля в начальной плоскости», Российского научного фонда (грант 18-19-00595) в части «Число локальных максимумов интенсивности в фокусе векторного поля», а также Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН в части «Моделирование».

Литература

1. Liu, Z. Generation of arbitrary vector vortex beams on hybrid-order Poincare sphere / Z. Liu, Y. Liu, Y. Ke, Y. Liu, W. Shu, H. Luo, S. Wen // *Photonics Research*. – 2017. – Vol. 5, Issue 1. – 15.
2. Fu, S. Tailoring arbitrary hybrid Poincare beams through a single hologram / S. Fu, Y. Zhai, T. Wang, C. Yin, C. Gao // *Applied Physics Letters*. – 2017. – Vol. 111, Issue 21. – 211101.
3. Zhang, Y. Spin-controlled massive channels of hybrid-order Poincare sphere beams / Y. Zhang, P. Chen, S. Ge, T. Wei, J. Tang, W. Hu, Y. Lu. // *Applied Physics Letters*. – 2020. – Vol. 117, Issue 8. – 081101.
4. Liu, J. Generation of arbitrary cylindrical vector vortex beams with cross-polarized modulation / J. Liu, X. Chen,

- Y. He, L. Lu, H. Ye, G. Chai, S. Chen, D. Fan // *Results in Physics*. – 2020. – Vol. 19. – 103455.
5. Arora, G. Detection of degenerate Stokes index states / G. Arora, S. Deepa, S.N. Khan, P. Senthilkumaran // *Scientific Reports*. – 2020. – Vol. 10. – 20759.
6. Arora, G. Hybrid order Poincare spheres for Stokes singularities / G. Arora, R. Rajput, P. Senthilkumaran // *Optics Letters*. – 2020. – Vol. 45. – P. 5136-5139.
7. Stafеев, S.S. Subwavelength gratings for polarization conversion and focusing of laser light / S.S. Stafеев, V.V. Kotlyar, A.G. Nalimov, M.V. Kotlyar, L. O'Faolain // *Photonic and Nanostructures – Fundamentals and Applications*. – 2017. – Vol. 27(November). – P. 32-41. – DOI: 10.1016/j.photonics.2017.09.001.
8. Lochab, P. Designer vector beams maintaining a robust intensity profile on propagation through turbulence / P. Lochab, P. Senthilkumaran, K. Khare // *Physical Review A*. – 2018. – Vol. 98. – 023831.
9. Berry, M.V. Geometry of phase and polarization singularities illustrated by edge diffraction and the tides / M.V. Berry // *Proceedings of SPIE*. – 2001. – Vol. 4403. – DOI: 10.1117/12.428252.
10. Freund, I. Polarization singularity indices in Gaussian laser beams / I. Freund // *Optics Communications*. – 2002. – Vol. 201. – P. 251-270.
11. Kovalev, A.A. Gaussian beams with multiple polarization singularities / A.A. Kovalev, V.V. Kotlyar // *Optics Communications*. – 2018. – Vol. 423. – P. 111-120. – DOI: 10.1016/j.optcom.2018.04.023.
12. Berry, M.V. Optical vortices evolving from helicoidal integer and fractional phase steps. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. – 2004. – Vol. 6, Issue 2. – P. 259-268. – DOI: 10.1088/1464-4258/6/2/018.
13. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М.: Наука, 1973. – 720 с.
14. Zhan, Q. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications / Q. Zhan // *Advances in Optics and Photonics*. – 2009. – Vol. 1. – P. 1-57.
15. Котляр, В.В. Острая фокусировка светового поля с поляризационной и фазовой сингулярностью произвольного порядка / В.В. Котляр, С.С. Стафеев, А.А. Ковалёв // *Компьютерная оптика*. – 2019. – Т. 43, № 3. – С. 337-346. – DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-3-337-346.
16. Richards, B. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system / B. Richards, E. Wolf // *Proceedings of the Royal Society A*. – 1959. – Vol. 253, Issue 1274. – P. 358-379.
17. Kotlyar, V.V. Topological charge of a linear combination of optical vortices: topological competition / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A.V. Volyar // *Optics Express*. – 2020. – Vol. 28, Issue 6. – P. 8266-8281. – DOI: 10.1364/OE.386401.

Приложение А. Вычисление индекса поляризационной сингулярности обобщенного векторного поля

Получим некоторые свойства индекса поляризационной сингулярности (26): свойство чётности, свойства симметрии, свойство взаимности, свойство кратности.

Свойство чётности заключается в том, что в случае разной чётности (то есть $m+n$ – нечётно) индекс поляризационной сингулярности (26) равен нулю. В самом деле, разобьём первый из двух интегралов в (26) на два (во втором пределы интегрирования сдвигаются с $[\pi, 2\pi]$ на $[0, \pi]$):

$$\eta_{n,m} = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Im} \left\{ \int_0^\pi \frac{-n \sin n\varphi + im \cos m\varphi}{\cos n\varphi + i \sin m\varphi} d\varphi + \int_0^\pi \frac{-n(-1)^n \sin n\varphi + im(-1)^m \cos m\varphi}{(-1)^n \cos n\varphi + i(-1)^m \sin m\varphi} d\varphi \right\}. \quad (\text{A1})$$

Умножим числитель и знаменатель второго интеграла на $(-1)^n$. Так как $(-1)^{m+n} = -1$, получим сумму двух комплексно-сопряжённых чисел, и мнимая часть такой суммы равна нулю.

Получим свойства симметрии индекса Пуанкаре–Хопфа для векторного поля (23). Так, при смене знака n первый интеграл в (26), очевидно, не меняется:

$$\eta_{-n,m} = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Im} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{-(-n)\sin(-n\varphi) + im \cos m\varphi}{\cos(-n\varphi) + i \sin m\varphi} = \eta_{n,m}. \tag{A2}$$

При смене знака m , напротив, подынтегральное выражение меняется на комплексно-сопряжённое и потому мнимая часть меняет знак:

$$\eta_{n,-m} = -\eta_{n,m}. \tag{A3}$$

Если сдвинуть пределы интегрирования на $\pi/2$, то получим следующие соотношения между индексами:

$$\eta_{n,m} = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \operatorname{Im} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{-n(-1)^{n/2} \sin n\varphi + im(-1)^{m/2} \cos m\varphi}{(-1)^{n/2} \cos n\varphi + i(-1)^{m/2} \sin m\varphi}, & \text{если } n, m - \text{чётные,} \\ \frac{1}{2\pi} \operatorname{Im} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{-n(-1)^{(n-1)/2} \cos n\varphi + im(-1)^{(m+1)/2} \sin m\varphi}{(-1)^{(n+1)/2} \sin n\varphi + i(-1)^{(m-1)/2} \cos m\varphi}, & \text{если } n, m - \text{нечётные} \end{cases} = \begin{cases} (-1)^{(m-n)/2} \eta_{n,m}, & \text{если } n, m - \text{чётные,} \\ (-1)^{(m-n)/2} \eta_{m,n}, & \text{если } n, m - \text{нечётные.} \end{cases} \tag{A4}$$

Это свойство назовём свойством взаимности, поскольку оно позволяет переставлять индексы местами в случае их нечётности.

Из (A4) следует, что если n и m чётные, а $(m-n)/2$ – нечётный, то индекс $\eta = 0$.

Если порядки m и n имеют общий делитель, то есть $m = p\mu$ и $n = p\nu$, то, сделав в первом интеграле (26) замену переменной $\varphi = \theta/p$, получим свойство кратности:

$$\eta_{p\nu,p\mu} = p \frac{1}{2\pi} \operatorname{Im} \int_0^{2\pi p} \frac{-\nu \sin \nu\theta + i\mu \cos \mu\theta}{\cos \nu\theta + i \sin \mu\theta} \frac{d\theta}{p} = p\eta_{\nu,\mu}. \tag{A5}$$

Например, если $m = 2n$, то индекс поляризационной сингулярности равен нулю в силу свойств кратности и чётности: $\eta_{n,2n} = n\eta_{1,2} = 0$.

Все полученные здесь свойства индекса (26) для поля (23) можно проверить по табл. 1.

Сведения об авторах

Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета (СГАУ). В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: kotlyar@smr.ru.

Налимов Антон Геннадьевич, 1980 года рождения, окончил Самарский государственный аэрокосмический университет в феврале 2003 года по специальности «Физика». Поступил в очную аспирантуру СГАУ по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» в 2003 году, окончил её по специальности 01.04.05 «Оптика» в 2006 году. Работает на кафедре технической кибернетики в Самарском университете в должности доцента, в ИСОИ РАН – филиале ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН в должности научного сотрудника. Кандидат физико-математических наук, соавтор 140 работ и 3 патентов. E-mail: anton@smr.ru.

Стафеев Сергей Сергеевич, 1985 года рождения. В 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладная математика

и физика». Кандидат физико-математических наук с 2012 года. Научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, разностное решение уравнений Максвелла, оптика ближнего поля. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com. ORCID: 0000-0002-7008-8007.

Ковалёв Алексей Андреевич, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (ныне Самарский университет) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2012 год), работает старшим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. В списке научных работ более 150 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, фотонно-кристаллические устройства. E-mail: alanko@smr.ru.

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 1 марта 2021 г. Окончательный вариант – 6 апреля 2021 г.

Sharp focusing of beams with V-point polarization singularities

V.V. Kotlyar^{1,2}, A.G. Nalimov^{1,2}, S.S. Stafeev^{1,2}, A.A. Kovalev^{1,2}

¹ IPISI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151,

² Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, MoskovskoyeShosse 34

Abstract

It is theoretically and numerically shown that when tightly focusing an n -th order vector light field that has the central V-point (at which the linear polarization direction is undetermined), the polarization singularity index n , and a "flower"-shaped intensity pattern with $2(n - 1)$ lobes it forms a transverse intensity distribution with $2(n - 1)$ local maxima. At the same time, a vector light field with the polarization singularity index $-n$, which has the form of a "web" with $2(n + 1)$ cells generates at the sharp focus a transverse intensity distribution with $2(n + 1)$ local maxima. In the focal spot, either $2(n-1)$ or $2(n + 1)$ V-point polarization singularities with alternating indices $+1$ or -1 are formed at the intensity zeros.

Keywords: vector light beam, topological charge, polarization singularity, optical vortex.

Citation: Kotlyar VV, Nalimov AG, Stafeev SS, Kovalev AA. Sharp focusing of beams with V-point polarization singularities. *Computer Optics* 2021; 45(5): 643-653. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-884.

Acknowledgements: The work was partly funded by the Russian Foundation for Basic Research under grant #18-29-20003 (Section "Polarization singularity index of the vector field in the initial plane"), the Russian Science Foundation under grant #18-19-00595 (Section "The number of local intensity maxima at the focus of a vector field"), and the RF Ministry of Science and Higher Education within a state contract with the "Crystallography and Photonics" Research Center of the RAS (Section "Simulation").

References

- [1] Liu Z, Liu Y, Ke Y, Liu Y, Shu W, Luo H, Wen S. Generation of arbitrary vector vortex beams on hybrid-order Poincare sphere. *Photon Res* 2017; 5(1): 15.
- [2] Fu S, Zhai Y, Wang T, Yin C, Gao C. Tailoring arbitrary hybrid Poincare beams through a single hologram. *Appl Phys Lett* 2017; 111(21): 211101.
- [3] Zhang Y, Chen P, Ge S, Wei T, Tang J, Hu W, Lu Y. Spin-controlled massive channels of hybrid-order Poincare sphere beams. *Appl Phys Lett* 2020; 117(8): 081101.
- [4] Liu J, Chen X, He Y, Lu L, Ye H, Chai G, Chen S, Fan D. Generation of arbitrary cylindrical vector vortex beams with cross-polarized modulation. *Res Phys* 2020; 19: 103455.
- [5] Arora G, Deepa S, Khan SN, Senthilkumaran P. Detection of degenerate Stokes index states. *Sci Rep* 2020; 10: 20759.
- [6] Arora G, Rajput R, Senthilkumaran P. Hybrid order Poincare spheres for Stokes singularities. *Opt Lett* 2020; 45: 5136-5139.
- [7] Stafeev SS, Kotlyar VV, Nalimov AG, Kotlyar MV, O'Faolain L. Subwavelength gratings for polarization conversion and focusing of laser light. *Photonic Nanostruct* 2017; 27: 32-41.
- [8] P. Lochab, P. Senthilkumaran, K. Khare. Designer vector beams maintaining a robust intensity profile on propagation through turbulence. *Phys. Rev.*, 2018; A98: 023831.
- [9] Berry MV. Geometry of phase and polarization singularities illustrated by edge diffraction and the tides. *Proc SPIE* 2001; 4403: DOI:10.1117/12.428252.
- [10] Freund I. Polarization singularity indices in Gaussian laser beams. *Opt Commun* 2002; 201: 251-270.
- [11] Kovalev AA, Kotlyar VV. Gaussian beams with multiple polarization singularities. *Opt Commun* 2018; 423: 111-120. DOI: 10.1016/j.optcom.2018.04.023.
- [12] Berry MV. Optical vortices evolving from helicoidal integer and fractional phase steps. *J Opt A-Pure Appl Opt* 2004; 6(2): 259-268. DOI: 10.1088/1464-4258/6/2/018.
- [13] Born M, Wolf E. Principles of optics: Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. 7th ed. Cambridge: Cambridge University Press; 1999.
- [14] Zhan Q. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications. *Adv Opt Photon* 2009; 1: 1-57.
- [15] Kolyar VV, Stafeev SS, Kovalev AA. Sharp focusing of a light field with polarization and phase singularities of an arbitrary order. *Computer Optics* 2019; 43(3): 337-346. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-3-337-346.
- [16] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc Math Phys Eng Sci* 1959; 253(1274): 358-379.
- [17] Kotlyar VV, Kovalev AA, Volyar AV. Topological charge of a linear combination of optical vortices: topological competition. *Opt Express* 2020; 28(6): 8266-8281. DOI: 10.1364/OE.386401.

Authors' information

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian

Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: kotlyar@smr.ru.

Anton Gennadyevich Nalimov (b. 1980), graduated from Samara State Aerospace University in February, 2003. Entered in postgraduate study in 2003 on speciality 05.13.18 “Mathematical Modeling and Program Complexes”, finished it in 2006 with speciality 01.04.05 “Optics”. A.G. Nalimov works on Technical Cybernetics department in Samara National Research University as an associate professor, works as a scientist in the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Samara, Russia. Candidate in Physics and Mathematics, coauthor of 100 papers and 3 inventions. E-mail: anton@smr.ru.

Sergey S. Stafeev (b. 1985) received Master’s degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State Aerospace University (2009). He received his PhD in 2012. He is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com. ORCID: 0000-0002-7008-8007

Alexey Andreevich Kovalev (b. 1979), graduated (2002) from Samara National Research University, majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree in 2012. He is a senior researcher of Laser Measurements laboratory at IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. He is a co-author of more than 150 scientific papers. His current research interests are mathematical diffraction theory and photonic crystal devices. E-mail: alanko@smr.ru.

Received March 1, 2021. The final version – April 6, 2021.
