

О получении теории связанных мод на основе модели связанных плоских волн для симметричных резонансных дифракционных решёток

Д.А. Быков^{1,2}, Е.А. Безус^{1,2}, Л.Л. Досколович^{1,2}

¹ Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт»,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

Рассмотрены аналитические модели, описывающие резонансное рассеяние света на неплоскощажущих дифракционных решетках с горизонтальной плоскостью симметрии. Для случая наклонного падения записана модель многомодовой интерференции, на основе которой предложен новый подход к получению теории связанных мод для рассматриваемых структур. Обе рассмотренные модели описывают резонансы в спектрах отражения и пропускания дифракционных решёток, обусловленные возбуждением волноводных мод и мод типа Фабри–Перо. Взаимодействие этих мод приводит к формированию связанных состояний в континууме, которые также описываются в рамках рассматриваемых моделей.

Ключевые слова: теория связанных мод, модель связанных плоских волн, модель многомодовой интерференции, резонансная дифракционная решётка, резонанс Фано, матрица рассеяния.

Цитирование: Быков, Д.А. О получении теории связанных мод на основе модели связанных плоских волн для симметричных резонансных дифракционных решёток / Д.А. Быков, Е.А. Безус, Л.Л. Досколович // Компьютерная оптика. – 2024. – Т. 48, № 4. – С. 491-500. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1398.

Citation: Bykov DA, Bezus EA, Doskolovich LL. On obtaining the coupled-mode theory using a model of coupled plane waves for symmetric resonant diffraction gratings. *Computer Optics* 2024; 48(4): 491-500. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1398.

Введение

Теория связанных мод (ТСМ) – широко используемый подход для описания и анализа оптических свойств различных структур фотоники [1, 2]. ТСМ позволяет записать одно или несколько дифференциальных уравнений, описывающих пространственную, временную или пространственно-временную динамику поля одной или нескольких мод структуры. Параметры ТСМ, называемые коэффициентами связи, как правило, оцениваются путем вычисления т. н. интегралов перекрытия или путем «подгонки» к строго рассчитанным или экспериментально полученным резонансным профилям [1–5]. Решение уравнений ТСМ существенно проще непосредственного решения уравнений Максвелла. Это делает ТСМ эффективным инструментом для моделирования и расчёта целого ряда элементов фотоники и интегральной оптики [1, 3, 6].

На данный момент разработано множество различных формулировок ТСМ, позволяющих описать оптические свойства таких структур, как направленные ответвители на основе связанных волноводов [1, 2] и брэгговских решёток [1, 2, 7], одиночные резонаторы [8, 9], волноводы, связанные с резонаторами [6, 10], слоистые структуры [11–13],

гофрированные волноводы и дифракционные решётки [1, 2, 7, 10, 11, 14, 15].

В недавней работе [16] авторами настоящей статьи был предложен новый подход к получению ТСМ на основе т. н. модели связанных плоских волн (МСПВ) для бинарной дифракционной решётки, расположенной на плоскопараллельном волноводном слое. Под моделью связанных плоских волн (также известной как модель многомодовой интерференции) понимается подход, в котором поле внутри структуры представляется небольшим числом распространяющихся волн, которые связаны на границах структуры [4, 16–20]. В статье [16] резонансные оптические свойства структуры исследовались в окрестности нормального падения. В настоящей работе мы развиваем предложенный подход и показываем, что он также может быть применён к дифракционным решёткам с горизонтальной плоскостью симметрии в случае наклонного падения света. Наличие горизонтальной плоскости симметрии приводит к тому, что волны связываются как на верхней, так и на нижней границах волноводного слоя. Это существенно усложняет получение ТСМ по сравнению с работой [16] и, в частности, приводит к необходимости отдельного рассмотрения симметричных и антисимметричных мод структуры.

Предложенный подход важен при разработке резонаторов, фильтров и сенсоров, основанных на резонансных дифракционных решётках (РДР). Важно отметить, что коэффициенты полученной модели аналитически зависят от параметров структуры и не требуют ни вычисления интегралов перекрытия, ни подбора параметров модели. Это, в частности, делает разработанную формулировку ТСМ перспективной для исследования резонансных структур с параметрами, изменяющимися в пространстве [21]. Кроме того, к достоинствам развиваемого подхода следует отнести то, что полученная ТСМ сохраняет унитарность матрицы рассеяния анализируемой структуры. Следовательно, полученные приближённые выражения для комплексных коэффициентов отражения и пропускания удовлетворяют закону сохранения энергии.

1. Геометрия и оптические свойства структуры

Рассмотрим симметричную резонансную дифракционную структуру, состоящую из двух идентичных бинарных дифракционных решёток, выполненных на поверхностях плоскопараллельного диэлектрического волновода (рис. 1а). Будем считать, что период решёток d таков, что над и под структурой распространяются только нулевые порядки дифракции. При этом будем рассматривать случай наклонного падения света для таких углов падения θ , что в волноводном слое распространяющимися являются лишь порядки дифракции с номерами 0 и -1 (см. рис. 1а). Из уравнения дифракционной решётки следует, что указанные условия выполняются при

$$|G - k_0 n| < k_x < \min\{G - k_0 n_s, 2G - k_0 n\}, \quad (1)$$

где $k_x = k_0 n_s \sin \theta$ – x -компонента волнового вектора падающей волны; $k_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda$ – волновое число в свободном пространстве (ω – угловая частота падающего света, λ – длина волны в свободном пространстве); n_s и n – показатели преломления материала, окружающего структуру, и волноводного слоя соответственно ($n > n_s$); $G = 2\pi/d$ – вектор обратной решётки. Неравенство (1) было получено в предположении, что угол падения θ является положительным. В работе [20] было показано, что именно в этом диапазоне значений k_x рассматриваемая структура проявляет интересные резонансные оптические свойства.

Резонансы в РДР, проявляющиеся в виде выраженных максимумов и минимумов в спектрах отражения и пропускания, обусловлены возбуждением квазиволноводных мод и возникают, когда константа распространения одного из порядков дифракции оказывается близкой к волновому числу моды плоскопараллельного слоя. В качестве иллюстрации данного явления на рис. 2а представлен спектр пропускания рассматриваемой дифракционной структуры $|T(\omega, k_x)|^2$, строго рассчитанный с использованием метода фурье-мод (МФМ) [22]. Пропускание на рис. 2а

построено в зависимости от угловой частоты и x -компоненты волнового вектора падающего света. Значения геометрических параметров и показателей преломления, использованные при моделировании, приведены в подписи к рис. 1. На рис. 2а видно несколько «резонансных линий», проявляющихся в виде выраженных минимумов в спектре пропускания. В дальнейшем мы получим и применим несколько аналитических моделей, описывающих положение и профили этих резонансов.

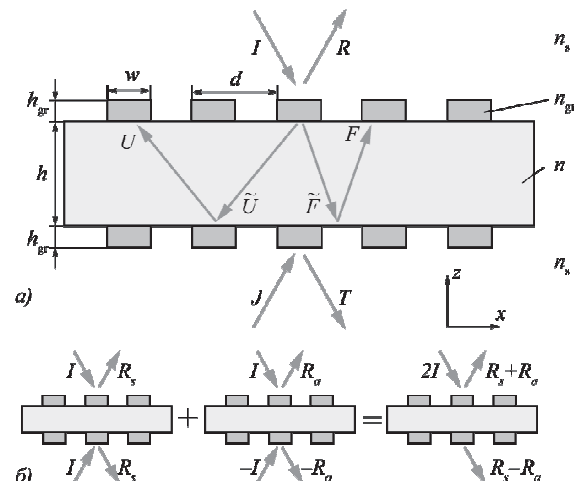


Рис. 1. (а) Геометрия исследуемой структуры и плоские волны, связываемые дифракционными решётками. Параметры рассматриваемой структуры: $d = 750$ нм, коэффициент заполнения $w/d = 1/2$, толщина решётки $h_{gr} = 200$ нм, толщина волноводного слоя $h = 2$ мкм, показатели преломления материалов: $n = n_{gr} = 2,1$, $n_s = 1$. (б) Представление одностороннего возбуждения структуры как полусуммы симметричного и антисимметричного возбуждений

2. Модель связанных плоских волн

2.1. Связанные плоские волны

В рамках модели связанных плоских волн, как показано на рис. 1а, поле над структурой описывается падающей плоской волной I и отражённой волной R ; поле под структурой описывается падающей волной J и прошедшей волной T ; поле внутри волноводного слоя представляется в виде волн F, \tilde{F} , соответствующих нулевому порядку дифракции, и волн U, \tilde{U} , соответствующих порядку дифракции с номером -1 .

Для получения МСПВ рассмотрим отдельно верхнюю дифракционную решётку (т. е. представим себе, что волноводный слой имеет бесконечную толщину и рассматривается как подложка бинарной дифракционной решётки). В этом случае, как показано на рис. 1а, решётка связывает три падающие на неё плоские волны с комплексными амплитудами I, F и U , с тремя рассеянными волнами, имеющими комплексные амплитуды R, \tilde{F} и \tilde{U} . Соответствующие комплексные коэффициенты отражения, пропускания и дифракции могут быть объединены в матрицу рассеяния S_1 верхней дифракционной решётки, имеющую размер 3×3 :

$$\begin{bmatrix} R \\ \tilde{F} / \xi_f \\ \tilde{U} / \xi_u \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} r_0 & t_0 & d_t \\ t_0 & r_f & d_r \\ d_t & d_r & r_u \end{bmatrix}}_{S_1} \begin{bmatrix} I \\ F \\ U \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Здесь r_0 и t_0 – комплексные коэффициенты отражения и пропускания верхней дифракционной решётки (соответствующие нулевым порядкам дифракции), r_f и r_u – коэффициенты отражения волн F и U от дифракционной решётки, d_t – коэффициент, описывающий дифракцию падающей плоской волны I в -1 -й

прошедший порядок дифракции (в волну \tilde{U}), а d_r – коэффициент дифракции, описывающий переход волны F в волну \tilde{U} . Величины ξ_f и ξ_u описывают изменение фаз плоских волн F и U при распространении между верхней и нижней границами волноводного слоя:

$$\begin{aligned} \xi_f &= \exp\left\{ih\sqrt{(k_0n)^2 - k_x^2}\right\}, \\ \xi_u &= \exp\left\{ih\sqrt{(k_0n)^2 - (k_x - G)^2}\right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

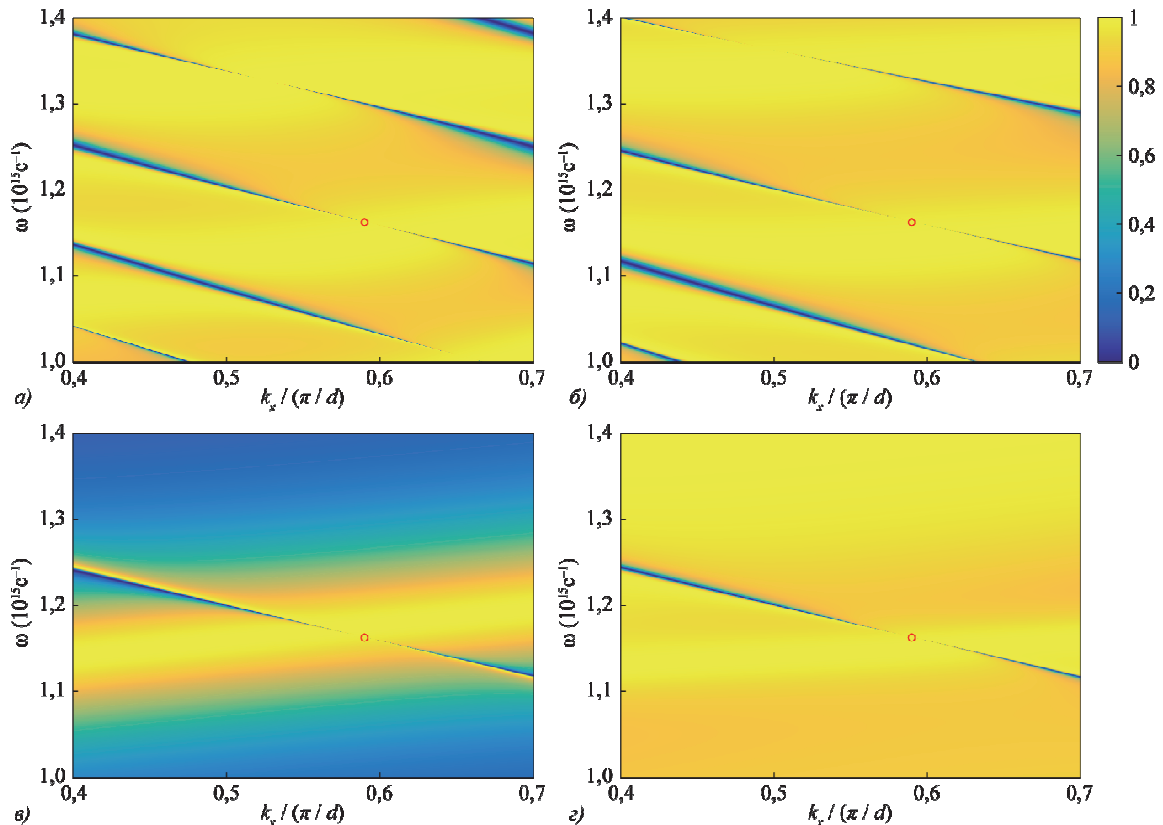


Рис. 2. Пропускание $|T(\omega, k_x)|^2$ РДР, рассчитанное для падающей волны с ТМ-поляризацией с использованием МФМ (а), модели связанных плоских волн (14) (б), теории связанных мод (32) (в) и теории связанных мод с непостоянным нерезонансным коэффициентом пропускания (г). Кругом отмечена точка ССК, в окрестности которой проводилось разложение

Ввиду симметрии структуры связь волн на нижней границе волноводного слоя записывается с использованием той же матрицы рассеяния S_1 :

$$\begin{bmatrix} T \\ F / \xi_f \\ U / \xi_u \end{bmatrix} = S_1 \begin{bmatrix} J \\ \tilde{F} \\ \tilde{U} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Отметим, что матрица рассеяния в уравнениях (2) и (4) симметрична в силу взаимности. Кроме того, для структуры из непоглощающих материалов матрица рассеяния также будет унитарной [23, 24].

Уравнения (2)–(4) составляют систему линейных уравнений, которую можно назвать моделью связанных плоских волн для рассматриваемой структуры.

Отметим, что в уравнении (3) мы учли зависимость как от частоты (через волновое число k_0), так и от угла падения (через величину k_x). В то же время мы будем пренебрегать этой зависимостью в элементах матрицы рассеяния S_1 , входящей в уравнения (2) и (4), считая эти величины постоянными. В полученных ниже аналитических моделях используются значения этих величин, рассчитанные при некоторых фиксированных $\omega = \omega_0$ и $k_x = k_{x0}$. Как мы покажем ниже, такой подход позволяет, с одной стороны, получить простые аналитические формулы, а с другой – воспроизвести основные резонансные особенности спектров РДР в пространстве параметров $\omega - k_x$.

Систему уравнений (2), (4) можно решить относительно величин R и T , исключив амплитуды

$F, \tilde{F}, U, \tilde{U}$. При $I=1, J=0$ величины R и T становятся комплексными коэффициентами отражения и пропускания рассматриваемой РДР. Чтобы получить выражения для R и T в наиболее удобной форме, представим решение задачи как полусумму решений для случаев симметричного и антисимметричного возбуждения структуры (см. рис. 1б).

2.2. Симметричное возбуждение структуры

Рассмотрим случай, когда поле, падающее на структуру, является симметричным относительно плоскости xu (т. е. комплексные амплитуды падающих волн совпадают: $I=J$). В этом случае симметричным является и рассеянное поле ($R=T$), а также поле внутри структуры ($U=\tilde{U}, F=\tilde{F}$). Обозначая комплексные амплитуды рассеянных волн как $R_s=R=T$, можно записать уравнения (2), (4) в следующем виде:

$$\begin{cases} F\xi_f^{-1} = r_f F + d_r U + t I, \\ U\xi_u^{-1} = d_r F + r_u U + d_t I, \\ R_s = r I + t F + d_t U. \end{cases} \quad (5)$$

Решая данную систему относительно R_s и исключая амплитуды волн F и U , получим следующее выражение, в котором амплитуда падающей волны положена равной единице ($I=1$):

$$R_s = r_0 + \frac{d_r^2 (\xi_f^{-1} - r_f) + t_0^2 (\xi_u^{-1} - r_u) + 2d_r d_t t_0}{(\xi_f^{-1} - r_f)(\xi_u^{-1} - r_u) - d_r^2}. \quad (6)$$

Как было отмечено ранее, для непоглощающих структур матрица рассеяния унитарна. В этом случае её элементы связаны соотношениями, которые приведены в Приложении. Используя данные соотношения, можно переписать коэффициент отражения в виде

$$R_s = \frac{D_s^*}{D_s} \xi_f^{-1} \xi_u^{-1} \det \mathbf{S}_1, \quad (7)$$

где

$$D_s = (\xi_f^{-1} - r_f)(\xi_u^{-1} - r_u) - d_r^2. \quad (8)$$

Отметим, что числитель дроби в уравнении (7) является комплексным сопряжением от знаменателя, следовательно, дробь по модулю равняется единице. Сомножители после дроби также по модулю равны единице. Следовательно, $|R_s|=1$, что обеспечивает выполнение закона сохранения энергии при симметричном возбуждении структуры.

2.3. Антисимметричное возбуждение структуры

Рассмотрим теперь случай, когда падающее на структуру поле антисимметрично, т. е. падающие волны имеют одинаковые амплитуды, но их фазы отличаются на величину π : $I=-J$. В этом случае

рассеянное поле также оказывается антисимметричным: $R_a = R = T$, т. е. интенсивности волн, рассеянных вверх и вниз, совпадают, но их фазы отличаются на π . Аналогичным свойством обладает поле внутри структуры ($U = -\tilde{U}, F = -\tilde{F}$), что позволяет переписать систему уравнений (2), (4) в следующем виде:

$$\begin{cases} -F\xi_f^{-1} = r_f F + d_r U + t_0 I, \\ -U\xi_u^{-1} = d_r F + r_u U + d_t I, \\ R_a = r_0 I + t_0 F + d_t U. \end{cases} \quad (9)$$

Аналогично предыдущему подпараграфу, решение этой системы при $I=1$ приводит к выражению

$$R_a = r_0 - \frac{d_r^2 (\xi_f^{-1} + r_f) + t_0^2 (\xi_u^{-1} + r_u) - 2d_r d_t t_0}{(\xi_f^{-1} + r_f)(\xi_u^{-1} + r_u) - d_r^2}. \quad (10)$$

Для непоглощающих структур матрица рассеяния унитарна и коэффициент отражения можно записать в виде, аналогичном (7):

$$R_a = \frac{D_a^*}{D_a} \xi_f^{-1} \xi_u^{-1} \det \mathbf{S}_1, \quad (11)$$

где

$$D_a = (\xi_f^{-1} + r_f)(\xi_u^{-1} + r_u) - d_r^2. \quad (12)$$

2.4. Возбуждение структуры сверху

Наибольший практический интерес представляет случай, когда волны, падающей на структуру снизу, нет (т. е. $J=0$). В этом случае поле в структуре можно получить как полусумму полей при симметричном и антисимметричном возбуждениях (см. рис. 1б). Следовательно, комплексные амплитуды отражённых и прошедших волн выражаются как

$$R = \frac{R_s + R_a}{2}, \quad T = \frac{R_s - R_a}{2}, \quad (13)$$

где R_s и R_a определяются соотношениями (6) и (10) соответственно. Для непоглощающих структур можно применить более простые соотношения (7) и (11) и получить

$$R = \frac{\det \mathbf{S}_1}{2\xi_u \xi_f} \left[\frac{D_s^*}{D_s} + \frac{D_a^*}{D_a} \right], \quad T = \frac{\det \mathbf{S}_1}{2\xi_u \xi_f} \left[\frac{D_s^*}{D_s} - \frac{D_a^*}{D_a} \right]. \quad (14)$$

Полученные выражения (14) позволяют рассчитать коэффициенты отражения и пропускания РДР. Важно отметить, что данные выражения аналитически описывают зависимость коэффициентов отражения и пропускания от параметров падающей волны ω, k_x и от основных параметров дифракционной решётки d, h, n . Действительно, величины $-D_s$ и D_a , определяемые выражениями (8) и (12), зависят от ξ_f и ξ_u , которые, в свою очередь, зависят от ω, k_x, d, h , и n (см.

формулы (3)). В то же время элементы матрицы рассеяния S_1 , необходимые для вычисления величин $\det S_1$, D_s и D_a по формулам (8) и (12), могут быть строго рассчитаны с помощью МФМ. Спектр пропускания, рассчитанный по формуле (14) для рассматриваемого примера РДР, показан на рис. 2б. Некоторые расхождения между рис. 2а и 2б вызваны тем, что при построении МСПВ мы пренебрегли зависимостью элементов S_1 от ω и k_x (указанные элементы были рассчитаны в точке $\omega = 1,1627 \cdot 10^{15} \text{с}^{-1}$, $k_x = 0,59\pi/d$, которая отмечена красными кружками на рис. 2). Тем не менее, из сравнения рис. 2а и 2б видно, что МСПВ описывает основные резонансные особенности в спектре пропускания РДР, воспроизводя характерное изменение ширины резонансных линий. При этом, когда ширина линий обращается в ноль, происходит формирование т. н. связанных состояний в континууме (ССК).

Рассмотрим, как формирование ССК описывается обсуждаемой моделью связанных плоских волн. Как упоминалось выше, резонансы в РДР возникают при возбуждении собственных мод структуры. Закон дисперсии этих собственных мод можно получить, приравняв знаменатель в уравнениях (14) к нулю: $D_a D_s = 0$. В общем случае это условие выполняется при комплексных частотах и/или комплексных волновых числах. Однако в некоторых случаях появляются собственные моды, имеющие одновременно действительную частоту и действительное волновое число; именно эти моды называются связанными состояниями в континууме [25]. Как было показано в работе [20], рассматриваемая РДР действительно допускает существование ССК, причём это происходит при следующих условиях:

$$\xi_f^{-1} = \mp \frac{d_t^*}{d_t} \det S_1, \quad \xi_u^{-1} = \mp \frac{t_0^*}{t_0} \det S_1, \quad (15)$$

где знак минус следует брать при описании симметричных ССК, а знак плюс – для антисимметричных ССК. Отметим, что величины в правых частях равенств (15) имеют единичный модуль. Следовательно, в соответствии с формулой (3), данные условия могут быть удовлетворены при действительной частоте ω и действительной компоненте волнового вектора k_x [20]. В следующем параграфе мы построим теорию связанных мод, описывающую оптические свойства РДР в окрестности одного из таких ССК, то есть в окрестности одной пары значений (ω, k_x) , удовлетворяющей уравнению (15).

3. Теория связанных мод

3.1. Аппроксимация величин ξ_u и ξ_f

Предположим, что нас интересует описание спектра пропускания РДР вблизи некоторой частоты ω_0 и некоторого значения x -компоненты волнового вектора $k_{x,0}$. Для расчета приближённого спектра пропус-

кания мы можем заменить величины ξ_u^{-1} и ξ_f^{-1} , определённые формулой (3), их рядами Тейлора в окрестности точки $\omega = \omega_0$, $k_x = k_{x,0}$.

Линейная аппроксимация отрезком ряда Тейлора для величины ξ_u^{-1} имеет вид

$$\xi_u^{-1} \approx \frac{\tau_u}{\zeta_u} \left[\frac{1}{\tau_u} - i(\omega - \omega_0) - i v_{g,u} (k_x - k_{x,0}) \right]. \quad (16)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$\zeta_u = e^{i h k_{z,u}}, \quad v_{g,u} = \frac{c^2 (G - k_{x,0})}{n^2 \omega_0}, \quad \tau_u = \frac{2 h n^2 \omega_0}{c^2 k_{z,u}}, \quad (17)$$

$$k_{z,u} = \sqrt{(n \omega_0 / c)^2 - (k_{x,0} - G)^2},$$

где $k_{z,u}$ – z -компонента волнового вектора -1 -го порядка дифракции внутри волновода при $k_x = k_{x,0}$ и $\omega = \omega_0$, а величины $v_{g,u}$ и τ_u имеют следующий физический смысл. Пусть θ_u обозначает угол, отсчитываемый от нормали, под которым распространяется -1 -й порядок дифракции внутри волноводного слоя (при $k_x = 0$). Очевидно, $\sin \theta_u = (G - k_{x,0}) c / (n \omega_0)$ и $\cos \theta_u = k_{z,u} c / (n \omega_0)$. Таким образом, $v_g = c n^{-1} \sin \theta_u$ есть проекция фазовой скорости плоских волн внутри волноводного слоя на ось x , которую можно рассматривать как групповую скорость моды плоскопараллельного волновода (в простейшем «бездисперсионном» случае). Точно так же величина τ_u , выраженная в виде $\tau_u = 2(h / \cos \theta_u) / (c / n)$, представляет собой время, необходимое плоской волне для прохождения от нижней до верхней границы волноводного слоя.

Аналогичным образом производится разложение фазового члена ξ_f^{-1} , соответствующего нулевому порядку дифракции:

$$\xi_f^{-1} \approx \frac{\tau_f}{\zeta_f} \left[\frac{1}{\tau_f} - i(\omega - \omega_0) + i v_{g,f} (k_x - k_{x,0}) \right]. \quad (18)$$

Здесь использованы следующие обозначения, полностью аналогичные обозначениям уравнений (17):

$$\zeta_f = e^{i h k_{z,f}}, \quad v_{g,f} = \frac{c^2 k_{x,0}}{n^2 \omega_0}, \quad \tau_f = \frac{2 h n^2 \omega_0}{c^2 k_{z,f}}, \quad (19)$$

$$k_{z,f} = \sqrt{(n \omega_0 / c)^2 - k_{x,0}^2}.$$

Подставляя уравнения (16) и (18) в уравнения связанных плоских волн (5) и (9), можно получить теорию связанных мод. Однако легко показать, что такой подход нарушит выполнение закона сохранения энергии. Действительно, даже для структур без потерь на поглощение равенство $|R|^2 + |T|^2 = 1$ выполняться не будет. Причина этого заключается в том, что величины ξ_u^{-1} и ξ_f^{-1} , равные по модулю единице, заменяются их разложениями в ряд Тейлора (16) и (18), модуль которых уже не равен единице. Это нарушает унитарность матрицы рассеяния всей структуры и, как

следствие, приводит к нарушению закона сохранения энергии.

Для получения приближения, сохраняющего унитарность и, следовательно, удовлетворяющего закону сохранения энергии, представим величину ξ_u^{-1} , имеющую единичный модуль, в виде величины $\xi_u^{-1/2}$, деленной на её комплексное сопряжение. Действительно, так как $|\xi_u| = |\xi_u^{-1}| = \xi_u^{-1/2} \cdot (\xi_u^{-1/2})^* = 1$, можно записать $\xi_u^{-1} = \xi_u^{-1/2} / |\xi_u^{-1}| = \xi_u^{-1/2} / [\xi_u^{-1/2} \cdot (\xi_u^{-1/2})^*] = \xi_u^{-1/2} / (\xi_u^{-1/2})^*$. Аналогично поступим для величины ξ_f^{-1} , записав её в виде $\xi_f^{-1} = \xi_f^{-1/2} / (\xi_f^{-1/2})^*$. Затем заменим величины $\xi_u^{-1/2}$ и $\xi_f^{-1/2}$ их разложениями в ряд Тейлора

$$\begin{aligned} \xi_u^{-1/2} &\approx \frac{\tau_u}{2\xi_u^{1/2}} \left[\frac{2}{\tau_u} - i(\omega - \omega_0) - iv_{g,u}(k_x - k_{x,0}) \right], \\ \xi_f^{-1/2} &\approx \frac{\tau_f}{2\xi_f^{1/2}} \left[\frac{2}{\tau_f} - i(\omega - \omega_0) + iv_{g,f}(k_x - k_{x,0}) \right], \end{aligned} \quad (20)$$

которые аналогичны уравнениям (16) и (18). Поскольку значения $\omega, k_x, \tau_u, \tau_f, v_{g,u}$ и $v_{g,f}$ являются действительными числами, аппроксимации для величин ξ_u^{-1} и ξ_f^{-1} принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \xi_u^{-1} &\approx \xi_u^{-1} \frac{2/\tau_u - i(\omega - \omega_0) - iv_{g,u}(k_x - k_{x,0})}{2/\tau_u + i(\omega - \omega_0) + iv_{g,u}(k_x - k_{x,0})}, \\ \xi_f^{-1} &\approx \xi_f^{-1} \frac{2/\tau_f - i(\omega - \omega_0) + iv_{g,f}(k_x - k_{x,0})}{2/\tau_f + i(\omega - \omega_0) - iv_{g,f}(k_x - k_{x,0})}. \end{aligned} \quad (21)$$

Отметим, что правые части в уравнениях (21) имеют единичный модуль, поскольку числители являются комплексными сопряжениями от знаменателей. При этом аргументы (фазы) при использовании аппроксимаций (21), вообще говоря, изменяются, но в окрестности точки $\omega = \omega_0, k_x = k_{x,0}$ остаются близкими к точным значениям $\arg \xi_{u,f}^{-1}$. Таким образом, аппроксимации (21) сохраняют унитарность матрицы рассеяния структуры и позволяют получить теорию связанных мод, удовлетворяющую закону сохранения энергии.

3.2. Теория связанных мод для симметричного случая

Получим уравнения ТСМ для случая, когда структура возбуждается симметрично ($I=J$). Для этого применим аппроксимации (21) к уравнениям (5). Чтобы получить в итоге уравнения, соответствующие ТСМ и имеющие ясный физический смысл, необходимо использовать следующую замену переменных, выбор которой будет пояснён ниже:

$$\begin{aligned} \hat{F} &= -t_0 F + \frac{|d_t|^2 t_0 d_r F - |t_0|^2 d_t (d_r U + t_0 I)}{\Xi}, \\ \hat{U} &= -d_t U + \frac{|t_0|^2 d_t d_r U - |d_t|^2 t_0 (d_r F + d_t I)}{\Xi}, \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$\Xi = \frac{d_r d_t^2 r_f - 2d_t r_f r_u t_0 + d_r r_u t_0^2}{\det S_1}. \quad (23)$$

Используя аппроксимации (21) и замену переменных (22), получим следующие уравнения, где неизвестными являются R_s, \hat{F} и \hat{U} :

$$\begin{cases} -i\omega \hat{F} = -i(\omega_0 + v_{g,f}(k_x - k_{x,0})) \hat{F} \\ \quad + d_r \frac{2|t_0|^2}{\Xi \tau_f} \hat{F} + d_r \frac{2|t_0|^2}{\Xi \tau_f} \hat{U} + \frac{2|t_0|^2}{\Xi \tau_f} I, \\ -i\omega \hat{U} = -i(\omega_0 - v_{g,u}(k_x - k_{x,0})) \hat{U} \\ \quad + d_r \frac{2|d_t|^2}{\Xi \tau_u} \hat{U} + d_r \frac{2|d_t|^2}{\Xi \tau_u} \hat{F} + \frac{2|d_t|^2}{\Xi \tau_u} I, \\ R_s = r_{nr} I - \frac{2\Delta |t_0 d_t|^2}{\Xi} (\hat{F} + \hat{U}), \end{cases} \quad (24)$$

где $r_{nr} = \det S_1 \cdot \Xi^* / \Xi$. Отметим, что для получения системы (24) мы использовали следствия унитарности матрицы S_1 , приведенные в Приложении, а также предположили, что разложение (21) было проведено в окрестности точки $(\omega_0, k_{x,0})$, соответствующей симметричному ССК (при этом величины ξ_f^{-1} и ξ_u^{-1} формально равны величинам ξ_f^{-1} и ξ_u^{-1} в формуле (15)). Также отметим, что использованная выше замена переменных (22) была получена методом неопределённых коэффициентов так, чтобы исключить из правых частей уравнений (24) слагаемые, содержащие произведения ωI и $k_x I$. Это, как будет показано ниже, даёт возможность получить теорию связанных мод в наиболее простой форме.

Из уравнений (24) может быть получена простая аппроксимация для комплексного коэффициента отражения R_s , явно описывающая его зависимость от величин ω и k_x :

$$R_s = r_{nr} \frac{\mathcal{D}^*}{\mathcal{D}}, \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{D} &= [\omega - \omega_0 - v_{g,f}(k_x - k_{x,0}) - id_r \eta_f] \times \\ &\times [\omega - \omega_0 + v_{g,u}(k_x - k_{x,0}) - id_r \eta_u] + d_r^2 \eta_u \eta_f \end{aligned} \quad (26)$$

и $\eta_f = 2|t_0|^2 / (\Xi \tau_u)$, $\eta_u = 2|d_t|^2 / (\Xi \tau_u)$. Выделяя целую часть в формуле (25), перепишем её в виде

$$R_s = r_{nr} + \frac{\mathcal{N}}{\mathcal{D}}, \quad (27)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{N} &= -2i \frac{|t_0 d_t|^2 r_0}{\Xi^*} \cdot [\eta_u (\omega - \omega_0 - v_{g,f}(k_x - k_{x,0})) + \\ &+ \eta_f (\omega - \omega_0 + v_{g,u}(k_x - k_{x,0}))]. \end{aligned} \quad (28)$$

Отметим, что числитель \mathcal{N} в (27) содержит лишь первые степени по ω и k_x , в то время как знаменатель \mathcal{D} содержит вторые степени. Следовательно, при удалении от частоты ω_0 или волнового числа $k_{x,0}$ рассматриваемого ССК коэффициент отражения стремится к величине r_{nr} , которая в этой связи имеет смысл нерезонансного коэффициента отражения при симметричном возбуждении структуры. Второе слагаемое при этом описывает резонансное рассеяние света рассматриваемой РДР. В этом смысле формула (27) является обобщением профиля Фано на случай двух аргументов: угловой частоты ω и проекции волнового вектора k_x .

Система (24) и уравнение (27) описывают рассеяние плоской электромагнитной волны резонансной дифракционной решёткой. Однако систему (24) также можно использовать для описания преобразования пространственно-временного оптического сигнала $f_I(t, x)$ рассматриваемой резонансной дифракционной структурой. Для этого представим падающий сигнал (пространственно-временной волновой пакет) в виде суперпозиции плоских волн: $f_I(t, x) = \mathcal{F}\{I(\omega, k_x)\}$, где \mathcal{F} обозначает преобразование Фурье

$$\mathcal{F}G = \iint_{\mathbb{R}^2} G(\omega, k_x) e^{ik_x x - i\omega t} d\omega dk_x. \quad (29)$$

Отметим, что систему (24) можно записать для каждой из плоских волн, составляющих падающий оптический сигнал. В этом случае амплитуда I в уравнении (24) становится пространственно-временным спектром $I(\omega, k_x)$ падающего сигнала. Соответственно, \hat{F} , \hat{U} и R_s становятся функциями от ω и k_x , описывающими пространственно-временные спектры двух «модовых» волновых пакетов и отражённого сигнала. Применяя преобразование Фурье (29) к системе (24), получим систему дифференциальных уравнений в частных производных

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial t} = -v_{g,f} \frac{\partial f}{\partial x} - i(\omega_0 - v_{g,f} k_{x,0}) f + \\ + d_r \frac{2|t_0|^2}{\Xi \tau_f} f + d_r \frac{2|t_0|^2}{\Xi \tau_f} u + \frac{2|t_0|^2}{\Xi \tau_f} f_I(t, x), \\ \frac{\partial u}{\partial t} = v_{g,u} \frac{\partial u}{\partial x} - i(\omega_0 + v_{g,u} k_{x,0}) u + \\ + d_r \frac{2|d_t|^2}{\Xi \tau_u} u + d_r \frac{2|d_t|^2}{\Xi \tau_u} f + \frac{2|d_t|^2}{\Xi \tau_u} f_I(t, x), \\ f_{R_s}(t, x) = r_{nr} f_I(t, x) - \frac{2\Delta |t_0 d_t|^2}{\Xi} (f + u), \end{cases} \quad (30)$$

связывающую распределение падающего поля $f_I(t, x) = \mathcal{F}I$ с распределением отражённого поля $f_{R_s}(t, x) = \mathcal{F}R_s$ и распределениями полей (блоховских амплитуд) мод, распространяющихся в структуре $u(t, x) = \mathcal{F}U$ и $f(t, x) = \mathcal{F}F$.

Уравнения (30) имеют ясный физический смысл [15]. Действительно, первые два уравнения си-

стемы представляют собой два связанных однонаправленных волновых уравнения. Каждое из этих уравнений содержит в левой части производную по времени, поэтому правая часть описывает изменение амплитуды соответствующей моды за единицу времени. Первое слагаемое в правой части, содержащее пространственную производную, присуще однонаправленному волновому уравнению, а следующее слагаемое учитывает линейный закон дисперсии волноводного слоя в окрестности точки $\omega = \omega_0$, $k_x = k_{x,0}$. Третий член описывает вытекание моды за единицу времени при рассеянии на гофрированной поверхности волновода (дифракционной решётке). Четвертый член описывает связь между двумя рассматриваемыми модами. Наконец, последний член описывает возбуждение моды падающим полем. Таким образом, система (30) является пространственно-временной теорией связанных мод для рассматриваемой РДР, а формулу (27) можно рассматривать как приближённое выражение для коэффициента отражения, полученное в рамках ТСМ.

Отметим, что если переписать уравнения (30) для монохроматических волн (т. е. для случая, когда f_I , f и f_{R_s} зависят от времени, как $e^{-i\omega t}$), то указанные уравнения будут представлять собой пространственную теорию связанных мод. Аналогично, рассматривая решения, гармонически зависящие от переменной x , можно получить временную ТСМ.

3.3. Антисимметричное и несимметричное возбуждение структуры

В случае антисимметричного возбуждения ($I = -J$) путем применения аппроксимации (21) к уравнениям (9) могут быть проведены аналогичные выкладки, приводящие к ТСМ. При этом оказывается, что получаемые уравнения в точности совпадают с выражениями (24)–(28), (30). В частности, выражение для коэффициента отражения будет иметь вид

$$R_a = r_{nr} + \frac{\mathcal{N}}{\mathcal{D}}. \quad (31)$$

При этом необходимо помнить, что формулы для симметричного и антисимметричного случаев получены путем разложения в окрестности соответственно симметричного и антисимметричного ССК. Следовательно, значения $(\omega, k_{x,0})$ для симметричного и антисимметричного случаев являются различными.

Чтобы получить приближённые выражения для коэффициентов отражения и пропускания в случае одностороннего возбуждения структуры плоской волной, падающей сверху, мы должны записать аналоги выражений (13). При этом, если рассматривается окрестность симметричного ССК, то величину R_s в формуле (13) нужно рассчитывать с помощью приближённого выражения (27), связанного с ТСМ, а в качестве величины R_a следует взять нерезонансное слагаемое r_{nr} из формулы (31). Таким образом, мы учтем лишь симметричную моду в окрестности рас-

смастриваемого ССК и пренебрежём соседними антисимметричными модами.

Аналогично, при рассмотрении резонансов в окрестности антисимметричного ССК следует при подстановке в формулу (13) выражений (27) и (31) взять из формулы (27) только нерезонансное слагаемое. С учетом этого общие выражения для коэффициентов отражения и пропускания, справедливые для случаев симметричного и антисимметричного ССК, будут иметь вид

$$R = r_{nr} + \frac{\mathcal{N}}{2\mathcal{D}}, \quad T = \pm \frac{\mathcal{N}}{2\mathcal{D}}, \quad (32)$$

где верхний знак в выражении для T соответствует описанию мод в окрестности симметричного ССК, а нижний – в окрестности антисимметричного.

Важно отметить, что полученные в рамках ТСМ уравнения (32) удовлетворяют закону сохранения энергии. Действительно, модель связанных плоских волн параграфа 2 связывает каналы рассеяния двух идентичных унитарных матриц S_1 . Это делает матрицу рассеяния всей структуры унитарной в рамках МСПВ. В выводе ТСМ настоящего подпараграфа коэффициенты ξ_u и ξ_f , имеющие единичный модуль, заменены их аппроксимациями (21), которые также имеют единичный модуль. Таким образом, матрица рассеяния всей структуры в рамках полученной ТСМ остается унитарной, что соответствует выполнению закона сохранения энергии.

На рис. 2в показан спектр пропускания, рассчитанный по формуле (32). При этом следует отметить, что рассматриваемый ССК, отмеченный на рисунке красным кружком, является симметричным. В этом можно убедиться, проанализировав распределение поля рассматриваемого ССК (не приведено в статье для краткости). Из рис. 2в видно, что полученная ТСМ учитывает две моды: высокочастотную моду, возбуждаемую -1 -м порядком дифракции, и низкочастотный резонанс типа Фабри–Перо, возбуждаемый 0 -м порядком. Взаимодействие этих мод приводит к формированию ССК типа Фридриха–Винтгена [25], которое наблюдается на рис. 2а и описывается предложенной ТСМ. При этом «фоновое» (нерезонансное) значение пропускания на рис. 2в близко к нулю, в то время как на рис. 2а высокочастотные резонансы наблюдаются на фоне пропускания, близкого к единичному, что обусловлено вкладом нескольких (симметричных и антисимметричных) резонансов Фабри–Перо. Рассмотрение лишь одного такого резонанса в рамках ТСМ объясняет различие рис. 2а и 2в.

Лучшее согласие между ТСМ и результатами строгого численного моделирования можно получить, если не предполагать, что нерезонансный коэффициент пропускания является постоянным. В рамках этого подхода для рассматриваемого антисимметричного ССК в формулу (13) будет по-прежнему подставляться выражение (31) для величины R_s , полу-

ченное в рамках ТСМ. В качестве величины R_s же будет использоваться выражение (7), в котором применена замена (21), записанная в окрестности рассматриваемого *антисимметричного* ССК. Отметим, что полученное таким образом выражение для R_s будет отличаться от выражения (27), в котором была использована замена (21), записанная в окрестности *симметричного* ССК. Спектр пропускания, рассчитанный в рамках такой «теории связанных мод с непостоянным нерезонансным коэффициентом пропускания», показан на рис. 2г и действительно показывает лучшее согласие с рис. 2а по сравнению с рис. 2в.

Заключение

В настоящей работе из модели связанных плоских волн (модели многомодовой интерференции) была получена пространственно-временная теория связанных мод для симметричных резонансных дифракционных решёток, выполненных на поверхностях плоскопараллельного волноводного слоя. Полученная теория содержит два связанных однонаправленных волновых уравнения, описывающих моду Фабри–Перо и моду плоскопараллельного волновода, возбуждаемые нулевым и -1 -м порядками дифракции соответственно. Решение этих уравнений в Фурье-пространстве позволило получить аналитические выражения для комплексных коэффициентов отражения и пропускания, удовлетворяющие закону сохранения энергии. Полученные выражения справедливы для непоглощающих структур, однако в случае наличия поглощения может быть применён аналогичный подход. В частности, если поглощение происходит в обкладках волноводного слоя (в дифракционных решётках), то соотношения между элементами матрицы рассеяния, приведённые в Приложении, перестанут выполняться, что приведёт к более сложным выражениям для коэффициентов связи в ТСМ. Если же поглощение происходит в волноводном слое, то вместо формул (21) следует использовать формулы (16) и (18), которые также позволяют получить ТСМ.

По мнению авторов, важным преимуществом предлагаемого подхода является то, что параметры получаемой ТСМ явно выражаются через «локальные» комплексные амплитуды порядков дифракции бинарных дифракционных решёток, входящих в структуру. Следовательно, для расчетов с использованием разработанной ТСМ не требуется «подгонки» параметров модели или вычисления интегралов перекрытия между распределениями поля мод структуры и падающего излучения, что обычно необходимо при использовании других формулировок теории связанных мод. Кроме того, параметры полученной пространственно-временной ТСМ аналитически зависят от основных геометрических параметров РДР, а именно, от её периода и толщины волноводного слоя. Это, в частности, позволит использовать предложенную теорию для моделирования дифракции света на

дифракционных решётках с пространственно-изменяющимися параметрами, что будет являться предметом дальнейших исследований.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 22-12-00120; разработка теории связанных мод) и в рамках государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» (разработка программ для численного моделирования).

References

- [1] Haus HA. Waves and fields in optoelectronics. Englewood Cliffs: Prentice Hall; 1984. ISBN: 978-0139460531.
- [2] Barybin AA. Electrodynamics of waveguide structures. Theory of excitation and coupling of waves [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2007. ISBN: 978-5-9221-0740-2.
- [3] Haus H, Huang W. Coupled-mode theory. Proc IEEE 1991; 79(10): 1505-1518. DOI: 10.1109/5.104225.
- [4] Rosenblatt D, Sharon A, Friesem AA. Resonant grating waveguide structures. IEEE J Quant Electron 1997; 33(11): 2038-2059. DOI: 10.1109/3.641320.
- [5] Fan S, Suh W, Joannopoulos JD. Temporal coupled-mode theory for the Fano resonance in optical resonators. J Opt Soc Am A 2003; 20(3): 569-572. DOI: 10.1364/JOSAA.20.000569.
- [6] Liu HC, Yariv A. Synthesis of high-order bandpass filters based on coupled-resonator optical waveguides (CROWs). Opt Express 2011; 19(18): 17653-17668. DOI: 10.1364/OE.19.017653.
- [7] Stoll H, Yariv A. Coupled-mode analysis of periodic dielectric waveguides. Opt Commun 1973; 8(1): 5-8. DOI: 10.1016/0030-4018(73)90168-5.
- [8] Ruan Z, Fan S. Temporal coupled-mode theory for light scattering by an arbitrarily shaped object supporting a single resonance. Phys Rev A 2012; 85(4): 043828. DOI: 10.1103/PhysRevA.85.043828.
- [9] Bulgakov EN, Maksimov DN, Ershov AE. Optical coupled-mode theory for dielectric solids of revolution. Phys Rev A 2023; 107(4): 043506. DOI: 10.1103/PhysRevA.107.043506.
- [10] Suh W, Wang Z, Fan S. Temporal coupled-mode theory and the presence of non-orthogonal modes in lossless multimode cavities. IEEE J Quantum Electron 2004; 40(10): 1511-1518. DOI: 10.1109/JQE.2004.834773.
- [11] Hoekstra HJWM. Coupled mode theory for resonant excitation of waveguiding structures. Opt Quant Electron 2000; 32(6): 735-758. DOI: 10.1023/A:1007006226372.
- [12] Nesterenko DV. Resonance characteristics of transmissive optical filters based on metal/dielectric/metal structures. Computer Optics 2020; 44(2): 219-228. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-681.
- [13] Nesterenko DV, Hayashi S, Soifer V. *Ab initio* spatial coupled-mode theory of Fano resonances in optical responses of multilayer interference resonators. Phys Rev A 2022; 106(2): 023507. DOI: 10.1103/PhysRevA.106.023507.
- [14] Pietroy D, Tishchenko AV, Flury M, Parriaux O. Bridging pole and coupled wave formalisms for grating waveguide resonance analysis and design synthesis. Opt Express 2007; 15(15): 9831-9842. DOI: 10.1364/OE.15.009831.
- [15] Bykov DA, Doskolovich LL. Spatiotemporal coupled-mode theory of guided-mode resonant gratings. Opt Express 2014; 23(15): 19234-19241. DOI: 10.1364/OE.23.019234.
- [16] Bykov DA, Bezus EA, Doskolovich LL. From coupled plane waves to the coupled-mode theory of guided-mode resonant gratings. Photon Nanostr Fund Appl 2023; 56: 101167. DOI: 10.1016/j.photonics.2023.101167.
- [17] Tishchenko AV. Phenomenological representation of deep and high contrast lamellar gratings by means of the modal method. Opt Quant Electron 2005; 37(1): 309-330. DOI: 10.1007/s11082-005-1188-2.
- [18] Lalanne P, Hugonin JP, Chavel P. Optical properties of deep lamellar gratings: a coupled Bloch-mode insight. J Lightw Technol 2006; 24(6): 2442-2449. DOI: 10.1109/JLT.2006.874555.
- [19] Karagodsky V, Sedgwick FG, Chang-Hasnain CJ. Theoretical analysis of subwavelength high contrast grating reflectors. Opt Express 2010; 18(16): 16973-16988. DOI: 10.1364/OE.18.016973.
- [20] Bykov DA, Bezus EA, Doskolovich LL. Coupled-wave formalism for bound states in the continuum in guided-mode resonant gratings. Phys Rev A 2019; 99(6): 063805. DOI: 10.1103/PhysRevA.99.063805.
- [21] Bykov DA, Bezus EA, Doskolovich LL. Coupled-mode theory for resonant gratings with a varying period. Computer Optics 2023; 47(3): 341-349. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1232.
- [22] Moharam MG, Grann EB, Pommet DA, Gaylord TK. Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings. J Opt Soc Am A 1995; 12(5): 1068-1076. DOI: 10.1364/JOSAA.12.001068.
- [23] Uretsky J. The scattering of plane waves from periodic surfaces. Ann Phys 1965; 33(3): 400-427. DOI: 10.1016/0003-4916(65)90269-1.
- [24] Gippius NA, Tikhodeev SG, Ishihara T. Optical properties of photonic crystal slabs with an asymmetrical unit cell. Phys Rev B 2005; 72(4): 045138. DOI: 10.1103/PhysRevB.72.045138.
- [25] Koshelev KL, Sadrieva ZF, Shcherbakov AA, Kivshar YuS, Bogdanov AA. Bound states in the continuum in photonic structures. Phys Usp 2023; 66(5): 494-517. DOI: 10.3367/UFNe.2021.12.039120.

Приложение

Следствия симметрии и унитарности матрицы S_1

Запишем условие унитарности симметричной матрицы S_1 , определённой в уравнении (2), как $S_1^* S_1 = \mathbf{I}$. Перемножая матрицы в левой части этого уравнения, получим следующие тождества:

$$\begin{aligned}
 |r_0|^2 + |t_0|^2 + |d_t|^2 &= 1, & r_0^* t_0 + t_0^* r_f + d_t^* d_r &= 0, \\
 |t_0|^2 + |r_f|^2 + |d_r|^2 &= 1, & r_0^* d_t + t_0^* d_r + d_t^* r_u &= 0, \\
 |d_t|^2 + |d_r|^2 + |r_u|^2 &= 1, & t_0^* d_t + r_f^* d_r + d_r^* r_u &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{П1}$$

Несмотря на то, что данные 6 формул полностью задают условие унитарности матрицы S_1 , более полезными на практике оказываются другие соотношения, являющиеся следствием вышеприведённых. Для их получения отметим, что матрицу, обратную к унитарной матрице S_1 , можно получить двумя способами: в терминах присоединённой матрицы и как эрмитово сопряжённую. Приравнивая эти два выражения (т. е. записывая равенство $S_1^* = \text{Adj}S_1 / \det S_1$), получим:

$$\begin{aligned}
 r_0^* &= \frac{r_f r_u - d_r^2}{\det S_1}, & t_0^* &= \frac{d_r d_t - r_u t_0}{\det S_1}, \\
 d_t^* &= \frac{d_r t_0 - d_t r_f}{\det S_1}, & d_r^* &= \frac{d_t t_0 - d_r r_0}{\det S_1}, \\
 r_u^* &= \frac{r_0 r_f - t_0^2}{\det S_1}, & r_f^* &= \frac{r_0 r_u - d_t^2}{\det S_1}.
 \end{aligned}
 \tag{П2}$$

Уравнения (П1) и (П2), справедливые для любой симметричной унитарной матрицы размера 3×3 , были использованы в статье при получении уравнений (7), (11), (24), (25) и (27).

Сведения об авторах

Быков Дмитрий Александрович, в 2009 году с отличием окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ, ныне – Самарский университет) по специальности «Прикладная математика и информатика». Доктор физико-математических наук (2017 г.), старший научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики Института систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт» и ведущий научный сотрудник Самарского университета. Области научных интересов: оптика резонансных дифракционных структур, электромагнитная теория дифракции, неизображающая оптика. E-mail: bykovd@gmail.com

Безус Евгений Анатольевич в 2009 году с отличием окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ) по специальности «Прикладная математика и информатика». Кандидат физико-математических наук (2012 г.), старший научный сотрудник в Самарском университете и в лаборатории дифракционной оптики Института систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт», доцент кафедры технической кибернетики Самарского университета. Области научных интересов: нанофотоника, плазмоника, электромагнитная теория дифракции. E-mail: evgeni.bezus@gmail.com

Досколович Леонид Леонидович, в 1989 году с отличием окончил Куйбышевский авиационный институт (КуАИ, ныне – Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2001 год), профессор, главный научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики Института систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт» и ведущий научный сотрудник в Самарском университете, профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета. Специалист в области нанофотоники, дифракционной оптики, неизображающей оптики. E-mail: leonid@ipsiras.ru

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 19 июля 2023 г. Окончательный вариант – 11 ноября 2023 г.

On obtaining the coupled-mode theory using a model of coupled plane waves for symmetric resonant diffraction gratings

D.A. Bykov^{1,2}, E.A. Bezus^{1,2}, L.L. Doskolovich^{1,2}

¹ Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute",
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151;

² Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

Abstract

We consider two analytical models describing resonant scattering of light by resonant diffraction gratings possessing a horizontal symmetry plane. For the case of oblique incidence, a multiple interference model is formulated, on the basis of which, a new approach for deriving the coupled-mode theory for the considered structures is proposed. Both considered models describe resonances in the reflectance and transmittance spectra of the studied diffraction gratings arising due to the excitation of quasiguided modes and Fabry–Pérot modes. Interaction of these modes leads to the appearance of bound states in the continuum, which are also described by the proposed models.

Keywords: coupled-mode theory, coupled plane waves model, multiple interference model, resonant diffraction grating, Fano resonance, scattering matrix.

Citation: Bykov DA, Bezus EA, Doskolovich LL. On obtaining the coupled-mode theory using a model of coupled plane waves for symmetric resonant diffraction gratings. *Computer Optics* 2024; 48(4): 491-500. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1398.

Acknowledgements: This work was funded by the Russian Science Foundation (project 22-12-00120; derivation of the coupled-mode theory) and within the State assignment to the NRC "Kurchatov Institute" (development of the numerical simulation software).

Authors' information

Dmitry Alexandrovich Bykov graduated with honors (2009) from Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics and Computer Science. Doctor of Physics and Mathematics (2017). Currently he is a senior researcher at the Diffractive Optics Laboratory of the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute" and a leading researcher at Samara University. His current research interests include optics of resonant diffractive structures, electromagnetic diffraction theory, and nonimaging optics. E-mail: bykovd@gmail.com

Evgeni Anatolievich Bezus graduated with honors (2009) from Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics and Computer Science. Candidate in Physics and Mathematics (2012). Currently he is a senior researcher at Samara University and at the Diffractive Optics Laboratory of the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute" and an associate professor at Technical Cybernetics department of Samara University. His current research interests include nanophotonics, plasmonics and electromagnetic diffraction theory. E-mail: evgeni.bezus@gmail.com

Leonid Leonidovich Doskolovich graduated with honors (1989) from S.P. Korolyov Kuibyshev Aviation Institute (presently, Samara National Research University), majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths (2001) degree from Samara State Aerospace University. Currently he is a principal researcher at the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute" and a leading researcher at Samara University, professor at Technical Cybernetics department of National Research University. His current research interests include nanophotonics, diffractive optics, and nonimaging optics. E-mail: leonid@ipsiras.ru

Received July 19, 2023. The final version – November 11, 2023.
