

Коррекция вращательного смаза в изображениях звёзд, наблюдаемых астроинерциальным датчиком ориентации на фоне дневного неба

Н.Н. Василюк¹

¹ ООО «НПК Электрооптика», 107076, г. Москва, ул. Стромынка, д. 18, к. 1

Аннотация

Алгоритм коррекции вращательного смаза рассматривается как этап предварительной обработки изображений в задаче измерения ориентации при помощи звёздного датчика. Для реализации предлагаемого алгоритма звёздный датчик должен быть оснащён измерителем вектора угловой скорости (трёхосным гироскопом). Алгоритм не гарантирует обнаружения изображения звезды на фоне дневного неба в одном кадре, но облегчает условия для последующего накопления последовательности кадров. Целью коррекции является локализация энергетических максимумов смазанных изображений звёзд в пикселях с заранее определёнными характеристиками. После коррекции эти пиксели получают некоторое превышение над фоном, в них улучшается отношение сигнал/шум, но теряется художественное качество цифрового изображения в целом. Определяющей характеристикой пикселя, в котором локализуется максимум, является попадание в него геометрического изображения звезды в момент начала экспозиции корректируемого кадра. Коррекция выполняется в форме обработки кадра цифровым фильтром, имеющим конечную импульсную характеристику. Импульсная характеристика фильтра неоднородна и представляет собой ядро вращательного смаза, синтезированное в каждом пикселе корректируемого кадра. Описаны алгоритмы расчёта уровней сигнала, фона и шума в изображении звезды, наблюдаемой на фоне дневного неба вращающейся камерой. Выполнен анализ зависимостей отношений сигнал/шум в различных пикселях смазанного изображения от времени экспозиции и от угловой скорости вращения камеры. Рассчитаны отношения сигнал/шум в изображении звезды до и после коррекции смаза. Приведены результаты моделирования на примере изображения яркой звезды, наглядно показывающие особенности работы предлагаемого алгоритма коррекции вращательного смаза.

Ключевые слова: дневной астродатчик, гироскоп, дневное небо, вращательный смаз, коррекция смаза, согласованный фильтр.

Цитирование: Василюк, Н.Н. Коррекция вращательного смаза в изображениях звёзд, наблюдаемых астроинерциальным датчиком ориентации на фоне дневного неба / Н.Н. Василюк // Компьютерная оптика. – 2023. – Т. 47, № 1. – С. 79-91. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1141.

Citation: Vasilyuk NN. Correction of rotational blur in images of stars observed by an astroinertial attitude sensor against the background of the daytime sky. Computer Optics 2023; 47(1): 79-91. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1141.

Введение

Измерительным устройством звёздного датчика ориентации (астродатчика) является цифровая камера, специально спроектированная для измерения угловых координат звёзд. Звёзды, наблюдаемые с поверхности Земли и из околоземного пространства, можно рассматривать как точечные источники оптического излучения. Обнаружение цифровых изображений и измерение угловых координат звёзд представляет собой частный случай задачи пассивной оптической локализации точечных целей. Для оптической локализации звёзд характерны слабый уровень сигнала от цели и высокий уровень априорной информации о её положении – координаты звёзд в инерциальном пространстве известны с очень высокой точностью.

Астродатчик определяет угловые координаты звёзд относительно системы координат камеры (СКК). СКК связана с чувствительной плоскостью

матричного фотоприёмника (МФП), размещённой в фокальной плоскости объектива. Объектив строит оптическое изображение звезды в своей фокальной плоскости в виде некоторого пятна рассеяния. Для повышения точности угломерных измерений до субпиксельного уровня пятно рассеяния должно покрывать несколько смежных фотоприёмных ячеек МФП, то есть оптическое изображение звезды сознательно размывается. Распределение освещённости внутри пятна описывается функцией рассеяния точки (ФРТ). Как правило, ФРТ имеет один максимум, от которого быстро убывает к периферии. Объективы астродатчиков проектируются так, чтобы размеры пятна слабо зависели от угла между оптической осью объектива и направлением на звезду. Форма пятна может изменяться в зависимости от этого угла [1]. На практике ФРТ аппроксимируется Гауссовой поверхностью с постоянными параметрами [2]. Для определения угловых координат звезды внутри пятна выби-

рается некоторая характерная точка, которая объявляется геометрическим изображением звезды, полученным по правилам центрального проектирования. После выбора этой точки вычисляются угловые координаты звезды относительно СКК по известным формулам геометрической оптики. Нужно отметить, что искусственное размытие пятна имеет смысл только в астронавигационных приборах, построенных на базе цифровой камеры с возможностью цифровой обработки изображений. В щелевых фотоэлектрических приборах регистрации моментов прохождения светил, наоборот, стремятся уменьшить размер пятна рассеяния и применяют объективы дифракционного качества [3].

Выбор характерной точки, принимаемой за геометрическое изображение звезды, неоднозначен и определяется реализацией алгоритма обработки изображения. Как правило, в астродатчиках используют сравнительно простые алгоритмы, в которых за характерную точку принимается центр масс пятна (называемый также яркостным центром или фотоцентром пятна) [4–7]. Границы пятна, внутри которых выполняется усреднение, определяются алгоритмом автоматически. Если позволяют вычислительные ресурсы, применяются более сложные алгоритмы, основанные на корреляционной обработке изображений [4, 8–9]. Под корреляционной обработкой здесь понимается свёртка изображения с различными версиями ФРТ, дискретизированными для различных позиций геометрического изображения звезды внутри фотоприёмной ячейки МФП.

Вместе с полезным изображением звезды на поверхность МФП проецируется излучение фона. При наблюдении звёзд в открытом космосе оптическое фоновое излучение возникает из-за солнечной засветки входного зрачка объектива астродатчика. Эта проблема решается включением в конструкцию объектива солнцезащитной бленды и введением эксплуатационных ограничений на минимальные углы визирования Солнца [10, 11]. В отсутствие солнечной засветки цифровое изображение фона формируется в основном за счёт термогенерации электронов в МФП [12]. Если наблюдения проводятся внутри атмосферы Земли ночью, то в алгоритмах определения угловых координат звёзд приходится учитывать атмосферную рефракцию. Фоновое излучение ночного безлунного неба за границами города остаётся достаточно слабым, и астродатчик сохраняет способность измерять ориентацию [13, 14]. Наиболее сложный случай – наблюдение звёзд днём, когда земная атмосфера рассеивает солнечное излучение. Сильный дневной фон ограничивает время экспозиции камеры и увеличивает уровень «фонового шума» в цифровом изображении [15]. Энергетическая освещённость объектива дневным фоном в видимом диапазоне длин волн значительно превышает энергетическую освещённость, создаваемую самыми яркими звёздами. В результате

яркость цифрового изображения звезды оказывается сравнима или ниже уровня фонового шума. Такое отношение сигнал/шум (C/Π) делает невозможным обнаружение звёзд в одном кадре. Отношение C/Π можно улучшить рациональным выбором спектральной полосы пропускания объектива [10, 16], отсекающей область максимума солнечного спектра, лежащего в диапазоне длин волн ниже 600 нм (рис.1). Дальнейшее улучшение C/Π возможно для малых угловых скоростей вращения астродатчика за счёт накопления нескольких последовательных кадров. Под накоплением здесь понимается вычислительное перепроектирование отдельных кадров на неподвижную плоскость накопленного изображения с их последующим суммированием. Малой считается угловая скорость, при которой перемещение геометрического изображения звезды за время экспозиции одного кадра не превышает величину от 3 до 6 пикселей. При таком подходе операции обнаружения звезды и определения координат яркостного центра выполняются не в отдельных кадрах, а в накопленном изображении [17–23]. При накоплении кадров должно учитываться изменение ориентации астродатчика относительно неподвижных звёзд за период следования кадров МФП. Изменение ориентации может быть получено за счёт объединения астродатчика и векторного датчика угловой скорости (трехосного гироскопа) в единую конструкцию – астроинерциальный датчик ориентации.

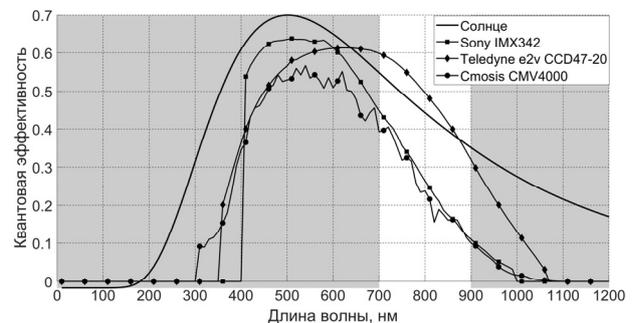


Рис. 1. Коэффициенты квантовой эффективности некоторых МФП, применяемых в астродатчиках, и масштабированная спектральная плотность излучения чёрного тела с яркостной температурой Солнца. Серыми прямоугольниками выделены спектральные полосы, отсекаемые светофильтром объектива

Увеличение угловой скорости вращения астродатчика приводит к появлению смаза в изображениях звёзд. В этом случае весь свет от звезды, попавший в объектив за время экспозиции, распределяется внутри полосы смежных фотоприёмных ячеек МФП, расположенных вдоль траектории движения геометрического изображения звезды. Фотоприёмная ячейка получает свет от звезды, только если она лежит на пути движения пятна рассеяния объектива. Центр масс смазанного изображения звезды больше не имеет однозначной связи с её геометрическим изображением, что приводит к систематическим ошибкам определе-

ния угловых координат звезды [24–26]. При одинаковом времени экспозиции фотоприёмная ячейка поворачивающейся камеры получает меньше энергии звёздного излучения, чем она могла бы получить в случае неподвижной камеры. С другой стороны, количество энергии от излучения фона, полученное этой же ячейкой, практически не изменяется по сравнению со случаем неподвижной камеры. Поэтому отношение С/Ш внутри отдельных пикселей цифрового изображения при вращении астродатчика ухудшается.

Данная работа продолжает [27] и описывает практическое применение синтезированного ядра вращательного смаза для локального улучшения отношения С/Ш одного характерного пикселя внутри смазанного изображения звезды. Отношение С/Ш улучшается внутри каждого кадра, получаемого от цифровой камеры астроинерциального датчика, за счёт цифровой фильтрации изображения звезды, согласованной с вращательным смазом. После согласованной фильтрации получается новое изображение звезды, которое имеет выделенный максимум в пикселе, содержащем начальную точку траектории смаза. Начальная точка траектории смаза в кадре совпадает с геометрическим изображением звезды в момент начала экспозиции кадра. Дальнейшее улучшение отношения С/Ш в этом пикселе может быть достигнуто за счёт накопления последовательности профильтрованных кадров. Согласованный фильтр здесь понимается в смысле согласованного фильтра Винера, реализация которого адаптирована под дискретную структуру цифрового изображения точечной цели. В данной работе используются, с краткими пояснениями, обозначения и термины, уже описанные в [27]. Подробно описываются только вновь вводимые термины и обозначения.

1. Расчёт цифрового изображения звезды с фоном

1.1. Описание оптической системы астродатчика

Для описания алгоритмов цифровой обработки в [27] используются три типа изображений – геометрическое, оптическое и цифровое. Геометрическое изображение строится объективом в фокальной плоскости по правилам геометрической оптики в рамках модели камеры-обскуры с фокусным расстоянием F . Оптическое изображение получается из геометрического после учёта пятна рассеяния объектива. Цифровое изображение получается из оптического изображения путём его пространственной дискретизации и уровневого квантования внутри МФП. МФП представляет собой прямоугольную матрицу размером $H \times W$, однотипных фотоприёмных ячеек квадратной формы с длиной стороны a , где H – высота и W – ширина матрицы. Каждая ячейка МФП формирует один пиксель цифрового изображения. Положение точки в плоскости МФП описывается растровыми и векторными координатами. Растровые координаты строятся на базе целочисленных индексов (h, w) , $h=0 \dots H-1$, $w=0 \dots W-1$, пикселей цифрового изобра-

жения относительно левого верхнего угла раstra. Целочисленные индексы (h, w) пикселя цифрового изображения совпадают с целочисленными растровыми координатами (h, w) левого верхнего угла соответствующей фотоприёмной ячейки МФП. При задании положения точки внутри фотоприёмной ячейки растровые координаты могут принимать дробные значения.

Векторные координаты строятся относительно начала СКК, которым является точка O пересечения оптической оси объектива с его фокальной плоскостью. Эта точка расположена вблизи геометрического центра фоточувствительной матрицы МФП и задаётся растровыми координатами (h_o, w_o) и векторными координатами $[0 \ 0]^T$. Пиксель, в котором расположена точка O , задаётся растровыми координатами $(h_{ц}, w_{ц})$: $h_{ц} = \text{floor}(h_o)$, $w_{ц} = \text{floor}(w_o)$, где $\text{floor}(x)$ – функция округления к $-\infty$.

Полевая диафрагма оптической системы астродатчика совпадает с границами МФП. Дисторсия и виньетирование объектива в пределах поля зрения астродатчика не учитываются. Спектральные характеристики объектива описываются безразмерным спектральным коэффициентом пропускания $T_{об}(\lambda)$, где λ [нм] – длина волны падающего излучения. Коэффициент $T_{об}(\lambda)$ указывает долю потока излучения, падающего на внешнюю поверхность первой линзы объектива, которая пройдёт через объектив в полосе длин волн $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ и упадёт на МФП. Пропускание объектива ограничивается встроенным светофильтром в виде спектральной полосы $[\lambda_{об}^{мин}, \lambda_{об}^{макс}]$, за пределами которой $T_{об}(\lambda) \approx 0$. При наблюдении звёзд через атмосферу необходимо учитывать спектральный коэффициент пропускания атмосферы $T_{атм}(\lambda, h_{нбл})$ в полосе $[\lambda_{об}^{мин}, \lambda_{об}^{макс}]$. Этот коэффициент указывает долю потока излучения звезды, которая пройдёт от внешней границы атмосферы до передней линзы объектива, расположенного на высоте наблюдения $h_{нбл}$ над уровнем моря. В МФП поток излучения преобразуется в поток фотоэлектронов – каждый упавший фотон с некоторой вероятностью создаёт один электрон. Вероятность генерации электрона фотоном с длиной волны из интервала $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ описывается безразмерным коэффициентом $q(\lambda)$ квантовой эффективности МФП. Графики квантовой эффективности для некоторых МФП, применяемых в астродатчиках, на которые наложены полоса пропускания объектива и нормированный спектр Солнца, показаны на рис.1.

Далее будет удобно представлять спектральные плотности энергетических освещённости и яркости не в энергетических единицах, а в количестве фотонов и в количестве электронов. Если задана спектральная плотность энергетической освещённости $E_{зв}(\lambda)$ [Вт/(м² × нм)] от звезды на границе атмосферы или энергетическая яркость $V_{фон}(\lambda, h_{нбл})$ [Вт/(м² × ср × нм)] свечения атмосферы, то эта же характеристика, представленная в виде спектраль-

ной плотности потока фотонов на передней линзе объектива

$$\hat{E}_{эВ}(\lambda, h_{нбл}) = \frac{10^{-9}}{hc} \lambda T_{атм}(\lambda, h_{нбл}) E_{эВ}(\lambda),$$

$$\hat{B}_{фон}(\lambda, h_{нбл}) = \frac{10^{-9}}{hc} \lambda B_{фон}(\lambda, h_{нбл}) d\lambda,$$

и в виде спектральной плотности потока электронов

$$\hat{E}_{эВ}(\lambda, h_{нбл}) = q(\lambda) T_{об}(\lambda) \hat{E}_{эВ}(\lambda, h_{нбл}),$$

$$\hat{B}_{фон}(\lambda, h_{нбл}) = q(\lambda) T_{об}(\lambda) \hat{B}_{фон}(\lambda, h_{нбл}),$$

где $h = 6,62607015 \times 10^{-34}$ [Дж × с] – постоянная Планка, $c = 299792458$ [м/с] – скорость света, 10^{-9} [м/нм] – коэффициент преобразования размерностей длин волн. Преобразования к величинам $\hat{E}_{эВ}(\lambda, h_{нбл})$ и $\hat{B}_{фон}(\lambda, h_{нбл})$ выполняются с использованием спектральных характеристик объектива и МФП без учёта виньетирования. Размерности вновь введённых величин

$$\hat{E}_{эВ}(\lambda, h_{нбл}): \quad [\text{фотон} / (\text{м}^2 \times \text{с} \times \text{нм})],$$

$$\hat{E}_{эВ}(\lambda, h_{нбл}): \quad [e^- / (\text{м}^2 \times \text{с} \times \text{нм})],$$

$$\hat{B}_{фон}(\lambda, h_{нбл}): \quad [\text{фотон} / (\text{м}^2 \times \text{ср} \times \text{с} \times \text{нм})],$$

$$\hat{B}_{фон}(\lambda, h_{нбл}): \quad [e^- / (\text{м}^2 \times \text{ср} \times \text{с} \times \text{нм})],$$

где e^- – обозначение электрона. Для сокращения записи зависимость вновь введённых величин от высоты наблюдения $h_{нбл}$ явно указываться не будет, например $\hat{E}_{эВ}(\lambda, h_{нбл}) \equiv \hat{E}_{эВ}(\lambda)$, но всегда подразумевается. Интегральные потоки на высоте $h_{нбл}$ фотонов на входе в объектив и электронов на выходе из объектива (без учёта виньетирования)

$$\hat{E}_{эВ} = \int_0^\infty \hat{E}_{эВ}(\lambda) d\lambda \quad [\text{фотон} / (\text{м}^2 \times \text{с} \times \text{нм})],$$

$$\hat{E}_{эВ} = \int_0^\infty \hat{E}_{эВ}(\lambda, h_{об}) d\lambda \quad [e^- / (\text{м}^2 \times \text{с})],$$

$$\hat{B}_{фон} = \int_0^\infty \hat{B}_{фон}(\lambda) d\lambda \quad [\text{фотон} / (\text{м}^2 \times \text{ср} \times \text{с})],$$

$$\hat{B}_{фон} = \int_0^\infty \hat{B}_{фон}(\lambda) d\lambda \quad [e^- / (\text{м}^2 \times \text{ср} \times \text{с})].$$

1.2. Расчёт уровней сигнала и фона в пикселе

Время экспозиции $T_э$ сравнительно мало, поэтому излучательные характеристики звезды и фона внутри интервала экспозиции $[t_э, t_э + T_э]$, где $t_э$ – момент начала экспозиции, считаются постоянными. При наблюдении звезды под углом $\theta_{эВ}$ к оптической оси объектива в него влетает поток фотонов $P_{эВ} = \hat{E}_{эВ} S_{об} \cos \theta_{эВ}$, где $S_{об} = \pi D_{об}^2 / 4$ – площадь и $D_{об}$ – диаметр входного зрачка объектива. Поток фотонов $P_{эВ}$ соответствует поток электронов $P_{эВ} = \hat{E}_{эВ} S_{об} \cos \theta_{эВ}$. Отсюда получается выражение для коэффициента η преобразования свет/сигнал, введенного в [12, 27]:

$$\eta = P_{эВ} / P_{эВ} = \hat{E}_{эВ} / \hat{E}_{эВ}.$$

Поток электронов $P_{эВ}$ распределяется по фотоприёмным ячейкам, на которые проецируется оптическое изображение. Доля этого потока, попавшая в ячейку (h, w) , определяется коэффициентом ядра смаза $H(h, w; p, q)$, выражение для которого получено в [27]. Индексы (p, q) задают начальный пиксель траектории смаза. Индексы $h = 0 \dots H-1$, $w = 0 \dots W-1$ указывают на пиксели, для которых рассчитываются коэффициенты ядра. Ядро смаза содержит конечное число ненулевых коэффициентов, локализованных внутри некоторого прямоугольника, но для единообразия записи аналитических выражений здесь $H(h, w; p, q)$ дополняется нулями до полного размера кадра $H \times W$.

С использованием вновь введённого обозначения для ядра смаза математическое ожидание $\langle I_{эВ}(h, w) \rangle$ количества $I_{эВ}(h, w)$ сигнальных электронов, родившихся от звёздного света и накопленных в зарядовой ёмкости ячейки (h, w) за время экспозиции, записывается в виде

$$\langle I_{эВ}(h, w) \rangle \approx i_{эВ} T_э H(h, w; p, q), \quad (1)$$

где $I_{эВ} = k_{пл} P_{эВ}$ – скорость рождения электронов в изображении звезды, $0 < k_{пл} < 1$ – апертурный коэффициент, учитывающий неполное использование площади ячейки для преобразования свет–сигнал. Средняя скорость накопления заряда в ячейке (h, w) при смазе (точка обозначает дифференцирование по времени)

$$\dot{I}_{эВ}(h, w) = \frac{\langle I_{эВ}(h, w) \rangle}{T_э} \approx i_{эВ} H(h, w; p, q). \quad (2)$$

Если астродатчик неподвижен, то ядро смаза совпадает с дискретной ФРТ, рассчитанной для индекса n внутриячеечной дискретизации [27]

$$H(h, w; p, q) = \Phi_n(h - p, w - q).$$

Для математического ожидания (1) и средней скорости (2) накопления заряда в ячейке неподвижного статического астродатчика вводятся специальные обозначения

$$\langle I_{эВ}^{стат}(h, w) \rangle \approx i_{эВ} T_э \Phi_n(h - p, w - q), \quad (3)$$

$$\dot{I}_{эВ}^{стат}(h, w) \approx i_{эВ} \Phi_n(h - p, w - q).$$

Если ненулевое значение ФРТ попало в ячейку (h, w) в неподвижном астродатчике, то эта ячейка будет накапливать сигнальные электроны в течение всего времени экспозиции. При вращении астродатчика сигнальные электроны будут накапливаться в ячейке (h, w) в течение короткого промежутка времени перемещения области ненулевых значений ФРТ через эту ячейку. Поэтому при любом движении астродатчика $\dot{I}_{эВ}(h, w) < \dot{I}_{эВ}^{стат}(h, w)$.

Наблюдение звезды на фоне дневной атмосферы сопровождается приёмом фонового излучения. Пусть

левый верхний угол ячейки (h, w) задаётся векторными координатами $\chi = [\chi_x \ \chi_y]^T$. Фоновое излучение падает на эту ячейку под углом $\cos \theta_{\text{ФОН}} = F/R'$ к оптической оси объектива, где $R' = (F^2 + \chi_x^2 + \chi_y^2)^{1/2}$ – расстояние от проективного центра объектива (задней узловой точки) до рассматриваемой ячейки. Ячейка видна из проективного центра под телесным углом $\Omega' = a^2 \cos \theta_{\text{ФОН}} R'^2$. На небесной сфере этот телесный угол вырезает площадку $s = R^2 \Omega'$, где $R \gg 20F$ – промежуточная переменная, имеющая смысл достаточно большого «расстояния до неба». Предполагается, что небольшой сегмент небесной сферы, вырезаемый границей конического поля зрения объектива, излучает в соответствии с законом Ламберта. В этом случае яркость $\hat{B}_{\text{ФОН}}$ не зависит от направления, под которым наблюдается площадка s , а саму площадку можно выбрать перпендикулярной к этому направлению. Поток фоновых фотонов, попадающий в объектив от площадки s : $P_{\text{ФОН}} = s \hat{B}_{\text{ФОН}} \Omega_{\text{Об}}$, где $\Omega_{\text{Об}} = S_{\text{Об}} \cos \theta_{\text{ФОН}} / R^2$ – телесный угол, под которым виден входной зрачок объектива из центра площадки s . Поток $P_{\text{ФОН}}$ соответствует поток фоновых электронов

$$P_{\text{е ФОН}} = \frac{a^2 S_{\text{Об}} F^2 \hat{B}_{\text{е ФОН}}}{(F^2 + \chi_x^2 + \chi_y^2)^2}$$

Для вычисления скорости накопления фонового заряда в ячейке (h, w) в общем случае необходимо учесть, что в силу конечных размеров ФРТ поток излучения от площадки s попадает не только в ячейку (h, w) , но и распределяется по смежным ячейкам. С другой стороны, в силу тех же причин в ячейку (h, w) попадает поток излучения не только от площадки s , но и от смежных с ней площадок светящейся атмосферы. Для упрощения дальнейших выкладок будем считать, что для однородного фона оба этих эффекта компенсируют друг друга и на ячейку (h, w) падает оптический поток, излучённый площадкой s . Дальнейшее упрощение этого выражения достигается за счёт приближения $(F^2 + \chi_x^2 + \chi_y^2)^2 \approx F^4$. В принятом приближении средняя скорость накопления фоновых электронов не зависит от состояния движения астродатчика и одинакова для всех ячеек:

$$i_{\text{ФОН}} = k_{\text{ПА}} P_{\text{е ФОН}} = k_{\text{ПА}} \frac{a^2 S_{\text{Об}}}{F^2} \hat{B}_{\text{е ФОН}}$$

Математическое ожидание $\langle I_{\text{е ФОН}} \rangle$ количества $I_{\text{е ФОН}}(h, w)$ фоновых электронов, накопленных за время экспозиции

$$\langle I_{\text{е ФОН}}(h, w) \rangle \equiv \langle I_{\text{е ФОН}} \rangle = i_{\text{ФОН}} T_{\text{Э}}$$

Кроме сигнальных и фоновых электронов, в ячейке также накопятся $I_{\text{е ТТ}}(h, w)$ «темновых» электронов не фотоэлектрического происхождения, возникающих в полупроводниковой структуре ячейки по целому ряду причин. Средняя скорость генерации таких

электронов характеризуется величиной $i_{\text{ТТ}}$ темнового тока (ТТ), который считается одинаковым для всех ячеек МФП. Математическое ожидание количества темновых электронов

$$\langle I_{\text{е ТТ}}(h, w) \rangle \equiv \langle I_{\text{е ТТ}} \rangle = i_{\text{ТТ}} T_{\text{Э}}$$

Полное количество электронов, которое накопится в ячейке (h, w) за время экспозиции,

$$I_{\text{е}}(h, w) = I_{\text{е ЗВ}}(h, w) + I_{\text{е ФОН}}(h, w) + I_{\text{е ТТ}}(h, w).$$

Значение $I(h, w)$ яркости пикселя (h, w) цифрового изображения получается после аналого-цифрового преобразования (АЦП) полного количества накопленных электронов

$$I(h, w) = k_{\text{АЦП}} (I_{\text{е}}(h, w) + \varepsilon_{\text{е АЦП}}) = I_{\text{ЗВ}}(h, w) + I_{\text{ФОН}}(h, w) + I_{\text{ТТ}}(h, w) + k_{\text{АЦП}} \varepsilon_{\text{е АЦП}}, \quad (4)$$

где $k_{\text{АЦП}}$, $\varepsilon_{\text{е АЦП}}$ – коэффициент преобразования и шум квантования линейного АЦП соответственно; $I_{\text{ЗВ}}(h, w) = k_{\text{АЦП}} I_{\text{е ЗВ}}(h, w)$, $I_{\text{ФОН}}(h, w) = k_{\text{АЦП}} I_{\text{е ФОН}}(h, w)$, $I_{\text{ТТ}} = k_{\text{АЦП}} I_{\text{е ТТ}}$ – слагаемые яркости пикселя. Коэффициент АЦП рассчитывается из глубины $I_{\text{е ЯМА}}$ потенциальной ямы (зарядовой ёмкости) ячейки и из рядности $N_{\text{АЦП}}$

$$k_{\text{АЦП}} = \frac{2^{N_{\text{АЦП}}} - 1}{I_{\text{е ЯМА}}} [1/e^-], \text{ EMP} = \frac{1}{k_{\text{АЦП}}}, [e^-],$$

где EMP – единица младшего разряда АЦП. Если интенсивность потока электронов такова, что $I_{\text{е}}(h, w) \leq I_{\text{е ЯМА}}$, то значение яркости пикселя считывается из МФП в пределах динамического диапазона АЦП. Случаю $I_{\text{е}}(h, w) > I_{\text{е ЯМА}}$ соответствует насыщение на выходе АЦП, а сама ситуация может привести к негативным последствиям – перетеканию «лишних» электронов в соседние фотоприёмные ячейки и локальной засветке цифрового изображения. В дальнейшем случай насыщения АЦП не рассматривается.

1.3. Расчёт уровня шума в пикселе

Количества электронов $I_{\text{е ЗВ}}(h, w)$, $I_{\text{е ФОН}}(h, w)$ и $I_{\text{е ТТ}}(h, w)$, которые накопятся в ячейке (h, w) , описываются независимыми случайными величинами с пуассоновскими распределениями. Если некоторая случайная величина пуассоновски распределена, то её математическое ожидание $\langle I_{\text{X}} \rangle$ и среднеквадратичное отклонение (СКО) σ_{X} связаны равенством $\sigma_{\text{X}} = \langle I_{\text{X}} \rangle^{1/2}$:

$$\sigma_{\text{е ЗВ}}(h, w) = (i_{\text{ЗВ}}(h, w) T_{\text{Э}} H(h, w; p, q))^{1/2},$$

$$\sigma_{\text{е ФОН}} = (i_{\text{ФОН}} T_{\text{Э}})^{1/2}, \sigma_{\text{е ТТ}} = (i_{\text{ТТ}} T_{\text{Э}})^{1/2}.$$

Поэтому математическое ожидание $\langle I_{\text{е}}(h, w) \rangle$ и СКО $\sigma_{\text{X}}(h, w)$ количества электронов $I_{\text{е}}(h, w)$

$$\langle I_{\text{е}}(h, w) \rangle = \langle I_{\text{е ЗВ}}(h, w) \rangle + i_{\text{ФОН}} T_{\text{Э}} + i_{\text{ТТ}} T_{\text{Э}},$$

$$\sigma_{\text{е}}(h, w) = (\sigma_{\text{е ЗВ}}^2(h, w) + \sigma_{\text{е ФОН}}^2 + \sigma_{\text{е ТТ}}^2)^{1/2} = (\langle I_{\text{е ЗВ}}(h, w) \rangle + i_{\text{ФОН}} T_{\text{Э}} + i_{\text{ТТ}} T_{\text{Э}})^{1/2}.$$

Яркость пикселя (4) представляется как сумма $I(h, w) = \langle I(h, w) \rangle = \delta I(h, w)$ математического ожидания $\langle I(h, w) \rangle$ яркости и случайного отклонения (шума яркости) $\delta I(h, w) = I(h, w) - \langle I(h, w) \rangle$. Математическое ожидание яркости

$$\langle I(h, w) \rangle = \langle I_{ЗВ}(h, w) \rangle + \langle I_{ФОН} \rangle + \langle I_{ТТ} \rangle + k_{АЦП} \langle \epsilon_{e АЦП} \rangle,$$

где $\langle \epsilon_{e АЦП} \rangle = -EMР/2$ – математическое ожидание шума квантования. СКО шума яркости

$$\sigma(h, w) = \langle \delta I(h, w)^2 \rangle^{1/2} = [\sigma_{ЗВ}^2(h, w) + \sigma_{ФОН}^2 + \sigma_{ТТ}^2 + \sigma_{АЦП}^2]^{1/2},$$

где $\sigma_{ЗВ}(h, w) = k_{АЦП} \sigma_{eЗВ}(h, w)$, $\sigma_{ТТ} = k_{АЦП} \sigma_{eТТ}$, $\sigma_{ФОН} = k_{АЦП} \sigma_{eФОН}$, $\sigma_{АЦП} = k_{АЦП} \sigma_{eАЦП}$; $\sigma_{e АЦП} = EMР/\sqrt{12}$ – СКО шума квантования.

В дальнейшем будут рассматриваться только случайные компоненты шума, связанные с дискретной природой процесса рождения электронов в зарядовой ёмкости. Квазистатические компоненты, такие как разброс чувствительности пикселей, смещения нулей аналоговых усилителей внутри МФП и т.д., учитываться не будут.

Отношение сигнал/шум в пикселе (h, w) определим как отношение математического ожидания сигнала от звезды к СКО шума яркости:

$$C/Ш(h, w) = \frac{\langle I_{ЗВ}(h, w) \rangle}{\sigma(h, w)}. \tag{5}$$

Если астродатчик неподвижен относительно звёзд, то C/Ш рассчитывается с использованием (3):

$$C/Ш^{стат}(h, w) = \frac{i_{ЗВ} \Phi_n(h-p, w-q)}{f_e^{стат}(h, w)} \sqrt{T_Э}, \tag{6}$$

где

$$f_e^{стат}(h, w) = [I_{eЗВ}^{стат}(h, w) + i_{ФОН} + i_{ТТ} + i_{АЦП}]^{1/2};$$

$$i_{АЦП} = \sigma_{e АЦП}^2 / T_Э -$$

дисперсия шума квантования, приведённая к размерности [e/c]. Таким образом, для неподвижного астродатчика отношение C/Ш в пикселе улучшается, как корень из нарастающего времени экспозиции.

Если астродатчик поворачивается относительно направления на звезду, то сигнал от звезды распределяется по нескольким смежным пикселям. Эти пиксели расположены вдоль траектории движения геометрического изображения звезды по поверхности МФП (траектории смаза) и образуют «смазанное» изображение. Дифференциальное уравнение для траектории вращательного смаза получено в [27].

Скорость $v_{ЗВ}$ движения геометрического изображения звезды внутри отдельно взятой ячейки можно считать постоянной. Характерное время пребывания геометрического изображения звезды внутри ячейки $\Delta t_{ХАР} \approx a/v_{ЗВ}$. Рассмотрим простейший случай, когда

размер ФРТ совпадает с размером ячейки. Если геометрическое изображение звезды находится внутри ячейки, то ячейка накапливает смесь сигнала и фона, а если ячейка не покрывается ФРТ – то накапливается только фон. То есть при $T_Э \leq \Delta t_{ХАР}$ значение C/Ш нарастает с увеличением $T_Э$ и достигает максимального значения при $T_Э = \Delta t_{ХАР}$

$$C/Ш = \sqrt{T_Э} \frac{i_{ЗВ}}{[i_{ЗВ} + i_{ФОН} + i_{ТТ} + i_{АЦП}]^{1/2}}.$$

При дальнейшем увеличении $T_Э > \Delta t_{ХАР}$ значение C/Ш убывает:

$$C/Ш = \frac{a}{v_{ЗВ} \sqrt{T_Э}} \frac{i_{ЗВ}}{[i_{ЗВ} + i_{ФОН} + i_{ТТ} + i_{АЦП}]^{1/2}}.$$

Таким образом, при наблюдении звёзд поворачиваемой камерой в отсутствие специальных мер по подавлению шума не следует увеличивать время экспозиции сверх $N_{Фa}/v_{ЗВ}$, где $N_{Ф}$ – размер квадратной растровой апертуры, содержащей дискретную ФРТ [27]. Если $T_Э \approx N_{Фa}/v_{ЗВ}$, то оптическое изображение звезды полностью пройдёт через фотоприёмную ячейку, в ней накопится максимально возможное количество сигнальных электронов и неизбежное количество электронов фона. Если $T_Э > N_{Фa}/v_{ЗВ}$, то после ухода оптического изображения звезды из рассматриваемой ячейки она продолжит накапливать только фоновые электроны, ухудшая условия для последующего автоматического обнаружения изображения звезды.

2. Фильтрация цифрового изображения, согласованная со смазом

2.1. Отношение сигнал/шум в пикселях смазанного изображения до фильтрации

Если яркость фона не приводит к быстрому насыщению фотоприёмной ячейки, имеет смысл рассмотреть время экспозиции $T_Э > N_{Фa}/v_{ЗВ}$. Свет от звезды, попавший в камеру при увеличенном времени экспозиции, не попадёт в рассматриваемую ячейку, но породит сигнальные электроны, которые накопятся в смежных ячейках. Количества фоновых электронов, накопившиеся в тех же самых ячейках, считаются независимыми случайными числами. Просуммировав определённым образом значения яркостей смежных пикселей, можно ожидать улучшения отношения C/Ш за счёт увеличения уровня сигнала и усреднения случайных вариаций фона. Указанное суммирование можно выполнить при помощи фильтрации цифрового изображения, согласованной с вращательным смазом. Импульсная реакция согласованного фильтра неоднородна по полю цифрового изображения и совпадает для каждого пикселя (p, q) с ядром смаза $H(h, w; p, q)$, начинающегося в этом пикселе.

Время экспозиции при согласованной фильтрации ограничивается сверху условием полного заполнения

зарядовой ёмкости ячейки $(h_{Ц}, w_{Ц})$, для которой $\cos\theta_{ЗВ}=1$, с учётом шума по уровню $\geq 3\sigma$:

$$\langle I_e(h_{Ц}, w_{Ц}) \rangle + 3\sigma_e(h_{Ц}, w_{Ц}) = I_{e\text{ЯМА}}. \quad (7)$$

Для неподвижного астродатчика $\langle I_e(h_{Ц}, w_{Ц}) \rangle = \dot{I}_{eЦ}^{\text{стат}} T_{\Delta}$, где $\dot{I}_{eЦ}^{\text{стат}} = \dot{I}_{eЗВ}^{\text{стат}}(h_{Ц}, w_{Ц}) + i_{\text{ФОН}} + i_{\text{ТТ}}$ – скорость заполнения потенциальной ямы в центральной ячейке. Подстановка $\sigma_e(h_{Ц}, w_{Ц}) = (\dot{I}_{eЦ}^{\text{стат}} T_{\Delta})^{1/2}$ в (7) даёт квадратное уравнение относительно $T_{\Delta}^{1/2}$:

$$\dot{I}_{eЦ}^{\text{стат}} T_{\Delta} + 3(\dot{I}_{eЦ}^{\text{стат}} T_{\Delta})^{1/2} = I_{e\text{ЯМА}},$$

которое решается для T_{Δ}

$$T_{\Delta} \leq \frac{(-3 + [9 + 4I_{e\text{ЯМА}}]^{1/2})^2}{4\dot{I}_{eЦ}^{\text{стат}}}$$

Участок неба, попадающий в поле зрения камеры астродатчика, считается равномерно светящимся. Поэтому при поворотах камеры все ячейки МФП освещаются фоном одинаково. Подстановка (1) в определение (5) даёт С/Ш в пикселе (h, w) смазанного изображения:

$$C/\text{Ш}(h, w) = \frac{i_{ЗВ} H(h, w; p, q)}{f_e(h, w)} \sqrt{T_{\Delta}}, \quad (8)$$

где $f_e(h, w) = [\dot{I}_{eЗВ}(h, w) + i_{\text{ФОН}} + i_{\text{ТТ}} + i_{\text{АЦП}}]^{1/2}$. Внешне это выражение похоже на (6), но при увеличении T_{Δ} коэффициенты $H(h, w; p, q)$ уменьшаются, а коэффициенты $\Phi_n(h-p, w-p)$ остаются неизменными. Поэтому для одинаковых значений (p, q) , (h, w) и T_{Δ} $C/\text{Ш}(h, w) < C/\text{Ш}^{\text{стат}}(h, w)$.

Легко показать, что (8) монотонно возрастает с ростом значения аргумента $H(h, w; p, q) \geq 0$ при переборе индексов h, w и фиксации индексов p, q и всех остальных параметров. Поэтому максимальное значение С/Ш в смазанном изображении звезды присутствует в пикселе с максимальным коэффициентом $H^{\text{max}} = \max_{h, w} \{H(h, w; p, q)\}$ ядра смаза:

$$C/\text{Ш}^{\text{max}} = \frac{i_{ЗВ} H^{\text{max}} \sqrt{T_{\Delta}}}{f_e^{\text{max}}},$$

$$f_e^{\text{max}} = [i_{ЗВ} H^{\text{max}} + i_{\text{ФОН}} + i_{\text{ТТ}} + i_{\text{АЦП}}]^{1/2}.$$

2.2. Отношение сигнал/шум в начальном пикселе смаза после согласованной фильтрации

Введём специальные обозначения для сумм различных степеней коэффициентов ядра смаза

$$\Sigma_H^{[n]}(p, q) = \sum_{h=0}^{H-1} \sum_{w=0}^{W-1} H^n(h, w; p, q),$$

$$\Sigma_H^{[m, n]}(k, l; p, q) = \sum_{h=0}^{H-1} \sum_{w=0}^{W-1} H^m(h, w; k, l) H^n(h, w; p, q),$$

где $n, m = 1, 2, \dots$. Введённые обозначения обладают свойством $\Sigma_H^{[m, n]}(p, q; p, q) = \Sigma_H^{[n+m]}(p, q)$. Ядро смаза синтезируется с нормировкой $\Sigma_H^{[1]}(p, q) = 1$.

Значение яркости пикселя (p, q) , полученное после фильтрации смазанного изображения КИХ-фильтром, согласованным со смазом, начинающимся в этом пикселе:

$$\hat{I}(p, q) = \sum_{h=0}^{H-1} \sum_{w=0}^{W-1} I(h, w) H(h, w; p, q).$$

Математическое ожидание и СКО профильтрованной яркости цифрового изображения звезды:

$$\langle \hat{I}_{ЗВ}(p, q) \rangle = \sum_{h=0}^{H-1} \sum_{w=0}^{W-1} \langle I_{ЗВ}(h, w) \rangle H(h, w; p, q),$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{ЗВ}(p, q) &= \langle (\hat{I}_{ЗВ}(p, q) - \langle \hat{I}_{ЗВ}(p, q) \rangle)^2 \rangle^{1/2} = \\ &= \left(\sum_{h=0}^{H-1} \sum_{w=0}^{W-1} \sigma_{ЗВ}^2(h, w) H^2(h, w; p, q) \right)^{1/2} = \\ &= k_{\text{АЦП}} (i_{ЗВ} T_{\Delta} \Sigma_H^{[3]}(p, q))^{1/2}. \end{aligned}$$

СКО профильтрованной яркости фона, темного тока и шума квантования:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{\text{ФОН}}(p, q) &= \langle (\hat{I}_{\text{ФОН}}(p, q) - \langle \hat{I}_{\text{ФОН}}(p, q) \rangle)^2 \rangle^{1/2} = \\ &= k_{\text{АЦП}} (i_{\text{ФОН}} T_{\Delta} \Sigma_H^{[2]}(p, q))^{1/2}, \end{aligned}$$

$$\hat{\sigma}_{\text{ТТ}}(p, q) = k_{\text{АЦП}} (i_{\text{ТТ}} T_{\Delta} \Sigma_H^{[2]}(p, q))^{1/2},$$

$$\hat{\sigma}_{\text{АЦП}}(p, q) = k_{\text{АЦП}} (i_{\text{АЦП}} T_{\Delta} \Sigma_H^{[2]}(p, q))^{1/2}.$$

Полное СКО шума в пикселе (p, q) профильтрованного изображения:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}(p, q) &= [\hat{\sigma}_{ЗВ}^2(p, q) + \hat{\sigma}_{\text{ФОН}}^2(p, q) + \\ &+ \hat{\sigma}_{\text{ТТ}}^2(p, q) + \hat{\sigma}_{\text{АЦП}}^2(p, q)]^{1/2}. \end{aligned}$$

Отношение С/Ш для профильтрованного изображения в пикселе (p, q) :

$$\widehat{C/\text{Ш}}(p, q) = \frac{\langle \hat{I}_{ЗВ}(p, q) \rangle}{\hat{\sigma}(p, q)} = \frac{i_{ЗВ} [\Sigma_H^{[2]}(p, q)]^{1/2} \sqrt{T_{\Delta}}}{\hat{f}_e(p, q)},$$

где

$$\hat{f}_e(k, l) = \left[i_{ЗВ} \frac{\Sigma_H^{[2,1]}(k, l; p, q)}{\Sigma_H^{[2]}(k, l)} + i_{\text{ФОН}} + i_{\text{ТТ}} + i_{\text{АЦП}} \right]^{1/2}.$$

Легко показать, что

$$\frac{\Sigma_H^{[3]}(p, q)}{\Sigma_H^{[2]}(p, q)} \leq H^{\text{max}} \leq \sqrt{\Sigma_H^{[2]}(p, q)}. \quad (9)$$

Отношение значения С/Ш в начальном пикселе смаза после согласованной фильтрации к максимальному значению С/Ш в пикселе внутри нефильтрованного изображения смаза:

$$\frac{\widehat{C/\text{Ш}}(p, q)}{C/\text{Ш}^{\text{max}}} = \frac{f_e^{\text{max}}}{\hat{f}_e(p, q)} \frac{\sqrt{\Sigma_H^{[2]}(p, q)}}{H^{\text{max}}}.$$

С учётом (9) получается коэффициент $k_{C\Phi}$ улучшения С/Ш в смазанном изображении звезды после согласованной фильтрации:

$$k_{C\Phi} = \frac{\sqrt{\Sigma_H^{[2]}(p, q)}}{H_{\max}} \leq \frac{\widehat{C/\Psi}(p, q)}{C/\Psi_{\max}}, k_{C\Phi} > 1.$$

При дневном наблюдении звёзд яркость фона достаточно велика:

$$i_{\text{фон}} \gg i_{\text{ЗВ}}, i_{\text{фон}} \gg i_{\text{ТТ}}, i_{\text{фон}} \gg i_{\text{АЦП}}. \quad (10)$$

Поэтому $C/\Psi_{\max} \approx i_{\text{ЗВ}} H_{\max} (T_{\text{Э}}/i_{\text{фон}})^{1/2}$ и

$$\widehat{C/\Psi}(p, q) \approx k_{C\Phi} C/\Psi_{\max} = \frac{i_{\text{ЗВ}} \sqrt{T_{\text{Э}} \Sigma_H^{[2]}(p, q)}}{\sqrt{i_{\text{фон}}}}.$$

В дневных условиях обнаружение изображения звезды в одном кадре маловероятно даже для неподвижного астродатчика. Для обнаружения звезды требуется накопление нескольких последовательных кадров. Количество $N_{\text{НАК}}$ накапливаемых кадров определяется из условия превышения значением С/Ш заданного порога $tr = 3 \dots 5$ хотя бы в одном пикселе накопленного изображения [19]. Согласованная фильтрация каждого кадра в накапливаемой последовательности уменьшает количество накапливаемых кадров (сокращает время накопления) в $k_{C\Phi}^2$ раз.

2.3. Отношение С/Ш в остальных пикселях смаза после согласованной фильтрации

Рассмотрим пиксель (k, l) смазанного изображения звезды, которое начинается в пикселе (p, q) , причём $(k, l) \neq (p, q)$. Для пикселя (k, l) вычисляется новая импульсная реакция фильтра $H(h, w; k, l)$, согласованная со смазом, который мог бы начаться в этом пикселе. Профильрованное значение яркости звезды и СКО шума для пикселя (k, l) :

$$\langle \hat{I}_{\text{ЗВ}}(k, l) \rangle = \sum_{h=0}^{H-1} \sum_{w=0}^{W-1} I(h, w) H(h, w; k, l) = k_{\text{АЦП}} i_{\text{ЗВ}} T_{\text{Э}} \Sigma_H^{[1,1]}(k, l; p, q),$$

$$\hat{\sigma}_{\text{ЗВ}}(k, l) = k_{\text{АЦП}} \left(i_{\text{ЗВ}} T_{\text{Э}} \Sigma_H^{[1,1]}(k, l; p, q) \right)^{1/2}.$$

Отношение С/Ш:

$$\widehat{C/\Psi}(k, l) = \frac{i_{\text{ЗВ}} \sqrt{T_{\text{Э}}} \Sigma_H^{[1,1]}(k, l; p, q)}{\hat{f}_{\text{с}}(k, l) \sqrt{\Sigma_H^{[2]}(k, l)}}.$$

Для сильного фона в смысле (10) согласно неравенству Коши–Буняковского

$$\widehat{C/\Psi}(k, l) \approx \frac{i_{\text{ЗВ}} \sqrt{T_{\text{Э}}} \Sigma_H^{[1,1]}(k, l; p, q)}{\sqrt{i_{\text{фон}} \Sigma_H^{[2]}(k, l)}} \leq \widehat{C/\Psi}(p, q).$$

То есть наилучшее значение С/Ш в профильрованном изображении достигается в начальном пикселе смазанного изображения звезды. В остальных пиксе-

лях профильрованного изображения значение С/Ш не превышает наилучшего.

3. Моделирование согласованной фильтрации

Моделирование согласованной фильтрации смазанного изображения звезды на фоне дневного неба выполнено для гипотетического астронерциального датчика с параметрами цифровой камеры, перечисленными в табл. 1. Форма спектральной плотности энергетической освещённости, создаваемая звездой на границе атмосферы, совпадает со спектральной плотностью излучения Веги, взятой из спектрофотометрического каталога Пулковской обсерватории. Вега с видимой звёздной величиной $m = 0,03$ занимает второе место в списке самых ярких звёзд Северного полушария (на первом месте Арктур с $m = -0,05$). Звёзд с такой яркостью очень мало, и они редко участвуют в астрономических измерениях ориентации. В основном ориентация определяется по группе более распространённых звёзд 5-й...7-й звёздной величины. Это достаточно тусклые звёзды, и их обнаружение в дневное время требует накопления нескольких последовательных кадров. Моделирование алгоритма согласованной фильтрации для яркой звезды позволяет продемонстрировать особенности его работы в одном кадре, не останавливаясь на специфических вопросах многокадрового накопления.

Табл. 1. Параметры оптической системы астродатчика

Матричный фотоприёмник	IMX342
Размер раstra, $W \times H$	6464 × 4852
Размер пикселя, a	3,45 мкм
Разрядность АЦП, $N_{\text{АЦП}}$	12
Коэффициент АЦП	0,3976 $1/e^-$
Единица младшего разряда, ЕМР	2,52 e^-
Глубина потенциальной ямы, $I_{\text{ЯМА}}$	10300 e^-
Темновой ток, $i_{\text{ТТ}}$	46 e^-/c
Апертурный коэффициент, $k_{\text{ПЛА}}$	1
Фокусное расстояние объектива, F	10 см
Коническое поле зрения объектива	16°
Угловой размер пикселя	7,12"
Относительное отверстие, $D_{\text{Об}}/F$	1:3
Входной диаметр, $D_{\text{Об}}$	3,33 см
Полоса пропускания, $\lambda_{\text{Об}}^{\min} \dots \lambda_{\text{Об}}^{\max}$	700...900 нм
Коэффициент пропускания в полосе, $T_{\text{Об}}$	0,9

Предполагается, что в момент начала экспонирования оптическая ось объектива астродатчика направлена в зенит, а моделируемая звезда располагается на оптической оси. Спектральная плотность яркости фонового излучения атмосферы рассчитана в программе MODTRAN для высот наблюдения $h_{\text{НБЛ}} = 0$ км и $h_{\text{НБЛ}} = 10$ км над уровнем моря при зенитном угле Солнца 40° [18]. Для сравнения яркости фона с освещённостью от звезды удобно ввести новые параметры – освещённость от фона и её спектральную плотность

$$\hat{E}_{e\text{ фон}} = a^2 \hat{B}_{e\text{ фон}} / F^2 \text{ [e}^- / (\text{м}^2 \times \text{с})],$$

$$\hat{E}_{e\text{ фон}}(\lambda) = a^2 \hat{B}_{e\text{ фон}}(\lambda) / F^2 \text{ [e}^- / (\text{м}^2 \times \text{с} \times \text{нм})].$$

Графики спектральных плотностей освещённостей, используемых для модельных расчётов, приведены на рис. 2. Численные значения энергетических характеристик излучения, получающиеся из этих графиков, перечислены в табл. 2.

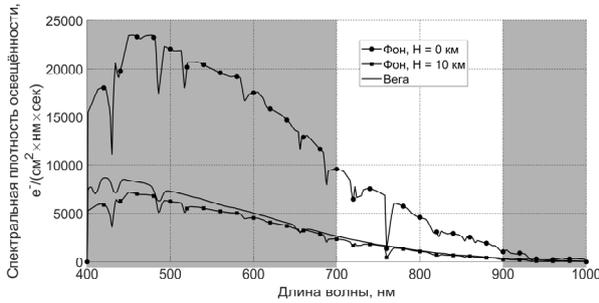


Рис. 2. Графики спектральной плотности освещённости входного зрачка объектива, создаваемые атмосферным фоном на различных высотах и звездой на границе атмосферы

Модельные изображения звезды со смазом рассчитаны для статического астродатчика ($|\omega| = 0^\circ/\text{с}$) и для астродатчика, поворачивающегося с угловой ско-

ростью $|\omega| \approx [0,63 \ 1,90 \ 0]^\top / \text{с}$, $|\omega| = 2^\circ/\text{с}$. Полученные изображения показаны на рис. 3 и рис.4. На этих рисунках применяется следующая система обозначений характерных пикселей: ярчайший пиксель изображения выделен чёрной рамкой; пиксель с максимальным коэффициентом ядра смаза выделен чёрным кружком; черная линия – траектория смаза, чёрная точка – начало траектории, пиксель с чёрной точкой – начальный пиксель траектории смаза. Численные значения отношений С/Ш в этих изображениях перечислены в табл. 3. На рис. 5 показаны графики яркости пикселей в сечениях цифровых изображений плоскостью, перпендикулярной плоскости изображения и содержащей траекторию смаза.

Табл.2. Характеристики излучения в полосе $\lambda_{\text{об}}^{\text{min}} \dots \lambda_{\text{об}}^{\text{max}}$

Высота наблюдения, $h_{\text{нбл}}$	0 км	10 км
Коэффициент пропускания атмосферы в полосе, $T_{\text{атм}}$	0,75	1
Скорость накопления фоновых электронов в отдельной ячейке, $i_{\text{фон}}$	$7,25 \cdot 10^6 \text{ e}^-/\text{с}$	$1,76 \cdot 10^6 \text{ e}^-/\text{с}$
Скорость рождения сигнальных электронов, $i_{\text{зв}}$	$1,52 \cdot 10^6 \text{ e}^-/\text{с}$	$2,03 \cdot 10^6 \text{ e}^-/\text{с}$
Коэффициент преобразования свет/сигнал, η	0,256	0,256
Время экспозиции по уровню 3σ , T_{Σ}	1,34 мс	4,98 мс

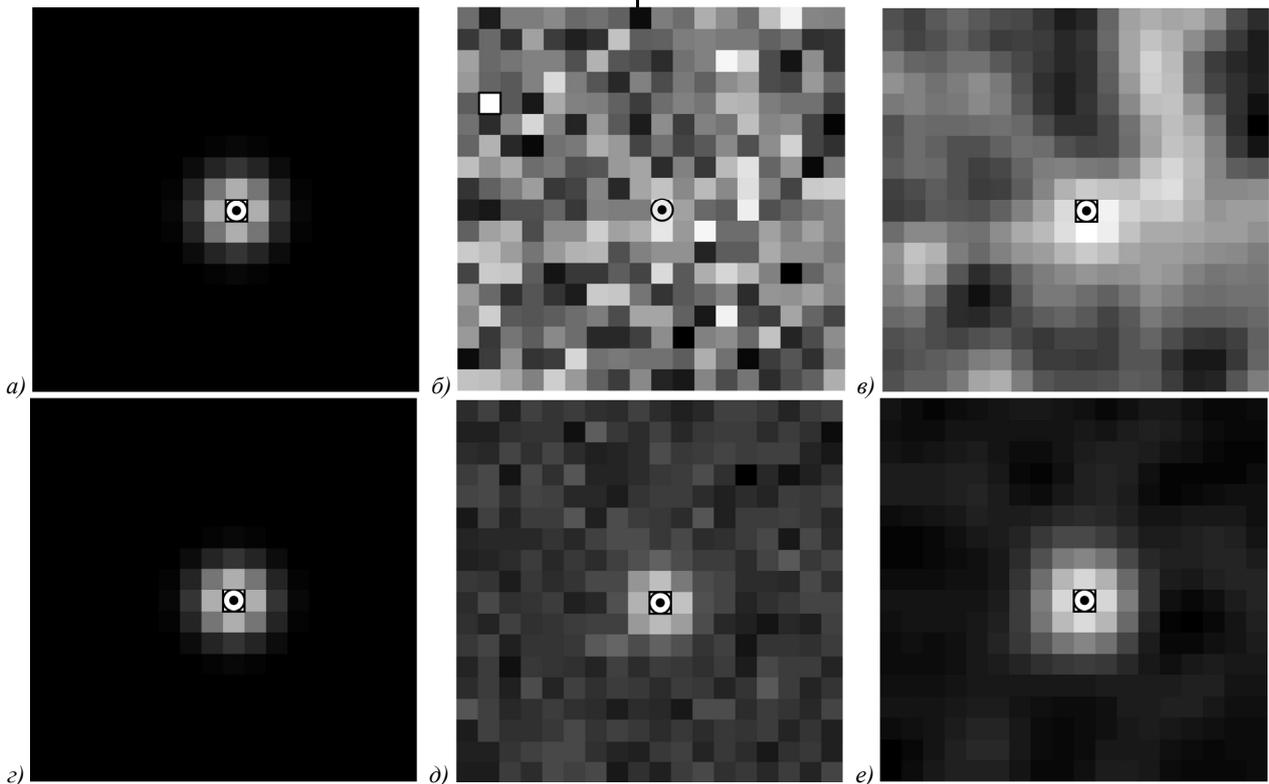


Рис. 3. Изображения звезды при $|\omega| = 0$ на высоте 0 км (а, б, в) и на высоте 10 км (г, д, е). а, г) без пиксельного шума и фоновой подставки; б, д) с фоновой подставкой и пиксельным шумом; в, е) после согласованной фильтрации

Выражения для отношений С/Ш, полученные в данной работе, записаны через потоки электронов внутри МФП. Они неудобны для получения численных оценок отношения С/Ш непосредственно по цифровому изображению, в котором яркости

пикселей выражены в ЕМР. Если яркий пиксель с изображением звезды удастся локализовать вручную (любым способом), то в этом пикселе можно рассчитать оценку $\overline{C/Ш}$ из цифровых значений яркости. Пусть $\langle I_{\text{фон}} \rangle$ – среднее значение яркости фо-

на, рассчитанное по областям кадра, в которые не попадает изображение звезды. Яркость пикселя I , содержащего изображение звезды, складывается из фоновой подставки $\langle I_{\text{ФОН}} \rangle$ и превышения над фоном $\tilde{I} = I - \langle I_{\text{ФОН}} \rangle$, содержащего сигнал от звезды и неиз-

вестное шумовое слагаемое. Искомая оценка, согласно определению (5):

$$\widehat{C/\text{Ш}} \approx \frac{\tilde{I}_{\text{ЗВ}}}{k_{\text{АЦП}}^{1/2} (\tilde{I}_{\text{ЗВ}} + \langle I_{\text{ФОН}} \rangle)^{1/2}} = \sqrt{\text{EMР}} \frac{I - \langle I_{\text{ФОН}} \rangle}{I^{1/2}}$$

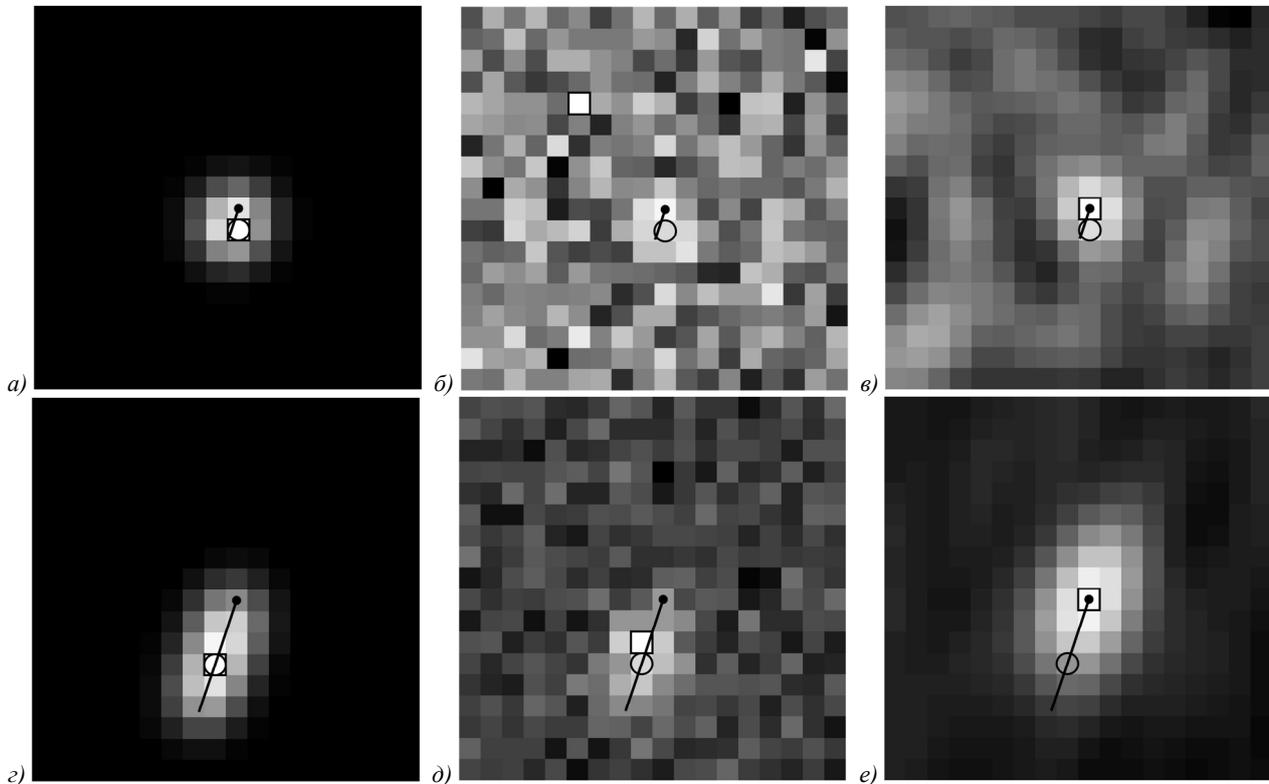


Рис. 4. Изображения звезды при $|\omega| = 2^\circ/\text{с}$ на высоте 0 км (а, б, в) и на высоте 10 км (г, д, е). а, г) без пиксельного шума и фоновой подставки; б, д) с фоновой подставкой и пиксельным шумом; в, е) после согласованной фильтрации

Табл.3. Значения $C/\text{Ш}$ для исходного и профильтрованного изображений

Угловая скорость, $ \omega $	0°/с	0°/с	2°/с	2°/с
Высота наблюдения, $h_{\text{НБЛ}}$	0 км	10 км	0 км	10 км
Длина траектории смаза	0 пикс	0 пикс	1,5 пикс	5,5 пикс
Максимальный коэффициент в ядре смаза, H^{max}	0,121	0,121	0,107	0,060
Коэффициент ядра смаза в начальном пикселе, $H(h_{\text{Ц}}, w_{\text{Ц}}; h_{\text{Ц}}, w_{\text{Ц}})$	0,121	0,121	0,094	0,032
Максимальное отношение $C/\text{Ш}$ в пикселе до фильтрации, $C/\text{Ш}^{\text{max}}$	2,5	12,2	2,2	6,2
Оценка отношения $C/\text{Ш}$ в том же пикселе до фильтрации, $\widehat{C/\text{Ш}}$	3,6	12,8	3,3	7,6
Отношение $C/\text{Ш}$ в начальном пикселе до фильтрации, $C/\text{Ш}(h_{\text{Ц}}, w_{\text{Ц}})$	2,5	12,2	1,9	3,4
Отношение $C/\text{Ш}$ в начальном пикселе после фильтрации, $\widehat{C/\text{Ш}}(h_{\text{Ц}}, w_{\text{Ц}})$	5,1	25,4	4,9	19,2
Улучшение отношения $C/\text{Ш}$ за счёт согласованной фильтрации, $k_{\text{СФ}}$	2,0	2,1	2,2	3,1

В статическом случае (рис. 3, рис. 5а, б) траектория смаза сосредоточена в начальной точке (длина траектории равна нулю) и незашумлённые цифровые изображения звезды для обоих высот наблюдения совпадают с точностью до масштаба. Яркость пикселей внутри цифрового изображения распределена согласно дискретной ФРТ, рассчитанной для геометрического изображения звезды в центре фотоприёмной ячейки. Ярчайший пиксель незашумлённого изображения совпадает с начальным пикселем смаза

(рис. 3а, г). Однако отношения $C/\text{Ш}^{\text{max}} \approx 2,5$ (табл. 3, $|\omega| = 0^\circ/\text{с}$, $h_{\text{НБЛ}} = 0$ км) недостаточно для устойчивого автоматического обнаружения изображения звезды по этому пикселю – ярчайший пиксель зашумлённого изображения может вообще не принадлежать изображению звезды (рис. 3б и рис. 5а). При $C/\text{Ш}^{\text{max}} \approx 12$ (табл. 3, $|\omega| = 0^\circ/\text{с}$, $h_{\text{НБЛ}} = 10$ км) ситуация кардинально улучшается – пиксель с геометрическим изображением звезды легко обнаруживается даже в необработанном кадре (рис. 3д и рис. 5б).

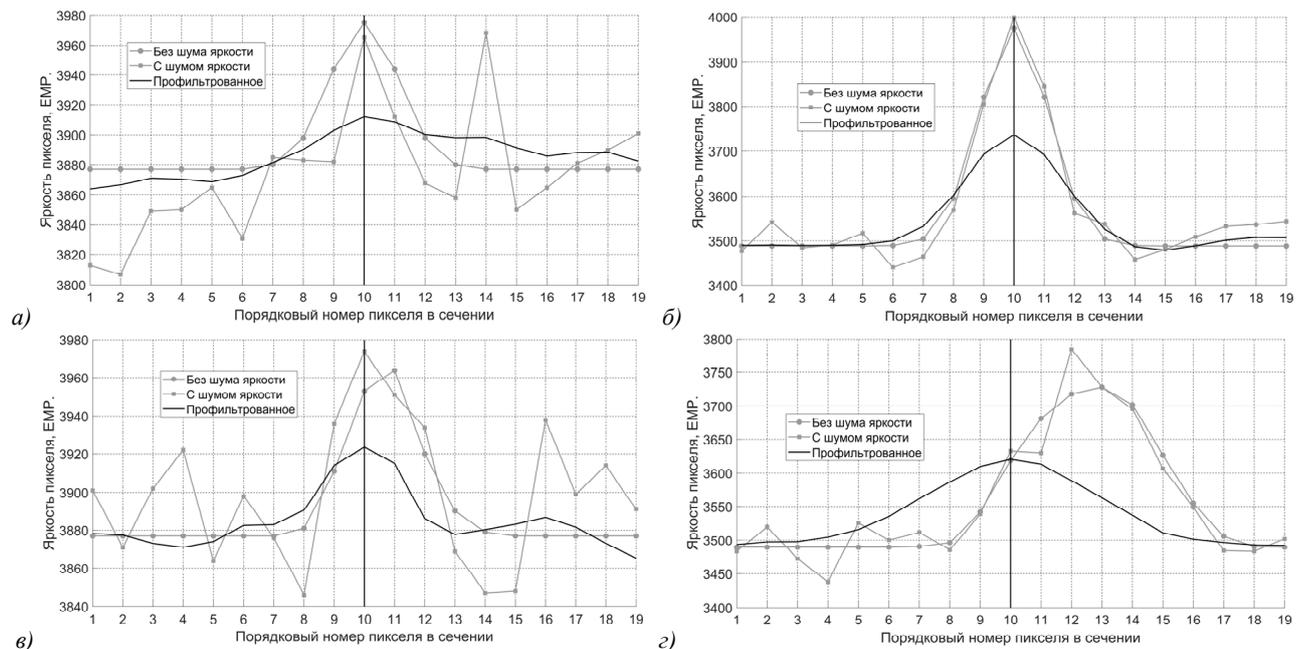


Рис. 5. Яркости пикселей в поперечных сечениях изображений звезды, построенных вдоль траектории смаза: а) высота – 0 км, $|\omega| = 0$; б) высота 10 км, $|\omega| = 0$; в) высота 0 км, $|\omega| = 2^\circ/\text{с}$; г) высота 10 км, $|\omega| = 2^\circ/\text{с}$. Чёрная вертикальная линия указывает на начальный пиксель траектории смаза

Во вращающемся случае (рис. 4, рис. 5в, г) форма и размеры смазанного изображения звезды зависят от времени экспозиции. Ярчайшие пиксели незашумлённых смазанных изображений при разных временах экспозиции расположены вблизи середин траекторий смазов (рис. 4а, г). Даже если эти пиксели удастся обнаружить автоматическим алгоритмом, погрешность определения угловых координат звезды составит примерно половину углового размера траектории смаза. Как и в статическом случае, при $C/\text{Ш}^{\text{max}} \approx 2,2$ (табл. 3, $|\omega| = 2^\circ/\text{с}$, $h_{\text{НБЛ}} = 0$ км) ярчайший пиксель кадра может не принадлежать смазанному изображению звезды (рис. 4б и рис. 5в). При $C/\text{Ш}^{\text{max}} \approx 6,2$ (табл. 3, $|\omega| = 2^\circ/\text{с}$, $h_{\text{НБЛ}} = 10$ км) ярчайший пиксель уже можно найти внутри изображения звезды с шумом, но он не совпадает с начальным пикселем смазанного изображения (рис. 4д и рис. 5г). Систематическая погрешность определения угловых координат звезды в данном случае составляет $\approx 5''$ для $h_{\text{НБЛ}} = 0$ км и $\approx 18''$ для $h_{\text{НБЛ}} = 10$ км.

Коррекция смаза, выполненная для всех рассмотренных значений угловых скоростей и высот наблюдения, максимизирует яркость пикселя, содержащего начальную точку траектории смаза. После коррекции в этом пикселе устанавливается отношение $C/\text{Ш}(h_{\text{ц}}, w_{\text{ц}}) \geq 5$, что позволяет обнаруживать его автоматическими алгоритмами (рис. 3в, е и рис. 5а, б) для случая $|\omega| = 0^\circ/\text{с}$; рис. 4в, е и рис. 6а, б для случая $|\omega| = 2^\circ/\text{с}$.

Из рис. 5а–г видно, что у ядра смаза не очень хорошие корреляционные свойства – размер профилированного изображения равен удвоенной длине траектории смаза, а локальный экстремум достаточно

гладкий, яркости соседних пикселей близки к яркости начального пикселя. Возможны реализации шума, после которых ярчайший пиксель будет располагаться в одном из пикселей, смежных с начальным. Указанная ошибка в один пиксель накладывает дополнительное условие на количество кадров при накоплении. Теперь число накапливаемых кадров нужно рассчитывать не только из условия достижения требуемого отношения С/Ш в начальном пикселе, но и из условий заданной вероятности возникновения шумового выброса, при котором наиболее яркий пиксель появится в пикселе, смежном с начальным.

Заключение

Выше было отмечено, что определение ориентации по звёздам, наблюдаемым на фоне дневного неба, невозможно без накопления кадровой последовательности. Накопление увеличивает отношение С/Ш в суммарном изображении звезды, и это изображение может быть обнаружено автоматическими алгоритмами. Однако накопительный эффект достигается только при достаточно медленном вращении камеры – смаз изображения звезды в каждом кадре не должен превышать 3–6 пикселей. При накоплении кадров с таким смазом не имеет смысла говорить об измерении угловых координат звёзд с субпиксельным разрешением. Угловые координаты отдельных звёзд, обнаруженных в накопленных изображениях, будут определяться с погрешностью порядка половины углового размера длины смаза, что увеличивает погрешность измерения астроориентации в целом.

Таким образом, при вращении камеры этапу накопления должна предшествовать коррекция смаза

в отдельных кадрах. Здесь предлагается выполнять такую коррекцию в вычислительном устройстве астроинерциального датчика ориентации при помощи неоднородного двумерного КИХ-фильтра, согласованного с вращательным смазом. Согласованная фильтрация позволяет «собрать» энергию, распределённую по смазанному изображению звезды, в одном энергетическом максимуме.

С точки зрения накопления кадровой последовательности согласованная фильтрация решает две задачи. Первая задача – локализация энергетического максимума смазанного изображения звезды в одной предсказуемой точке. В рассмотренном случае эта точка определяется как начальная точка траектории смаза, совпадающая с геометрическим изображением звезды в момент начала экспозиции кадра. Энергетический максимум профильтрованного изображения расположен в пикселе, растровые координаты которого совпадают с растровыми координатами фотоприёмной ячейки МФП, содержащей начальную точку траектории смаза.

Вторая задача – уменьшение количества накапливаемых кадров или, другими словами, сокращение времени накопления кадров за счёт увеличения отношения С/Ш в энергетических максимумах отдельных кадров. Сокращение времени накопления не только уменьшает задержку в получении измерения ориентации, но и повышает точность измерения угловых координат звезды в накопленном изображении. Качественно этот эффект можно объяснить следующим образом. Перед накоплением каждый кадр перепроектируется на плоскость накопленного изображения. Для перепроектирования используются приращения ориентации камеры, вычисленные интегрированием измерений трёхосного гироскопа. Приращения ориентации вычисляются с погрешностями, которые нарастают с увеличением времени накопления. Нарастающие погрешности ориентации приводят к разбросу энергетических максимумов перепроектированных кадров в плоскости накопленного изображения. При суммировании этих максимумов локальный экстремум накопленного изображения размывается. Размытие локального экстремума увеличивает погрешности автоматического определения его растровых координат, которые перетекают в погрешности вычисления угловых координат обнаруженной звезды. Результаты моделирования показывают, что согласованная фильтрация может сократить время накопления в $k_{сф}^2 = 4...9$ раз.

References

[1] Gebgart AY, Kolosov MP. Design features of the lens objectives of celestial-orientation apparatus for spacecraft. *J Opt Technol* 2015; 82(6): 357-360. DOI 10.1364/JOT.82.000357.

[2] Baranov PS, Mancvetov AA. Optimization of the relationship of lens dissipation disk and pixel size to improve the precision of the coordinates of a small object image [In

Russian]. *Journal of the Russian Universities. Radioelectronics* 2016; 2: 49-53.

[3] Baranov VN. On the question of image quality evaluation of point light sources during photoelectric observations in geodetic astronomy [In Russian]. *Proceedings of Higher Education Institutions. Geodesy and Aerophotosurveying* 1990; 2: 49-53.

[4] Bragin AA. Investigation of methods for determining the coordinates of the center of the image of a point source of radiation [In Russian]. *Proceedings of Higher Education Institutions. Geodesy and Aerophotosurveying* 2009; 5: 73-80.

[5] Avanesov GA, Kondratieva TV, Nikitin AV. Investigation of the displacement of the energy center of star images relative to the geometric center on a CCD matrix and correction of a methodological error [In Russian]. *Mechanics, Control and Informatics* 2009; 1: 421-446.

[6] Beresin VV, Tsytulin AK. Revelation and evaluation of coordinates of point object images in problems of astronavigation and adaptive optics [In Russian]. *Bulletin of Pacific National University* 2008; 1(8): 11-20.

[7] Zakharov AI, Nickiforov MG. Systematic and random errors of stellar photocenters location on matrix photodetectors [In Russian]. *Mechanics, Control and Informatics* 2011; (2): 280-288.

[8] Gayvoronsky SV, Kuzmina NV, Tsodokova VV. Focusing of the automated zenith telescope on the images of stars [In Russian]. *XVI Navigation and Motion Control Conference* 2014: 277-283.

[9] Osadchiy IS. The method of measurement of coordinates of star image with subpixel accuracy for space-based star trackers [In Russian]. *Journal of Radio Electronics* 2015; 5: 5.

[10] Zheng X, Huang Y, Mao X, He F, Ye Z. Research status and key technologies of all-day star sensor. *J Phys Conf Ser* 2020; 1510: 012027. DOI: 10.1088/1742-6596/1510/1/012027.

[11] Avanesov GA, Bessonov RV, Forsh AA, Kudelin MI. Analysis of current state and development prospects of star trackers of BOKZ family [In Russian]. *Mechanics, Control and Informatics* 2015; 7(2:55): 6-20.

[12] Zakharov AI, Prokhorov ME, Tuchin MS, Zhukov AO. Minimum star tracker specifications required to achieve a given attitude accuracy. *Astrophysical Bulletin* 2013; 68(4): 481-493. DOI: 10.1134/S199034131304010X.

[13] Avanesov GA, Bessonov RV, Dementiev VY, Mysnik EA. Results of full-scale testing of the star tracker BOKZ-M60/1000 [In Russian]. *Mechanics, Control and Informatics* 2015; 1(13): 180-189.

[14] Smetanin PS, Avanesov GA, Bessonov RV, Kurkina AN, Nikitin AV. Geometric calibration of high-precision star tracker by starry sky [In Russian]. *Current Problems in Remote Sensing of the Earth from Space* 2017; 14(2): 9-23. DOI: 10.21046/2070-7401-2017-14-2-9-23.

[15] Wang W, Wei X, Li J, Du J, Zhang G. Optical parameters optimization for all-time star sensor. *Sensors* 2019; 19(13): 2960. DOI: 10.3390/s19132960.

[16] Barbot L, Ferrari M, Montel J, Roehhli Y, Gach JL, Thuillot W, Dohlen K. Towards a daytime and low-altitude stellar positioning system: challenges and first results. *Proc 2022 Int Technical Meeting of the Institute of Navigation* 2022: 1371-1379. DOI: 10.33012/2022.18263.

[17] Avanesov GA, Bessonov RV, Kurkina AN, Mysnik EA, Liskiv AS, Ludomirskiy MB, Kayutin IS, Yamshikov NE. Development of autonomous strapdown stellar-inertial navigation system [In Russian]. *Mechanics, Control and Informatics* 2013; 1(13): 9-29.

- [18] Bessonov RV, Zhukov BS, Karavaeva ES, Kondratieva TV, Shevelev VE. The basic principles of design of astrocorrector for endoatmospheric vehicles [In Russian]. *Current Problems in Remote Sensing of the Earth from Space* 2018; 15(6): 21-30. DOI: 10.21046/2070-7401-2018-15-6-21-30.
- [19] Avanesov GA, Bessonov RV, Vavaev VA, Mysnik EA, Kurkina AN, Snetkova NI, Ludomirskiy MB, Kayutin IS, Yamshikov NE. Airborne strapdown stellar-inertial navigation system [In Russian]. *Mechanics, Control and Informatics* 2011; 2: 13-35.
- [20] Avanesov GA, Bessonov RV, Kurkina AN, et al. Autonomous strapdown stellar-inertial navigation systems: Design principles, operating modes and operational experience. *Gyroscopy and Navigation* 2013; 4: 204-215. DOI: 10.1134/S2075108713040032.
- [21] Akhiyarova AG, Baranov PS, Mantsvetov AA. System of land astroorientation on the daytime sky [In Russian]. 13th Int Conf "Television, Images broadcasting and Processing" 2016; 1: 225-231.
- [22] Ni Y, Dai D, Tan W, Wang X, Qin S. Attitude-correlated frames adding approach to improve signal-to-noise ratio of star image for star tracker. *Opt Express* 2019; 27(11): 15548-15564. DOI: 10.1364/OE.27.015548.
- [23] Ma L, Bernelli-Zazzera F, Qin S, Wang X, Ma L. Performance analysis of the attitude-correlated frames approach for star sensors. 2016 IEEE Metrology for Aerospace (MetroAeroSpace) 2016: 81-86. DOI: 10.1109/MetroAeroSpace.2016.7573190.
- [24] Bessonov RV, Kurkina AN, Sazonov VV. Investigation of the periodic systematic error in determining the centers of star images on the CCD matrix of the BOKZ-M60 star sensor. *Math Models Comput Simul* 2018; 10(4): 418-430. DOI: 10.1134/S207004821804004X.
- [25] Mu Z, Wang J, He X, Wei Z, He J, Zhang L, Lv Y, He D. Restoration method of a blurred star image for a star sensor under dynamic conditions. *Sensors* 2019; 19(19): 4127. DOI: 10.3390/s19194127.
- [26] Sun T, Xing F, You Z, Wei M. Motion-blurred star acquisition method of the star tracker under high dynamic conditions. *Opt Express* 2013; 21(17): 20096-20110. DOI: 10.1364/OE.21.020096.
- [27] Vasilyuk NN. Synthesis of the rotational blur kernel in a digital image using measurements of a triaxial gyroscope. *Computer Optics* 2022; 46(5): 763-773. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1081.

Сведения об авторе

Василюк Николай Николаевич, 1976 года рождения, кандидат физико-математических наук, заместитель главного конструктора ООО «НПК Электрооптика». Область научных интересов: оптико-электронные следящие системы, системы навигации и ориентации, методы комплексирования в навигационных системах. E-mail: nik-vasilyuk@yandex.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2317-8066>.

ГРНТИ: 28.23.15

Поступила в редакцию 4 апреля 2022 г. Окончательный вариант – 20 июля 2022 г.

Correction of rotational blur in images of stars observed by an astroinertial attitude sensor against the background of the daytime sky

N.N. Vasilyuk¹

¹ *Electrooptika, LLC, 107076, Moscow, Russia, Stromynka, d.18, k.1*

Abstract

A rotational blur correction algorithm is considered as the initial stage of image processing in the problem of attitude measurement using a star tracker. To implement this algorithm, the star tracker must be equipped with a three-axis gyroscope. The algorithm does not guarantee the detection of an image of a star against the background of the daytime sky in one frame but facilitates conditions for subsequent image stacking. The correction aims to localize energy maxima of the blurred star images in pixels with predetermined characteristics. The correction highlights these pixels against the background and improves the signal-to-noise ratio, though deteriorating the artistic quality of the whole digital image. The key characteristic of the pixel of maximum localization is that it is where the geometric image of the star is found at the start of the exposure of the frame under correction. The correction is performed in the form of frame processing with a digital finite-impulse-response (FIR) filter. The impulse response of the filter is inhomogeneous and represents a core of rotational blur, synthesized in each pixel of the corrected frame. Algorithms for calculating levels of the signal, background, and noise in the image of a star observed against the background of the daytime sky with a rotating camera are described. Dependences of the signal-to-noise ratios in various pixels of a blurred image on the exposure time and on the angular velocity of the camera rotation are analyzed. The signal-to-noise ratios in the star image before and after the blur correction are calculated. The simulation results are illustrated by the example of an image of a bright star, clearly showing specific features of the proposed rotational blur correction algorithm.

Keywords: daytime star tracker, gyroscope, daytime sky, rotational blur, blur correction, matched filter.

Citation: Vasilyuk NN. Correction of rotational blur in images of stars observed by an astroinertial attitude sensor against the background of the daytime sky. *Computer Optics* 2023; 47(1): 79-91. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1141.

Author's information

Nikolay Nikolaevich Vasilyuk (b. 1976), PhD in Physics, deputy chief design officer at Electrooptika LLC. Research interests: optoelectronic tracking and detection systems, navigation and orientation systems, navigation sensors fusion. E-mail nik-vasilyuk@yandex.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2317-8066>.

Received April 4, 2022. The final version – July 20, 2022.
