Шестиволновое взаимодействие в многомодовых волноводах с керровской нелинейностью с учетом гауссовой структуры волн накачки

В.В. Ивахник [1], Д.Р. Капизов [1], В.И. Никонов [1]
[1] Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, 443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

Проанализировано качество обращения волнового фронта при шестиволновом взаимодействии в двумерных многомодовых волноводах с керровской нелинейностью при условии, что одна из волн накачки возбуждает нулевую моду волновода, а распределение амплитуды другой волны накачки на грани волновода меняется по гауссову закону. Показано, что в волноводе с бесконечно проводящими стенками полуширина модуля функции размытия точки шестиволнового преобразователя излучения полностью определяется поперечными размерами волновода, слабо зависит от ширины гауссовой волны накачки. В волноводе с параболическим профилем показателя преломления уменьшение ширины гауссовой волны накачки на гранях волновода приводит, как правило, к монотонному уменьшению полуширины модуля функции размытия точки.

Ключевые слова: шестиволновой преобразователь излучения, обращение волнового фронта, керровская нелинейность.

Цитирование: **Ивахник, В.В.** Шестиволновое взаимодействие в многомодовых волноводах с керровской нелинейностью с учетом гауссовой структуры волн накачки / В.В. Ивахник, Д.Р. Капизов, В.И. Никонов // Компьютерная оптика. – 2024. – Т. 48, № 4. – С. 483-490. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1439.

Citation: Ivakhnik VV, Kapizov DR, Nikonov VI. Six-wave interaction in multimode waveguides with Kerr nonlinearity with allowance for the Gaussian structure of pump waves. Computer Optics 2024; 48(4): 483-490. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1439.

Введение

По сравнению с трех-, четырехволновыми преобразователями излучения шестиволновые преобразователи излучения обладают большими возможностями управления формой волнового фронта, пространственной фильтрации, преобразования изображения, передачи информации с одних пучков на другие и т.д. [1 – 7].

Для повышения эффективности (коэффициента отражения), как и при четырехволновом взаимодействии [8 – 13], целесообразно и шестиволновое взаимодействие рассматривать в волноводах [14].

Многоволновое взаимодействие в волноводах по сравнению с взаимодействием в неограниченных в поперечном направлении средах характеризуется по крайней мере двумя особенностями: 1) выполнение условий фазового синхронизма при переходе от непрерывного набора мод, на которые раскладываются амплитуды взаимодействующих волн, к дискретному набору накладывает часто более жесткие требования на номера мод взаимодействующих волн; 2) изменяется роль волн накачки. В нелинейной среде с неограниченными в поперечном направлении размерами пространственная структура волн накачки на гранях нелинейной среды определяет объем нелинейной среды, в которой происходит эффективное многоволновое взаимодействие. В волноводе объем взаимодействия определяется в основном геометрическими размерами самого волновода. Пространственная структура волн накачки на гранях волновода определяет распределения амплитуд волн накачки по поперечному сечению волновода.

При использовании многоволновых преобразователей излучения в системах коррекции фазовых искажений для обработки изображений в реальном масштабе времени необходимо знание соответствия между комплексными амплитудами падающей (сигнальной) на преобразователь и отраженной или прошедшей (объектной) волн [15]. Задача о нахождении однозначной связи между комплексными амплитудами объектной и сигнальной волн имеет решение лишь в приближении заданного поля по волнам накачки. В этом случае многоволновой преобразователь излучения можно рассматривать как линейный фильтр пространственных частот [16] и, используя, например, метод функции размытия точки (ФРТ), найти однозначную связь между комплексными амплитудами сигнальной и объектной волн [17].

В настоящей работе в приближении заданного поля по волнам накачки с учетом пространственной структуры волн накачки методом ФРТ анализируется качество обращения волнового фронта (ОВФ) при шестиволновом взаимодействии в многомодовых двумерных волноводах с керровской нелинейностью. В качестве волноводов рассматриваются волновод с бесконечно проводящими поверхностями и градиентный волновод с параболическим профилем показателя преломления (параболический волновод).

1. Вывод выражения для функции размытия точки шестиволнового преобразователя излучения

Имеется волновод с керровской нелинейностью, расположенный между плоскостями $z=0$ и $z=l$. В волноводе навстречу друг другу распространяются две волны накачки с комплексными амплитудами A_1, A_2 и сигнальная волна с комплексной амплитудой A_3. В среде в результате вырожденного шестиволнового взаимодействия $\omega+\omega-\omega+\omega-\omega=\omega$ наводится нелинейная поляризация $P^{нл} \sim \left(A_1^2 A_1^* A_2 + A_1 A_2^2 A_2^*\right) A_3^*$, которая выступает как источник объектной волны с комплексной амплитудой A_6, сопряженной амплитуде сигнальной волны и распространяющейся ей навстречу.

В приближении заданного поля по волнам накачки, без учета изменения показателя преломления из-за распространения волн накачки, при малом коэффициенте преобразования ($|A_6| << |A_3|$) система уравнений, описывающая распространение волн накачки, сигнальной волны, генерацию волны с обращенным волновым фронтом, имеет вид [17–18]:

$$\begin{aligned} &\left[\nabla^2 + k^2 n^2(x)\right] A_{1,2,3} = 0, \\ &\left[\nabla^2 + k^2 n^2(x)\right] A_6 = -g\left(A_1^2 A_1^* A_2 + A_1 A_2^2 A_2^*\right) A_3^*. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $g=240\pi k^2 \chi^{(5)}$, $\chi^{(5)}$– нелинейная восприимчивость пятого порядка, $k=\omega/c$, ω – циклическая частота, $n(x)$ – показатель преломления, x – поперечная координата.

Пусть модами волновода являются функции:

$$f_m(x,z) = \tilde{f}_m(x)\exp(-i\beta_m z) . \quad (2)$$

Здесь β_m – постоянная распространения m-й моды волновода, z – продольная координата.

Разложим комплексные амплитуды взаимодействующих волн по модам волновода:

$$\begin{aligned} &A_1(x,z) = \sum_{p=0}^{N} a_{1p}(z)\tilde{f}_p(x)\exp(-i\beta_p z), \\ &A_3(x,z) = \sum_{s=0}^{N} a_{3s}(z)\tilde{f}_s(x)\exp(-i\beta_s z), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} &A_2(x,z) = \sum_{m=0}^{N} a_{2m}(z)\tilde{f}_m(x)\exp(i\beta_m z), \\ &A_6(x,z) = \sum_{r=0}^{N} a_{6r}(z)\tilde{f}_r(x)\exp(i\beta_r z), \end{aligned} \quad (4)$$

где $a_{jn}(z)$ – коэффициенты разложения волн накачки, сигнальной и отраженной волн по модам, N – число мод волновода, учитываемых в разложении. Из системы уравнений (1) следует, что коэффициенты $a_{jn}(z), j=1,2,3$, не меняется вдоль оси Z.

В приближении медленно меняющихся амплитуд из (1) с учетом разложения взаимодействующих волн по модам волновода уравнение, описывающее изменение вдоль оси Z коэффициентов в разложении амплитуды волны $A_6(x,z)$ по модам волновода, можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} 2i\beta_r \frac{da_{6r}}{dz} = {} & g\sum_{p=0}^{N}\sum_{p'=0}^{N}\sum_{p''=0}^{N}\sum_{m=0}^{N}\sum_{s=0}^{N} a_{1p}a_{1p'}a_{1p''}^* a_{2m}a_{3s}^* \times \\ & \times\gamma_{pp'p''msr}\exp\left[-i\Delta_{pp'p''msr}z\right] + \\ & + g\sum_{p=0}^{N}\sum_{m=0}^{N}\sum_{m'=0}^{N}\sum_{m''=0}^{N}\sum_{s=0}^{N} a_{1p}a_{2m}a_{2m'}^* a_{2m''}a_{3s}^* \times \\ & \times\gamma_{pmm'm''sr}\exp\left[-i\Delta_{pmm'm''sr}z\right] \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь

$$\gamma_{pp'p''msr} = \int \tilde{f}_p(x)\tilde{f}_{p'}(x)\tilde{f}_{p''}(x)\tilde{f}_m(x)\tilde{f}_s(x)\times f_r(x)dx -$$

интеграл перекрытия, характеризующий эффективность взаимодействия шести мод волновода,

$$\begin{aligned} &\Delta_{pp'p''msr} = \beta_p + \beta_{p'} - \beta_{p''} - \beta_m - \beta_s + \beta_r, \\ &\Delta_{pmm'm''sr} = \beta_p - \beta_m - \beta_{m'} + \beta_{m''} - \beta_s + \beta_r - \end{aligned}$$

волновые расстройки.

С учетом граничного условия $a_{6r}(z=\ell)=0$, проинтегрировав правую и левую части выражения (5) по продольной координате z, получим

$$\begin{aligned} a_{6r}(z=0) = {} & -\frac{ig\ell}{2\beta_r}\sum_{p=0}^{N}\sum_{p'=0}^{N}\sum_{p''=0}^{N}\sum_{m=0}^{N}\sum_{s=0}^{N}\gamma_{pp'p''msr}a_{1p}a_{1p'} \times \\ & \times a_{1p''}^* a_{2m}a_{3s}^* \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta_{pp'p''msr}\ell}{2}\right)\exp\left(-i\frac{\Delta_{pp'p''msr}\ell}{2}\right) - \\ & -\frac{ig\ell}{2\beta_r}\sum_{p=0}^{N}\sum_{m=0}^{N}\sum_{m'=0}^{N}\sum_{m''=0}^{N}\sum_{s=0}^{N}\gamma_{pmm'm''sr}a_{1p}a_{2m}a_{2m'}^* a_{2m''}a_{3s}^* \times \\ & \times\operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta_{pmm'm''sr}\ell}{2}\right)\exp\left(-i\frac{\Delta_{pmm'm''sr}\ell}{2}\right). \end{aligned} \quad (6)$$

Зная выражение для коэффициента a_{6r}, найдем амплитуду объектной волны на передней грани волновода:

$$\begin{aligned} A_6(x,z=0) = {} & \sum_{r=0}^{N} a_{6r}\tilde{f}_r(x,) = -i\frac{g\ell}{2}\sum_{r=1}^{N}\frac{\tilde{f}_r(x)}{\beta_r} \times \\ & \times\left\{\sum_{p=0}^{N}\sum_{p'=0}^{N}\sum_{p''=0}^{N}\sum_{m=0}^{N}\sum_{s=0}^{N}\gamma_{pp'p''msr}a_{1p}a_{1p'}a_{1p''}^* a_{2m}a_{3s}^* \times\right. \\ & \times\operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta_{pp'p''msr}\ell}{2}\right)\exp\left(-i\frac{\Delta_{pp'p''msr}\ell}{2}\right) + \\ & + \sum_{p=0}^{N}\sum_{m=0}^{N}\sum_{m'=0}^{N}\sum_{m''=0}^{N}\sum_{s=0}^{N} a_{1p}a_{2m}a_{2m'}^* a_{2m''}a_{3s}^*\gamma_{pmm'm''sr} \times \\ & \left.\times\operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta_{pmm'm''sr}\ell}{2}\right)\exp\left(-i\frac{\Delta_{pmm'm''sr}\ell}{2}\right)\right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Пусть сигнальная волна – это волна от точечного источника, расположенного на передней грани волновода на расстоянии x_0 от оптической оси,

$$A_3(x,z=0) = \delta(x - x_0).$$

Тогда выражение для коэффициента a_{3r} в разложении амплитуды сигнальной волны по модам волновода можно представить в виде:

$$a_{3s}\left(z=0\right)=\int\tilde{f}_s(x)A_3(x,z=0)dx=\tilde{f}_s(x_0). \tag{8}$$

Подставив (8) в (7), получим выражение, описывающее преобразование точечного сигнала (функция размытия точки (ФРТ)) вида

$$\begin{gathered}G(x,x_0,z=0)=-i\frac{g\ell}{2}\sum_{r=1}^{N}\frac{\tilde{f}_r(x)}{\beta_r}\times\\ \times\left\{\sum_{p=0}^{N}\sum_{p'=0}^{N}\sum_{p''=0}^{N}\sum_{m=0}^{N}\sum_{s=0}^{N}\gamma_{pp'p''msr}a_{1p}a_{1p'}a_{1p''}^{*}a_{2m}\tilde{f}_s(x_0)\times\right.\\ \times\mathrm{sinc}\left(\frac{\Delta_{pp'p''msr}\ell}{2}\right)\exp\left(-i\frac{\Delta_{pp'p''msr}\ell}{2}\right)+\\ +\sum_{p=0}^{N}\sum_{m=0}^{N}\sum_{m'=0}^{N}\sum_{m''=0}^{N}\sum_{s=0}^{N}a_{1p}a_{2m}a_{2m'}^{*}a_{2m''}\tilde{f}_s(x_0)\gamma_{pmm'm''sr}\times\\ \left.\times\mathrm{sinc}\left(\frac{\Delta_{pmm'm''sr}\ell}{2}\right)\exp\left(-i\frac{\Delta_{pmm'm''sr}\ell}{2}\right)\right\}.\end{gathered} \tag{9}$$

Будем рассматривать длинные волноводы, т.е. считаем, что при условии $\Delta_{pp'p''msr}\neq 0$, $\Delta_{pmm'm''sr}\neq 0$, $\Delta_{pp'p''msr}\ell>>1$, $\Delta_{pmm'm''sr}\ell>>1$. Тогда основной вклад в выражение для комплексной амплитуды объектной волны дают слагаемые, для которых выполняются условия

$$\Delta_{pp'p''msr}=0,\ \Delta_{pmm'm''sr}=0. \tag{10}$$

Это условия фазового синхронизма для шестиволнового взаимодействия. Условие фазового синхронизма уменьшает число сумм, входящих в выражение (9), устанавливает связь между номерами шести взаимодействующих мод волновода.

2. Обсуждение результатов

В качестве волноводов рассмотрим двумерный волновод с бесконечно проводящими поверхностями, расположенными на расстоянии $2a$ друг от друга, заполненный средой с показателем преломления n_1, и двумерный волновод с параболическим профилем показателя преломления:

$$n^2(x)=n_1^2\left[1-2\varepsilon_2\left(x/x_q\right)^2\right],$$

ε_2 и x_q – параметры, характеризующие волновод.

Модами волновода с бесконечно проводящими поверхностями являются функции

$$\tilde{f}_r\left(x\right)=\frac{1}{\sqrt{a}}\sin\left[\frac{\pi\left(r+1\right)}{2a}(x+a)\right]. \tag{11}$$

Модами параболического волновода являются функции Гаусса–Эрмита [19].

$$\tilde{f}_r(x)=\sqrt[4]{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{\sqrt{2^r r!\omega_0}}H_r\left(\frac{x\sqrt{2}}{\omega_0}\right)\exp\left(-\frac{x^2}{\omega_0^2}\right). \tag{12}$$

Здесь $H_r(x\sqrt{2}/\omega_0)$ – многочлен Эрмита r-го порядка, $\omega_0^2=(2x_q)/(kn_1(2\varepsilon_2)^{1/2})$. Постоянная распространения r-й моды волновода есть

$$\beta_r=\left\{k^2n_1^2-q_r^2\right\}^{1/2}, \tag{13}$$

где $q_r^2=2(2r+1)/\omega_0^2$ – для параболического волновода, $q_r^2=\left[\pi\left(r+1\right)/2a\right]^2$ – для волновода с бесконечно проводящими поверхностями.

Из условий фазового синхронизма (10) следует связь между номерами мод взаимодействующих волн вида:
в волноводе с бесконечно проводящими стенками

$$\begin{gathered}\Delta_{pmm'm''sr}=0\ \Rightarrow\ \left(p+1\right)^2-\left(m+1\right)^2-\left(m'+1\right)^2+\\ +\left(m''+1\right)^2-\left(s+1\right)^2+\left(r+1\right)^2=0,\end{gathered} \tag{14}$$

$$\begin{gathered}\Delta_{pp'p''msr}=0\ \Rightarrow\ \left(p+1\right)^2+\left(p'+1\right)^2-\left(p''+1\right)^2-\\ -\left(m+1\right)^2-\left(s+1\right)^2+\left(r+1\right)^2=0,\end{gathered} \tag{15}$$

в параболическом волноводе

$$\Delta_{pmm'm''sr}=0\quad\Rightarrow\quad p-m-m'+m''-s+r=0, \tag{16}$$

$$\Delta_{pp'p''msr}=0\quad\Rightarrow\quad p+p'-p''-m-s+r=0. \tag{17}$$

Если обе волны накачки одномодовые и возбуждают нулевую моду волновода, выражение для ФРТ принимает вид

$$\begin{gathered}G_0(x,x_0,z=0)=-i\frac{g\ell}{k}\left(a_{10}^3a_{20}+a_{10}a_{20}^3\right)\times\\ \times\sum_{r=0}^{N}\tilde{f}_r(x)\tilde{f}_r(x_0)\gamma_{0000rr}.\end{gathered} \tag{18}$$

На рис. 1 для шестиволновых преобразователей излучения в волноводе с бесконечно проводящими поверхностями (рис. 1*а*), в параболическом волноводе (рис. 1*б*) приведены нормированные на максимальное значение ($\tilde{G}=\left|G\left(x,x_0=a,z=0\right)/G_{\max}\right|$, G_{max} – максимальные значения функции) зависимости модулей ФРТ от поперечных координат. При расчете ФРТ учитывалось 30 мод волновода. Вид модулей ФРТ типичен для многомодовых преобразователей излучения в средах с керровской, тепловой, резонансной нелинейностями [17] – увеличение поперечной координаты приводит к уменьшению (монотонному или осциллирующему) модуля ФРТ.

Пусть первая волна накачки возбуждает нулевую моду волновода ($p=0$), а вторая волна накачки многомодовая. Тогда ФРТ шестиволнового преобразователя излучения в параболическом волноводе есть

$$\begin{gathered}G_1(x,x_0,z=0)=-i\frac{g\ell}{2}\times\\ \times\left\{a_{10}^3\sum_{m=0}^{N}\sum_{s=0}^{N}\frac{\tilde{f}_{r=s+m}(x)}{\beta_{r=s+m}}\gamma_{000ms(s+m)}a_{2m}\tilde{f}_s(x_0)+\right.\\ +a_{10}\sum_{m=0}^{N}\sum_{m'=0}^{N}\sum_{m''=0}^{N}\sum_{s=0}^{N}\frac{\tilde{f}_{s+m+m'-m''}(x)}{\beta_{s+m+m'-m''}}\gamma_{0mm'm''s(s+m+m'-m'')}\times\\ \left.\times a_{2m}a_{2m'}^{*}a_{2m''}\tilde{f}_s(x_0)\right\}.\end{gathered} \tag{19}$$

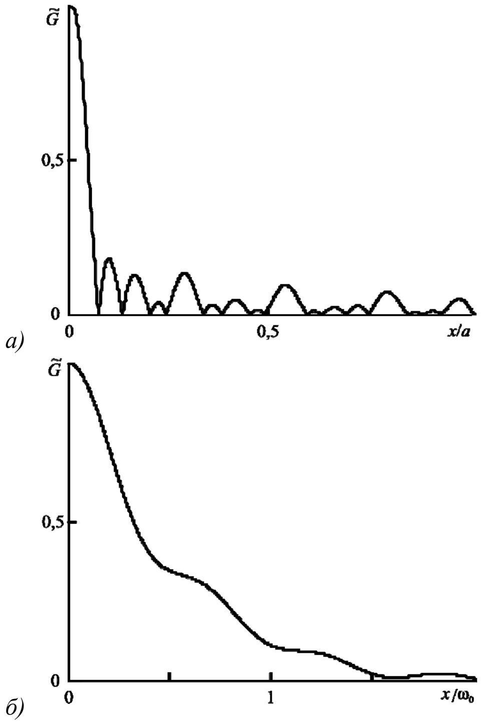

Рис. 1. Вид модулей ФРТ шестиволновых преобразователей в волноводе с бесконечно проводящими поверхностями (а), в параболическом волноводе (б) при одномодовых волнах накачки (p=m=0)

Выражение для ФРТ шестиволнового преобразователя излучения в волноводе с бесконечно проводящими стенками совпадает с выражением для ФРТ шестиволнового преобразователя излучения в параболическом волноводе (19) при условии, что в первой сумме номер моды объектной волны находится из условия

$$\left(r+1\right)^2=\left(m+1\right)^2+\left(s+1\right)^2-1, \tag{20}$$

а во второй сумме из условия

$$\left(r+1\right)^2=\left(s+1\right)^2+\left(m+1\right)^2+\left(m'+1\right)^2-\left(m''+1\right)^2-1. \tag{21}$$

Если вторая волна накачки одномодовая и возбуждает основную моду волновода ($m=0$), а первая волна накачки многомодовая, тогда выражение для ФРТ шестиволнового преобразователя излучения в параболическом волноводе запишется следующим образом

$$\begin{aligned} &G_2(x,x_0,z=0)=-i\frac{g\ell}{2}\times\\ &\times\left\{a_{20}\sum_{p=0}^{N}\sum_{p'=0}^{N}\sum_{p''=0}^{N}\sum_{s=0}^{N}\frac{\tilde{f}_{s-p-p'+p''}(x)}{\beta_{s-p-p'+p''}}\gamma_{0pp'p''s(s-p-p'+p'')}\times\right.\\ &\times a_{1p}a_{1p'}a^*_{1p''}\tilde{f}_s(x_0)+\\ &\left.+a^3_{20}\sum_{p=0}^{N}\sum_{s=0}^{N}\frac{\tilde{f}_{r=s-p}(x)}{\beta_{r=s-p}}a_{1p}\tilde{f}_s(x_0)\gamma_{000ps(s-p)}\right\}. \end{aligned} \tag{22}$$

Если шестиволновое взаимодействие реализуется в волноводе с бесконечно проводящими стенками, то в первой сумме выражения (22) номер моды объектной волны находится из условия

$$\left(r+1\right)^2=\left(s+1\right)^2-\left(p+1\right)^2-\left(p'+1\right)^2+\left(p''+1\right)^2+1, \tag{23}$$

а во второй сумме из условия

$$\left(r+1\right)^2=\left(s+1\right)^2-\left(p+1\right)^2+1. \tag{24}$$

Качество ОВФ шестиволновым преобразователем излучения будем характеризовать полушириной центрального максимума ФРТ, расположенной на оси волновода (Δx), определяемой из решения уравнения [10],

$$\left|G(x=\Delta x,x_0=0,z=0)\right|=\frac{1}{2}G(x=0,x_0=0,z=0). \tag{25}$$

При условии, что обе волны накачки одномодовые с нулевыми номерами мод, полуширина модуля ФРТ четырехволнового преобразователя излучения в волноводе с бесконечно проводящими стенками $\Delta x=0{,}039a$, в параболическом волноводе $\Delta x=0{,}031\omega_0$.

2.1. Параболический волновод

На рис. 2 для шестиволнового преобразователя в волноводе с параболическим профилем показателя преломления приведены зависимости нормированных полуширин модулей ФРТ, расположенной на оси волновода, от нормированной ширины волны накачки при условии, что одна из волн накачки возбуждает нулевую моду волновода, а распределение амплитуды другой волны накачки на грани волновода описывается гауссовой функцией ($A_1(x,z=0)=\exp(-x^2/b^2)$ или ($A_2(x,z=\ell)=\exp(-x^2/b^2)$, здесь b – ширина волны накачки).

При $A_1A_1^*>>A_2A_2^*$ для шестиволнового преобразователя излучения как при уменьшении ширины второй гауссовой волны накачки при условии возбуждения первой волной накачки моды волновода с нулевым номером, так и при уменьшении ширины первой гауссовой волны накачки при условии возбуждения второй волной накачки моды волновода с номером $m=0$ наблюдается уменьшение полуширины модуля ФРТ (рис. 2*а*). Качество ОВФ улучшается. Причем в интервале $01\omega_0\le b\le\omega_0$ значения полуширин модулей ФРТ как в случае одномодовой первой волны накачки и многомодовой второй волны накачки, так и в случае одномодовой второй волны накачки и многомодовой первой волны накачки с точностью 4 % совпадают. В интервале $\omega_0\le b\le 10\omega_0$ скорость изменения полуширины модуля ФРТ с увеличением ширины пучка накачки в случае одномодовой первой волны накачки и многомодовой второй волны накачки оказывается меньше, чем в случае одномодовой первой волны накачки и многомодовой второй волны накачки.

При $A_1A_1^*<<A_2A_2^*$ для шестиволнового преобразователя излучения уменьшение ширины пучка второй гауссовой волны накачки при условии возбуждения

первой волной накачки моды волновода с номером $p=0$ уменьшает полуширину модуля ФРТ.

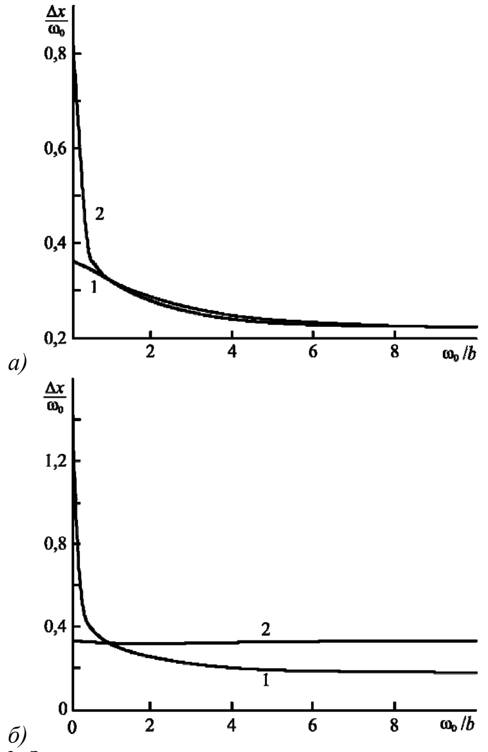

Рис. 2. Зависимость нормированной полуширины модуля ФРТ от нормированной ширины волны накачки. Интенсивности волн накачки: $A_1A_1^* >> A_2A_2^*$ (а), $A_1A_1^* << A_2A_2^*$ (б). Первая волна накачки возбуждает нулевую моду волновода, амплитуда второй волны накачки меняется по гауссовому закону (1); амплитуда первой волны накачки меняется по гауссовому закону, вторая волна накачки возбуждает нулевую моду волновода (2)

Однако в случае, когда амплитуда первой волны накачки на передней грани волновода меняется по гауссову закону, а вторая волна накачки возбуждает нулевую моду волновода, уменьшение ширины пучка накачки практически не меняет полуширину модуля ФРТ.

В табл. 1 приведены максимальное и минимальное значения полуширин модулей ФРТ в диапазоне изменения ширины волны накачки $0125\omega_0 \le b \le 5\omega_0$

Табл. 1. Максимальное и минимальное значения полуширин модулей ФРТ шестиволнового преобразователя в волноводе с параболическим профилем показателя преломления

	Первая волна накачки	Вторая волна накачки	Максимальное значение полуширины	Минимальное значение полуширины
$A_1A_1^* >> A_2A_2^*$	одномодовая	гауссова	$0{,}358\omega_0$	$0{,}226\omega_0$
	гауссова	одномодовая	$0{,}687\omega_0$	$0{,}225\omega_0$
$A_1A_1^* << A_2A_2^*$	одномодовая	гауссова	$0{,}881\omega_0$	$0{,}183\omega_0$
	гауссова	одномодовая	$0{,}331\omega_0$	$0{,}332\omega_0$

Сравнение минимальных значений полуширины модулей ФРТ шестиволновых преобразователей излучения в параболическом волноводе показывает, что среди рассмотренных случаев наилучшее качество ОВФ будет наблюдаться при $A_1A_1^* << A_2A_2^*$ и условии, что первая волна накачки одномодовая с нулевым номером моды, а распределение амплитуды второй волны накачки на задней грани волновода описывается гауссовой функцией, изменение ширины которой позволяет изменять разрешающую способность шестиволнового преобразователя излучения, оцениваемую по полуширине модуля ФРТ.

В случае $A_1A_1^* >> A_2A_2^*$, когда первая волна накачки одномодовая, а вторая волна накачки многомодовая, ФРТ шестиволнового преобразователя излучения можно представить в виде когерентной суммы ФРТ, соответствующих одномодовым волнам накачки,

$$G_1(x,x_0,z=0)=\sum_{m=0}^{N}G_{0m}(x,x_0,z=0), \tag{26}$$

где

$$G_{0m}(x,x_0,z=0)=$$
$$=-i\frac{g\ell}{2kn_1}a_{10}^3a_{2m}\sum_{r=m}^{N}\tilde{f}_r(x)\tilde{f}_{r-m}(x_0)\gamma_{000mr(r-m)}$$

В функциях $G_{0m}(x,x_0,z=0)$ отсутствуют моды волновода с номерами от 0 до m-2. При условии, что первая волна накачки возбуждает нулевую моду волновода, увеличение номера моды второй волны накачки приводит к сужению ширины центрального максимума модуля функций $G_{0m}(x,x_0=0,z=0)$, возрастанию величины боковых максимумов (рис. 3). По мере отклонения от единицы отношения ω_0/b увеличивается вклад в выражении (26) ФРТ, соответствующих одномодовым волнам накачки с неравными номерами мод. Причем при $b<\omega_0$ центральные максимумы этих функций складываются синфазно, а при $b>\omega_0$ – в противофазе. Это объясняет улучшение качества ОВФ с уменьшением ширины пучка накачки. Сходный характер зависимости полуширины модуля ФРТ от ширины пучка гауссовых волн накачки наблюдается и для четырехволнового преобразователя излучения [20].

Аналогично выражение для ФРТ шестиволнового преобразователя излучения в виде когерентной суммы ФРТ, соответствующих одномодовым волнам накачки, можно представить и в случае $A_1A_1^* << A_2A_2^*$, когда вторая волна накачки возбуждает одну моду волновода, например, с номером $m=0$, а первая волна многомодовая. В этом случае ФРТ, соответствующие одномодовым волнам накачки, есть

$$G_{2p}(x,x_0,z=0)=-i\frac{g\ell}{2kn_1}a_{20}^3a_{1p}\sum_{r=0}^{N}\tilde{f}_r(x)\times$$
$$\times\tilde{f}_{r+p}(x_0)\gamma_{000pr(r+p)}. \tag{27}$$

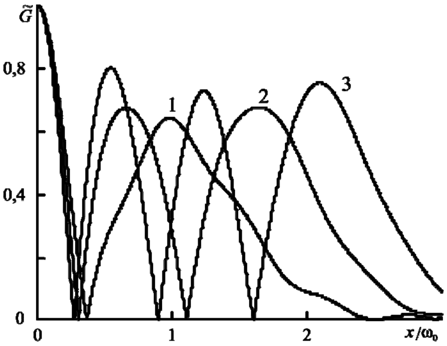

Рис. 3. Нормированные на максимальное значение модули ФРТ шестиволнового преобразователя излучения в параболическом волноводе, соответствующие одномодовым волнам накачки с номерами мод $p = 0$, $m=2(1)$, $4(2)$, $6(3)$

Численный анализ выражения (27) показывает, что в диапазоне изменения ширины первой гауссовой волны накачки $0{,}1\omega_0 < b < 10\omega_0$ имеем

$$\left|G_{2p}(x, x_0, z=0)\right| << \left|G_{20}(x, x_0, z=0)\right|, \quad p = 2, 4, \ldots$$

Так, например, при $\omega_0/b = 3$ отношение максимальных значений модулей функций G_{2p} и G_{20} составляет при $p = 2, 4, 6$ соответственно 0,12, 0,04, 0,02. Это объясняет слабую зависимость ширины модуля ФРТ шестиволнового преобразователя излучения от ширины первой гауссовой волны накачки.

2.2. Волновод с бесконечно проводящими поверхностями

Для шестиволнового преобразователя излучения в волноводе с бесконечно проводящими поверхностями изменение ширины одной из гауссовых волн накачки при условии возбуждения второй волной накачки нулевой моды волновода в диапазоне $0{,}125a \le b \le 5a$ независимо от соотношения интенсивностей волн накачки слабо меняет полуширину модуля ФРТ (табл. 2). Относительное изменение полуширины модуля ФРТ, оцениваемое как

$$\xi = \left(\Delta x_{\max} - \Delta x_{\min}\right) / \Delta x_0 ,$$

где $\Delta x_{\max}$, $\Delta x_{\min}$ – максимальное и минимальное значение полуширины модуля ФРТ на рассматриваемом диапазоне ширин волны накачки, Δx_0 – значение полуширины модуля ФРТ при одномодовых волнах накачки ($p = m = 0$) в рассмотренных случаях меняется от 5,1 % до 25,6 %.

Остановимся на случае $A_1 A_1^* >> A_2 A_2^*$, когда происходит изменение ширины второй гауссовой волны накачки при условии возбуждения первой волной накачки в волноводе нулевой моды.

Для этого случая условие фазового синхронизма (20) выполняется при двух условиях:

1) номер моды второй волны накачки равен нулю ($m = 0$), а номера мод сигнальной и объектной волн совпадают ($r = s$);

2) номер моды сигнальной волны равен нулю ($s = 0$), совпадают номера мод объектной волны и второй волны накачки ($r = m$).

Табл. 2. Максимальное и минимальное значения полуширин модулей ФРТ шестиволнового преобразователя в волноводе с бесконечно проводящими поверхностями

	Первая волна накачки	Вторая волна накачки	Минимальное значение полуширины	Максимальное значение полуширины	ξ, %
$A_1 A_1^* >> A_2 A_2^*$	одномодовая	гауссова	$0{,}039a$	$0{,}041a$	5,1
	гауссова	одномодовая	$0{,}038a$	$0{,}046a$	20,5
$A_1 A_1^* << A_2 A_2^*$	одномодовая	гауссова	$0{,}038a$	$0{,}048a$	25,6
	гауссова	одномодовая	$0{,}039a$	$0{,}044a$	12,6

Тогда выражение для ФРТ (19) можно записать следующим образом

$$G_1^{(1)}(x, x_0 = 0, z = 0) = -i \frac{g\ell}{2kn_1} a_{10}^3 \times \\ \times \left\{ a_{20} \sum_{r=0}^{N} \sin\left[\frac{\pi(r+1)}{2a}(x+a)\right] \sin\left[\frac{\pi(r+1)}{2}\right] \gamma_{0000rr} + \right. \\ \left. + \sum_{r=2}^{N} a_{2r} \sin\left[\frac{\pi(r+1)}{2a}(x+a)\right] \gamma_{0000rr} \right\}. \qquad (28)$$

В случае $A_2 A_2^* >> A_1 A_1^*$, когда первая волна накачки многомодовая, а вторая волна – одномодовая ($m = m' = m'' = 0$), условие фазового синхронизма (24) может быть выполнено, если:

1) номер моды первой волны накачки равен нулю ($p = 0$), а номера мод сигнальной и объектной волн совпадают ($r = s$);

2) номер моды объектной волны равен нулю ($r = 0$), совпадают номера мод сигнальной волны и первой волны накачки ($s = p$). В этом случае выражение для ФРТ запишется следующим образом

$$G_2^{(2)}(x, x_0 = 0, z = 0) = -i \frac{g\ell}{2kn_1} a_{20}^3 \times \\ \times \left\{ a_{10} \sum_{r=0}^{N} \sin\left[\frac{\pi(r+1)}{2a}(x+a)\right] \sin\left[\frac{\pi(r+1)}{2}\right] \gamma_{0000rr} + \right. \\ \left. + \sin\left[\frac{\pi}{2a}(x-a)\right] \sum_{p=2}^{N} a_{1p} \sin\left[\frac{\pi(p+1)}{2}\right] \gamma_{0000pp} \right\}. \qquad (29)$$

Численный анализ выражений (28), (29) показывает, что величины первых слагаемых, значения которых определяет нулевая мода второй (первой) волны накачки, намного превосходит значение второго слагаемого, зависящего от коэффициентов высших мод в разложении амплитуды второй (первой) волны накачки по модам волновода. Так, например, для функции $G_2^{(2)}$ отношение максимальных значений модулей второго и первого слагаемых составляет 0,042. Это объясняет слабую зависимость полуширины модуля ФРТ от ширины гауссовой волны накачки.

Заключение

С использованием метода ФРТ в приближении малого коэффициента отражения проанализировано качество ОВФ шестиволновыми преобразователями излучения в многомодовых волноводах (параболическом, с бесконечно проводящими поверхностями) с керровской нелинейностью с учетом гауссовой пространственной структуры волн накачки.

Показано, что при шестиволновом взаимодействии в волноводе с бесконечно проводящими поверхностями при условии, что одна волна накачки возбуждает нулевую моду волновода, а распределение амплитуды другой волны накачки на грани волновода меняется по гауссову закону, ширина волны накачки слабо влияет на качество ОВФ. Сходная ситуация наблюдается для шестиволнового преобразователя излучения в параболическом волноводе при условии, что интенсивность второй накачки намного больше интенсивности первой волны накачки, вторая волна накачки возбуждает нулевую моду волновода, а распределение амплитуды первой волны накачки в зависимости от поперечной координаты меняется по гауссову закону.

В случае, когда интенсивность первой волны накачки намного превосходит интенсивность второй волны накачки, полуширина модуля ФРТ шестиволнового преобразователя в параболическом волноводе с уменьшением ширины гауссовой волны накачки уменьшается. Качество ОВФ улучшается.

Заметим, что объяснение полученных результатов, используя представление ФРТ шестиволнового преобразователя излучения в волноводе в виде когерентной суммы ФРТ, соответствующих одномодовым волнам накачки, возможно лишь в случае, когда волна накачки, амплитуда которой входит в выражение для нелинейной поляризации среды в третьей степени, возбуждает одну из мод волновода, а многомодовой является волна накачки, амплитуда которой входит в выражение для нелинейной поляризации среды в первой степени.

References

[1] Ivakhnik VV, Nikonov VI. Six-wave interaction with double wavefront reversal on thermal nonlinearity in a medium with a nonlinear absorption coefficient. Computer Optics 2017; 41(3): 315-321. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-3-315-321.

[2] Karpuk SM, Rubanov AS, Tolstik AL. Double phase conjugation in quadratic recording of dynamic holograms in resonance media. Opt Spectrosc 1996; 80(2): 276-280.

[3] Astinov V, Kubarych KJ, Milne CJ, Miller RJD. Diffractive optics implementation of six-wave mixing. Opt Lett 2000; 25(11): 853-855.DOI: 10.1364/OL.25.000853.

[4] Miller RJD, Paarmann A, Prokhopenko AI. Diffractive optics based four-wave, six-wave, ..., ν-wave nonlinear spectroscopy. Acc Chem Res 2009; 42(9): 1442-1451. DOI: 10.1021/ar900040f.

[5] Romanov OG, Gorbach DV, Tolstik AL. Frequency transformation of optical vortices upon nondegenerate multiwave interaction in dye solutions. Opt Spectrosc 2010; 108(5): 768-773. DOI: 10.1134/S0030400X10050152.

[6] Gaižauskas E, Steponkevičius K, Vaičaitis V. Fifth-order intensity autocorrelations based on six-wave mixing of femtosecond laser pulses. Phys Rev A 2016; 93(2): 023813. DOI: 10.1103/PhysRevA.93.023813.

[7] Lin S, Hands ID, Andrews DL, Meech SR. Optically induced second harmonic generation by six-wave mixing: A novel probe of solute orientation dynamics. J Phys Chem A 1999; 103(20): 3830-3836. DOI: 10.1021/jp9845221.

[8] Heuer W, Zacharias H. Stimulated Raman effect and four-wave mixing in a hollow waveguide. IEEE J Quantum Electron 1988; 24(10): 2087-2100. DOI: 10.1109/3.8547.

[9] Lor KP, Chiang KS. Theory of nondegenerate fourwave mixing in a birefringent optical fibre. Opt Commun 1998; 152(1-3): 26-30. DOI: 10.1016/S0030-4018(98)00127-8.

[10] Ivahnik VV, Nikonov VI, Harskaja TG. Four-wave conversion of radiation by thermal nonlinearity in a fiber with a parabolic profile [In Russian]. Izvestija Vuzov: Priborostroenie 2006; 49(8): 54-60.

[11] Gupta R, Kaler RS. Nonlinear Kerr and intermodal four-wave mixing effect in mode-division multiplexed multimode fiber link. Opt Eng 2019; 58(3): 036108. DOI: 10.1117/1.OE.58.3.036108.

[12] Zhang H, Bigot-Astruc M, Sillard P, Fatome J. Spatially multiplexed picosecond pulse-train generation in a 6 LP mode fiber based on multiple four-wave mixings. Appl Opt 2019; 58(31): 8570-8576. DOI: 10.1364/AO.58.008570.

[13] Anjum OF, Guasoni M, Horak P, Jung Y, Petropoulos P, Richardson DJ, Parmigiani F. Polarization-insensitive four-wave-mixing-based wavelength conversion in few-mode optical fibers. J Lightw Technol 2018; 36(17): 3678-3683. DOI: 10.1109/JLT.2018.2834148.

[14] Zhou1 H, Liao1 M, Huang S-W, Zhou L, Qiu1 K, Wong CW. Six-wave mixing induced by free-carrier plasma in silicon nanowire waveguides. Laser Photon Rev 2016; 10(6): 1054-1061. DOI: 10.1002/lpor.201600124.

[15] Dmitriev VG. Nonlinear optics and wavefront reversal [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2003.

[16] Voronin ES, Petnikova VM, Shuvalov VV. Use of degenerate parametric processes for wavefront correction (review). Sov J Quantum Electron 1981; 11(5): 551-561. DOI: 10.1070/QE1981v011n05ABEH006899.

[17] Ivakhnik VV. Wavefront reversal at four-wave interactions [In Russian]. Samara: “Samara State University” Publisher; 2010.

[18] Vinogradova MB, Rudenko OV, Sukhorukov AP. Wave theory [In Russian]. Moscow: “Fizmatlit” Publisher; 1979.

[19] Adams MJ. An introduction to optical waveguide. New York: John Wiley & Sons Inc; 1981.

[20] Ivakhnik VV, Kapizov DR, Nikonov VI. Quality of wavefront reversal for four-wave interaction in a multimode waveguide with thermal nonlinearity. Computer Optics 2022; 46(1): 48-55. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1011.

Сведения об авторах

Ивахник Валерий Владимирович, 1951 года рождения. Доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой оптики и спектроскопии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева. Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография.
E-mail: *ivakhnik@ssau.ru*

Капизов Дархан Рахметулович, 1996 года рождения, аспирант 3-го года обучения кафедры оптики и спектроскопии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева. Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография. E-mail: *darkhankapizov@gmail.com*

Никонов Владимир Иванович, 1959 года рождения. Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры оптики и спектроскопии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева. Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография.
E-mail: *nikon5919@mail.ru*

Поступила в редакцию 13 октября 2023 г. Окончательный вариант – 16 ноября 2023 г.

Six-wave interaction in multimode waveguides with Kerr nonlinearity with allowance for the Gaussian structure of pump waves

V.V. Ivakhnik [1], D.R. Kapizov [1], V.I. Nikonov [1]
[1] Samara National Research University,
443086, Russia, Samara, Moskovskoye shosse 34

Abstract

The quality of wavefront conjugation in the case of six-wave interaction in two-dimensional multimode waveguides with Kerr nonlinearity is analyzed under the condition that one of the pump waves excites a zero waveguide mode and the amplitude distribution of the other pump wave at the waveguide end facet varies according to the Gauss law. It is shown that in a waveguide with infinitely conducting walls, the half-width of the modulus of the point spread function of a six-wave radiation converter is completely determined by the transverse size of the waveguide and weakly depends on the width of the Gaussian pump wave. In a parabolic-index profile waveguide, a decrease in the width of the Gaussian pump wave at the waveguide ends commonly leads to a monotonic decrease in the half-width of the point spread function modulus.

Keywords: six-wave radiation converter, wavefront conjugation, Kerr nonlinearity.

Citation: Ivakhnik VV, Kapizov DR, Nikonov VI. Six-wave interaction in multimode waveguides with Kerr nonlinearity with allowance for the Gaussian structure of pump waves. Computer Optics 2024; 48(4): 483-490. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1439.

Authors' information

Valery Vladimirovich Ivakhnik was born in 1951, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, head of Optics and Spectroscopy department, Samara National Research University, Samara, Russia. Research interests: nonlinear optics, dynamic holography. E-mail: ivakhnik@ssau.ru

Darkhan Rakhmetulovich Kapizov was born in 1996, 3st year postgraduate student of Optics and Spectroscopy department, Samara National Research University, Samara, Russia. Research interests: nonlinear optics, dynamic holography. E-mail: darkhankapizov@gmail.com

Vladimir Ivanovich Nikonov was born in 1959, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of Optics and Spectroscopy department, Samara National Research University, Samara, Russia. Research interests: nonlinear optics, dynamic holography. E-mail: nikon5919@mail.ru

Received October 13, 2023. The final version – November 16, 2023.