

# Исследование плотности распределения размаха дробового снопа по времени для построения имитационной модели сигнала оптического датчика

А.Ю. Вдовин<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашиникова,  
426069, Удмуртская Республика, г. Ижевск, ул. Студенческая, 7

## Аннотация

При исследованиях, связанных с изучением движения дробового снопа в пространстве и оценкой его параметров, целесообразно иметь имитационную модель сигнала оптического датчика при пересечении светового экрана дробовым снопом. Для создания такой модели необходимо получить зависимость между параметром масштаба в распределении Рэлея и размахом по времени дробового снопа (или длительностью процесса пересечения дробовым снопом светового экрана). Выполнены исследования плотности распределения размаха дробового снопа по времени, построены графики плотности распределения размаха для ситуаций, приближенных к реальным. Установлена линейная зависимость математического ожидания плотности распределения размаха от параметра масштаба в распределении Рэлея. Получено упрощенное выражение для расчета математического ожидания размаха дробового снопа по времени. Статистическое моделирование подтвердило возможность практического использования предложенных формул в том числе при большом количестве дробинок (до 1000). Исследована зависимость математического ожидания размаха от количества дробинок, проведена её аппроксимация различными функциями, выполнена оценка погрешностей аппроксимации. Проведенное исследование позволяет создавать имитационную модель сигнала оптического датчика при пересечении дробовым снопом светового экрана на основании эмпирических данных о длительности реального сигнала (при этом желательно иметь усредненную информацию по нескольким выстрелам).

**Ключевые слова:** дробовой сноп, внешняя баллистика, световой экран, оптический датчик, сигнал, имитационная модель, распределение Рэлея.

**Цитирование:** Вдовин, А.Ю. Исследование плотности распределения размаха дробового снопа по времени для построения имитационной модели сигнала оптического датчика / А.Ю. Вдовин // Компьютерная оптика. – 2021. – Т. 45, № 5. – С. 779-783. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-851.

**Citation:** Vdovin AY. Study of the temporal distribution density of the shot sheaf span to create a simulation model of the optical sensor signal. Computer Optics 2021; 45(5): 779-783. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-851.

## Введение

Дробовое оружие массово применяется охотниками и спортсменами всего мира. Первые серьезные научные исследования в области изучения стрельбы из дробового оружия были выполнены Журне (Journee) [1], известны и другие работы [2–4], при этом большая часть из них посвящена, в первую очередь, изучению кучности стрельбы на основании анализа результатов попаданий в плоскую мишень. В то же время немаловажным является исследование движения дроби в направлении стрельбы. Это обусловлено тем, что дробовой сноп значительно растянут в длину и поэтому в перемещающуюся поперек линии полета дроби цель попадут не все дробины, которые попадут в ее площадь на неподвижном листе бумаги или картона [4].

Исследования движения дробового снопа в пространстве достаточно немногочисленны. Известны отдельные работы, связанные с анализом теневых фотографий дробового снаряда, оценкой скорости и растянутости дробового снопа на некоторых дальностях,

а также с изучением внешней баллистики дробового снопа [4–8]. Наиболее полной в этом смысле является работа Комптона [9], включающая в себя создание моделей для прогнозирования поведения дробового снопа в пространстве, начиная с точки, где отдельные дробины начинают двигаться независимо друг от друга (примерно на дальности 20 м от дульного среза).

При этом не меньший интерес вызывает исследование движения дробового снопа на малых дальностях. Один из возможных вариантов проведения подобных исследований связан с использованием световых экранов [10–14]. Этот вариант становится особенно актуальным с учетом того обстоятельства, что определение скорости и количества движения метаемого элемента (например, дроби) согласно действующему ГОСТ Р 50530-2015 осуществляется с помощью двух оптических блокирующих устройств. Для проведения подобных исследований целесообразно создание имитационной модели сигнала оптического датчика при пересечении дробовым снопом светового экрана. Такая модель позволит, например, получить объективный инструмент для оценки точ-

ности алгоритмов оценки параметров дробового снопа. Разработать ее можно различными способами, например, с использованием моделей оптического датчика, созданных в Micro-Cap [15] или Qucs [16], либо просто генерируя аддитивную смесь импульсов (соответствующих отдельной дробице) по известному закону распределения [17]. В любом из этих случаев необходимо иметь распределение дробицы в пространстве или во времени.

Комптоном [9] установлено, что по времени дробица в направлении стрельбы распределена согласно закону распределения Рэлея [18], а значит, интегральная функция распределения и плотность распределения определяются выражениями (1) и (2) соответственно:

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \tag{1}$$

$$f(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right). \tag{2}$$

Здесь  $x = t - t_2$ , где  $t_2$  – время движения от дульного среза до «цели» для первой дробицы в основной части дробового снопа,  $t$  – текущее время. В экспериментах Комптона «целью» являлась некая измерительная плоскость, фиксирующая момент попадания в неё очередной дробицы.

При этом для получения конкретных моментов времени, соответствующих отдельным дробицам в процессе генерации имитационной модели сигнала оптического датчика при пересечении светового экрана дробовым снопом в пространстве, необходимо знать параметр  $\sigma$ . Этот параметр можно было бы оценить по выборкам, полученным при реальных испытаниях, но сигнал оптического датчика при пересечении светового экрана дробовым снопом в пространстве не предоставляет такой возможности, что обусловлено наложением импульсов, соответствующих отдельным дробицам, даже на достаточно больших дистанциях (20–25 м).

При этом сигнал оптического датчика при пересечении светового экрана дробовым снопом, как прави-

$$f_w(w) = \frac{n(n-1)}{\sigma^4} \int_0^\infty x(x+w) \left( \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) - \exp\left(-\frac{(x+w)^2}{2\sigma^2}\right) \right)^{n-2} \exp\left(-\frac{x^2 + (x+w)^2}{2\sigma^2}\right) dx. \tag{4}$$

Аналитически найти первообразную в выражении (4) не представляется возможным, но численное решение в данном случае можно получить при конкретных  $n$  и  $\sigma$  (примеры графиков приведены на рис. 1а и б).

Исходные значения параметров при построении графиков подбирались таким образом, чтобы быть приближенными к реально возможным ситуациям (табл. 1).

Соответственно, для полученной функции плотности распределения размаха  $f_w(w)$  можно найти математическое ожидание  $M_w$ , среднее квадратическое отклонение (с.к.о.) и ширину центрального довери-

ло, позволяет достаточно точно оценить длительность процесса пересечения (в начале и особенно в конце сигнала наблюдаются четкие импульсы, соответствующие одиночным дробицам). Под длительностью процесса пересечения дробовым снопом светового экрана будем понимать разность между моментами прихода импульсов, соответствующих первой и последней дробицам.

В связи с этим возникает следующая идея: найти функцию плотности распределения размаха выборки, соответствующей распределению Рэлея, а затем определить интересующие нас числовые характеристики для неё (математическое ожидание, мода и пр.). Далее, изменяя значение параметра масштаба  $\sigma$ , можно будет получить зависимость ожидаемого значения длительности пересечения светового экрана дробовым снопом (далее будем использовать как синоним термин «размах дробового снопа по времени») от этого параметра. Вообще, очевидно, что при увеличении  $\sigma$  будет увеличиваться и длительность пересечения светового экрана. В связи с этим легко можно будет получить и обратную зависимость.

### 1. Исследование плотности распределения размаха дробового снопа по времени

Известно [19, 20], что если генеральная совокупность имеет непрерывное распределение, то размах  $w$  случайной выборки объёма  $n$  имеет плотность распределения, определяемую по

$$f_w(w) = n(n-1) \int_{-\infty}^\infty (F(x+w) - F(x))^{n-2} f(x) f(x+w) dx. \tag{3}$$

При этом необходимо учитывать свойства распределения Рэлея, в частности,  $x \geq 0$ . После изменения пределов интегрирования подставим в (3) значения для плотности (2) и интегральной функции распределения Рэлея (1) и после несложных алгебраических преобразований получим

тельного интервала  $D_w$  относительно математического ожидания, который будет покрывать величину размаха с вероятностью 0,95 (табл. 2).

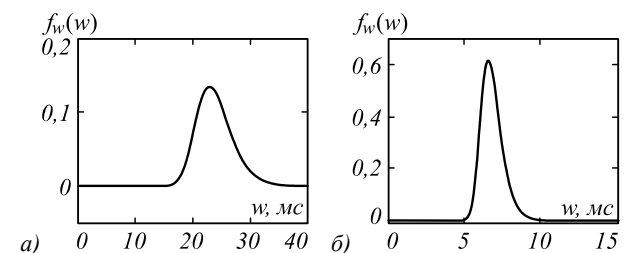


Рис. 1. Графики плотности распределения размаха для случаев  $\sigma = 8, n = 80$  (а);  $\sigma = 2, n = 250$  (б)

Табл. 1. Данные об ориентировочной величине размаха дробового снопа по времени для разных типов дроби на различных дальностях

Материал дроби	Диаметр, мм / номер дроби по отеч. классиф.	Число дробинок в патроне (ориентировочно [4, 7, 21])	Дульное сужение, дюйм	Дальность R, м	Ориентировочные расчетные данные, полученные на основе исследований Комптона		Величина размаха дробового снопа по времени (ориентировочно) S / V <sub>R</sub> , мс
					Усредненная по совокупности дробинок скорость V <sub>R</sub> на дальности R, м/с	Длина дробового снопа S, м	
Сталь	3 / №5	250	0,03	20	210	1,5	7,1
				50	125	3,1	24,8
Свинец	4.25 / №0	78	0,01	20	275	2	7,3
				50	210	5	23,8

Табл. 2. Некоторые числовые характеристики плотности распределения размаха при σ, примерно соответствующие реальным данным при заданных дальностях и n

n	Дальность R, м	σ	M <sub>w</sub> , мс	С.к.о., мс	D <sub>w</sub> , мс
80	20	2,5	7,47	0,99	3,9
	50	8	24	3,17	12,2
250	20	2	6,8	0,71	2,8
	50	7	23,77	2,49	9,6

Данные табл. 2 показывают, что, с одной стороны, степень разброса сравнительно невелика, с другой стороны, оценка длительности пересечения дробовым снопом светового экрана по одиночной выборке может привести к ошибке в 1,4–2 мс на дальности 20 м и к ошибке 4,8–6,1 мс на дальности 50 м. Таким образом, погрешность оценки может составлять 20–26%, что достаточно много. Основной способ сокращения ширины доверительного интервала – использование известного факта, что она обратно пропорциональна √N, где N – количество повторений эксперимента [22]. Таким образом, для сокращения ширины доверительного интервала достаточно осуществлять подсчет длительности процесса пересечения светового экрана дробовым снопом на основании данных, полученных при выполнении нескольких выстрелов (например, уже при 9 выстрелах ошибка сократится до 7–9%).

Математическое ожидание размаха M<sub>w</sub> может быть определено по

$$M_w = \frac{n(n-1)}{\sigma^4} \int_0^\infty \int_0^\infty w \int_0^\infty x(x+w) \times (\exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2}) - \exp(-\frac{(x+w)^2}{2\sigma^2}))^{n-2} \times \exp(-\frac{x^2 + (x+w)^2}{2\sigma^2}) dx dw. \tag{5}$$

Выполнив замены x = σu, w = σq, получим:

$$M_w = \sigma n(n-1) \int_0^\infty \int_0^\infty q \int_0^\infty y(y+q) \times (\exp(-\frac{y^2}{2}) - \exp(-\frac{(y+q)^2}{2}))^{n-2} \times \exp(-\frac{y^2 + (y+q)^2}{2}) dy dq. \tag{6}$$

Выражение (6) можно записать в виде M<sub>w</sub> = σI<sub>1</sub>, при этом I<sub>1</sub> – некое численное значение, не зависящее от σ, а лишь от n. Таким образом, связь между M<sub>w</sub> и σ линейна. Исследуем зависимость I<sub>1</sub> от n, для каждого конкретного n можно получить численное решение и конкретное значение I<sub>1</sub>. График полученной зависимости для 1000 ≥ n ≥ 30 представлен на рис. 2.

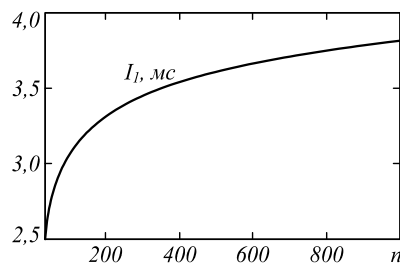


Рис. 2. График зависимости I<sub>1</sub>(n)

Таким образом, зная длительность пересечения светового экрана дробовым снопом на некоторой дальности и количество дробинок, возможно с высокой точностью определить значение параметра масштаба σ.

### 2. Упрощение выражения для расчета математического ожидания размаха дробового снопа по времени

При этом необходимо отметить, что результаты подсчетов с использованием выражения (6) могут вызывать определенные сомнения в их достоверности, связанные с возможностью появления весьма существенной вычислительной погрешности.

Попытаемся упростить выражение (6), основываясь на том, что математическое ожидание размаха равно разности математических ожиданий минимума и максимума (одно из основных свойств математического ожидания [22]).

Плотность наименьшего U и наибольшего V значений случайной величины X, соответствующей некоторому распределению с интегральной функцией F(x) и плотностью f(x), определяется выражениями (9) и (10) соответственно [20]:

$$f_1(u) = n(1 - F(u))^{n-1} f(u), \tag{7}$$

$$f_2(v) = nF^{n-1}(v) f(v). \tag{8}$$

Для распределения Рэля выражения (7) и (8) приобретут вид (9) и (10) соответственно

$$f_1(u) = \frac{nu}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{nu^2}{2\sigma^2}\right), \tag{9}$$

$$f_2(v) = \frac{nv}{\sigma^2} \left(1 - \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right)\right)^{n-1} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right). \tag{10}$$

Математическое ожидание минимума и максимума (с учетом свойств распределения Рэлея) будет определяться по (11) и (12) соответственно

$$M_u = \int_0^\infty \frac{nu^2}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{nu^2}{2\sigma^2}\right) du, \tag{11}$$

$$M_v = \int_0^\infty \frac{nv^2}{\sigma^2} \left(1 - \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right)\right)^{n-1} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) dv. \tag{12}$$

При этом с помощью символьного процессора Mathcad [23] удалось найти точное решение для математического ожидания минимума:

$$M_u = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2n}}. \tag{13}$$

Таким образом, математическое ожидание  $M_w$  размаха можно определить по

$$M_w = M_v - M_u = \int_0^\infty \frac{nv^2}{\sigma^2} \left(1 - \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right)\right)^{n-1} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) dv - \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2n}}. \tag{14}$$

Вновь применяя ранее использованный подход, выполним замену  $v = \sigma p$ , получим:

$$M_w = \sigma \left( \int_0^\infty np^2 \left(1 - \exp\left(-\frac{p^2}{2}\right)\right)^{n-1} \exp\left(-\frac{p^2}{2}\right) dp - \sqrt{\frac{\pi}{2n}} \right). \tag{15}$$

Полученное выражение (15) существенно проще для расчетов по сравнению с выражением (6), но, к сожалению, не удалось уменьшить показатель степени в выражении. Необходимо отметить, что выражение (15) также может быть записано в виде  $M_w = \sigma I_2$ , где  $I_2$  – численное значение, не зависящее от  $\sigma$ .

Дополнительно было проанализировано, насколько серьезной может быть величина ошибки нашей оценки математического ожидания при больших  $n$ . Для этого проведён следующий вычислительный эксперимент: многократно ( $K = 10000$ ) генерировалась выборка по распределению Рэлея (с  $n = 1000$ ) и для каждой оценивался размах, затем усреднялись полученные результаты. Затем при  $\sigma$  в диапазоне от 0,5 до 8 с шагом 0,5 определялись разности между полученными значениями и значениями, рассчитанными по (14). Относительные значения таких разностей составили менее 1,5%, что свидетельствует о возможности практического использования формулы (14) даже при  $n = 1000$ .

Тем не менее, желательно всё же иметь более простое аналитическое выражение зависимости  $M_w$  от количества дробин (в частности, без использования возведения в степень  $n$ ), в связи с чем была произведена

попытка аппроксимации функции  $I_2$ . Если учесть характер изменения функции (см. рис. 2), становится очевидным, что имеет смысл попытаться аппроксимировать её логарифмической функцией  $B = b_1 + \log_b n$ , а также функцией вида  $C = c_1 + c_2 \cdot \arctan(c_3 \cdot n)$ . Аппроксимация проводилась в среде Mathcad по методу наименьших квадратов, в обоих случаях результаты аппроксимации оставляли желать лучшего (рис. 3а и б).

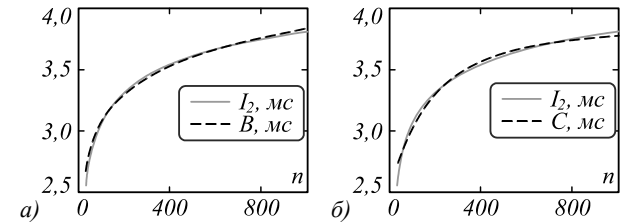


Рис. 3. Результаты аппроксимации зависимости  $I_2(n)$

В связи с этим была проведена аппроксимация  $I_2$  функцией вида (16):

$$A = a_1 + a_2 \arctan(a_3 n) + \log_a n. \tag{16}$$

Визуально аппроксимирующая функция  $A$  полностью совпадает с исходным графиком. Качество аппроксимации оценивалось с помощью величин  $|\bar{\Delta}|$  и  $s$ , определяемых по (17) и (18) соответственно:

$$|\bar{\Delta}| = \frac{\sum_{n=30}^{1000} |I_2(n) - A_n|}{1000 - 30}, \tag{17}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{n=30}^{1000} (I_2(n) - A_n)^2}{1000 - 30 - 1}}. \tag{18}$$

Результаты расчета этих параметров для функций А, В и С приведены в табл. 3.

Табл. 3. Аппроксимирующие функции и оценка погрешностей аппроксимации

Функция	$ \bar{\Delta} $ , мкс	$s$ , мкс
$B = 1,542 + \log_{20,3} n$	17,4	12,7
$C = 2,59 + 0,853 \arctan(0,0056 n)$	26,3	20,1
$A = 0,372 + 0,928 \arctan(0,111 n) + \log_{31,6} n$	3,3	2,5

Таким образом, в зависимости от обстоятельств (допустимой погрешности и пр.), можно использовать одну из трех предложенных формул.

### Заключение

Было получено выражение для плотности распределения по времени размаха дробового снопа, имеющее численное решение. Исследованы зависимости математического ожидания размаха от параметра масштаба  $\sigma$  (в распределении Рэлея) и от количества дробин  $n$ . Получено упрощенное выражение для расчета математического ожидания размаха. Статистическое моделирование подтвердило возможность практического использования предложенной упро-

щенной формулы даже при большом числе дробин  $n = 1000$ . Проведена аппроксимация зависимости математического ожидания размаха от  $n$  с помощью трех различных функций, выполнена оценка погрешностей аппроксимации.

В целом, на основании полученных результатов можно утверждать, что величина размаха по времени дробового снопа прямо пропорциональна параметру масштаба  $\sigma$ . Это позволит на основании полученных при выполнении выстрелов экспериментальных данных создавать имитационную модель сигнала оптического датчика при пересечении дробовым снопом светового экрана для произвольного числа дробин. При этом желательно оценивать длительность пересечения светового экрана дробовым снопом по нескольким экспериментам, в противном же случае при неудачной выборке размах может отличаться от величины его математического ожидания на 5 мс и более (особенно на больших дальностях), что в конечном итоге может привести к погрешности до 26 % при оценке  $\sigma$ .

### Литература

1. Журнэ, Ф.А. Мемуар о стрельбе из охотничьих ружей / Ф.А. Журнэ; пер. с фр. – СПб.: Типография Э. Арнольда, 1895. – 320 с.
2. Марков, Е.М. Разработка модели дробовой осыпи для оценки равномерности с учетом параметров стрельбы / Е.М. Марков, А.Ю. Вдовин, С.Ф. Егоров // Вестник ИжГТУ имени М.Т. Калашникова. – 2013. – № 2. – С. 103-105.
3. Марков, Е.М. Разработка методик и средств контроля параметров дробового оружия с использованием телекамеры : дис. ... канд. техн. наук : 05.11.13 / Марков Евгений Михайлович. – Ижевск, 2011.
4. Стрельба дробью охотничья и спортивная / А.А. Зернов, Б.А. Крейцер. – М.: Всеохотсоюз, 1930. – 195 с.
5. Изметинский, Н.Л. Ижевские ружья. Ижевское оружие / Н.Л. Изметинский, Л.Е. Михайлов. – Т. 1. – Ижевск: Издательство Удмуртского университета, 1995. – 256 с.
6. Шейнин, С.М. Опыт совершенствования ружейных боеприпасов / С.М. Шейнин. – Тула: Издательство «Миша», 1991. – 100 с.
7. Арбузов, И.А. Математический анализ дробового выстрела / И.А. Арбузов. – М.: Спутник+, 2006. – 31 с.
8. Бутурлин, С.А. Дробовое ружье и стрельба из него / С.А. Бутурлин. – 8-е изд. – М.-Л.: Всесоюзное кооперативное объединённое издательство, 1937. – 224 с.
9. Compton, D.J. An experimental and theoretical investigation of shot cloud ballistics : Doctoral thesis / D.J. Compton. – London: University of London, 1996.
10. Вдовин, А.Ю. Разработка системы на основе световых экранов для определения внешнебаллистических параметров : дис. ... канд. техн. наук : 05.13.01 / Вдовин Алексей Юрьевич. – Ижевск, 2010.
11. Вдовин, А.Ю. Исследование дробового снопа с помощью световых экранов / А.Ю. Вдовин, Е.М. Марков // Сборник научных трудов по материалам международной научно-практической конференции «Научные исследования и их практическое применение. Современное состояние и пути развития, 2009». – 2009 – Т. 3. – С. 60-61.
12. Вдовин, А.Ю. Проблемы оценки скорости дробового снопа с помощью системы на основе световых экранов // Вестник полиции. – 2015. – № 1(3). – С. 34-38.
13. Вдовин, А.Ю. Исследование возможности оценки положения отдельных дробин в дробовом снопе с помощью системы на основе световых экранов / А.Ю. Вдовин, С.А. Данилов. – В кн.: Информационные технологии в науке, промышленности и образовании: сб. трудов регион. науч.-техн. очно-заоч. конф. (18 мая 2013 г.) / науч. ред. В.А. Куликов. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2013. – С. 133-138.
14. Aphanasiev, V.A. Weight functions of light shield and the signal at the input of optical sensor at the intersection of the bullets of light shield / V.A. Aphanasiev, A.U. Vdovin, I.G. Kornilov // Journal of Measurements in Engineering. – 2019. – Vol. 7, Issue 2. – P. 74-83. – DOI: 10.21595/jme.2019.20441.
15. Вдовин, А.Ю. Моделирование в среде Micro-Cap оптического датчика информационно-измерительной системы на основе световых экранов / А.Ю. Вдовин, В.С. Казаков, В.В. Коробейников, В.А. Киселев // Вестник ИжГТУ имени М.Т. Калашникова. – 2012. – № 3. – С. 108-110.
16. Вдовин, А.Ю. Моделирование оптического датчика светового экрана в среде Qucs / А.Ю. Вдовин, С.А. Данилов. – В кн.: Информационные технологии в науке, промышленности и образовании: сб. трудов регион. науч.-техн. очно-заоч. конф. (18 мая 2013 г.) / науч. ред. В.А. Куликов. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2013. – С. 130-133.
17. Антонов, А.В. Упрощенная имитационная модель сигнала оптического датчика при пересечении дробовым снопом светового экрана / А.В. Антонов, А.Ю. Вдовин. – В кн.: Информационные технологии в науке, промышленности и образовании: сб. трудов регион. науч.-техн. конф. (г. Ижевск, 31 мая 2018 г.) / отв. ред. К.Ю. Петухов. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ имени М.Т. Калашникова, 2018. – С. 305-309.
18. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
19. Корн, Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1973. – 832 с.
20. Пугачев, В.С. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие / В.С. Пугачев. – 2-е изд., исправл. и дополн. – М.: Физматлит, 2002. – 496 с.
21. Трофимов, В.Н. Охотничьи боеприпасы и снаряжение патронов к охотничьим ружьям / В.Н. Трофимов. – М.: Издательский Дом Рученькиных, 2005. – 272 с.
22. Афанасьева, Н.Ю. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие / Н.Ю. Афанасьева, В.А. Афанасьев, Ю.В. Веркиенко; под ред. Ю.В. Веркиенко. – Ижевск: Изд. ИжГТУ, 2006. – 248 с.
23. Гурский, Д.А. Вычисления в MathCad 12 / Д.А. Гурский, Е.С. Турбина. – СПб.: Питер, 2006. – 544 с.

### Сведения об авторах

**Вдовин Алексей Юрьевич**, к.т.н., доцент, 1985 года рождения, в 2006 году окончил Ижевский государственный технический университет по специальности «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети», работает доцентом кафедры вычислительной техники Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова. Область научных интересов: разработка информационно-измерительных систем, цифровая обработка сигналов и графических изображений, программирование. E-mail: [vd\\_aleks@mail.ru](mailto:vd_aleks@mail.ru).

ГРНТИ: 27.35.33

Поступила в редакцию 21 декабря 2020 г. Окончательный вариант – 1 мая 2021 г.

---

# Study of the temporal distribution density of the shot sheaf span to create a simulation model of the optical sensor signal

A.Yu. Vdovin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Kalashnikov Izhevsk State Technical University,  
426069, Izhevsk, Udmurt Republic, Russia, Studencheskaya, 7

## Abstract

When studying the space path of a cloud of pellets from a shotgun and evaluating its parameters, it is advisable to have a simulation model of the optical sensor signal when a shot sheaf crosses the light screen. To create such a model, you need to get the relationship between the scale parameter in the Rayleigh distribution and the time span of the shot sheaf. Studies of the temporal distribution density of the shot sheaf span are performed, and graphs of the distribution density of the span for near-real situations are constructed. A linear dependence of the mathematical expectation of the span distribution density on the scale parameter in the Rayleigh distribution is established. A simplified expression is obtained for calculating the mathematical expectation of the time span of the shot sheaf. Statistical modeling confirmed the possibility of the practical use of the proposed formulas, including with a large number of pellets (up to 1000). The dependence of the mathematical expectation of the span on the number of pellets is investigated, its approximation by various functions is carried out, and the approximation errors are estimated. The research conducted allows us to create a simulation model of the optical sensor signal when the shot sheaf crosses the light screen on the basis of empirical data on the real-signal duration (with averaged measurement data for several shots being helpful).

**Keywords:** shot sheaf, external ballistics, light screen, optical sensor, signal, simulation model, Rayleigh distribution.

**Citation:** Vdovin AY. Study of the temporal distribution density of the shot sheaf span to create a simulation model of the optical sensor signal. *Computer Optics* 2021; 45(5): 779-783. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-851.

## References

- [1] le Capitaine Journée M. Mémoire sur le tir des fusils de chasse. Paris: Gauthier-Villars et Fils, Imprimeurs-Libraires; 1890.
  - [2] Markov EM, Vdovin AYu, Egorov SF. Development of shot pattern model to estimate uniformity with account of shooting parameters [In Russian]. *Vestnik IzhGTU imeni M T Kalashnikova* 2012; 3: 108-110.
  - [3] Markov EM. Development of methods and means of controlling parameters of shotguns using a camera [In Russian]. The thesis for the Candidate's degree in Technical Sciences. Izhevsk; 2011.
  - [4] Zernov AA, Kreizer BA. Shooting shot for hunting and sporting [In Russian]. Moscow: "Vseohotsoyuz" Publisher; 1930.
  - [5] Izmetinsky NL, Mikhailov LYe. Izhevsk guns. Izhevsk rifles [In Russian]. Vol 1. Izhevsk, Udmurt University Press; 1995.
  - [6] Sheinin SM. Experience in improving rifle ammunition [In Russian]. – Tula: "Misha" Publisher; 1991.
  - [7] Arbuzov IA. Mathematical analysis of a shotgun shot [In Russian]. Moscow: Sputnik+, 2006.
  - [8] Buturlin SA. Shotgun and shooting [In Russian]. Moscow, Leningrad: "KOIZ" Publisher; 1937.
  - [9] Compton DJ. An experimental and theoretical investigation of shot cloud ballistics. Doctoral thesis. University of London; 1996.
  - [10] Vdovin AYu. Development of a system based on light screens for determining external ballistic parameters [In Russian]. The thesis for the Candidate's degree in Technical Sciences. Izhevsk; 2010.
  - [11] Vdovin AYu, Markov EM. Study of shot cloud using light screens [In Russian]. Collection of scientific papers based on the materials of the international scientific and practical conference "Scientific research and its practical application. Current state and ways of development, 2009". Vol 3. 2009: 60-61.
  - [12] Vdovin AYu. The problems of assessing speed of shot sheaf system on the basis of the light screens. *Vestnik policii* 2015; 1(3): 34-38.
  - [13] Vdovin AYu, Danilov SA. Investigation of the possibility of evaluating the position of individual pellets in a shot sheaf using a system based on light screens [In Russian]. In Book: Kulikov VA, ed. Information technologies in industry and education: Proc scientific-technical conf. Izhevsk: IzhGTU Publisher; 2013: 133-138.
  - [14] Aphanasiev VA, Vdovin AU, Kornilov IG. Weight functions of light shield and the signal at the input of optical sensor at the intersection of the bullets of light shield. *JME* 2019; 7(2): 74-83. DOI: 10.21595/jme.2019.20441.
  - [15] Vdovin AYu, Kazakov VS, Korobeynikov VV, Kiselev VA. Optical sensor modeling in Micro-Cap medium for information-measuring system on basis of light screens. *Vestnik IzhGTU imeni M T Kalashnikova* 2012; 3: 108-110.
  - [16] Vdovin AYu, Danilov SA. Light screen optical sensor modeling in Qucs [In Russian]. In Book: Kulikov VA, ed. Information technologies in industry and education: proc scientific-technical conf. Izhevsk: IzhGTU Publisher; 2013: 130-133.
  - [17] Antonov AV, Vdovin AYu. Simplified simulation model of the optical sensor when shot cloud intersects light screen [In Russian]. In Book: Petukhov KYu, ed. Information technologies in science, industry and education: proc scientific-technical conf. Izhevsk: IzhGTU Publisher; 2018: 305-309.
-

- 
- |   |  |
|---|--|
| <p>[18] Ventcel ES. Probability theory [In Russian]. Moscow: Nauka Publisher; 1969.</p> <p>[19] Korn GA, Korn TM. Mathematical handbook for scientists and engineers. 2<sup>nd</sup> ed. McGraw Hill; 1968.</p> <p>[20] Pugachev VS. Probability theory and mathematical statistics [In Russian]. 2<sup>nd</sup> ed. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2002.</p> | <p>[21] Trofimov VN. Hunting ammunition and ammunition for hunting rifles [In Russian]. Moscow: "Izdatel'skii Dom Ruchen'kinykh" Publisher; 2005.</p> <p>[22] Afanaseva NYu, Afanasev VA, Verkienko YuV. Probability theory and mathematical statistics [In Russian]. Izhevsk: IzhGTU Publisher; 2006.</p> <p>[23] Gursky DA, Turbina ES. Calculations in MathCad 12 [In Russian]. Saint-Peterburg: "Piter" Publisher, 2006.</p> |
|---|--|
- 

*Author's information*

**Aleksey Yurevich Vdovin** (b. 1985) graduated from Izhevsk State Technical University (now – Kalashnikov Izhevsk State Technical University) in 2006 majoring in "Computing Machines, Complexes, Systems and Networks". Currently he works as an associate Professor of Computer Engineering department of the Kalashnikov Izhevsk State Technical University. Research interests are development of information and measurement systems, digital signal and image processing, programming. E-mail: [vd\\_aleks@mail.ru](mailto:vd_aleks@mail.ru).

---

*Received December 21, 2020. The final version – May 1, 2021.*

---