

Качество обращения волнового фронта при четырехволновом взаимодействии в многомодовом волноводе с тепловой нелинейностью

В.В. Ивахник¹, Д.Р. Капизов¹, В.И. Никонов¹

¹ Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, 443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

Для четырехволнового преобразователя излучения в двумерном многомодовом волноводе с тепловой нелинейностью при малом коэффициенте отражения проанализировано влияние пространственной структуры волн накачки на качество обращения волнового фронта. Показано, что полуширина модуля функции размытия точки четырехволнового преобразователя излучения по мере уменьшения радиуса Гауссовых волн накачки на гранях волновода уменьшается, наблюдается улучшение качества обращения волнового фронта. Для четырехволнового преобразователя излучения в двумерном волноводе с бесконечно проводящими поверхностями показано наличие точек «генерации», вблизи которых наблюдается резкое увеличение амплитуды объектной волны, вид которой полностью определяется одной из мод волновода.

Ключевые слова: четырехволновой преобразователь излучения, функция размытия точки, тепловая нелинейность.

Цитирование: Ивахник, В.В. Качество обращения волнового фронта при четырехволновом взаимодействии в многомодовом волноводе с тепловой нелинейностью / В.В. Ивахник, Д.Р. Капизов, В.И. Никонов // Компьютерная оптика. – 2022. – Т. 46, № 1. – С. 48-55. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1011.

Citation: Ivakhnik VV, Kapizov DR, Nikonov VI. Quality of wavefront reversal for four-wave interaction in a multimode waveguide with thermal nonlinearity, Computer Optics 2022; 46(1): 48-55. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1011.

Введение

Четырехволновые преобразователи излучения на тепловой нелинейности традиционно используются для получения волны с обращенным волновым фронтом (ОВФ) в различных диапазонах длин волн, в частности, в ИК-диапазоне длин волн [1–3]. Как и для четырехволновых преобразователей излучения на других видах нелинейной восприимчивости, эффективность (коэффициент отражения) четырехволновых преобразователей на тепловой нелинейности зависит от размера области нелинейного взаимодействия, интенсивности волн накачки. Переход от рассмотрения четырехволновых взаимодействий в неограниченных по поперечным размерам нелинейным средам к четырехволновым взаимодействиям в волноводах позволяет за счет увеличения области взаимодействия при неизменной интенсивности волн накачки существенно повысить эффективность таких преобразователей [4–8].

Еще одной важной характеристикой четырехволнового преобразователя является качество преобразования (качество обращения волнового фронта), оцениваемое по соответствию комплексных амплитуд падающей (сигнальной) и отраженной (объектной) от четырехволнового преобразователя излучения волн. В приближении заданного поля по волнам накачки одним из широко используемых методов исследования качества обращения волнового фронта многоволновыми преобразователями излучения является ме-

тод, основанный на нахождении и последующем анализе функции размытия точки (ФРТ) [9–10].

С использованием этого метода при малом коэффициенте отражения для четырехволновых преобразователей излучения в волноводах с керровской, тепловой, резонансной нелинейностями проведено исследование влияния на качество ОВФ характеристик волновода, геометрии взаимодействия [11–13]. В качестве волн накачки в этих работах использовались либо плоские волны, либо волны, возбуждающие одну из мод волновода.

В настоящей работе при малом коэффициенте отражения с использованием метода ФРТ исследуется влияние на качество ОВФ четырехволновым преобразователем излучения в волноводах с тепловой нелинейностью пространственной (гауссовой) структуры волн накачки. Анализируется изменение коэффициентов в разложении объектной волны по модам волновода с увеличением интенсивности волн накачки. В качестве волновода рассматриваются двумерный волновод с бесконечно проводящими поверхностями и неограниченный двумерный волновод с параболическим распределением показателя преломления (параболический волновод).

1. Четырехволновое взаимодействие в волноводе

Рассмотрим типичную схему вырожденного четырехволнового взаимодействия $\omega + \omega - \omega = \omega$ со встречными волнами накачки. На нелинейную среду,

расположенную между плоскостями $z=0$ и $z=l$, падают две волны накачки с комплексными амплитудами A_1 и A_2 и сигнальная волна с комплексной амплитудой A_3 . В результате четырехволнового взаимодействия генерируется объектная волна с комплексной амплитудой A_4 , распространяющаяся навстречу сигнальной волне и имеющая волновой фронт, обращенный по отношению к волновому фронту сигнальной волны. Исходное уравнение Гельмгольца, описывающее такое взаимодействие, есть [10]

$$\left\{ \nabla^2 + k^2 n^2(x) + \frac{2k^2}{n_1} \left(\frac{dn}{dT} \right) \delta T - 2ik\alpha \right\} (A + A^*) = 0. \quad (1)$$

здесь $A = \sum_{j=1}^4 A_j$,

$n(x)$ – показатель преломления, $k = \omega/c$, α – амплитудный коэффициент поглощения, ω – циклическая частота, c – скорость света в вакууме, δT – изменение температуры, обусловленное выделением тепла при поглощении излучения, n_1 – значение показателя преломления на оси волновода, dn/dT – термооптический коэффициент, x – поперечная координата.

Уравнение (1) необходимо дополнить уравнением Пуассона

$$\nabla^2 \delta T + \frac{2\alpha}{\Lambda c_p \rho} A A^* = 0, \quad (2)$$

где Λ – коэффициент температуропроводности, c_p – удельная теплоемкость, ρ – объемная плотность вещества.

Изменение температуры представим в виде суммы медленно и быстро меняющихся в зависимости от поперечной координаты x составляющих

$$\delta T(x, z) = \delta T_0(x, z) + \delta T_{31}(x, z) + \delta T_{42}(x, z) + \delta T_{31}^*(x, z) + \delta T_{42}^*(x, z). \quad (3)$$

Здесь $\delta T_0(x, z)$, $\delta T_{31}(x, z)$, $\delta T_{42}(x, z)$ – изменения температуры, обусловленные распространением волн накачки, интерференцией первой волны накачки с сигнальной волной, второй волны накачки с объектной волной.

Пусть четырехволновое взаимодействие реализуется в волноводе. Разложим амплитуды взаимодействующих волн по модам волновода:

$$\begin{aligned} A_1(x, z) &= \sum_{n=0}^N a_{1n}(z) \tilde{f}_n(x) \exp(-i\beta_n z), \\ A_2(x, z) &= \sum_{m=0}^N a_{2m}(z) \tilde{f}_m(x) \exp(i\beta_m z), \\ A_3(x, z) &= \sum_{s=0}^N a_{3s}(z) \tilde{f}_s(x) \exp(-i\beta_s z), \\ A_4(x, z) &= \sum_{r=0}^N a_{4r}(z) \tilde{f}_r(x) \exp(i\beta_r z), \end{aligned} \quad (4)$$

где $a_{jn}(z)$ – коэффициенты в разложении амплитуд взаимодействующих волн по модам волновода, $\tilde{f}_n(x)$ – n -я мода волновода, β_n – постоянная распространения n -й моды, $j=1, 4$, N – число отсечки.

Составляющие изменения температуры, обусловленные интерференцией взаимодействующих волн, представим следующим образом

$$\begin{aligned} \delta T_{31}(x, z) &= \sum_{p=0}^N \delta \tilde{T}_{1p}(z) \tilde{f}_p(x), \\ \delta T_{42}(x, z) &= \sum_{p=0}^N \delta \tilde{T}_{2p}(z) \tilde{f}_p(x), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\delta \tilde{T}_{p1,2}(z)$ – коэффициенты в разложении составляющих изменения температуры по модам волновода.

В приближении заданного поля по волнам накачки, без учета изменения температуры, обусловленного самовоздействием волн накачки, с учетом (4), (5) уравнение Гельмгольца (1) распадается на четыре уравнения вида

$$\frac{da_{1n}}{dz} = 0, \quad \frac{da_{2m}}{dz} = 0, \quad (6)$$

$$i\beta_s \frac{da_{3s}}{dz} = \frac{k^2}{n_1} \frac{dn}{dT} \sum_{n=0}^N \sum_{p=0}^N a_{1n} (\delta T_{2p} \gamma_{nsp} + \delta T_{1p}^* \gamma_{nsp}) \exp[-i(\beta_n - \beta_s^*)z], \quad (7)$$

$$-i\beta_r \frac{da_{4r}}{dz} = \frac{k^2}{n_1} \frac{dn}{dT} \sum_{m=0}^N \sum_{p=0}^N a_{2m} (\delta T_{1p} \gamma_{mrp} + \delta T_{2p}^* \gamma_{mrp}) \exp[i(\beta_m - \beta_r)z], \quad (8)$$

а из уравнения Пуассона получим уравнения, описывающие изменение коэффициентов в разложении по модам волновода составляющих изменения температуры,

$$\frac{d^2 \delta T_{1p}}{dz^2} - q_p^2 \delta T_{1p} =$$

$$= -\frac{2\alpha}{\Lambda c_p \rho} \sum_{n=0}^N \sum_{s=0}^N a_{1n} a_{3s}^* \gamma_{nsp} \exp[-i(\beta_n - \beta_s^*)z], \quad (9)$$

$$\frac{d^2 \delta T_{2p}}{dz^2} - q_p^2 \delta T_{2p} =$$

$$= -\frac{2\alpha}{\Lambda c_p \rho} \sum_{n=0}^N \sum_{s=0}^N a_{2m} a_{4r}^* \gamma_{mrp} \exp[i(\beta_m - \beta_r^*)z], \quad (10)$$

где $\gamma_{nmp} = \int \tilde{f}_n(x) \tilde{f}_m(x) \tilde{f}_p(x) dx$ – интеграл перекрытия трех мод волновода,

$$q_p^2 = -\int \tilde{f}_p \frac{d^2 \tilde{f}_p}{dx^2} dx.$$

2. Функция размытия точки четырехволнового преобразователя излучения при малом коэффициенте отражения

При малом коэффициенте отражения ($|A_4| \ll |A_3|$) без учета самодифракции волн накачки (не учитыва-

ются слагаемые $A_1\delta T_{13}^*$ и $A_2\delta T_{24}^*$) уравнения, описывающие изменение коэффициентов в разложении амплитуд сигнальной и объектной волн по модам волновода вдоль оси Z , примут вид

$$\frac{da_{3s}}{dz} = 0, \tag{11}$$

$$\frac{da_{4r}}{dz} = i \frac{k^2}{\beta_r n_1} \frac{dn}{dT} \sum_{m=0}^N \sum_{p=0}^N a_{2m} \delta T_{1p} \gamma_{mp} \times \exp[i(\beta_m - \beta_r)z]. \tag{12}$$

С учетом граничных условий на амплитуды взаимодействующих волн

$$\begin{aligned} a_{1n}(z=0) &= a_{1n}^{(0)}, \quad a_{2m}(z=\ell) = a_{2m}^{(0)}, \\ a_{3s}(z=0) &= a_{3s}^{(0)}, \quad a_{4r}(z=\ell) = 0, \end{aligned} \tag{13}$$

при отводе тепла от граней волновода

$$\delta T_{1p}(z=0) = \delta T_{1p}(z=\ell) = 0, \tag{14}$$

используя уравнения (9), найдем изменение по координате z коэффициентов в разложении по модам волновода составляющей изменения температуры, обусловленной интерференцией первой волны накачки и сигнальной волны

$$\begin{aligned} G(x, x_0, z=0) &= i \frac{k^2}{n_1} \frac{dn}{dT} \sum_{r=0}^N \frac{\tilde{f}_r(x)}{\beta_r} \times \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N \sum_{p=0}^N \sum_{s=0}^N a_{1n}^{(0)} a_{2m}^{(0)} \gamma_{nmp} \gamma_{spm} \tilde{f}_s^*(x_0) \frac{1}{q_p^2 + (\beta_n - \beta_s^*)^2} \times \\ &\times \left\{ \frac{1 - \exp(-i\Delta_{nmsr}\ell)}{i\Delta_{nmsr}} - \frac{1}{sh(q_p\ell) [q_p^2 + (\beta_m - \beta_r)^2]} \right\} \times [q_p ch(q_p\ell) - i(\beta_m - \beta_r) sh(q_p\ell) + \exp(-i\Delta_{nmsr}\ell) \times \\ &\times [q_p ch(q_p\ell) + i(\beta_m - \beta_r) sh(q_p\ell)] - q_p [\exp(-i\ell(\beta_m - \beta_r)) + \exp(-i\ell(\beta_n - \beta_s^*))]] \}, \end{aligned} \tag{16}$$

здесь $\Delta_{nmsr} = \beta_n - \beta_m - \beta_s^* + \beta_r$ – волновая расстройка.

Будем рассматривать четырехволновое взаимодействие в длинном волноводе ($\text{Re}(\Delta_{nmsr}) \neq 0, \ell \text{Re}(\Delta_{nmsr}) \gg 1$). В качестве волноводов рассмотрим двумерный волновод с бесконечно проводящими поверхностями, расположенными на расстоянии $2a$ друг от друга, и двумерный волновод с параболическим распределением показателя преломления

$$n^2(x) = n_1^2 \left[1 - 2\varepsilon_2 (x/x_q)^2 \right],$$

где ε_2 и x_q – два параметра, задающие изменение показателя преломления.

Модами волновода с бесконечно проводящими поверхностями являются функции [15]

$$\tilde{f}_r(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \sin \left[\frac{\pi(r+1)}{2a} (x-a) \right]. \tag{17}$$

Модами параболического волновода являются функции Гаусса–Эрмита [15].

$$\begin{aligned} \delta T_{1p} &= C_{1p} \exp(q_p z) + C_{2p} \exp(-q_p z) - \\ &- \frac{2\alpha}{\Lambda c_p \rho} \sum_{n=0}^N \sum_{s=0}^N a_{1n}^{(0)} a_{3s}^{(0)*} \gamma_{nsp} \times \\ &\times \frac{\exp[-iz(\beta_n - \beta_s^*)]}{q_p^2 + (\beta_n - \beta_s^*)^2}. \end{aligned} \tag{15}$$

Здесь

$$\begin{aligned} C_{1p,2p} &= \frac{2\alpha}{\Lambda c_p \rho} \sum_{n=0}^N \sum_{s=0}^N a_{1n}^{(0)} a_{3s}^{(0)*} \gamma_{nsp} \times \\ &\times \frac{\exp[-i\ell(\beta_n - \beta_s^*)] - \exp[\mp q_p \ell]}{q_p^2 + (\beta_n - \beta_s^*)^2}. \end{aligned}$$

Решая уравнение (12) с учетом (15) при условии, что сигнальная волна является волной от точечного источника, расположенного на передней грани волновода на расстоянии x_0 от оптической оси ($a_{3s}^{(0)} = \tilde{f}_s(x_0)$), найдем значения коэффициентов в разложении амплитуды объектной волны по модам волновода на передней грани волновода. Зная эти коэффициенты, получим выражение для функции размытия точки четырехволнового преобразователя излучения вида [9, 12]

$$\tilde{f}_r(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{2^r r! \omega_0}} H_r \left(\frac{x\sqrt{2}}{\omega_0} \right) \exp \left(-\frac{x^2}{\omega_0^2} \right), \tag{18}$$

здесь $H_r(x\sqrt{2}/\omega_0)$ – функция Эрмита r -го порядка, $\omega_0^2 = 2x_q / k\sqrt{2\varepsilon_2}$.

Постоянная распространения r -й моды волновода есть

$$\beta_r = \left\{ k^2 n_1^2 - 2ikn_1 \alpha - q_r^2 \right\}^{1/2}, \tag{19}$$

где $q_r^2 = [\pi(r+1)/2a]^2$ – для волновода с бесконечно проводящими поверхностями; $q_r^2 = 2(2r+1)/\omega_0^2$ – для параболического волновода.

Из численного анализа выражения (16) с учетом (17–19) следует, что основная энергия в изображении точечного сигнала сосредоточена в центральном максимуме ФРТ. В качестве параметра, определяющего качество ОВФ, введем полуширину центрального максимума модуля ФРТ (Δx – полуширину ФРТ), которая находится из решения уравнения

$$|G(x = \Delta x, x_0, z = 0)| = \frac{1}{2} |G(x = 0, x_0, z = 0)|. \quad (20)$$

На рис. 1а для четырехволнового преобразователя в волноводе с бесконечно проводящими поверхностями, а на рис. 1б для четырехволнового преобразователя в параболическом волноводе приведены характерные зависимости полуширины ФРТ, расположенной на оси волновода ($x_0 = 0$), от радиуса волны накачки (b) при условии, что 1) первая волна накачки одномодовая с номером моды $n = 0$, а амплитуда второй волны накачки на задней грани волновода описывается Гауссовой функцией $A_2(x, z = \ell) \sim \exp(-x^2/b^2)$ (кривая 1); 2) вторая волна накачки одномодовая с номером моды $m = 0$, а амплитуда первой волны накачки на передней грани волновода описывается Гауссовой функцией $A_1(x, z = 0) \sim \exp(-x^2/b^2)$ (кривая 2); 3) амплитуды обеих волн накачки на гранях волновода меняются по Гауссову закону с одинаковым радиусом $A_1(x, z = 0) = A_2(x, z = \ell) = \exp(-x^2/b^2)$ (кривая 3).

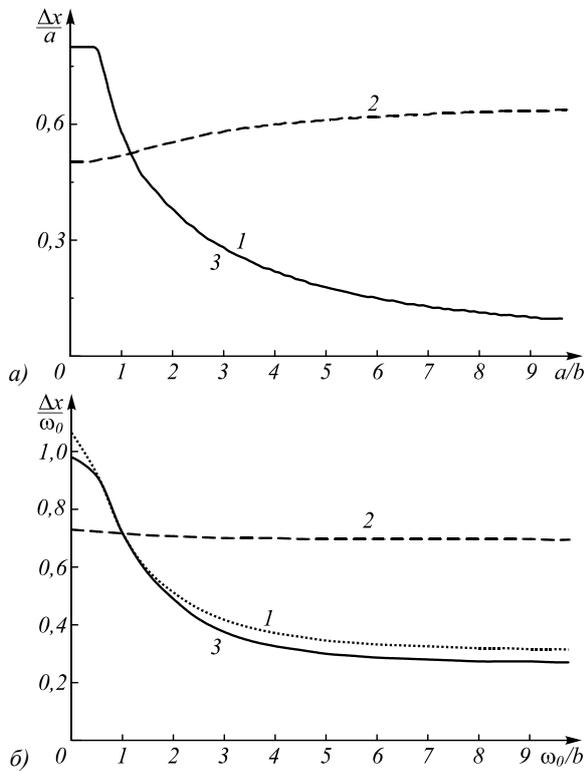


Рис. 1. Зависимость полуширины модуля ФРТ от радиуса волны накачки при $kn_1l = 3200$, $al = 10^{-2}$: волновод с бесконечно проводящими поверхностями при $\pi\ell/2a = 140$ (а); параболический волновод при $\pi\ell/2\omega = 140$, $k\omega_0 = 36$ (б)

При условии одномодовой первой волны накачки с номером моды $n = 0$ и изменении амплитуды второй волны накачки на задней грани волновода по Гауссову закону с уменьшением радиуса накачки наблюдается монотонное уменьшение полуширины центрального максимума модуля ФРТ. Для четырехволнового преобразователя в волноводе с бесконечно проводящими поверхностями при $\pi\ell/2a = 140$, $kn_1l = 3200$, в

параболическом волноводе при $\pi\ell/2\omega_0 = 140$, $k\omega_0 = 36$, $kn_1l = 3200$ уменьшение радиуса второй волны накачки от $b = 2a$ ($b = 2\omega_0$) до $b = 0,2a$ ($b = 0,2\omega_0$) приводит к уменьшению полуширины ФРТ в 4,5 (2,7) раза. Качество ОВФ улучшается.

Если вторая волна накачки одномодовая с номером моды $m = 0$, а амплитуда первой волны накачки на передней грани волновода описывается Гауссовой функцией, то с уменьшением радиуса первой волны накачки наблюдается незначительное изменение полуширины центрального максимума модуля ФРТ. Уменьшение радиуса первой волны накачки от $b = 2a$ ($b = 2\omega_0$) до $b = 0,2a$ ($b = 0,2\omega_0$) приводит для четырехволнового преобразователя в волноводе с бесконечно проводящими поверхностями к увеличению полуширины ФРТ в 1,2 раза, для параболического волновода – к уменьшению полуширины ФРТ в 1,04 раза.

Если амплитуды обеих волн накачки на гранях волновода меняются по Гауссову закону с одинаковым радиусом, то для четырехволнового преобразователя излучения в волноводе с бесконечно проводящими поверхностями в диапазоне изменения радиуса $0,2a \leq b \leq 2a$, в параболическом волноводе в диапазоне изменения радиуса $0,2\omega_0 \leq b \leq 2\omega_0$ с точностью $\pm 1\%$ зависимость ширины модуля ФРТ от радиуса Гауссовых волн накачки совпадает с аналогичной зависимостью при условии одномодовой первой волны накачки с номером моды $n = 0$ и изменении амплитуды второй волны накачки на задней грани волновода по Гауссову закону.

Приближенные аналитические выражения, связывающие полуширину ФРТ четырехволнового преобразователя излучения с радиусом волн накачки при условии, что распределения амплитуд волн накачки на гранях нелинейного слоя описываются Гауссовыми функциями, есть:

- волновод с бесконечно проводящими стенками в диапазоне изменения радиуса волн накачки $0,125a \leq b \leq 1,25a$

$$\frac{\Delta x}{a} \approx \frac{1,23}{(a/b) + 1,094} - 0,024, \quad (21)$$

- параболический волновод в диапазоне изменения радиуса волн накачки $0,25\omega_0 \leq b \leq 2,5\omega_0$

$$\frac{\Delta x}{\omega_0} \approx \frac{1,75}{(\omega_0/b) + 1,35} + 0,029. \quad (22)$$

Для объяснения полученных зависимостей представим ФРТ четырехволнового преобразователя излучения в виде когерентной суммы ФРТ, соответствующих одномодовым волнам накачки,

$$G_2(x) = G_{00}(x) + \begin{cases} \sum_{n=2}^N G_{n0}(x), \text{ при учете } A_1(x), \\ \sum_{m=2}^N G_{0m}(x), \text{ при учете } A_2(x), \end{cases} \quad (23)$$

здесь $G_{00}(x)$, $G_{n0}(x)$ и $G_{0m}(x)$ – ФРТ четырехволновых преобразователей излучения при условии, что обе волны накачки одномодовые с равными ($n=m=0$) и не равными ($m=0, n \neq m$) или ($n=0, m \neq n$) номерами мод.

Рассмотрим четырехволновое взаимодействие в волноводе с бесконечно проводящими поверхностями. Из условия синхронизма следует, что вид функции размытия точки $G_{0m}(x)$ определяет мода волновода с номером моды $r=m$. Вид функции $G_{n0}(x)$ независимо от номера моды первой волны накачки определяет мода волновода с номером $r=0$.

При отношении поперечного размера волновода к радиусу Гауссовой волны накачки $a/b \approx 1,2$ в волноводе возбуждается в основном нулевая мода. В этом случае качество ОВФ полностью определяется функцией $G_{00}(x)$. По мере увеличения отклонения отношения a/b от значения 1,2 возрастает вклад в функцию размытия точки четырехволнового преобразователя излучения ФРТ, соответствующих одномодовыми волнами накачки с неравными номерами мод.

Полуширина центрального максимума функции $G_{0m}(x)$ с увеличением номера моды второй волны накачки уменьшается. При $a/b < 1,2$ знак центрального максимума в зависимости от номера моды волны накачки остается неизменным, а при $a/b > 1,2$ определяет множителем i^m .

При изменении амплитуды второй волны накачки на задней грани волновода по Гауссову закону выражение для ФРТ можно записать следующим образом

$$G_2^{(2)}(x) = G_{00}(x) + \sum_{m=2}^N G_{0m}(x). \quad (24)$$

При $a/b > 1,2$ центральные максимумы всех ФРТ, соответствующих одномодовым волнам накачки, складываются синфазно, и, как следствие этого, наблюдается уменьшение полуширины ФРТ. Причем чем меньше радиус пучка второй волны накачки, тем больший вклад в функцию размытия точки четырехволнового преобразователя дают ФРТ, соответствующие одномодовым волнами накачки с неравными номерами мод. В результате происходит уменьшение полуширины ФРТ с ростом отношения a/b . При $a/b < 1,2$ сложение центральных максимумов ФРТ, соответствующих одномодовым волнам накачки $G_{0m}(x)$ и $G_{0m+2}(x)$, происходит в противофазе. Наблюдается уменьшение величины центрального максимума функции размытия точки четырехволнового преобразователя и увеличение с уменьшением отношения a/b его полуширины. Однако при $b > 3a$ величина коэффициентов в разложении амплитуды накачки по модам волновода перестает существенно меняться с увеличением радиуса пучка накачки. Поэто-

му при $b > 3a$ увеличение радиуса второй волны накачки незначительно меняет полуширину ФРТ.

При изменении амплитуды первой волны накачки на передней грани волновода по Гауссову закону и одномодовой второй волны накачки выражение для ФРТ можно записать следующим образом

$$G_2^{(1)}(x) = G_{00}(x) + \sum_{n=2}^N G_{n0}(x). \quad (25)$$

К функции $G_{00}(x)$ добавляются функции, вид которых определяет нулевая мода волновода. Поскольку полуширина нулевой моды волновода больше полуширины модуля функции $G_{00}(x)$, синфазное сложение этой функции с функциями, что наблюдается при $a/b > 1,2$, приводит к росту полуширины ФРТ. В случае $a/b < 1,2$ изменение знака функции $G_{n0}(x)$ при замене n на $n+2$ приводит к возникновению знакопеременного ряда $\sum_{n=2}^N G_{n0}(x)$. Сумма членов этого ряда

дает функцию, находящуюся в противофазе с ФРТ, соответствующей одномодовым волнам накачки с равными номерами мод. Причем максимальное значение функции $G_{00}(x)$ значительно больше максимального значения функции $\sum_{n=2}^N G_{n0}(x)$.

При сложении этих функций наблюдается уменьшение полуширины модуля ФРТ четырехволнового преобразователя излучения.

Аналогичные рассуждения могут быть приведены при объяснении изменения полуширины ФРТ четырехволнового преобразователя на тепловой нелинейности в волноводе с параболическим профилем показателя преломления в зависимости от величины радиуса волн накачки.

3. Большие коэффициенты отражения

В случае больших коэффициентов отражения необходимо учитывать не только перекачку энергии из сигнальной волны в объектную, но и наоборот, перекачку энергии из объектной волны в сигнальную. Кроме того, необходимо учитывать самодифракцию волн накачки на температурных решетках $\delta T_{31}(x, z)$, $\delta T_{32}(x, z)$.

Рассмотрим частный случай, когда волны накачки одномодовые с равными номерами мод $n=m=0$. Будем считать, что четырехволновое взаимодействие происходит в волноводе с бесконечно проводящими поверхностями. В этом случае уравнения (7), (8), описывающие изменение коэффициентов в разложении амплитуд сигнальной и объектной волн по модам волновода, примут вид

$$\begin{aligned} \frac{da_{3s}}{dz} &= -i \frac{k}{n_1} \frac{dn}{dT} a_{10}^{(0)} \delta \tilde{T}_{2s} \gamma_{0ss} \exp[-i(\beta_0 - \beta_s)z] + i \frac{k}{n_1} \frac{dn}{dT} a_{10}^{(0)} \delta \tilde{T}_{1s}^* \gamma_{0ss} \exp[-i(\beta_0 - \beta_s)z], \\ \frac{da_{4r}}{dz} &= i \frac{k}{n_1} \frac{dn}{dT} a_{20}^{(0)} \delta \tilde{T}_{1r} \gamma_{0rr} \exp[i(\beta_0 - \beta_r)z] + i \frac{k}{n_1} \frac{dn}{dT} a_{20}^{(0)} \delta \tilde{T}_{2r}^* \gamma_{0rr} \exp[i(\beta_0 - \beta_r)z]. \end{aligned} \quad (26)$$

Уравнения для коэффициентов в разложении температурных решеток по модам волновода (9), (10) решаются следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \delta T_{1r}}{dz^2} - q_r^2 \delta T_{1r} &= \\ &= -\frac{2\alpha}{\Lambda c_p \rho} a_{10}^{(0)} a_{3r}^* \gamma_{0rr} \exp[-i(\beta_0 - \beta_r^*)z], \\ \frac{d^2 \delta T_{2r}}{dz^2} - q_r^2 \delta T_{2r} &= \\ &= -\frac{2\alpha}{\Lambda c_p \rho} a_{20}^{(0)} a_{4r}^* \gamma_{0rr} \exp[i(\beta_0 - \beta_r^*)z]. \end{aligned} \quad (27)$$

При записи системы уравнений (26) и (27) использовали свойство интеграла перекрытия трех мод волновода с бесконечно проводящими стенками [10]. А именно, наиболее эффективно преобразуются моды температурной решетки δT_{31} с номерами $p = |s \pm n|$, моды температурной решетки δT_{42} с номерами $p = |r \pm m|$. Это позволяет избавиться от суммирования по индексу p в уравнениях (7) и (8). Кроме того, система уравнений (26) записана для приосевых мод волновода ($\beta_{s,r} \approx k$), которые, как показано в работах [13, 14], и определяют вид ФРТ четырехволнового преобразователя излучения в волноводе.

Дважды продифференцировав правые и левые части уравнений, входящих в систему (26), с учетом (27) получим систему связанных дифференциальных уравнений третьего порядка для коэффициентов в разложении амплитуд сигнальной и объектной волн по модам волновода

$$\begin{aligned} \frac{d^3 a_{3r}}{dz^3} + 2i(\beta_0 - \beta_r) \frac{d^2 a_{3r}}{dz^2} - \\ - [(\beta_0 - \beta_r)^2 + q_r^2] \frac{da_{3r}}{dz} - \\ - iG_1 \gamma_{0rr}^2 a_{3r} \exp[-2\alpha z] = iG_1 \gamma_{0rr}^2 a_{4r}^* \exp[2\alpha z], \\ \frac{d^3 a_{4r}}{dz^3} - 2i(\beta_0 - \beta_r) \frac{d^2 a_{4r}}{dz^2} - \\ - [(\beta_0 - \beta_r)^2 + q_r^2] \frac{da_{4r}}{dz} + \\ + iG_2 \gamma_{0rr}^2 a_{4r} \exp[2\alpha z] = -iG_2 \gamma_{0rr}^2 a_{3r}^* \exp[-2\alpha z]. \end{aligned} \quad (28)$$

Здесь

$$G_{1,2} = \frac{2k\alpha}{n_1 \Lambda c_p \rho} \frac{dn}{dT} a_{1,2}^{(0)} a_{1,2}^{(0)*}, \quad G = \frac{2k\alpha}{n_1 \Lambda c_p \rho} \frac{dn}{dT} a_1^{(0)} a_2^{(0)}.$$

Формально вид системы уравнений (28) совпадает с видом системы уравнений, полученных в работе [14] для пространственных спектров сигнальной и объектной волн при четырехволновом взаимодействии с плоскими волнами накачки на тепловой нелинейности в неограниченной по поперечным размерам среде, за исключением наличия в уравнениях при слагаемых a_{3r} и a_{4r} коэффициентов, величина которых

зависит не только от интенсивности волн накачки, но и от номера моды волновода.

Для решения системы связанных уравнений (28) к граничным условиям (13) необходимо добавить граничные условия, вытекающие из условия отвода тепла от граней волновода

$$\begin{aligned} \left(\frac{da_{3s}}{dz} \right)_{z=0} = \left(\frac{da_{3s}}{dz} \right)_{z=\ell} = 0, \\ \left(\frac{da_{4r}}{dz} \right)_{z=0} = \left(\frac{da_{4r}}{dz} \right)_{z=\ell} = 0. \end{aligned} \quad (29)$$

Используя численные методы анализа системы связанных дифференциальных уравнений (28), найдем значения для коэффициентов в разложении амплитуды объектной волны по модам волновода на передней грани нелинейного слоя. Знание этих коэффициентов позволяет найти амплитуду объектной волны на передней грани волновода, оценить влияние интенсивности волн накачки на качество преобразования излучения.

На рис. 2 при $a_1^{(0)} = a_2^{(0)}$ приведены характерные графики зависимости коэффициентов отражения мод объектной волны

$$R_r = \left| \frac{a_{4r}^*(z=0)}{a_{3r}^0} \right| \quad (30)$$

от нормированной интенсивности одномодовых волн накачки

$$\tilde{G}_0 = \frac{4}{\pi^3 n_1^2 \Lambda c_p \rho} \frac{dn}{dT} (a_1^{(0)})^2.$$

Как и для четырехволнового преобразователя излучения в многомодовом волноводе на керровской нелинейности [16], существуют точки «генерации» (\tilde{G}_{0r}), вблизи которых коэффициент отражения r -й моды объектной волны резко возрастает. С увеличением номера моды волновода значение \tilde{G}_{0r} также возрастает. Значения точек «генерации» существенным образом зависят от геометрических параметров волновода. Так, при $\alpha\ell = 10^{-2}$, $kn_1\ell = 2 \times 10^3$ изменение параметра $\delta = \pi\ell/2a$ в пределах от 5 до 16 приводит к увеличению значения нормированной интенсивности волн накачки, при которой наблюдается точка «генерации» нулевой моды волновода, от 0,5 до 0,85.

Вблизи r -й точки «генерации» четырехволновой преобразователь излучения выступает как пространственный фильтр мод волновода, независимо от пространственной структуры сигнальной волны генерирует объектную волну, пространственная структура которой полностью определяется r -й модой волновода. Таким образом, обращение волнового фронта падающей на четырехволновой преобразователь излучения сигнальной волны вблизи точек «генерации» не происходит.

Заметим, что наличие точек «генерации» для четырехволнового преобразователя на тепловой нелинейности в многомодовом волноводе получено без учета самовоздействия одномодовых волн накачки и свидетельствует прежде всего об ухудшении качества ОВФ с увеличением коэффициента отражения.

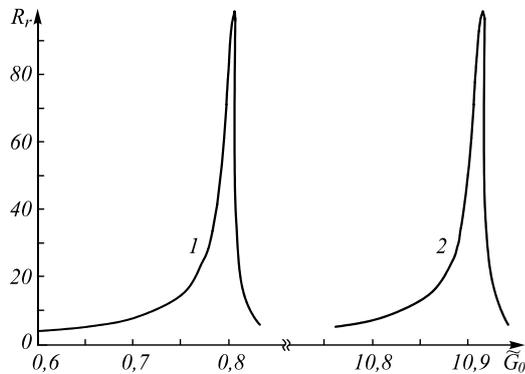


Рис. 2. Зависимость коэффициентов отражения нулевой (1) и второй (2) мод объектной волны от нормированной интенсивности волн накачки при $kn_1l = 2 \cdot 10^3$, $al = 10^{-2}$, $\pi l/2a = 15$

Заключение

Используя метод функции размытия точки, при малом коэффициенте отражения проанализирована пространственная селективность четырехволнового преобразователя в многомодовом волноводе с тепловой нелинейностью с учетом Гауссовой структуры волн накачки на гранях волновода. Показано, что уменьшение радиуса первой Гауссовой волны накачки приводит к незначительному изменению, а радиуса второй волны накачки – к существенному уменьшению полуширины модуля ФРТ.

При больших коэффициентах отражения, когда необходимо учитывать перекачку энергии из объектной волны в сигнальную, самодифракцию волн накачки, для четырехволнового преобразователя излучения в многомодовом волноводе с бесконечно проводящими поверхностями показано наличие точек «генерации», вблизи которых коэффициент отражения одной из мод волновода, формирующей объектную волну, принимает максимальное значение. По мере приближения к r -й точке «генерации» увеличивается вклад в амплитуду объектной волны r -й моды волновода, качество ОВФ ухудшается.

References

[1] Dmitriev VG. Nonlinear optics and wavefront reversal [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2003.
 [2] Vysotina NV, Kuprenyuk VI, Ladygin IN, Lazunin KG, Sergeev VV, Smirnov VA, Yur'ev MS. Phase conjugation of millisecond radiation pulses from a pulse-periodic CO2

laser. Quantum Electron 1994; 24(7): 625-628. DOI: 10.1070/QE1994v024n07ABEH000153.
 [3] Danehy PM, Paul PH, Farrow RL. Thermal-grating contributions to degenerate four-wave mixing in nitric oxide. J Opt Soc Am B 1995; 12(9): 1564-1576. DOI: 10.1364/JOSAB.12.001564.
 [4] Nazemosadat E, Pourbeyram H, Mafi A. Phase matching for spontaneous frequency conversion via four-wave mixing in graded-index multimode optical fibers. J Opt Soc Am B 2016; 33(2): 144-150. DOI: 10.1364/JOSAB.33.000144.
 [5] Turitsyn SK, Bednyakova AE, Fedoruk MP, Paperny SB, Clements WRL. Inverse four-wave mixing and self-parametric amplification in optical fibre. Nat Photon 2015; 9(9): 608-614. DOI: 10.1038/nphoton.2015.150.
 [6] Weng Y, He X, Wang J, Pan Z. All-optical ultrafast wavelength and mode converter based on intermodal four-wave mixing in few-mode fibers. Opt Commun 2015; 348: 7-12. DOI: 10.1016/j.optcom.2015.03.018.
 [7] Anjum OF, Guasoni M, Horak P, Jung Y, Petropoulos P, Richardson DJ, Parmigiani F. Polarization-insensitive four-wave-mixing-based wavelength conversion in few-mode optical fibers. J Lightw Technol 2018; 36(17): 3678-3683. DOI: 10.1109/JLT.2018.2834148.
 [8] Zhang H, Bigot-Astruc M, Bigot L, Sillard P, Fatome J. Multiple modal and wavelength conversion process of a 10-Gbit/s signal in a 6-LP-mode fiber. Opt Express 2019; 27(11): 15413-15425. DOI: 10.1364/OE.27.015413.
 [9] Voronin ES, Petnikova VM, Shuvalov VV. Use of degenerate parametric processes for wavefront correction (review). Sov J Quantum Electron 1981; 11(5): 551-561. DOI: 10.1070/QE1981v011n05ABEH006899.
 [10] Ivakhnik VV. Wavefront reversal at four-wave interactions [In Russian]. Samara: "Samara State University" Publisher; 2010.
 [11] Ivahnik VV, Nikonov VI, Harskaja TG. Four-wave conversion of radiation by thermal nonlinearity in a fiber with a parabolic profile [In Russian]. Izvestija Vuzov. Priborostroenie 2006; 49(8): 54-60.
 [12] Ivahnik VV, Kapizov DR, Nikonov VI. Four-wave interaction in a multimode waveguide with Kerr nonlinearity in a scheme with concurrent pump waves [In Russian]. Physics of Wave Processes and Radio Systems 2019; 22(2): 13-18. DOI: 10.18469/1810-3189.2019.22.2.13-18.
 [13] Vorobyeva EV, Ivakhnik VV, Kaurov AV. The spatial characteristics of a four-wave converter of radiation in multimode waveguide with resonant nonlinearity [In Russian]. Physics of Wave Processes and Radio Systems 2018; 21(1): 4-11.
 [14] Akimov AA, Ivakhnik VV, Nikonov VI. Four wave interaction on thermal nonlinearity at large reflectance with allowance pumping waves self-diffraction [In Russian]. Computer Optics 2011; 35(2): 250-255.
 [15] Marcuse D, ed. Integrated optics. New York: IEEE Press; 1973.
 [16] Vorob'eva EV, Ivakhnik VV, Kapizov DR, Nikonov VI. Point spread function of a four-wave radiation converter in a multimode waveguide with Kerr nonlinearity [In Russian]. Physics of Wave Processes and Radio Systems 2021; 24(1): 15-21. DOI: 10.18469/1810-3189.2021.24.1.15-21.

Сведения об авторах

Ивахник Валерий Владимирович, 1951 года рождения. Доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой оптики и спектроскопии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева. Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография. E-mail: ivakhnik@ssau.ru.

Капизов Дархан Рахметулович, 1996 года рождения, аспирант 1-го года обучения кафедры оптики и спектроскопии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П.Королева. Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография. E-mail: darkhankapizov@gmail.com.

Никонов Владимир Иванович, 1959 года рождения. Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры оптики и спектроскопии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева. Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография. E-mail: nikon5919@mail.ru.

ГРНТИ: 29.33.27.

Поступила в редакцию 15 июля 2021 г. Окончательный вариант – 18 августа 2021 г.

Quality of wavefront reversal for four-wave interaction in a multimode waveguide with thermal nonlinearity

V.V. Ivakhnik¹, D.R. Kapizov¹, V.I. Nikonov¹

¹Samara National Research University, 443086, Russia, Samara, Moscow highway, 34

Abstract

For a four-wave radiation converter in a two-dimensional multimode waveguide with thermal nonlinearity at a low reflection coefficient, we analyze the influence of the spatial structure of pump waves on the quality of wavefront reversal. It is shown that the half-width of modulus of the point spread function of a four-wave radiation converter decreases with decreasing radius of Gaussian pump waves on the waveguide edges, leading to an improvement in the quality of wavefront reversal. For a four-wave radiation converter in a two-dimensional waveguide with infinitely conducting surfaces, we show the presence of "generation" points, near which a sharp increase in the object wave amplitude is observed, with its form completely determined by one of the waveguide modes.

Keywords: four-wave radiation converter, point spread function, thermal nonlinearity.

Citation: Ivakhnik VV, Kapizov DR, Nikonov VI. Quality of wavefront reversal for four-wave interaction in a multimode waveguide with thermal nonlinearity, *Computer Optics* 2022; 46(1): 48-55. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1011.

Authors' information

Valery Vladimirovich Ivakhnik was born in 1951, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, head of the Optics and Spectroscopy department, Samara National Research University, Samara, Russia. Research interests: nonlinear optics, dynamic holography. E-mail: ivakhnik@ssau.ru.

Darkhan Rakhmetulovich Kapizov was born in 1996, 1st year postgraduate student of the Optics and Spectroscopy department, Samara National Research University, Samara, Russia. Research interests: nonlinear optics, dynamic holography. E-mail: darkhankapizov@gmail.com.

Vladimir Ivanovich Nikonov was born in 1959, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Optics and Spectroscopy department, Samara National Research University, Samara, Russia. Research interests: nonlinear optics, dynamic holography. E-mail: nikon5919@mail.ru.

Received July 15, 2021. The final version – August 18, 2021.
