

# Острая фокусировка оптического вихря гибридной поляризации

С.С. Стафеев<sup>1,2</sup>, В.Д. Зайцев<sup>1,2</sup>, В.В. Котляр<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт»,  
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

<sup>2</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,  
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

## Аннотация

В данной работе с помощью формализма Ричардса–Вольфа рассматривается острая фокусировка оптических вихрей с гибридной поляризацией, которая сочетает в себе свойства азимутальной и круговой поляризации. Показано, что данные пучки обладают рядом уникальных свойств: интенсивность в таких пучках вращается при удалении от фокусного пятна, а продольная компонента спинового углового момента имеет асимметричный вид.

**Ключевые слова:** острая фокусировка, оптический вихрь, неоднородная поляризация, спиновый угловой момент.

**Цитирование:** Стафеев, С.С. Острая фокусировка оптического вихря гибридной поляризации / С.С. Стафеев, В.Д. Зайцев, В.В. Котляр // Компьютерная оптика. – 2024. – Т. 48, № 5. – С. 655–661. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1496.

**Citation:** Stafeev SS, Zaitsev VD, Kotlyar VV. Sharp focusing of a hybridly polarized optical vortex. Computer Optics 2024; 48(5): 655-661. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1496.

## Введение

В настоящее время в оптике наблюдается рост публикаций, посвященных пучкам с гибридной поляризацией. При этом определение гибридной поляризации трактуется исследователями достаточно широко: можно встретить исследования пучков, в которых наблюдается изменение поляризации от круговой к радиальной при смене азимутального угла [1–6] или расстояния до оптической оси [7], цилиндрические векторные пучки с оптическими вихрями [8–10], пучки с поляризацией, задаваемой положением на сфере Пуанкаре [11–16], пучки с множественными поляризационными или фазовыми сингулярностями [17, 18] и т.д. Особый интерес вызывает острая фокусировка таких пучков, в частности, спинорбитальная конверсия в нем [15, 19–21].

В данной работе с помощью формализма Ричардса–Вольфа рассматривается острая фокусировка оптических вихрей с гибридной поляризацией, которая сочетает в себе свойства азимутальной и круговой поляризации [22]. Показано, что данные пучки обладают рядом уникальных свойств: интенсивность в таких пучках вращается при удалении от фокусного пятна, а продольная компонента спинового углового момента имеет асимметричный вид.

## 1. Теория

Поведение света в области острого фокуса может быть описано с помощью формулы Ричардса–Вольфа [23]:

$$\mathbf{U}(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} B(\theta, \varphi) T(\theta) \mathbf{P}(\theta, \varphi) \times \exp\{ik[\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta]\} \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (1)$$

где  $\mathbf{U}(\rho, \psi, z)$  – напряжённость электрического или магнитного поля в фокусе,  $B(\theta, \varphi)$  – амплитуда электрического или магнитного поля во входном зрачке широкоапертурной оптической системы ( $\theta$  – полярный угол,  $\varphi$  – азимутальный),  $T(\theta)$  – функция аподизации линзы,  $f$  – фокусное расстояние,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число,  $\lambda$  – длина волны (в моделировании считалась равной 532 нм),  $\alpha$  – максимальный полярный угол, определяемый числовой апертурой линзы ( $NA = \sin \alpha$ ),  $\mathbf{P}(\theta, \varphi)$  – вектор поляризации для напряжённости электрического поля, имеющий вид [24]:

$$\mathbf{P}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 + \cos^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \cos \varphi \end{bmatrix} a(\theta, \varphi) + \begin{bmatrix} \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ 1 + \sin^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \sin \varphi \end{bmatrix} b(\theta, \varphi), \quad (2)$$

где  $a(\theta, \varphi)$  и  $b(\theta, \varphi)$  – функции, описывающие состояние поляризации  $x$ - и  $y$ -компонент напряжённостей фокусируемых пучков.

В данной работе рассматривается фокусировка оптического вихря с гибридной поляризацией, вектор Джонса для него имеет вид:

$$\mathbf{E} = A(\theta) e^{im\varphi} \begin{pmatrix} -i \sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\mathbf{H} = A(\theta) e^{in\varphi} \begin{pmatrix} -\cos m\varphi \\ -i \sin m\varphi \end{pmatrix},$$

где  $m$  – порядок гибридного векторного пучка,  $n$  – топологический заряд оптического вихря, функция  $A(\theta)$  – описывает радиально симметричную амплитуду

ду начального светового поля в зависимости от полярного угла  $\theta$ . Подобная поляризация, сочетающая в себе свойства азимутальной поляризации и круговой, рассматривалась нами ранее в работе [22]. Было продемонстрировано, что такую поляризацию можно получить с помощью векторных волновых пластин и четвертьволновых пластинок.

В данной работе исследовалось поведение интенсивности, продольной компоненты вектора Пойнтинга и продольной компоненты спинового углового момента. Интенсивность рассчитывалась как сумма квадратов модулей составляющих напряженности электрического поля:

$$I = I_x + I_y + I_z = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2. \quad (4)$$

Продольная компонента вектора спинового углового момента (СУМ) была рассчитана как:

$$S_z = 2 \operatorname{Im}(E_x^* E_y). \quad (5)$$

### 2. Теоретические основания

С помощью уравнений (1) и (2) можно получить аналитические выражения для проекций вектора напряженности электрического поля в плоскости фокуса для начального гибридного поля (3):

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{1}{2} \left\{ i^{n+m} e^{i(n+m)\varphi} \left[ 2iI_{0,n+m} + (i-1)e^{i2\varphi} I_{2,n+m+2} + (i+1)e^{-i2\varphi} I_{2,n+m-2} \right] - i^{n-m} e^{i(n-m)\varphi} \left[ 2iI_{0,n-m} + (i+1)e^{i2\varphi} I_{2,n-m+2} + (i-1)e^{-i2\varphi} I_{2,n-m-2} \right] \right\}, \\ E_y &= \frac{1}{2} \left\{ i^{n+m} e^{i(n+m)\varphi} \left[ -2iI_{0,n+m} + (i+1)e^{i2\varphi} I_{2,n+m+2} + (i-1)e^{-i2\varphi} I_{2,n+m-2} \right] + i^{n-m} e^{i(n-m)\varphi} \left[ -2iI_{0,n-m} + (i-1)e^{i2\varphi} I_{2,n-m+2} + (i+1)e^{-i2\varphi} I_{2,n-m-2} \right] \right\}, \\ E_z &= i^{n+m} e^{i(n+m)\varphi} \left[ (i+1)e^{-i\varphi} I_{1,n+m-1} + (i-1)e^{i\varphi} I_{1,n+m+1} \right] + i^{n-m} e^{i(n-m)\varphi} \left[ (i+1)e^{-i\varphi} I_{1,n-m-1} + (i-1)e^{i\varphi} I_{1,n-m+1} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

В уравнении (1) использованы обозначения для интегралов вида:

$$\begin{aligned} I_{\nu,\mu} &= 2kf \int_0^\alpha \sin^{\nu+1} \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos^{3-\nu} \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos^{1/2}(\theta) \times \\ &\times A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_\mu(kr \sin \theta) d\theta, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $k=2\pi/\lambda$  – волновое число монохроматического света с длиной волны  $\lambda$ ,  $f$  – фокусное расстояние фокусирующей линзы,  $\alpha$  – максимальный угол наклона лучей к оптической оси, определяющий числовую апертуру апланатической линзы  $NA = \sin \alpha$ ,  $J_\nu(\xi)$  – функция Бесселя первого рода  $\nu$ -го порядка. Функция  $A(\theta)$  – действительная функция, определяющая ради-

ально симметричную амплитуду начального поля, зависящую от угла наклона  $\theta$  луча, исходящего из точки на начальном сферическом фронте и сходящегося в центр плоскости фокуса.

Для дальнейшего моделирования у поля (6) выбраны определенные номера  $(n, m) = (2, 1)$ . Для этих номеров уравнения (6) примут вид:

$$\begin{aligned} E_x^{(2,1)} &= \frac{1}{2} \left\{ e^{i3\varphi} \left[ 2I_{0,3} - i(i-1)e^{i2\varphi} I_{2,5} - i(i+1)e^{-i2\varphi} I_{2,1} \right] + e^{i\varphi} \left[ 2I_{0,1} - i(i+1)e^{i2\varphi} I_{2,3} + i(i-1)e^{-i2\varphi} I_{2,1} \right] \right\}, \\ E_y^{(2,1)} &= \frac{1}{2} \left\{ e^{i3\varphi} \left[ -2I_{0,3} - i(i+1)e^{i2\varphi} I_{2,5} - i(i-1)e^{-i2\varphi} I_{2,1} \right] + e^{i\varphi} \left[ 2I_{0,1} - i(i-1)e^{i2\varphi} I_{2,3} - i(i+1)e^{-i2\varphi} I_{2,1} \right] \right\}, \\ E_z^{(2,1)} &= -ie^{i3\varphi} \left[ (i+1)e^{-i\varphi} I_{1,2} + (i-1)e^{i\varphi} I_{1,4} \right] + ie^{i\varphi} \left[ (i+1)e^{-i\varphi} I_{1,0} + (i-1)e^{i\varphi} I_{1,2} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

В уравнении (8) не все слагаемые равнозначны. Слагаемые, у которых интегралы (7) с первым нулевым индексом  $I_{0,3}$  и  $I_{0,1}$ , вблизи оптической оси много больше [25], чем остальные интегралы в (8). Поэтому приближенно можно записать вместо (8):

$$\begin{aligned} E_x^{(2,1)} &\approx e^{i3\varphi} I_{0,3} + e^{i\varphi} I_{0,1}, \\ E_y^{(2,1)} &\approx -e^{i3\varphi} I_{0,3} + e^{i\varphi} I_{0,1}, \\ E_z^{(2,1)}(r=0) &= i(i+1)I_{1,0}. \end{aligned} \quad (9)$$

В (9) амплитуду продольной составляющей мы записали, оставив только слагаемое, которое отлично от нуля на оптической оси. Из (9) можно просто получить приближенные выражения для составляющих интенсивности в фокусе поля (3):

$$\begin{aligned} I_x &\approx I_{0,3}^2 + I_{0,1}^2 + 2I_{0,1}I_{0,3} \cos(2\varphi), \\ I_y &\approx I_{0,3}^2 + I_{0,1}^2 - 2I_{0,1}I_{0,3} \cos(2\varphi), \\ I_z(r=0) &\approx 2I_{1,0}^2(0). \end{aligned} \quad (10)$$

Из (10) видно, что интенсивность  $I_x$  будет иметь два максимума, лежащих на горизонтальной оси, а интенсивность  $I_y$  будет иметь два максимума, лежащих на вертикальной оси. В центре плоскости фокуса у поперечных интенсивностей будет нулевая интенсивность. Продольная интенсивность будет иметь максимум, лежащий на оптической оси. Если записать выражение для интенсивности с учетом всех слагаемых в выражении для проекций поля в фокусе (6), то окажется, что распределение интенсивности не будет иметь радиальную симметрию.

Продольная проекция СУМ (5), рассчитанная на основе проекций поля (6), имеет громоздкий вид,

но если сохранить только те слагаемые, аналогично (10), которые дают основной вклад, то можно получить, что приближенно продольная СУМ имеет вид:

$$S_z \approx 4(-1)^m \sin(2m\varphi) I_{0,n+m} I_{0,n-m}. \quad (11)$$

Для выбранных параметров в примере моделирования  $(n, m) = (2, 1)$  приближенное выражение для продольной составляющей вектора СУМ (11) примет вид:

$$S_z \approx -4 \sin(2\varphi) I_{0,3} I_{0,1}. \quad (12)$$

Из (12) следует, что продольный спин в плоскости фокуса для номеров  $(n, m) = (2, 1)$  будет иметь 2 положительных и 2 отрицательных области, центры которых лежат на лучах, идущих под углами  $\varphi = \pi/4, 5\pi/4$  ( $S_z < 0$ ) и  $\varphi = 3\pi/4, 7\pi/4$  ( $S_z > 0$ ). Выражение (11) показывает, что у светового поля (3) в плоскости фокуса будут иметь место локальные области, центры которых лежат равномерно на окружности некоторого радиуса с центром на оптической оси и в которых знак продольного спина чередуется. Всего таких областей будет  $4m$ . Этот эффект называется продольным спиновым эффектом Холла. Заметим, что у пучка (3) в начальной плоскости плотность продольного спина равна

$$S_z = \sin(2\varphi). \quad (13)$$

Из (13) видно, что у пучка (3) распределение спина имеет два положительных максимума, лежащих под углом 45 и 225 градусов к положительному направлению оси  $x$ . Полный спин пучка (3), то есть усредненный по всей начальной плоскости, равен нулю, так как интеграл от периодической функции  $\cos(2\varphi)$  по периоду равен нулю.

### 3. Результаты численного моделирования

Моделирование в данной работе было проведено через вычисление в среде Matlab интеграла Ричардса–Вольфа (1). Длина волны фокусируемого света считалась равной  $\lambda = 0,532$  мкм, фокусировка осуществлялась апланатическим объективом с числовой апертурой 0,95. Ниже приведены результаты вычислений для топологического заряда вихря  $n=2$  и порядка пучка  $m=1$ .

#### 3.1. Поведение интенсивности

На рис. 1 показано распределение интенсивности и ее отдельных составляющих в фокальной плоскости, а на рис. 2 – на расстоянии  $z=\lambda$  от фокальной плоскости.

Из рис. 1 видно, что при фокусировке пучка (3) с топологическим зарядом оптического вихря  $n=2$  и порядком пучка  $m=1$  в фокусе формируется неравномерное кольцо интенсивности. В центре кольца интенсивность ненулевая из-за ненулевой интенсивности продольной составляющей (рис. 1а). Непосредственно в фокусе вклад поперечных составляющих интенсивности (рис. 1б и 1в) в суммарную интенсивность одинаков. При удалении от фокальной плоско-

сти распределение интенсивности меняется – на рис. 2 показано аналогичное распределение интенсивности и ее отдельных составляющих на расстоянии  $z=\lambda$  от плоскости фокуса.

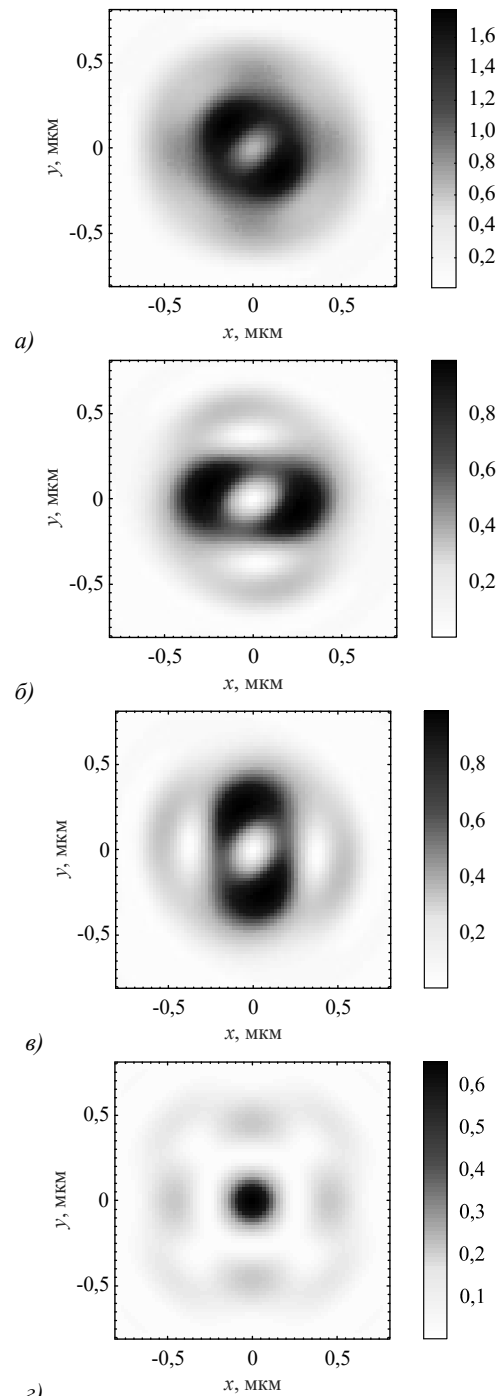


Рис. 1. Суммарная интенсивность  $I = I_x + I_y + I_z$  (а) и ее составляющие  $I_x$  (б),  $I_y$  (в)  $I_z$  (г) в фокусе ( $z = 0$ )

Из сравнения рис. 1 и 2 видно, что происходит вращение интенсивности исследуемых пучков: отдельные составляющие вращаются против часовой стрелки. Вклад поперечных составляющих в суммарную интенсивность становится неодинаковым. Такие пучки, у которых при распространении поперечное

распределение интенсивности поворачивается относительно оптической оси, получили название вращающихся пучков. Известны работы, где это свойство наблюдается как у оптических полей в свободном пространстве [26–29], так и вблизи рельефа дифракционных оптических элементов [30–31].

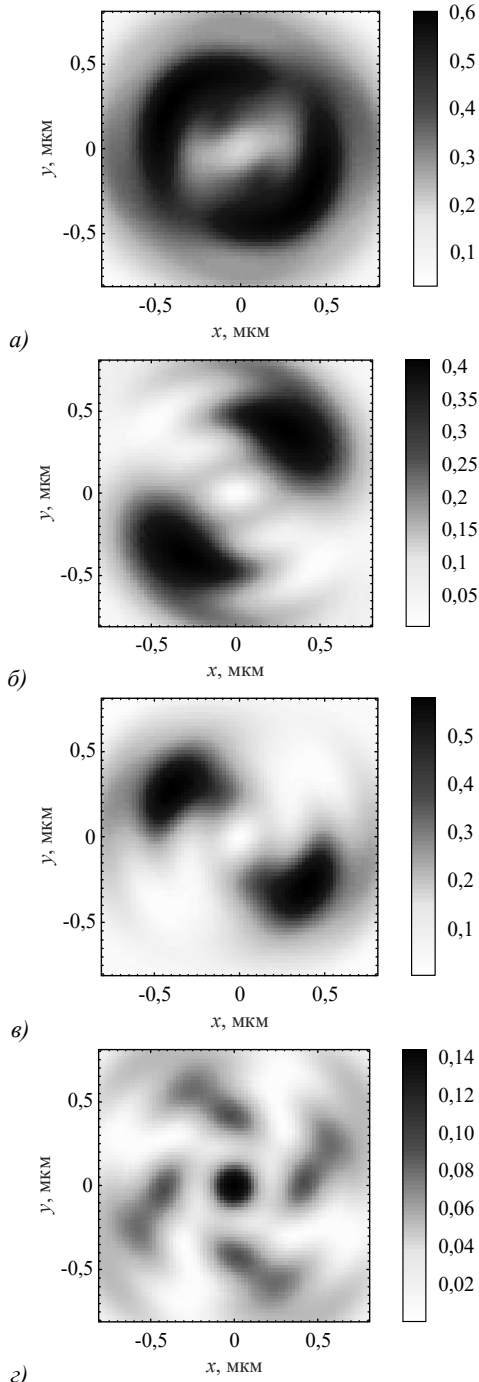


Рис. 2. Суммарная интенсивность  $I = I_x + I_y + I_z$  (а) и ее составляющие  $I_x$  (б),  $I_y$  (в)  $I_z$  (г) в фокусе ( $z = \lambda$ )

### 3.2. Спиновый угловой момент

Продольная компонента спинового углового момента отвечает за наличие круговой поляризации в поперечной плоскости. На рис. 3 показано распре-

деление продольной компоненты СУМ в плоскости фокуса и на некотором удалении от нее.

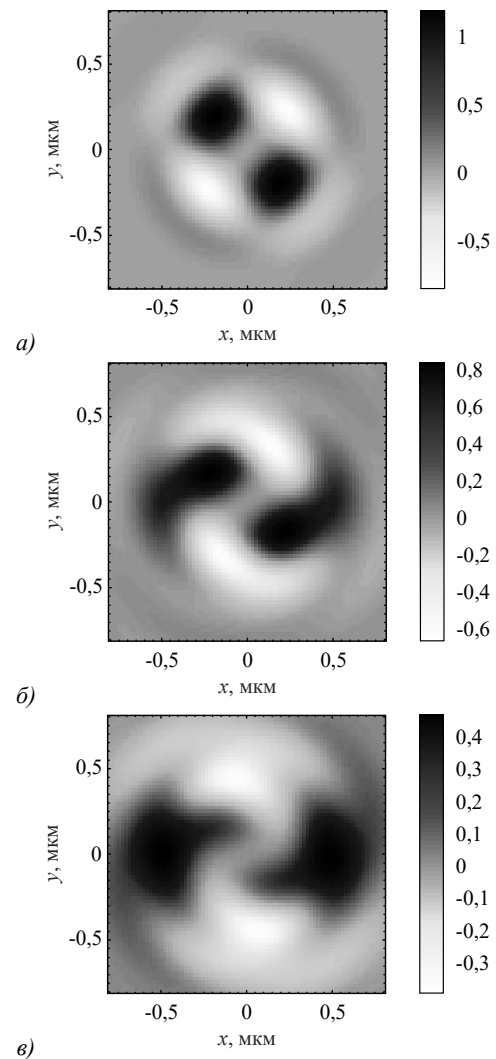


Рис. 3. Продольная компонента спинового углового момента для пучка с  $m = 1$ ,  $n = 2$  в фокусе (а) и на расстояниях  $0,5\lambda$  (б) и  $1\lambda$  (в) от фокуса

Из рис. 3 видно, что в плоскости фокуса формируется несколько областей, в которых СУМ отличен от нуля. При этом абсолютное значение СУМ в этих областях неодинаково – в области положительных значений СУМ (светлые области на рис. 3а) примерно в полтора раза больше, чем в области отрицательных значений СУМ (темные области на рис. 3а). Но хотя есть неравенство положительных и отрицательных областей спина, полный спин в фокусе равен нулю. То есть полный спин в данном случае сохраняется при фокусировке. Мы предполагаем, что часть спина (продольной СУМ) переходит в орбиту (продольный орбитальный угловой момент). Но доказательство этого утверждения выходит за рамки данной работы. При удалении от плоскости фокуса наблюдается вращение ненулевых областей СУМ и их постепенное выравнивание по абсолютной величине. При смене знака топологического заряда вихря картина

меняется на противоположную – в области отрицательных значений СУМ по абсолютной величине становится больше, чем в области положительных значений.

#### 4. Генерация исследуемых пучков

Для получения гибридно поляризованного оптического вихря может быть использован пространственный модулятор света вместе с векторными волновыми пластинками, преобразующими линейную поляризацию в векторный пучок. Схема для получения пучка показана на рис. 4.

В данной работе свет от лазера MGL-F-532-700 ( $\lambda = 532$  нм) очищался с помощью пинхола PH, линзы  $L_1$  и ирисовой диафрагмы D. Затем сфокусированный гауссов пучок преобразовывался с помощью пространственного модулятора света SLM в оптический вихрь. Пространственный модулятор света располагался между обычными линейными поляризаторами  $P_1$  и  $P_2$  для получения линейной поляризации после модулятора. С помощью линз  $L_2$  и  $L_3$ , образующих  $4f$ - систему, и ирисовой диафрагмы D отсекались ненужные порядки дифракции. Затем оптический вихрь проходил последовательно через четвертьволновую пластинку и векторную волновую пластинку VWP, чтобы приобрести нужную гибридную поляризацию [22].

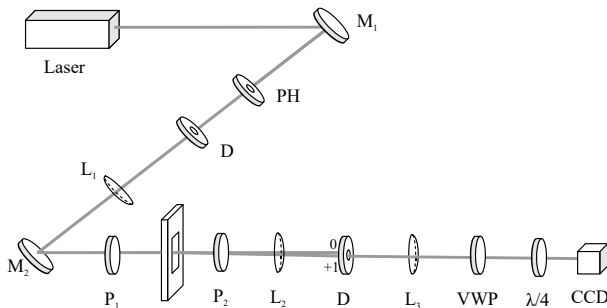


Рис. 4. Laser – лазер MGL-F-532-700 ( $\lambda = 532$  нм),  $M_1$ ,  $M_2$  – зеркала, PH – пинхол (диаметр отверстия – 50 мкм),  $L_1$ – $L_3$  – линзы ( $f_1 = 400$  мм,  $f_2 = 150$  мм,  $f_3 = 125$  мм), D – ирисовая диафрагма, SLM – пространственный модулятор света (Holoeye LC 2012),  $P_1$ – $P_2$  – поляризаторы, VWP – векторная волновая пластинка (LBTEK VR1), CCD – CCD-камера (UCMOS10000KPA)

На рис. 5 показан пример полученного оптического вихря с гибридной поляризацией (3) с номером  $m=1$  и топологическим зарядом вихря  $n=2$ . На рис. 6 показан тот же пучок, что и на рис. 5, но перед регистрирующей камерой помещен поляризатор-анализатор.

Из сравнения рис. 6 и 1 видно качественное согласование результатов.

#### Заключение

В данной работе с помощью формализма Ричардса–Вольфа рассматривается острая фокусировка оптических вихрей с гибридной поляризацией, которая сочетает в себе свойства азимутальной и круговой

поляризаций [22]. Такой пучок характеризуется порядком векторного пучка и топологическим зарядом оптического вихря. Показано, что данные пучки обладают рядом интересных свойств: во-первых, интенсивность в таких пучках вращается при удалении от фокусного пятна. Во-вторых, в плоскости фокуса формируется несколько областей, в которых СУМ отличен от нуля. При этом абсолютное значение СУМ в этих областях неодинаково – в областях положительных значений больше, чем в областях отрицательных значений СУМ.

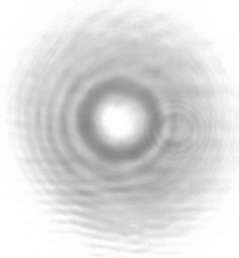


Рис. 5. Зарегистрированная ПЗС-камерой интенсивность оптического вихря с гибридной поляризацией с номером  $m=1$  и топологическим зарядом  $n=2$ . Размер кадра – 2,6 мм×1,9 мм

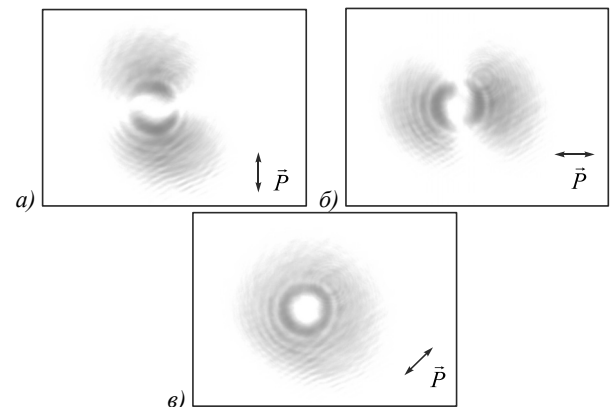


Рис. 6. Распределение интенсивности оптического вихря с гибридной поляризацией с номером  $m=1$  и топологическим зарядом вихря  $n=2$  при разных положениях поляризатора-анализатора перед регистрирующей камерой. Размер кадра – 2,6 мм×1,9 мм

#### Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 23-12-00236 (в части эксперимента) и в рамках Государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» (в части моделирования).

#### References

- [1] D'Errico A, Maffei M, Piccirillo B, de Lisio C, Cardano F, Marrucci L. Topological features of vector vortex beams perturbed with uniformly polarized light. *Sci Rep* 2017; 7: 40195. DOI: 10.1038/srep40195.
- [2] Gao XZ, Pan Y, Zhang GL, Zhao MD, Ren ZC, Tu CG, Li YN, Wang HT. Redistributing the energy flow of tightly focused ellipticity-variant vector optical fields. *Photonics Res* 2017; 5: 640. DOI: 10.1364/PRJ.5.000640.

- [3] Khonina SN, Ustinov AV, Porfirev AP. Vector Lissajous laser beams. *Opt Lett* 2020; 45(15): 4112-4115. DOI: 10.1364/OL.398209.
- [4] Lyu Y, Man Z, Zhao R, Meng P, Zhang W, Ge X, Fu S. Hybrid polarization induced transverse energy flow. *Opt Commun* 2021; 485: 126704. DOI: 10.1016/j.optcom.2020.126704.
- [5] Wang X-L, Li Y, Chen J, Guo C-S, Ding J, Wang H-T. A new type of vector fields with hybrid states of polarization. *Opt Express* 2010; 18(10): 10786-10795. DOI: 10.1364/OE.18.010786.
- [6] Lerman GM, Stern L, Levy U. Generation and tight focusing of hybridly polarized vector beams. *Opt Express* 2010; 18(26): 27650-27657. DOI: 10.1364/OE.18.027650.
- [7] Hu K, Chen Z, Pu J. Tight focusing properties of hybridly polarized vector beams. *J Opt Soc Am A* 2012; 29(6): 1099-1104. DOI: 10.1364/JOSAA.29.001099.
- [8] Ji K, Qin Y, Liu X, Zheng H, Ren H, Hu Y. Tight focusing of the centrosymmetric shape of hybrid polarized beams by adjustable multi-vortex phases. *Laser Phys* 2021; 31: 045001. DOI:10.1088/1555-6611/abe7db.
- [9] Khonina SN. Vortex beams with high-order cylindrical polarization: features of focal distributions. *Appl Phys B* 2019; 125: 100. DOI: 10.1007/s00340-019-7212-1.
- [10] Khonina SN, Ustinov AV, Fomchenkov SA, Porfirev AP. Formation of hybrid higher-order cylindrical vector beams using binary multi-sector phase plates. *Sci Rep* 2018; 8: 14320. DOI: 10.1038/s41598-018-32469-0.
- [11] Chen S, Zhou X, Liu Y, Ling X, Luo H, Wen S. Generation of arbitrary cylindrical vector beams on the higher order Poincaré sphere. *Opt Lett* 2014; 39(18): 5274-5276. DOI: 10.1364/OL.39.005274.
- [12] Holmes BM, Galvez EJ. Poincaré Bessel beams: structure and propagation. *J Opt* 2019; 21: 104001. DOI: 10.1088/2040-8986/ab3d7d.
- [13] Shen Y, Wang Z, Fu X, Naidoo D, Forbes A. SU(2) Poincaré sphere: A generalized representation for multidimensional structured light. *Phys Rev A* 2020; 102: 031501. DOI: 10.1103/PhysRevA.102.031501.
- [14] Milione G, Sztul HI, Nolan DA, Alfano RR. Higher-order Poincaré sphere, Stokes parameters, and the angular momentum of light. *Phys Rev Lett* 2011; 107: 053601. DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.053601.
- [15] Zhang X, Han L, Wu X, Du J, Xin Y, Wei BB, Liu S, Li P, Zhao J. Spin-orbit coupling induced polarization transform in the autofocusing of ring Airy beams with hybrid polarizations. *Opt Express* 2023, 31(26): 44019-44027. DOI: 10.1364/OE.506967.
- [16] Liu Z, Liu Y, Ke Y, Liu Y, Shu W, Luo H, Wen S. Generation of arbitrary vector vortex beams on hybrid-order Poincaré sphere. *Photonics Res* 2017; 5: 15. DOI: 10.1364/PRJ.5.000015.
- [17] Kovalev AA, Kotlyar VV, Stafeev SS. Spin Hall effect in the paraxial light beams with multiple polarization singularities. *Micromachines* 2023, 14(4): 777. DOI: 10.3390/mi14040777.
- [18] Kovalev AA, Kotlyar VV. Gaussian beams with multiple polarization singularities. *Opt Commun* 2018; 423: 111-120. DOI: 10.1016/j.optcom.2018.04.023.
- [19] Zhao Y, Edgar JS, Jeffries GDM, McGloin D, Chiu DT. Spin-to-orbital angular momentum conversion in a strongly focused optical beam. *Phys Rev Lett* 2007; 99: 073901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.99.073901.
- [20] Yu P, Zhao Q, Hu X, Li Y, Gong L. Orbit-induced localized spin angular momentum in the tight focusing of linearly polarized vortex beams. *Opt Lett* 2018, 43(22): 5677-5680. DOI: 10.1364/OL.43.005677.
- [21] Li M, Cai Y, Yan S, Liang Y, Zhang P, Yao B. Orbit-induced localized spin angular momentum in strong focusing of optical vectorial vortex beams. *Phys Rev A* 2018; 97: 053842. DOI: 10.1103/PhysRevA.97.053842.
- [22] Kotlyar VV, Stafeev SS, Kozlova ES, Nalimov AG. Spin-orbital conversion of a strongly focused light wave with high-order cylindrical-circular polarization. *Sensors* 2021; 21(19): 6424. DOI: 10.3390/s21196424.
- [23] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc R Soc A* 1959, 253(1274): 358-379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
- [24] Pereira SF, van de Nes AS. Superresolution by means of polarisation, phase and amplitude pupil masks. *Opt Commun* 2004; 234: 119-124. DOI: 10.1016/j.optcom.2004.02.020.
- [25] Kovalev AA, Kotlyar VV. Spin Hall effect of double-index cylindrical vector beams in a tight focus. *Micromachines* 2023; 14(2): 494. DOI: 10.3390/mi14020494.
- [26] Abramochkin E, Volostnikov V. Spiral-type beams. *Opt Commun* 1993; 102(3-4): 336-350. DOI: 10.1016/0030-4018(93)90406-U.
- [27] Abramochkin E, Losevsky N, Volostnikov V. Generation of spiral-type laser beams. *Opt Commun* 1997; 141(1-2): 59-64. DOI: 10.1016/S0030-4018(97)00215-0.
- [28] Schechner YY, Piestun R, Shamir J. Wave propagation with rotating intensity distributions. *Phys Rev E* 1996; 54(1): R50. DOI: 10.1103/PhysRevE.54.R50.
- [29] Paakkonen P, Lautanen J, Honkanen M, Kuittinen M, Turunen J, Khonina SN, Kotlyar VV, Soifer VA, Friberg AT. Rotating optical fields: Experimental demonstration with diffractive optics. *J Mod Opt* 1998; 45(11): 2355-2369. DOI: 10.1080/09500349808231245.
- [30] Kotlyar VV, Stafeev SS, Nalimov AG, Schulz S, O'Faolain L. Two-petal laser beam near a binary spiral axicon with topological charge 2. *Opt Laser Technol* 2019; 119: 105649. DOI: 10.1016/j.optlastec.2019.105649.
- [31] Degtyarev SA, Porfirev AP, Khonina SN. Photonic nanohelix generated by a binary spiral axicon. *Appl Opt* 2016; 55(12): B44-B48. DOI: 10.1364/AO.55.000B44.

#### Сведения об авторах

**Стафеев Сергей Сергеевич**, 1985 года рождения. В 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладная математика и физика». Доктор физико-математических наук с 2023 года. Старший научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Отделения «Институт систем обработки изображений – Самара» Курчатовского комплекса кристаллографии и фотоники федерального государственного бюджетного учреждения «Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт». Область научных интересов: дифракционная оптика, неоднородная поляризация, острая фокусировка. E-mail: [sergey.stafeev@gmail.com](mailto:sergey.stafeev@gmail.com) ORCID: 0000-0002-7008-8007

**Зайцев Владислав Дмитриевич**, 1991 года рождения. В 2020 году окончил магистратуру Самарского государственного университета имени академика С.П. Королёва по специальности «Прикладные математика и физика». Аспирант Самарского национального исследовательского университета. Область научных интересов: дифракционная оптика, метод конечных элементов, диэлектрики.  
E-mail: [zaicev-vlad@yandex.ru](mailto:zaicev-vlad@yandex.ru) ORCID: 0000-0002-1243-8208

Сведения об авторе **Котляр Виктор Викторович** – см. стр. 654 этого номера.

---

*ГРНТИ: 29.31.15*

*Поступила в редакцию 16 января 2024 г. Окончательный вариант – 15 февраля 2024 г.*

---

---

# Sharp focusing of a hybridly polarized optical vortex

S.S. Stafeev<sup>1,2</sup>, V.D. Zaitsev<sup>1,2</sup>, V.V. Kotlyar<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute",  
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151;

<sup>2</sup>Samara National Research University,  
443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

## Abstract

In this work, using the Richards-Wolf formalism, we consider the sharp focusing of optical vortices with hybrid polarization, which combines the properties of azimuthal and circular polarizations. It is shown that these beams have a number of unique properties: the intensity pattern in such beams is rotating with distance from the focal spot and the longitudinal component of the spin angular momentum is asymmetrically shaped.

**Keywords:** sharp focusing, optical vortex, inhomogeneous polarization, spin angular momentum.

**Citation:** Stafeev SS, Zaitsev VD, Kotlyar VV. Sharp focusing of a hybridly polarized optical vortex. *Computer Optics* 2024; 48(5): 655-661. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1496.

**Acknowledgements:** This work was supported by the Russian Science Foundation under grant 23-12-00236 ("Experiment" Section) and the government project of the NRC "Kurchatov Institute" ("Numerical Simulation" Section).

---

## Authors' information

**Sergey S. Stafeev** (b. 1985) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State Aerospace University (2009). He received his PhD in 2012. He is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute". Scientific interests: diffractive optics, non-uniform polarization, tight focusing. E-mail: [sergey.stafeev@gmail.com](mailto:sergey.stafeev@gmail.com) ORCID: 0000-0002-7008-8007.

**Vladislav Dmitrievich Zaitsev** (b. 1991) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State University (2020). PhD student of Samara National Research University. Research interests are diffraction optics, finite element method, dielectrics. E-mail: [zaitsev-vlad@yandex.ru](mailto:zaitsev-vlad@yandex.ru)

**Victor Victorovich Kotlyar** is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute" and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is coauthor of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: [kotlyar@ipsiras.ru](mailto:kotlyar@ipsiras.ru)

---

*Received January 16, 2024. The final version – February 15, 2024.*

---