

Энергетическое соотношение для усиления спинового эффекта Холла в суперпозиции осесимметричных пучков с цилиндрической и линейной поляризацией

А.А. Ковалёв^{1,2}, В.В. Котляр^{1,2}

¹ Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт»,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

Исследован спиновый угловой момент суперпозиции двух векторных световых пучков с вращательной симметрией, один из которых имеет цилиндрическую поляризацию, а другой – линейную. Оба пучка могут иметь произвольную радиальную форму. Получено аналитическое выражение для спинового углового момента, и доказаны два его свойства. Первое свойство состоит в том, что изменение весовых коэффициентов суперпозиции не меняет форму распределения плотности спинового углового момента, тогда как форма интенсивности меняется. Согласно второму свойству, максимальная плотность спинового углового момента достигается, когда оба составляющих пучка в суперпозиции имеют одинаковую энергию.

Ключевые слова: параксиальный векторный пучок, цилиндрическая поляризация, линейная поляризация, спиновый эффект Холла, спиновый угловой момент.

Цитирование: Ковалёв, А.А. Энергетическое соотношение для усиления спинового эффекта Холла в суперпозиции осесимметричных пучков с цилиндрической и линейной поляризацией / А.А. Ковалёв, В.В. Котляр // Компьютерная оптика. – 2024. – Т. 48, № 5. – С. 649-654. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1480.

Citation: Kovalev AA, Kotlyar VV. Energy rule for enhancing the spin Hall effect in superposition of axisymmetric beams with cylindrical and linear polarization. Computer Optics 2024; 48(5): 649-654. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1480.

Введение

Элементы микроустройств могут управляться светом, в том числе структурированным светом с фазовыми и/или поляризационными сингулярностями. Поэтому большой интерес представляют световые поля с орбитальным и спиновым угловым моментом (ОУМ и СУМ). Так как СУМ заставляет частицы вращаться вокруг своих центров масс [1], формирование нужного распределения плотности СУМ может позволить одновременно манипулировать ансамблем частиц. Для формирования светового поля с определённым распределением плотности СУМ начальное поле не обязательно должно иметь ненулевой СУМ. Если начальное световое поле имеет нулевую плотность СУМ, то есть если оно линейно поляризовано в каждой точке, но затем при распространении в пространстве формируются чередующиеся области с ненулевой плотностью СУМ, то это проявление оптического спинового эффекта Холла [2, 3]. Помимо спинового эффекта Холла, оптический эффект Холла может быть также орбитальным [4, 5] или спин-орбитальным [6].

Спиновый эффект Холла может быть радиальным и угловым. Радиальный спиновый эффект Холла описан в работе [7], в которой показано, что при фокусировке радиально поляризованного оптического вихря продольная компонента вектора плотности СУМ в

фокальной плоскости имеет разные знаки на разных расстояниях от оптической оси. Угловой спиновый эффект Холла продемонстрирован в ряде наших недавних работ, например в [8], где исследовался цилиндрический векторный пучок высокого порядка в остром фокусе и показано, что вблизи фокальной плоскости формируются области с разным знаком плотности СУМ на разных полярных углах.

В нашей работе [9] мы обнаружили, что спиновый эффект Холла может возникать и в параксиальных векторных пучках, то есть даже без острой фокусировки. В [9] исследован гауссов пучок с несколькими поляризационными сингулярностями, расположенными на окружности с центром на оптической оси. Такой пучок можно рассматривать как суперпозицию радиально поляризованного однокольцевого пучка Лагерра–Гаусса и линейно поляризованного гауссова пучка.

В данной работе исследуется спиновый эффект Холла в суперпозиции двух пучков произвольной радиальной формы, один из которых имеет цилиндрическую поляризацию, а другой – линейную. Таким образом, первый составляющий пучок может иметь радиальную, азимутальную, седловую [10] или другую цилиндрическую поляризацию [11]. Вторым пучком может быть линейно поляризованная с произвольным направлением, и оба пучка могут иметь произвольную осесимметричную форму, то есть они могут быть пучками Лагерра–Гаусса [12], Бесселя–

Гаусса [13], гипергеометрическими гауссовыми пучками [14] или какими-то другими более редкими пучками [15] с вращательной симметрией. В работе получено и доказано энергетическое правило, согласно которому спиновый эффект Холла является наиболее сильным, то есть плотность спинового углового момента максимальна, когда оба составляющих пучка в суперпозиции имеют одинаковую энергию.

1. Спиновый угловой момент суперпозиции осесимметричных пучков с цилиндрической и линейной поляризациями

Рассмотрим суперпозицию двух параксиальных векторных осесимметричных световых полей, одно из которых с цилиндрической поляризацией, а другое – с линейной:

$$\mathbf{E}(r, \varphi, z) = C_C \mathbf{E}_C(r, \varphi, z) + C_L \mathbf{E}_L(r, \varphi, z), \quad (1)$$

где (r, φ, z) – цилиндрические координаты, C_C и C_L – коэффициенты суперпозиции, определяющие вклад пучков с цилиндрической и с линейной поляризацией.

В начальной плоскости $z=0$ комплексные амплитуды обоих полей имеют вид:

$$\mathbf{E}_C(r, \varphi, 0) = A(r) \begin{bmatrix} \cos(m\varphi + \alpha) \\ \cos(m\varphi + \beta) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{E}_L(r, \varphi, 0) = B(r) \begin{bmatrix} \cos \gamma \\ \sin \gamma \end{bmatrix}. \quad (3)$$

В выражениях (2) и (3) $A(r)$ и $B(r)$ – вещественные функции, m – порядок цилиндрической поляризации, а α и β задают ее азимутальный угол [11], γ определяет направление линейной поляризации.

Параксиальное распространение света в свободном пространстве описывается преобразованием Френеля, которое в полярных координатах определяется выражением

$$E(r, \varphi, z) = \frac{-ik}{2\pi z} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} E(\rho, \theta, 0) \times \exp\left\{\frac{ik}{2z}[r^2 + \rho^2 - 2r\rho \cos(\theta - \varphi)]\right\} \rho d\rho d\theta. \quad (4)$$

Для скалярного вихревого поля вида $E_V(\rho, \theta, 0) = G(\rho) \exp(im\theta)$ интеграл по углу θ выражается через функцию Бесселя, и преобразование Френеля имеет вид:

$$E_V(r, \varphi, z) = (-i)^{m+1} \frac{k}{z} \exp\left(\frac{ikr^2}{2z} + im\varphi\right) \times \int_0^{\infty} G(\rho) \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) J_m\left(\frac{k\rho r}{z}\right) \rho d\rho. \quad (5)$$

Разложив цилиндрически поляризованное поле (2) на два оптических вихря порядков $\pm m$ и воспользовавшись вспомогательным интегралом (5), получим

следующую комплексную амплитуду полей (2) и (3) на расстоянии z :

$$\mathbf{E}_C(r, \varphi, z) = (-i)^{m+1} \frac{k}{z} \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) \begin{bmatrix} \cos(m\varphi + \alpha) \\ \cos(m\varphi + \beta) \end{bmatrix} \times \int_0^{\infty} A(\rho) \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) J_m\left(\frac{k\rho r}{z}\right) \rho d\rho, \quad (6)$$

$$\mathbf{E}_L(r, \varphi, z) = -i \frac{k}{z} \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) \begin{bmatrix} \cos \gamma \\ \sin \gamma \end{bmatrix} \times \int_0^{\infty} B(\rho) \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) J_0\left(\frac{k\rho r}{z}\right) \rho d\rho. \quad (7)$$

У параксиальных световых полей существенна только продольная составляющая вектора спинового углового момента. В общем виде она равна

$$S_z = 2 \operatorname{Im}\{E_x^* E_y\}. \quad (8)$$

Тогда для суммы двух полей (1) плотность СУМ равна:

$$S_z = 2 \operatorname{Im}\left\{\left(C_C E_{C,x} + C_L E_{L,x}\right)^* \left(C_C E_{C,y} + C_L E_{L,y}\right)\right\} = C_C^2 S_{C,z} + C_L^2 S_{L,z} + 2C_C C_L \operatorname{Im}\{E_{C,x}^* E_{L,y} + E_{L,x}^* E_{C,y}\}, \quad (9)$$

где $S_{C,z}$ и $S_{L,z}$ – плотности СУМ цилиндрически и эллиптически поляризованных составляющих пучков по отдельности. Очевидно, они равны нулю, и потому в формуле (9) остаётся только третье слагаемое. Подставляя в него компоненты полей (6) и (7), получим:

$$S_z = 2C_C C_L \left(\frac{k}{z}\right)^2 \times \left[\sin \gamma \cos(m\varphi + \alpha) - \cos \gamma \cos(m\varphi + \beta)\right] \times \operatorname{Im}\left\{i^m \int_0^{\infty} A(\rho) \exp\left(\frac{-ik\rho^2}{2z}\right) J_m\left(\frac{k\rho r}{z}\right) \rho d\rho\right\} \times \left\{\int_0^{\infty} B(\sigma) \exp\left(\frac{ik\sigma^2}{2z}\right) J_0\left(\frac{k\sigma r}{z}\right) \sigma d\sigma\right\}. \quad (10)$$

Отсюда видно, что плотность СУМ в общем случае отлична от нуля, хотя она и была нулевой в начальной плоскости. Зависимость от расстояния распространения z определяется формой конкретных пучков и предсказать её в общем виде нельзя. Так, для суперпозиции линейно поляризованного гауссова пучка с цилиндрически поляризованным пучком Лагерра–Гаусса, рассмотренной в [9], имеется дискретный набор поперечных плоскостей с нулевой плотностью СУМ, который между этими плоскостями сначала возрастает и затем уменьшается (по модулю).

Из (10) также видно, что поперечная форма распределения плотности СУМ зависит от формы обоих составляющих пучков, но не зависит от их весов в

суперпозиции, то есть изменение весов меняет распределение плотности СУМ только по величине, но не по форме. Уравнение (10) также показывает, что плотность СУМ становится равной нулю на кольцах, где компонента поля E_x или E_y обращается в нуль, а также когда выражение во второй строке становится действительным.

2. Соотношение энергий составляющих пучков с цилиндрической и линейной поляризацией для максимизации плотности спинового момента

Таким образом, видно, что, хотя по отдельности поля с цилиндрической и линейной поляризацией не обретают спиновый угловой момент при распространении в свободном пространстве, их суперпозиция может приобретать. Поэтому возникает вопрос, при каких весах составляющих пучков в суперпозиции формируется максимальная плотность СУМ. Очевидно, плотность СУМ (10) возрастает при увеличении коэффициентов C_C и C_L . Но в этом случае и энергия пучка (1) также возрастает. Таким образом, чтобы сравнивать разные пучки, надо зафиксировать их энергию и положить её равной некоторому значению, например W_0 . Энергию произвольного параксиального векторного поля можно найти следующим образом:

$$W = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \left[|E_x(r, \varphi, z)|^2 + |E_y(r, \varphi, z)|^2 \right] r dr d\varphi. \quad (11)$$

Энергия цилиндрически поляризованного пучка (2) равна

$$\begin{aligned} W_C &= \int_0^\infty A^2(r) r dr \times \\ &\times \int_0^{2\pi} \left[\cos^2(m\varphi + \alpha) + \cos^2(m\varphi + \beta) \right] d\varphi = \\ &= 2\pi \int_0^\infty A^2(r) r dr, \end{aligned} \quad (12)$$

тогда как энергия линейно поляризованного пучка (3) равна

$$W_L = 2\pi \int_0^\infty B^2(r) r dr. \quad (13)$$

Поля (2) и (3) состоят из независимых угловых гармоник порядков $\pm m$ и 0. Тогда полная энергия пучка (1) находится как сумма

$$W = C_C^2 W_C + C_L^2 W_L. \quad (14)$$

Поскольку плотность СУМ пропорциональна произведению $C_C C_L$, то, чтобы максимизировать её в произвольной точке с цилиндрическими координатами (r, φ, z) среди всех суперпозиций (1) с заданной энергией W_0 , следует решить следующую оптимизационную задачу:

$$\begin{cases} C_C C_L \rightarrow \max, \\ C_C^2 W_C + C_L^2 W_L = W_0. \end{cases} \quad (15)$$

Функция Лагранжа для этой задачи имеет вид

$$L(C_C, C_L) = C_C C_L + \lambda_0 (C_C^2 W_C + C_L^2 W_L - W_0), \quad (16)$$

где λ_0 – множитель Лагранжа.

Дифференцирование её по C_C и C_L приводит к двум уравнениям:

$$\begin{cases} C_L + 2\lambda_0 C_C W_C = 0, \\ C_C + 2\lambda_0 C_L W_L = 0. \end{cases} \quad (17)$$

Умножая первое и второе уравнение соответственно на C_C и C_L , получим:

$$C_C^2 W_C = C_L^2 W_L = -\frac{C_C C_L}{2\lambda_0}. \quad (18)$$

Это означает, что энергии обоих пучков в суперпозиции должны быть равны друг другу и равны $W_0/2$ каждая.

3. Численное моделирование

В работе [9] исследовался случай, когда в качестве пучков с цилиндрической и линейной поляризацией были выбраны соответственно однокольцевой пучок Лагерра–Гаусса и гауссов пучок. Поэтому здесь мы можем рассмотреть некоторые другие параксиальные пучки. Например, можно сконструировать цилиндрически поляризованный пучок с несколькими световыми кольцами как суперпозицию двух пучков Лагерра–Гаусса с противоположными топологическими зарядами, с ненулевым радиальным индексом и с противоположными круговыми поляризациями и затем добавить к ним линейно поляризованный гауссов пучок с другим радиусом перетяжки. Комплексная амплитуда цилиндрически поляризованного пучка Лагерра–Гаусса в начальной плоскости определяется выражением

$$\begin{aligned} E_C(r, \varphi, z=0) &= W_{LG}^{-1/2} \left(\frac{r}{w_0} \right)^m L_p^m \left(\frac{2r^2}{w_0^2} \right) \times \\ &\times \exp \left(-\frac{r^2}{w_0^2} \right) \begin{bmatrix} \cos(m\varphi) \\ \sin(m\varphi) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (19)$$

где w_0 – радиус перетяжки, m и p – соответственно азимутальный и радиальный индексы, определяющие топологический заряд и число колец, W_{LG} – нормирующий коэффициент, равный энергии пучка Лагерра–Гаусса и введённый, чтобы энергия пучка (19) была равна единице:

$$W_{LG} = \frac{\pi w_0^2 (m+p)!}{2^{m+1} p!}. \quad (20)$$

Будем предполагать, что линейно поляризованный гауссов пучок горизонтально поляризован и, следовательно, имеет следующую комплексную амплитуду:

$$\mathbf{E}_L(r, \varphi, z=0) = W_G^{-1/2} \exp\left(-\frac{r^2}{w_1^2}\right) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

где w_1 – радиус перетяжки, который должен быть больше w_0 , чтобы гауссов пучок перекрывал пучок Лагерра–Гаусса, W_G – нормирующий коэффициент для придания энергии пучка (21) единичного значения:

$$W_{LG} = \frac{\pi w_1^2}{2}. \quad (22)$$

На рис. 1 показаны распределения интенсивности и плотности СУМ нескольких суперпозиций световых пучков (19) и (21) с разными весовыми коэффициентами.

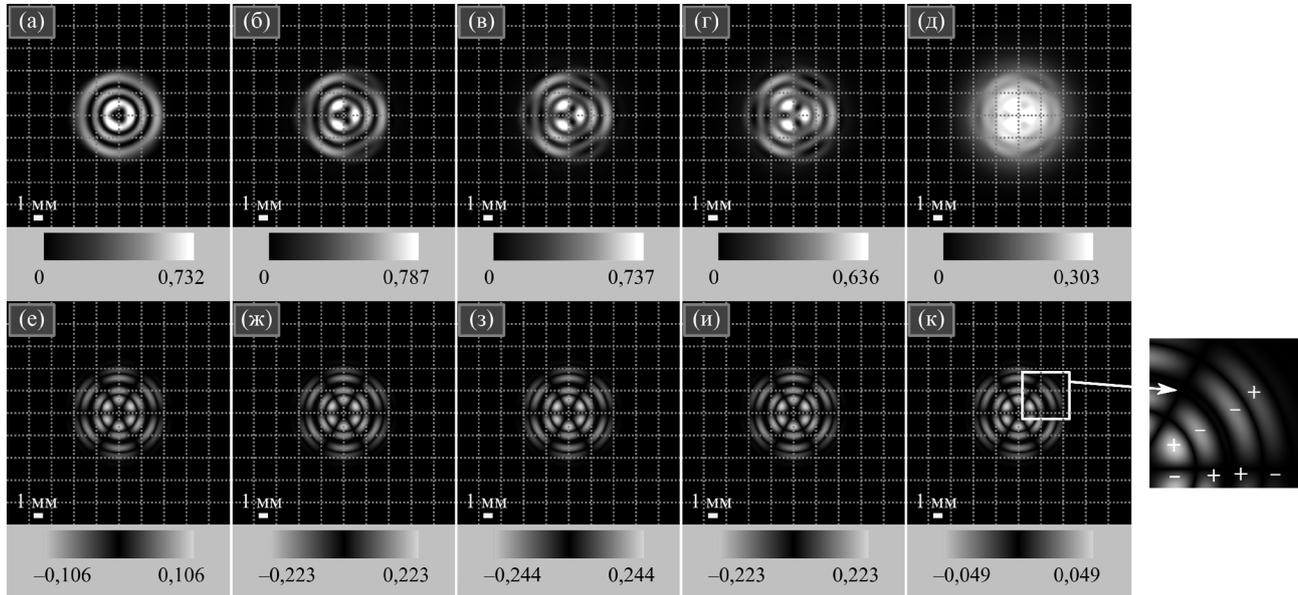


Рис. 1. Распределения интенсивности (а–д) и плотности СУМ (е–к) нескольких суперпозиций цилиндрически поляризованных пучков Лагерра–Гаусса (19) и линейно поляризованных гауссовых пучков (21) с разными весовыми коэффициентами для следующих параметров: длина волны $\lambda = 532$ нм, радиусы перетяжки гауссовых пучков $w_0 = 1$ мм и $w_1 = 5$ мм, радиальный и азимутальный индексы цилиндрически поляризованного пучка Лагерра–Гаусса $p = 2$ и $t = 3$, расстояние распространения от начальной плоскости $z = z_0 = \pi w_0^2 / \lambda \approx 5,9$ м, коэффициенты суперпозиции $C_C^2 = 0,95$, $C_L^2 = 0,05$ (а, е), $C_C^2 = 0,70$, $C_L^2 = 0,30$ (б, ж), $C_C^2 = C_L^2 = 0,50$ (в, з), $C_C^2 = 0,30$, $C_L^2 = 0,70$ (г, и) и $C_C^2 = 0,01$, $C_L^2 = 0,99$ (д, к). Числа возле цветовых шкал обозначают минимальное и максимальное значения. Знаками «+» и «-» показаны области соответственно с положительным и отрицательным значением плотности спинового углового момента

Рис. 1 подтверждает, что максимальная плотность СУМ достигается, когда энергии обоих составляющих пучков одинаковы, то есть $C_C = C_L$. Также видно, что плотность СУМ действительно меняется с весовыми коэффициентами только по величине, но не по форме.

Другой пример составного светового поля (1) – когда цилиндрически поляризованный пучок строится как суперпозиция двух пучков Бесселя–Гаусса [13] порядков $\pm m$ и складывается с некоторым безвихревым пучком кольцевой формы. Комплексная амплитуда цилиндрически поляризованного пучка Бесселя–Гаусса в начальной плоскости имеет вид:

$$\mathbf{E}_C(r, \varphi, z=0) = W_{BG}^{-1/2} J_m(\alpha_0 r) \times \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right) \begin{bmatrix} \cos(m\varphi) \\ \sin(m\varphi) \end{bmatrix}, \quad (23)$$

где w_0 – радиус перетяжки, m – порядок цилиндрической поляризации, α_0 – масштабный множитель пучка Бесселя–Гаусса, определяющий радиус светового кольца, W_{BG} – нормировочный коэффициент, чтобы энергия пучка (23) была равна единице:

$$W_{BG} = \frac{\pi w_0^2}{2} \exp\left[-\left(\frac{\alpha_0 w_0}{2}\right)^2\right] I_m\left[\left(\frac{\alpha_0 w_0}{2}\right)^2\right], \quad (24)$$

где $I_m(\xi)$ – модифицированная функция Бесселя m -го порядка.

Чтобы сконструировать безвихревой однокольцевой световой пучок, можно вычесть два гауссовых пучка с разными радиусами перетяжки w_{01} и w_{02} :

$$\mathbf{E}_L(r, \varphi, z=0) = W_{DG}^{-1/2} \left[\exp\left(-\frac{r^2}{w_{01}^2}\right) - \chi \exp\left(-\frac{r^2}{w_{02}^2}\right) \right] \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

где коэффициент χ выбирается так, чтобы поле имело нулевую интенсивность на оптической оси на некотором расстоянии z : $\chi = q_2 / q_1$, где $q_i = 1 + iz / (\pi w_{0i}^2)$, $i = 1, 2$, и W_{DG} – нормировочный коэффициент для приведения энергии пучка (25) единичного значения:

$$W_{DG} = \frac{\pi w_{01}^2}{2} + \frac{\pi w_{02}^2}{2} |\chi|^2 - 2 \frac{\pi w_{01}^2 w_{02}^2}{w_{01}^2 + w_{02}^2} \text{Re} \chi. \quad (26)$$

На рис. 2 изображены распределения интенсивности и плотности СУМ нескольких суперпозиций све-

товых пучков (23) и (25) с разными весовыми коэффициентами.

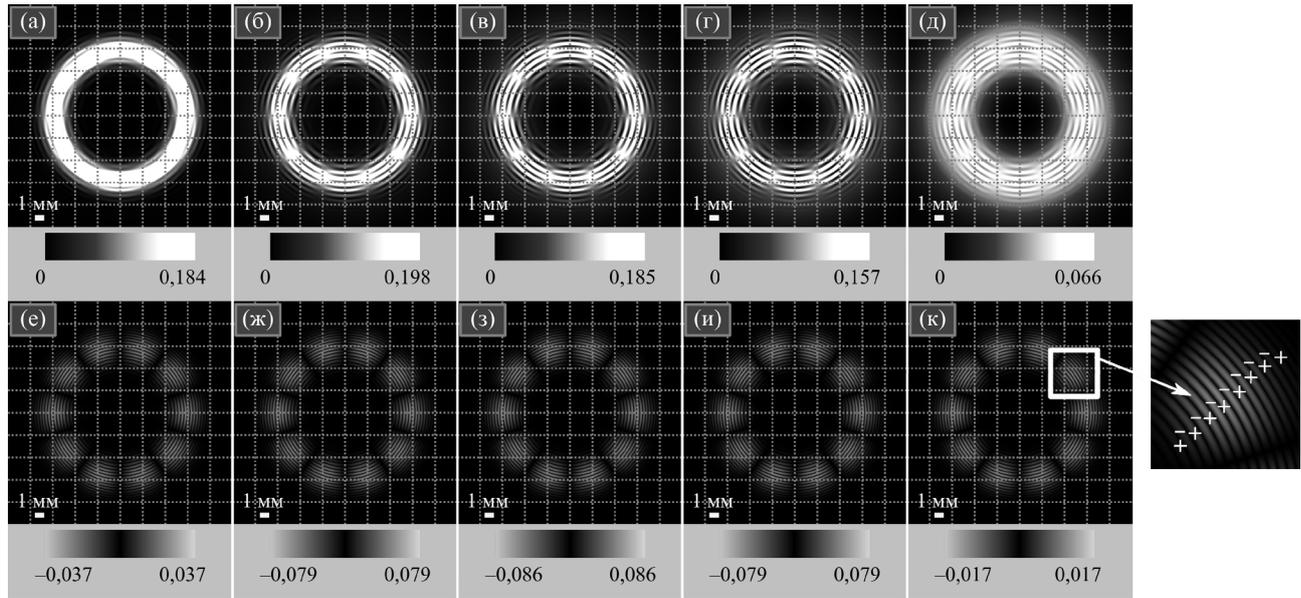


Рис. 2. Распределения интенсивности (а–д) и плотности СУМ (е–к) нескольких суперпозиций цилиндрически поляризованного пучка Бесселя–Гаусса (23) и линейно поляризованной разности двух гауссовых пучков (25) с разными весовыми коэффициентами для следующих параметров: длина волны $\lambda = 532$ нм, радиус перетяжки гауссовой составляющей пучка Бесселя–Гаусса $w_0 = 1$ мм, масштабный коэффициент $a_0 = k/1000$, порядок цилиндрической поляризации $t = 5$, радиусы перетяжки линейно поляризованных гауссовых пучков $w_{01} = 5$ мм и $w_{02} = 7$ мм (при этих радиусах световое кольцо разностного пучка имеет тот же радиус, что и у пучка Бесселя–Гаусса), расстояние распространения от начальной плоскости $z = z_0 = \pi w_0^2/\lambda \approx 5,9$ м, коэффициенты суперпозиции $C_C^2 = 0,95, C_L^2 = 0,05$ (а, е), $C_C^2 = 0,70, C_L^2 = 0,30$ (б, ж), $C_C^2 = C_L^2 = 0,50$ (в, з), $C_C^2 = 0,30, C_L^2 = 0,70$ (г, и) и $C_C^2 = 0,01, C_L^2 = 0,99$ (д, к). Числа возле цветовых шкал обозначают минимальное и максимальное значения. Знаками «+» и «-» показаны области соответственно с положительным и отрицательным значением плотности спинового углового момента

Рис. 2 подтверждает, что и в этом случае, когда оба пучка в суперпозиции (1) отличаются от пучков с рис. 1, максимальная плотность СУМ достигается при том же условии, то есть когда энергии обоих составляющих пучков одинаковы: $C_C = C_L$. Из рис. 2 также видно, что, как и на рис. 1, плотность СУМ меняется с весовыми коэффициентами только по величине, но не по форме.

Заключение

Рассмотрена суперпозиция двух осесимметричных параксиальных векторных световых полей без спинового углового момента, одно из которых имеет цилиндрическую поляризацию, а другое – линейную. Радиальная форма интенсивности этих полей может быть произвольной. При распространении в свободном пространстве по отдельности у этих полей не возникает спиновый угловой момент и они сохраняют свою поляризацию. Суперпозиция этих полей имеет неоднородную линейную поляризацию в начальной плоскости, но при распространении в пространстве поляризация становится эллиптической и потому формируется ненулевой спиновый угловой момент. Распределение плотности спинового углового момента состоит из чередующихся областей с левой и правой эллиптической поляризацией. Такое

разделение светового поля на области со спиновым угловым моментом противоположных знаков свидетельствует об оптическом спиновом эффекте Холла. В данной работе мы обнаружили и доказали два свойства этого явления.

Первое свойство состоит в том, что поперечная форма распределения плотности спинового углового момента не зависит от весовых коэффициентов суперпозиции. Веса определяют только величину спинового углового момента, но не форму его распределения.

Второе свойство (энергетическое правило) состоит в том, что если каждую такую суперпозицию нормировать на её энергию, то наибольшие значения спинового углового момента достигаются у той суперпозиции, у которой оба составляющих пучка имеют одинаковую энергию, то есть половина энергии всего пучка является энергией цилиндрически поляризованного пучка, а другая половина – это энергия линейно поляризованного пучка.

Рассмотренные суперпозиции пучков с цилиндрической и с линейной поляризацией можно формировать в интерферометре Маха–Цендера, в котором свет разделяется неполяризующим делителем пучка, затем в обоих плечах проходит через линейные поляризаторы, далее в одном из плечей свет проходит через q-пластинку, которая формирует цилиндрический век-

торный пучок из линейно поляризованного, и затем с помощью второго делителя пучка свет из обоих плечей снова собирается в один пучок. Такая схема была реализована в нашей работе [9]. Управление энергией составляющих пучков в суперпозиции может осуществляться с помощью нейтральных фильтров.

Обнаруженные свойства можно использовать для усиления спинового эффекта Холла (увеличения спинового углового момента) световых полей. В оптическом манипулировании микрообъектами это может повысить эффективность вращения захваченных частиц вокруг их центров масс. При оптической передаче данных полученные результаты позволяют увеличить мощность сигнала, когда данные кодируются в световые пучки с помощью их поляризации, а затем входящие пучки идентифицируются поляризаторами.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 23-12-00236) в частях теории и моделирования и по государственному заданию НИЦ «Курчатовский институт» в частях «Введение» и «Заключение».

References

- [1] Angelsky OV, Bekshaev AY, Maksimyak PP, Maksimyak AP, Hanson SG, Zenkova CY. Orbital rotation without orbital angular momentum: Mechanical action of the spin part of the internal energy flow in light beams. *Opt Express* 2012; 20: 3563-3571. DOI: 10.1364/OE.20.003563.
- [2] Onoda M, Murakami S, Nagaosa N. Hall effect of light. *Phys Rev Lett* 2004; 93: 083901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.93.083901.
- [3] Leyder C, Romanelli M, Karr JP, Giacobino E, Liew TCH, Glazov MM, Kavokin AV, Malpuech G, Bramati A. Observation of the optical spin Hall effect. *Nat Phys* 2007; 3(9): 628-631. DOI: 10.1038/nphys676.
- [4] Bliokh KYu. Geometrical optics of beams with vortices: Berry phase and orbital angular momentum Hall effect. *Phys Rev Lett* 2006; 97: 043901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.97.043901.
- [5] Zhang J, Zhou XX, Ling XH, Chen SZ, Luo HL, Wen SC. Orbit-orbit interaction and photonic orbital Hall effect in reflection of a light beam. *Chin Phys B* 2014; 23(6): 064215. DOI: 10.1088/1674-1056/23/6/064215.
- [6] Fu S, Guo C, Liu G, Li Y, Yin H, Li Z, Chen Z. Spin-orbit optical Hall effect. *Phys Rev Lett* 2019; 123(24): 243904. DOI: 10.1103/PhysRevLett.123.243904.
- [7] Li H, Ma Ch, Wang J, Tang M, Li X. Spin-orbit Hall effect in the tight focusing of a radially polarized vortex beam. *Opt Express* 2021; 29(24): 39419-39427. DOI: 10.1364/OE.443271.
- [8] Kotlyar VV, Stafeev SS, Kovalev AA, Zaitsev VD. Spin Hall effect before and after the focus of a high-order cylindrical vector beam. *Opt Lett* 2022; 47(23): 12218. DOI: 10.3390/app122312218.
- [9] Kovalev AA, Kotlyar VV, Stafeev SS. Spin Hall effect in the paraxial light beams with multiple polarization singularities. *Micromachines* 2023; 14(4): 777. DOI: 10.3390/mi14040777.
- [10] Angelsky OV, Mokhun II, Bekshaev AY, Zenkova CY, Zheng J. Polarization singularities: Topological and dynamical aspects. *Front Phys* 2023; 11: 1147788. DOI: 10.3389/fphy.2023.1147788.
- [11] Zhan Q. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications. *Adv Opt Photon* 2009; 1: 1-57. DOI: 10.1364/AOP.1.000001.
- [12] Kogelnik H, Li T. Laser beams and resonators. *Appl Opt* 1966; 5: 1550-1567. DOI: 10.1364/AO.5.001550.
- [13] Gori F, Guattari G, Padovani C. Bessel-Gauss beams. *Opt Commun* 1987; 64(6): 491-495. DOI: 10.1016/0030-4018(87)90276-8.
- [14] Karimi E, Zito G, Piccirillo B, Marrucci L, Santamato E. Hypergeometric-Gaussian beams. *Opt Lett* 2007; 32(21): 3053-3055. DOI: 10.1364/OL.32.003053.
- [15] Hebri D, Rasouli S. Combined half-integer Bessel-like beams: a set of solutions of the wave equation. *Phys Rev A* 2018; 98(4): 043826. DOI: 10.1103/PhysRevA.98.043826.

Сведения об авторах

Ковалёв Алексей Андреевич, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (ныне Самарский университет) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2012 год), работает старшим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. В списке научных работ более 250 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, фотонно-кристаллические устройства. E-mail: alanko@ipsiras.ru ORCID: 0000-0002-0488-4267.

Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета (СГАУ). В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru ORCID: 0000-0003-1737-0393.

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 15 декабря 2023 г. Окончательный вариант – 26 января 2024 г.

Energy rule for enhancing the spin Hall effect in superposition of axisymmetric beams with cylindrical and linear polarization

A.A. Kovalev^{1,2}, V.V. Kotlyar^{1,2}

¹ Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute",
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151,

² Samara National Research University,
443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

Abstract

We study the spin angular momentum of a superposition of two vector light beams radial symmetry, one has cylindrical polarization and another – linear. Both beams can have an arbitrary radial shape. An analytical expression is obtained for the spin angular momentum and two its properties are proven. The first one is that changing weight coefficients of the superposition does not change the shape of the spin angular momentum density distribution, whereas the intensity shape can change. The second property is that the maximal spin angular momentum density is achieved when both constituent beams in the superposition have equal energy.

Keywords: paraxial vector beam, cylindrical polarization, linear polarization, spin Hall effect, spin angular momentum.

Citation: Kovalev AA, Kotlyar VV. Energy rule for enhancing the spin Hall effect in superposition of axisymmetric beams with cylindrical and linear polarization. *Computer Optics* 2024; 48(5): 649-654. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1480.

Acknowledgements: This work was financially supported by the Russian Science Foundation under project No. 23-12-00236 (Theory and numerical simulation). This work was also performed within the State assignment of NRC "Kurchatov Institute" (Introduction and Conclusion).

Authors' information

Alexey Andreevich Kovalev (b. 1979), graduated (2002) from Samara National Research University, majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree in 2012. He is a senior researcher of Laser Measurements laboratory at IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. He is a co-author of more than 200 scientific papers. His current research interests are mathematical diffraction theory and photonic crystal devices. E-mail: alanko@ipsiras.ru ORCID: 0000-0002-0488-4267.

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru ORCID: 0000-0003-1737-0393.

Received December 15, 2023. The final version – January 26, 2024.
