

Учёт геометрической дисторсии объектива при накоплении смазанных изображений звёзд в астроинерциальном датчике ориентации

Н.Н. Василюк¹

¹ ООО «НПК Электрооптика»,
107076, г. Москва, ул. Стромынка, д.18, к.1

Аннотация

В данной работе геометрическая дисторсия в накапливаемых изображениях учитывается при вычислении траектории смаза двумя способами: аналитическим и численным. Для аналитического учёта используется модель прямого исправления дисторсии, позволяющая получить новое дифференциальное уравнение траектории смаза в плоскости искривлённого изображения. Численный учёт дисторсии выполняется при помощи модели обратного исправления дисторсии, преобразующей точки траектории, рассчитанной в плоскости идеального изображения, в плоскость искривлённого изображения. Такой подход позволяет сохранить структуру алгоритмов субпиксельного накопления и обнаружения звёзд, ранее полученную для идеального изображения. Приведён пример учета параметров радиальной дисторсии, полученных в результате калибровки реальной камеры.

Ключевые слова: астродатчик, астроинерциальная навигационная система, геометрическая дисторсия, коррекция смаза, накопление изображений.

Цитирование: Василюк, Н.Н. Учёт геометрической дисторсии объектива при накоплении смазанных изображений звёзд в астроинерциальном датчике ориентации / Н.Н. Василюк // Компьютерная оптика. – 2024. – Т. 48, № 3. – С. 454-459. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1408.

Citation: Vasilyuk NN. Taking into account the lens geometric distortion during accumulation of blurred star images in an astro-inertial attitude sensor. Computer Optics 2024; 48(3): 454-459. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1408.

Введение

Данная работа продолжает цикл [1–3], посвященный обнаружению смазанных изображений звёзд в астроинерциальном датчике ориентации. В [1] были выведены дифференциальные уравнения для траектории смаза – кривой в плоскости изображения, вдоль которой движется изображение звезды при вращении камеры. Эта траектория использовалась для расчёта ядра смаза – изображения звезды, полученного цифровой камерой, поворачивающейся во время экспозиции. Для уменьшения погрешности пространственной дискретизации расчётного ядра применялась внутрипиксельная дискретизация. Для этого каждому пикселю цифрового изображения ставилась во взаимнооднозначное соответствие квадратная фотоприёмная ячейка матричного фотоприёмника (МФП), с которого было получено это изображение. Внутри каждой фотоприёмной ячейки единообразно выбиралось конечное число несовпадающих точек – узлов внутрипиксельной дискретизации. Для расчёта ядра непрерывная траектория смаза заменялась дискретным набором ближайших узлов внутрипиксельной дискретизации, в которых вычислялись дискретные приращения ядра смаза.

В [2] рассчитанное ядро смаза использовалось для синтеза цифрового фильтра, согласованного со смазом. Под согласованием фильтра здесь понимается выбор его импульсной реакции, тождественно равной ядру смаза с инверсией координат. Фильтрация смазанных изображений звёзд таким согласованным

фильтром соответствует вычислению корреляционной функции (взаимной корреляции) между смазанным изображением звезды и ядром смаза. Понятия «корреляционная функция» и «взаимная корреляция» здесь и далее используются для обозначения количественной меры сходства двух детерминированных изображений в трактовке, принятой в отечественной литературе по теории сигналов [5] и обработки изображений в системах технического зрения [6].

Согласованный фильтр используется для повышения вероятности обнаружения изображения звезды, снятой на фоне дневного неба. При согласованной фильтрации полностью утрачиваются художественные качества изображения, но возникают корреляционные максимумы, позволяющие обнаружить изображение звезды и определить его координаты на момент начала экспозиции кадра. Использование внутрипиксельной дискретизации при расчёте ядер смаза позволяет оценивать координаты изображений звёзд с субпиксельным разрешением.

В [3] задача фильтрации обобщена на случай накопления нескольких последовательных кадров, подвергнутых индивидуальной согласованной фильтрации. Последовательные кадры обрабатываются в многоканальном накопителе – по одному каналу на каждый узел внутрипиксельной дискретизации. Такой способ накопления сохраняет субпиксельное разрешение при определении координат изображения звезды. Согласованная фильтрация с многоканальным накоплением позволяет обнаруживать более тусклые звезды, чем просто

согласованная фильтрация [2] при одном и том же уровне дневного фона.

Все алгоритмы, описанные в [1–3], объединяет общий недостаток – они сформулированы для упрощённой модели цифрового изображения. В этой модели учитывается только функция рассеяния точки объектива, а проецирование пространства предметов на фокальную плоскость выполняется согласно модели камеры-обскуры. Геометрическая дисторсия объектива (далее – просто дисторсия) в [1–3] не учитывается.

Цифровые камеры современных астродатчиков по сути представляют собой высокоточные угломерные устройства. Дисторсия в объективах таких камер обусловлена не качеством сборки, а конечным числом линз и формой их поверхностей. Такая дисторсия корректируется только методами цифровой обработки изображения. Для коррекции выбирается подходящая математическая модель дисторсии, а настраиваемые параметры этой модели определяются путём индивидуальной калибровки камеры [6–9].

Изменение дисторсии в пределах пятна, изображающего звезду, мало [10,11]. Поэтому, если освещённость внутри пятна достаточна для его обнаружения в одном кадре, вычисление яркостного центра и определение координат пятна выполняются без коррекции дисторсии во внутренних пикселях пятна [12,13]. Геометрическая дисторсия корректируется только в расчётных координатах яркостного центра [7].

В данной работе предлагается способ учёта геометрической дисторсии объектива, устраняющий указанный выше недостаток алгоритмов [1–3]. Для этого дисторсия сначала исправляется в траекториях смазов, а затем из исправленных траекторий вычисляются импульсные реакции согласованных фильтров. Такой подход позволяет сохранить последовательную структуру алгоритмов [1–3] и формировать накопленное изображение с уже исправленной дисторсией.

1. Геометрическая модель камеры с дисторсией

Геометрическая модель цифровой камеры-обскуры описана ранее в [1–3] и здесь приводится в сокращённом виде для ясности в обозначениях. Цифровая камера построена на МФП размером $H \times W$ фотоприёмных ячеек, где H – высота столбца, W – длина строки МФП. Ячейки имеют квадратную форму с длиной стороны a . Положение ячейки в матрице задаётся парой целочисленных индексов (\hat{h}, \hat{w}) , $\hat{h} = 0 \dots H-1$, $\hat{w} = 0 \dots W-1$, отсчитанных от левого верхнего угла матрицы. Индексы \hat{h} увеличиваются сверху вниз вдоль столбца, индексы \hat{w} увеличиваются слева направо вдоль строки матрицы. Пиксель внутри растрового изображения, заданный индексами (\hat{h}, \hat{w}) , получает своё значение из фотоприёмной ячейки, заданной теми же индексами (\hat{h}, \hat{w}) .

Положение произвольной точки на фоточувствительной поверхности МФП задаётся при помощи растровых координат $[h, w]^T$, $0 \leq h < H$, $0 \leq w < W$. Начало

растровых координат расположено в левом верхнем углу левого верхнего пикселя, заданного индексами $(0, 0)$. Направления роста координат h, w совпадают с направлениями роста одноимённых индексов \hat{h}, \hat{w} .

Оптическая ось объектива с фокусным расстоянием F пересекает поверхность МФП в точке O с растровыми координатами $[h_0, w_0]^T$, называемой главной точкой изображения. В точке O расположено начало векторной системы координат, оси x и y которой сонаправлены с осями h и w растровой системы координат. Растровые $[h, w]^T$ и векторные $[x, y]^T$ координаты одной и той же точки изображения взаимнооднозначно связаны:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} h - h_0 \\ w - w_0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} h \\ w \end{bmatrix} = \frac{1}{a} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_0 \\ w_0 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Геометрическая дисторсия объектива проявляется в отклонении хода лучей, строящих изображение, от правил центрального проецирования. Эта дисторсия описывается параметрической моделью, известной в зарубежной литературе как модель Конради-Брауна (Conrady-Brown):

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{bmatrix} (1 + k_1 \tilde{r}^2 + k_2 \tilde{r}^4 + \dots) + \begin{bmatrix} t_1 (\tilde{r}^2 + 2\tilde{x}^2) + 2t_2 \tilde{x}\tilde{y} \\ 2t_1 \tilde{x}\tilde{y} + t_2 (\tilde{r}^2 + 2\tilde{y}^2) \end{bmatrix} (1 + t_3 \tilde{r}^2 + t_4 \tilde{r}^4 + \dots), \quad (2)$$

где $[\tilde{x} \ \tilde{y}]^T$ – векторные координаты точки искривлённого изображения (с дисторсией); $\tilde{r} = (\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)^{1/2}$; $[x \ y]^T$ – векторные координаты изображения, в котором исправлена дисторсия; k_1, k_2, \dots – коэффициенты радиальной дисторсии, возникающей на сферических поверхностях линз с общей оптической осью; t_1, t_2, \dots – коэффициенты тангенциальной дисторсии, возникающие из-за погрешности размещения отдельных линз относительно оптической оси объектива. Для главной точки изображения $x = \tilde{x} = 0$, $y = \tilde{y} = 0$, и в ней дисторсия отсутствует.

В оригинальных работах [14, 15] выражение (2) было записано в инверсной форме, то есть для преобразования $(x, y) \rightarrow (\tilde{x}, \tilde{y})$. В такой форме коэффициентам в (2) ещё можно было приписать некий физический смысл. Начиная с [16] и далее в [17, 18] эта модель записывается в форме (2) для преобразования $(\tilde{x}, \tilde{y}) \rightarrow (x, y)$, в котором коэффициенты уже не несут явного физического смысла. В таком виде модель (2) надолго закрепились в мировой фотограмметрической литературе [19]. Далее общая модель (2) будет записываться в виде

$$\mathbf{p} = \mathbf{g}(\tilde{\mathbf{p}}) \equiv [g_x(\tilde{\mathbf{p}}) \ g_y(\tilde{\mathbf{p}})]^T, \quad (3)$$

где $\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{p}})$ – прямая вектор-функция исправления дисторсии; $\mathbf{p} = [x \ y]^T$, $\tilde{\mathbf{p}} = [\tilde{x} \ \tilde{y}]^T$.

Модель (2) представляет собой удачное разложение нелинейного преобразования $\tilde{\mathbf{p}} \rightarrow \mathbf{p}$ с коэффици-

ентами, получаемыми в результате калибровки. Поэтому имеет смысл использовать точно такой же вид нелинейного преобразования для получения обратной функции исправления дисторсии $\tilde{\mathbf{p}} = \Phi(\mathbf{p})$, но с другими коэффициентами:

$$\tilde{\mathbf{p}} = \Phi(\mathbf{p}) \equiv [\varphi_x(\mathbf{p}) \quad \varphi_y(\mathbf{p})]^T. \quad (4)$$

Коэффициенты преобразования (4) находятся из условия минимизации среднеквадратичной ошибки «двойного преобразования» раstra размером $H \times W$. Сначала для каждого пикселя с растровыми координатами (\hat{h}, \hat{w}) , $\hat{h} = 0 \dots H-1$, $\hat{w} = 0 \dots W-1$, согласно (1), рассчитываются его векторные координаты $\tilde{\mathbf{p}}(\hat{h}, \hat{w})$. Эти координаты подвергаются преобразованию (3) с известными коэффициентами для получения новых векторных координат $\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{p}}(\hat{h}, \hat{w}))$. Т.е. растр рассматривается как изображение с дисторсией.

Затем преобразованные координаты $\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{p}}(\hat{h}, \hat{w}))$ подставляются в обратное преобразование (4) с неизвестными коэффициентами. Для каждого пикселя (\hat{h}, \hat{w}) раstra строится функция $e(\hat{h}, \hat{w}) = |\Phi(\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{p}}(\hat{h}, \hat{w}))) - \tilde{\mathbf{p}}(\hat{h}, \hat{w})|$ модуля ошибки двойного преобразования координат. Из ошибок двойного преобразования координат отдельных пикселей строится среднеквадратичная ошибка двойного преобразования всего раstra:

$$e_\Sigma = \left(\frac{1}{HW} \sum_{\hat{h}=0}^{H-1} \sum_{\hat{w}=0}^{W-1} e^2(\hat{h}, \hat{w}) \right)^{1/2}.$$

Неизвестные коэффициенты преобразования (4) вычисляются из решения оптимизационной задачи с целевой функцией e_Σ . Им присваиваются значения, при которых e_Σ достигает минимума.

2. Накопление изображений с дисторсией

Алгоритмы обработки изображений в работах [1–3] сформулированы для последовательности из K кадров, полученных камерой-обскурой (т.е. для идеальных изображений без дисторсии). Накопление выполняется в плоскости кадра с номером $k=0$. Кадры накапливаются в банке аккумуляторов, размер каждого аккумулятора в точности совпадает с размером раstra. Количество аккумуляторов равно числу N_D узлов внутрипиксельной дискретизации – для каждого узла с номером $n=0 \dots N_D-1$ выделяется свой аккумулятор. Для узла с номером n_0 , расположенного в пикселе (\hat{h}_0, \hat{w}_0) кадра $k=0$, рассчитывается его изображение в кадрах $k=1 \dots K-1$. Это изображение попадает в пиксель (\hat{h}_k, \hat{w}_k) кадра k , заменяется ближайшим к нему узлом внутрипиксельной дискретизации $m_k=0 \dots N_D-1$ и обозначается $(m_k, \hat{h}_k, \hat{w}_k | n_0)$ [3]. Для всех узлов $(m_k, \hat{h}_k, \hat{w}_k | n_0)$ вычисляются их траектории смаза, используемые для синтеза импульсных реакций согласованных цифровых фильтров. В профильтрованном изображении выполняется перестановка пикселей, учитывающая поворот кадра $k \geq 0$ относительно кадра

$k=0$. После перестановки получается промежуточное изображение $J_k(\hat{h}_0, \hat{w}_0 | n_0)$, которое попиксельно прибавляется к содержимому аккумулятора $A(\hat{h}_0, \hat{w}_0 | n_0)$.

Согласно [1], траектория смаза без дисторсии, начинающаяся в точке с векторными координатами $\mathbf{p}_0 = [x_0 \quad y_0]^T$, описывается дифференциальным уравнением

$$\dot{\xi} = \frac{\mathbf{M}(\xi)\omega}{F}, \quad (5)$$

$$\mathbf{M}(\xi) = \begin{bmatrix} -\xi_x \xi_y & F^2 + \xi_x^2 & \xi_y F \\ -(F^2 + \xi_y^2) & \xi_x \xi_y & -\xi_x F \end{bmatrix},$$

где $\xi \equiv \xi(t) = [\xi_x \quad \xi_y]^T$, $\xi(0) = \mathbf{p}_0$ – векторные координаты изображения звезды на траектории смаза в момент времени $t \in [0, T_\Sigma]$; T_Σ – время экспозиции камеры. Учёт дисторсии в этом уравнении выполняется по формуле дифференцирования сложной функции с использованием (3):

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} \partial g_x(\tilde{\xi}) / \partial \tilde{\xi}_x & \partial g_x(\tilde{\xi}) / \partial \tilde{\xi}_y \\ \partial g_y(\tilde{\xi}) / \partial \tilde{\xi}_x & \partial g_y(\tilde{\xi}) / \partial \tilde{\xi}_y \end{bmatrix} \dot{\tilde{\xi}} = \left[\frac{\partial \mathbf{g}(\tilde{\xi})}{\partial \tilde{\xi}} \right] \dot{\tilde{\xi}},$$

где $[\partial \mathbf{g}(\tilde{\xi}) / \partial \tilde{\xi}]$ – матрица Якоби для функции (3); $\tilde{\xi} \equiv \tilde{\xi}(t) = [\tilde{\xi}_x \quad \tilde{\xi}_y]^T$ – векторные координаты траектории смаза с дисторсией. Аналитическое описание траектории смаза с дисторсией даётся уравнением

$$\dot{\tilde{\xi}} = \left[\frac{\partial \mathbf{g}(\tilde{\xi})}{\partial \tilde{\xi}} \right]^{-1} \frac{\mathbf{M}(\mathbf{g}(\tilde{\xi}))\omega}{F}. \quad (6)$$

В [1] уравнение (5) решается методом Эйлера в дискретные моменты $\{t_u\}_{u=0}^{N_\Sigma}$, где $t_u = uT_\Sigma/N_\Sigma$, $u = 0 \dots N_\Sigma$ – номер узла сетки интегрирования. Решением является последовательность двумерных векторов $\{\xi_u \equiv \xi(t_u)\}_{u=0}^{N_\Sigma}$. Если решать (6) подобным способом, в дополнение к вычислению вектор-функции $\mathbf{g}(\tilde{\xi})$ в каждом узле сетки потребуется вычислять матрицу Якоби с её последующим обращением и умножением на двумерный вектор. Эффективнее будет сначала получить решение $\{\tilde{\xi}_u\}_{u=0}^{N_\Sigma}$, а затем поточечно преобразовать его к решению $\{\xi_u \equiv \xi(t_u)\}_{u=0}^{N_\Sigma}$, используя (4):

$$\tilde{\xi}_u = \Phi(\xi_u). \quad (7)$$

Таким образом, для каждого кадра $k=0 \dots K-1$ сначала рассчитываются траектории смаза без дисторсии, согласно алгоритмам [1–3]. Каждая траектория $\{\xi_u(m_k, \hat{h}_k, \hat{w}_k | n_0)\}_{u=0}^{N_\Sigma}$ без дисторсии, начинающаяся в узле $(m_k, \hat{h}_k, \hat{w}_k | n_0)$, преобразуется в траекторию $\{\tilde{\xi}_u(m_k, \hat{h}_k, \hat{w}_k | n_0)\}_{u=0}^{N_\Sigma}$, в которой учтена дисторсия:

$$\tilde{\xi}_u(m_k, \hat{h}_k, \hat{w}_k | n_0) = \Phi(\xi_u(m_k, \hat{h}_k, \hat{w}_k | n_0)).$$

Эта траектория начинается в узле $(m_k, \hat{h}_k, \hat{w}_k | n_0)$ искривлённого изображения $\{J_k(\hat{p}, \hat{q})\}_{\hat{p}, \hat{q}=0}^{H-1, W-1}$, полученного в кадре k :

$$\begin{bmatrix} \hat{h}_k^n \\ \hat{w}_k^n \end{bmatrix} = \text{floor} \left(\frac{\Phi(\xi_0(m_k, \hat{h}_k, \hat{w}_k | n_0))}{a} + \begin{bmatrix} h_0 \\ w_0 \end{bmatrix} \right),$$

где floor(...) – функция округления к $-\infty$. В качестве m_k^n выбирается узел внутрипиксельной дискретизации, ближайший к $\mathbf{g}^{-1}(\xi_0(m_k, \hat{h}_k, \hat{w}_k | n_0))$. Для новой траектории рассчитывается ядро смаза $H_{m_k^n}(\hat{p}, \hat{q}; \hat{h}_k^n, \hat{w}_k^n | n_0)$ согласно [1], для которого вычисляется взаимная корреляция с изображением $I_k^n(\hat{p}, \hat{q})$:

$$\hat{I}_k^n(\hat{h}_k^n, \hat{w}_k^n | n_0) = \sum_{\hat{p}=0}^{H-1} \sum_{\hat{q}=0}^{W-1} H_{m_k^n}(\hat{p}, \hat{q}; \hat{h}_k^n, \hat{w}_k^n | n_0) I_k^n(\hat{p}, \hat{q}).$$

В силу однозначности преобразования (4) и единственности решения системы уравнений (5), для каждого узла $(n_0, \hat{h}_0, \hat{w}_0)$ в первом кадре $k=0$ без дисторсии, в каждом кадре $k=0 \dots K-1$ с дисторсией существует единственный узел $(m_k^n, \hat{h}_k^n, \hat{w}_k^n | n_0)$. Это позволяет скорректировать дисторсию в промежуточном изображении $J_k(\hat{h}_0, \hat{w}_0 | n_0)$ [3]:

$$J_k(\hat{h}_0, \hat{w}_0 | n_0) = \hat{I}_k^n(\hat{h}_k^n, \hat{w}_k^n | n_0).$$

Промежуточное изображение $J_k(\hat{h}_0, \hat{w}_0 | n_0)$ уже не содержит дисторсии и используется для получения накопленного изображения согласно [3]

$$U(\hat{h}_0, \hat{w}_0 | n_0) = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} J_k(\hat{h}_0, \hat{w}_0 | n_0),$$

где $U(\hat{h}_0, \hat{w}_0 | n_0)$ – изображение с откорректированной дисторсией, накопленное в аккумуляторе с номером $n_0 = 0 \dots N_d - 1$. Все остальные операции по обнаружению изображений звёзд в $U(\hat{h}_0, \hat{w}_0 | n_0)$ и определению их координат выполняются в соответствии с [3].

3. Пример учёта дисторсии в траекториях смаза

Для цифровой камеры астродатчика преимущественной является радиальная дисторсия, связанная с формой поверхностей линз. Поэтому далее будет использоваться модель дисторсии [6]

$$\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{p}}) = (1 + k_1 \tilde{r}^2 + k_2 \tilde{r}^4) \tilde{\mathbf{p}},$$

$$\Phi(\mathbf{p}) = (1 + k_1^{\text{обп}} r^2 + k_2^{\text{обп}} r^4) \mathbf{p},$$

где $k_1^{\text{обп}}, k_2^{\text{обп}}$ – коэффициенты обратной модели дисторсии. Параметры реальной камеры, заложенные при проектировании и уточнённые в результате калибровки реальной камеры, перечислены в табл. 1 и табл. 2.

Табл. 1. Проектные и реальные параметры камеры

Параметр	Проект	Калибровка
a	3,45 мкм	3,45 мкм
H	4860	4860
W	6480	6480
F	106 мм	105,979 мм
h_0	2430	2406,8
w_0	3240	3168,8

Графики относительной $100\% \times |\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{p}}) - \tilde{\mathbf{p}}| / |\tilde{\mathbf{p}}|$ и абсолютной $|\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{p}}) - \tilde{\mathbf{p}}|/a$ радиальной дисторсии по-

казаны на рис. 1. На краю раstra радиальная дисторсия не превосходит 0,8 % или 31 пиксель, а абсолютная ошибка двойного преобразования $|\Phi(\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{p}})) - \tilde{\mathbf{p}}|/a$ не превосходит 0,09 пикселя (рис. 2).

Табл. 2. Коэффициенты дисторсии для реальной камеры

Коэффициенты	k_1	k_2
k_1, k_2	-40 м^{-2}	$8405,797101 \text{ м}^{-4}$
$k_1^{\text{обп}}, k_2^{\text{обп}}$	$40,230038 \text{ м}^{-2}$	$-5754,983758 \text{ м}^{-4}$

Расчёт траекторий смаза выполнен для тех же условий, в которых моделировалось накопление изображений в [3]: $\omega = [0,63 \ 1,90 \ 0]^T$, $|\omega| = 2^\circ/\text{с}$, $T_3 = 5$ мс. Влияние дисторсии на форму траектории смаза показано при помощи нормированной взаимной корреляции между различными ядрами смаза

$$r(\hat{h}, \hat{w}) = \frac{\sum_{\hat{p}=0}^{H-1} \sum_{\hat{q}=0}^{W-1} H_0^n(\hat{p}, \hat{q}; \hat{h}, \hat{w} | 0) H_0(\hat{p}, \hat{q}; \hat{h}, \hat{w} | 0)}{\Sigma_0^{[2]}(\hat{h}, \hat{w})},$$

где $\Sigma_0^{[2]}(\hat{h}, \hat{w}) = \sum_{\hat{p}=0}^{H-1} \sum_{\hat{q}=0}^{W-1} H_0^n(\hat{p}, \hat{q}; \hat{h}, \hat{w} | 0)$. Оба ядра рассчитаны согласно [1] в одном и том же узле $n=0$ одного и того же пикселя (\hat{h}, \hat{w}) для разных траекторий смаза: $H_0(\hat{p}, \hat{q}; \hat{h}, \hat{w} | 0)$ рассчитано для траектории (5) без учёта дисторсии; $H_0^n(\hat{p}, \hat{q}; \hat{h}, \hat{w} | 0)$ рассчитано для траектории (6), учитывающей дисторсию.

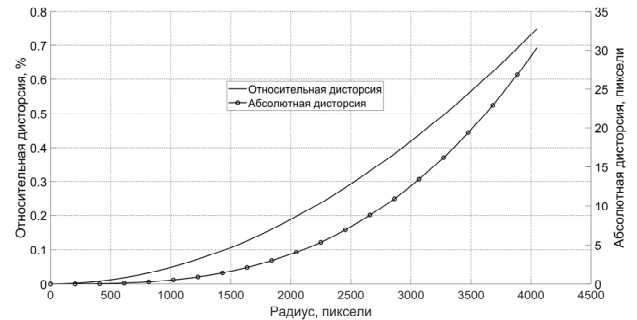


Рис. 1. Графики радиальной дисторсии для реальной камеры

Коэффициент $r(\hat{h}, \hat{w})$ можно рассматривать как результат фильтрации смазанного изображения звезды, описываемого ядром $H_0^n(\hat{p}, \hat{q}; \hat{h}, \hat{w} | 0)$, цифровым фильтром, согласованным с ядром $H_0(\hat{p}, \hat{q}; \hat{h}, \hat{w} | 0)$. Если рассматривать величину $\Sigma_0^{[2]}(\hat{h}, \hat{w})$ как показатель энергии цифрового сигнала [4], сосредоточенного в изображении звезды, то отличие коэффициента корреляции от единицы показывает относительный уровень потери энергии сигнала в профильтрованном изображении из-за несогласованности фильтра, в котором не учитывается дисторсия.

Величина коэффициента корреляции во всём кадре $r(\hat{h}, \hat{w}) \geq 0,99$: на краях профильтрованного изображения теряется порядка 1 % энергии сигнала из-за искажения формы траектории смаза, а в центре – и того меньше. Радиальная дисторсия просто сдвигает траекторию в

плоскости изображения, незначительно искажая её форму. Этот эффект позволяет сократить вычислительные затраты на учёт дисторсии: теперь преобразование (7) можно выполнять только для начальной точки $u=0$, а остальные точки – просто сдвигать:

$$\xi_u = \begin{cases} \Phi(\xi_0), & u = 0; \\ \xi_u + \xi_0 - \xi_0, & u > 0. \end{cases}$$

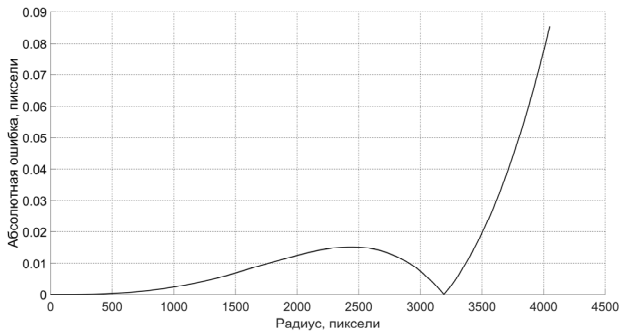


Рис. 2. Абсолютная ошибка двойного преобразования

Необходимость сдвига траектории показана на рис. 3 при помощи нормированной взаимной корреляции

$$s(\hat{h}, \hat{w}) = \frac{\sum_{\hat{p}=0}^{H-1} \sum_{\hat{q}=0}^{W-1} H_{m_k^n}(\hat{p}, \hat{q}; \hat{h}_k^n, \hat{w}_k^n | 0) H_0(\hat{p}, \hat{q}; \hat{h}, \hat{w} | 0)}{\sum_0^{[2]}(\hat{h}, \hat{w})},$$

между смазанным изображением звезды $H_0(\hat{p}, \hat{q}; \hat{h}, \hat{w} | 0)$, полученным камерой-обскурой и изображением $H_{m_k^n}(\hat{p}, \hat{q}; \hat{h}_k^n, \hat{w}_k^n | 0)$ той же самой звезды, полученной камерой с дисторсией. Из рисунка видно, что потери энергии профильтрованного изображения не более 1 % из-за несогласованности фильтра имеются только в небольшой окрестности главной точки. При удалении смазанного изображения звезды от главной точки коэффициент $s(\hat{h}, \hat{w})$ быстро падает до нуля, то есть потери энергии возрастают до 100 %. Поскольку изображение звезды в различных кадрах перемещается по растру, согласованная фильтрация и последующее накопление смазанного изображения звезды при таком уровне потерь энергии становятся невозможными. Учёт дисторсии объектива через сдвиг траектории смаза позволяет ограничить расчётный уровень потерь до приемлемого уровня в 1 %.

Заключение

Для обработки смазанных изображений звёзд методами цифровой фильтрации, согласованной со смазом, исправление дисторсии имеет критическое значение. Величина дисторсии в реальных объективах такова, что импульсная реакция согласованного фильтра, рассчитанная в рамках модели камеры-обскуры, накладывается на смазанное изображение звезды с дисторсией только в малой области, сосредоточенной вокруг главной точки изображения. За

пределами этой области наложение отсутствует, и согласованная фильтрация становится невозможной.

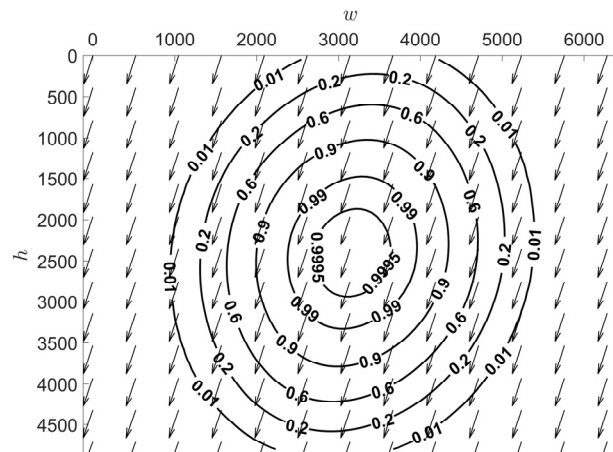


Рис. 3. Изолинии нормированной взаимной корреляции $s(\hat{h}, \hat{w})$. Стрелками на заднем плане показаны направления смазов

Если для обнаружения звёзд используется одноканальный накопитель с «пиксельным» разрешением, то дисторсия может быть исправлена во всех пикселях исходного кадра. Согласованной фильтрации и последующему накоплению подвергаются уже исправленные изображения.

При многоканальном накоплении для получения «субпиксельного» разрешения дисторсия должна учитываться непосредственно на этапе синтеза импульсных реакций согласованных фильтров. В результате получаются новые импульсные реакции, позволяющие выполнять согласованную фильтрацию внутри искривлённого изображения, без предварительного исправления дисторсии. Такой подход полностью сохраняет структуру многоканального накопителя смазанных изображений, разработанную в рамках модели камеры-обскуры.

References

- [1] Vasilyuk NN. Synthesis of the rotational blur kernel in a digital image using measurements of a triaxial gyroscope. *Computer Optics* 2022; 46(5): 763-773. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1081.
- [2] Vasilyuk NN. Correction of rotational blur in images of stars observed by an astroinertial attitude sensor against the background of the daytime sky. *Computer Optics* 2023; 47(1): 79-91. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1141.
- [3] Vasilyuk NN. Subpixel stacking and detection of blurred star images observed by an astroinertial attitude sensor against the background of the daytime sky. *Computer Optics* 2024; 48(2): 303-311. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1309.
- [4] Baskakov SI. *Radiotechnical circuits and signals* [In Russian]. Moscow: "High school" Publisher; 2000. ISBN 5-06-003843-2.
- [5] Astapov UM, Vasiliev DV, Zalozhnev UI. *Theory of optoelectronic tracking systems* [In Russian]. Moscow: "Nauka" Publisher; 1988. ISBN 5-02-013886-X.
- [6] Vasilyuk NN, Nefedov GA, Sidorova EA, Shagimuratova NO. Calibration of intrinsic parameters of a star tracker's digital camera based on ground-based stars observations, taking into account atmospheric refraction and light aberrations.

- tion [In Russian]. *Izmeritel'naya Tehnika* 2023; 8: 42-52. DOI: 10.32446/0368-1025it.2023-8-42-52.
- [7] Smetanin PS, Avanesov GA, Bessonov RV, Kurkina AN, Nikitin AV. Geometric calibration of high-precision star tracker by starry sky. *Sovremennye Problemy Distantionnogo Zondirovaniya Zemli iz Kosmosa* 2017; 14(2): 9-23. DOI: 10.21046/2070-7401-2017-14-2-9-23.
- [8] Enright J, Jovanovic I, Vaz B. Autonomous recalibration of star trackers. *IEEE Sens J* 2018; 18(18): 7708-7720. DOI: 10.1109/JSEN.2018.2857621.
- [9] Chen Z, Zheng Y, Zhan Y, Li C, Chen B, Zhang H. Distortion model of star tracker on-orbit calibration algorithms based on interstar angles. *J Phys Conf Ser* 2022; 2235: 012053. DOI: 10.1088/1742-6596/2235/1/012053.
- [10] Gebgart AY, Kolosov MP. Design features of the lens objectives of celestial-orientation apparatus for spacecraft. *J Opt Technol* 2015; 82(6): 357-360. DOI: 10.1364/JOT.82.000357.
- [11] Kolosov MP, Gebgart AY. Optical systems of modern static spacecraft-orientation devices. *J Opt Technol* 2017; 84(12): 793-798. DOI: 10.1364/JOT.84.000793.
- [12] Beresin VV, Tsytsulin AK. Revelation and evaluation of coordinates of point object images in problems of astronomical investigation and adaptive optics [In Russian]. *Bulletin of Pacific National University* 2008; 1(8): 11-20.
- [13] Avanesov GA, Belinskaya EV, Brysin NN, Filippova OV, Shamis VA, Elyashev YaD. Astrometric model of a stellar spacecraft orientation sensor. *Sovremennye Problemy Distantionnogo Zondirovaniya Zemli iz Kosmosa* 2020; 17(1): 89-98. DOI: 10.21046/2070-7401-2020-17-1-89-98.
- [14] Conrady A. Decentered lens systems. *Mon Notices Royal Astron Soc* 1919; 79(5): 384-390. DOI: 10.1093/mnras/79.5.384.
- [15] Brown DC. Decentering distortion of lenses. *Photogramm Eng Remote Sensing* 1966; 32(3): 444-462.
- [16] Brown DC. Advanced methods for the calibration of metric cameras. U.S. Army Engineer Topographic Laboratories. Contract DA-44-009-AMC-1457(X). Melbourne, FL: DBA Systems Inc; 1968.
- [17] Brown DC. Close range camera calibration. *Photogramm Eng Remote Sensing* 1971; 37(8): 855-866.
- [18] Kenefick JF, Gyer MS, Harp BF. Analytical self-calibration. *Photogramm Eng Remote Sensing* 1972; 38(11): 1117-1126.
- [19] Lobanov AN. *Photogrammetry* [In Russian]. 2nd ed. Moscow: "Nedra" Publisher; 1984.

Сведения об авторах

Василюк Николай Николаевич, 1976 года рождения, кандидат физико-математических наук, заместитель главного конструктора ООО «НПК Электрооптика». Область научных интересов: оптико-электронные следящие системы, системы навигации и ориентации, методы комплексирования в навигационных системах. E-mail: nik-vasilyuk@yandex.ru ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2317-8066>.

ГРНТИ: 28.23.15

Поступила в редакцию 10 августа 2023 г. Окончательный вариант – 18 октября 2023 г.

Taking into account the lens geometric distortion during accumulation of blurred star images in an astro-inertial attitude sensor

S.N. Vasilyuk¹

¹*Electrooptika, LLC, 107076, Moscow, Russia, Stromynka 18, k. 1*

Abstract

In this work, when calculating the star blur trajectory, geometric distortion in the accumulated images is taken into account in two ways: analytical and numerical. The analytical approach uses a model of direct distortion correction, which makes it possible to obtain a new differential equation for the blur trajectory in the image plane with distortion. The numerical approach uses a model of reverse distortion correction that converts points of a trajectory calculated in the ideal image plane into the image plane with distortion. This approach makes it possible to preserve the structure of the subpixel accumulation and star detection algorithms previously obtained for an ideal image. An example of allowing for the radial distortion parameters obtained by calibrating a real camera is given.

Keywords: star tracker, astroinertial navigation system, geometric distortion, blur correction, images stacking.

Citation: Vasilyuk NN. Taking into account the lens geometric distortion during accumulation of blurred star images in an astro-inertial attitude sensor. *Computer Optics* 2024; 48(3): 454-459. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1408.

Author's information

Nikolay Nikolaevich Vasilyuk (b. 1976), PhD in Physics, deputy chief design officer at Electrooptika LLC. Research interests: optoelectronic tracking and detection systems, navigation and orientation systems, navigation sensors fusion. E-mail: nik-vasilyuk@yandex.ru ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2317-8066>.

Received August 10, 2023. The final version – October 18, 2023.
