

# Неоднородные киральные метаматериалы: анализ отражения оптических волн с учетом дисперсии материальных параметров

Д.Н. Панин<sup>1</sup>, О.В. Осипов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ПГУТИ – Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 443010, Россия, г. Самара, ул. Льва Толстого, д. 23

## Аннотация

В работе рассматривается планарный киральный метаматериал оптического диапазона, материальные параметры (диэлектрическая и магнитная проницаемости, а также параметр киральности) которого зависят от частоты и одной пространственной координаты. Математическая модель указанной метаструктуры базируется на известных дисперсионных моделях диэлектрической и магнитной проницаемостей, а также параметра киральности. Рассмотрена задача о падении плоской линейно поляризованной оптической волны на планарный слой из кирального метаматериала. Разработана методика расчета коэффициентов отражения оптической волны от рассматриваемой неоднородной киральной структуры, которая базируется на использовании метода дифференциальной прогонки. При построении математической модели был произведен учет кросс-поляризации поля оптической волны, заключающийся в возникновении ортогональных компонент при взаимодействии поля с киральным метаматериалом. Решение задачи было сведено к матричному дифференциальному уравнению относительно неизвестных коэффициентов отражения основной и кросс-поляризованной компонент оптического поля. Рассмотрены киральные метаматериалы с линейным и параболическим профилями неоднородности. По результатам численного расчета коэффициентов отражения основной и кросс-поляризованной компонент поля было доказано, что неоднородность материальных параметров приводит к значительному снижению уровня отражения кросс-поляризованной компоненты оптической волны. Показано, что использование неоднородных киральных слоев позволяет также понизить уровень отражения основной компоненты оптического поля.

**Ключевые слова:** оптическая волна, киральный метаматериал, неоднородность, дисперсия, отражение, кросс-поляризация.

**Цитирование:** Панин, Д.Н. Неоднородные киральные метаматериалы: анализ отражения оптических волн с учетом дисперсии материальных параметров / Д.Н. Панин, О.В. Осипов // Компьютерная оптика. – 2024. – Т. 48, № 6. – С. 809-815. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1443.

**Citation:** Panin DN, Osipov OV. Inhomogeneous chiral metamaterials: optical wave reflection analysis with regard to the dispersion of material parameters. Computer Optics 2024; 48(6): 809-815. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1443.

## Введение

Современный этап развития компонентной базы устройств оптики и нанофотоники требует создания новых искусственных структур, обладающих уникальными свойствами взаимодействия с оптическими волнами. Одним из примеров таких структур являются метаматериалы [1–4], которые представляют собой искусственные композиционные образования, состоящие из элементарных ячеек с субволновыми линейными размерами. Любой оптический метаматериал (ОММ) состоит из пространственной композиции атомов двух или более веществ. Как известно, свойства оптических метаматериалов определяются, прежде всего, именно пространственной конфигурацией и геометрической формой структур, которые входят в композиционную структуру [5–6]. В оптических метаматериалах их структурирование выполняется на микро- или наноуровнях. В этой связи можно говорить о том, что все оптические метамате-

риалы являются пространственно неоднородными, а период их неоднородности соизмерим с длиной волны падающего излучения. Именно этот факт и приводит к тому, что результатом взаимодействия является возникновение новых свойств, которые не присущи материалам естественного происхождения.

Одним из типов ОММ является оптический киральный метаматериал [7–10], в структуру которого входят зеркально асимметрические атомные структуры. Киральность представляет собой свойство объекта не совпадать со своим отражением в плоском зеркале. Киральные ОММ позволяют, например, вращать плоскость поляризации оптической волны, а также все они обладают ярко выраженными частотными и поляризационно-селективными свойствами. Для описания киральных метаматериалов, помимо диэлектрической и магнитной проницаемости, вводится относительный параметр киральности, который определяется структурой и типом зеркально асимметричных образований в структуре композиции.

Общими свойствами киральных метаматериалов являются кросс-поляризация оптических волн (возникновение поляризованных компонент, отсутствующих изначально в падающем поле), а также совместное распространение волн с право- и левокруговыми поляризациями с различными фазовыми скоростями.

Одним из самых известных типов ОММ являются метаматериалы с отрицательным преломлением [11–15]. Идеи создания таких метаматериалов изложены в [16–17]. Согласно их теории, показатель преломления метаматериала может быть отрицательным, что приводит к возможности нахождения преломленного луча по ту же самую сторону от перпендикуляра к границе раздела «диэлектрик–среда с отрицательным преломлением», что и падающего луча. Для создания таких искусственных структур необходима пространственная конфигурация, позволяющая в узком диапазоне длин волн достигнуть одновременных отрицательных значений диэлектрической и магнитной проницаемостей. Впервые такой метаматериал был синтезирован в СВЧ-диапазоне частот [18].

В работе [19] показано, что подобные среды могут быть использованы для создания так называемых суперлинз, при использовании которых можно преодолеть дифракционный предел.

Киральные метаматериалы описываются материальными уравнениями, в которых индукции электрического и магнитного полей связаны одновременно с напряженностями как электрического, так и магнитного поля. Эти дополнительные связи, отсутствующие в материальных уравнениях для однородных изотропных материалов, определяются именно параметром киральности. Различные формы записи материальных уравнений для киральных метаматериалов приведены в [7, 8, 20–22].

В настоящее время для частотной зависимости диэлектрической и магнитной проницаемостей метаматериалов используется общепринятая модель Друде–Лоренца [23–25], в которой для электрического и магнитного резонансов вводятся соответствующие, отличающиеся друг от друга, резонансные частоты. Для описания дисперсии параметра киральности используется модель Кондона [23, 26–27], которая изначально использовалась для описания оптической активности некоторых материалов естественного происхождения. В настоящее время исследованы также оптические волноводы, заполненные киральным метаматериалом [28].

Заметим, что в большинстве используемых в настоящее время математических моделях киральных метаматериалов материальные параметры зависят только от частоты, то есть они являются однородными структурами, в которых дисперсия определяется именно пространственной конфигурацией атомов. При этом предполагается, что концентрация элементарных ячеек метаматериала неизменна по всей его толщине.

Интерес представляют неоднородные метаматериалы, у которых материальные параметры изменяются вдоль пространственных координат по какому-либо заранее заданному закону. Использование неоднородных киральных ОММ может привести к изменению характеристик оптической волны после ее взаимодействия с метаматериалом, по сравнению с однородными структурами. Здесь уместно заметить, что термины «однородный» и «неоднородный» относятся к макроуровню, в то время как на наноуровне все киральные ОММ являются принципиально неоднородными или периодически неоднородными.

В данной работе рассматривается решение задачи о падении плоской линейно поляризованной оптической волны на планарный слой из кирального метаматериала, у которого все три материальных параметра являются неоднородными вдоль одной из координат.

### Математическая модель однородного оптического кирального метаматериала

В основе математической модели лежат известные материальные уравнения для киральной среды [7, 8]:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E} \mp i\chi \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \vec{H}; \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \pm i\chi \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \vec{E}, \quad (1)$$

где  $\vec{D}$  – вектор электрической индукции;  $\vec{B}$  – вектор магнитной индукции;  $\vec{E}$  – вектор напряженности электрического поля;  $\vec{H}$  – вектор напряженности магнитного поля;  $\epsilon$  – относительная эффективная диэлектрическая проницаемость;  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость;  $\chi$  – относительный параметр киральности метаматериала;  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная вакуума;  $\mu_0$  – магнитная постоянная вакуума;  $i = \sqrt{-1}$  – мнимая единица. Верхние и нижние знаки соответствуют киральной среде на основе правых и левых форм легированных химических соединений соответственно.

Материальные уравнения (1) являются частотно зависимыми вследствие пространственной дисперсии, возникающей в киральном метаматериале по причине соразмерности искусственных элементарных ячеек с длиной оптической волны. Дисперсионные зависимости диэлектрической и магнитной проницаемостей описываются моделью Друде–Лоренца, а параметра киральности – моделью Кондона [23–26]:

$$\begin{aligned} \epsilon(\omega) &= \epsilon_c + \frac{\Omega_\epsilon \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}; \\ \mu(\omega) &= \mu_c + \frac{\Omega_\mu \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}; \\ \chi(\omega) &= \frac{\Omega_\chi \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\omega_0$  – резонансная частота;  $\gamma$  – частота демпфирования;  $\Omega_\epsilon$ ,  $\Omega_\mu$ ,  $\Omega_\chi$  – коэффициенты, определяющие отклонения значений материальных параметров метаматериала вблизи резонансной частоты  $\omega$ ;  $\epsilon_c \mu_c$  –

относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды-контейнера, в которую легируются киральные атомы.

Данная дисперсионная модель описывает следующую физическую модель оптического кирального метаматериала: в структуру магнитодиэлектрика внедрены атомы зеркально асимметричных химических соединений (например, соединений, образующих оптически активные среды) или проводящие нанозлементы зеркально асимметричной формы. В данном случае дисперсия диэлектрической и магнитной проницаемостей метаматериала описывается дисперсионной моделью Друде–Лоренца, а вследствие зеркальной асимметрии нановключений дисперсия параметра киральности определяется формулой Кондона, которая использовалась ранее для описания оптически активных сред.

Соотношения (1) и (2) определяют математическую модель однородного кирального метаматериала:

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon_0 \left[ \varepsilon_c + \frac{\Omega_\varepsilon \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} \right] \vec{E} \mp \\ &\mp i\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \left[ \frac{\Omega_\chi \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} \right] \vec{H}; \\ \vec{B} &= \mu_0 \left[ \mu_c + \frac{\Omega_\mu \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} \right] \vec{H} \pm \\ &\pm i\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \left[ \frac{\Omega_\chi \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} \right] \vec{E}. \end{aligned} \tag{3}$$

**Математическая модель неоднородного оптического кирального метаматериала**

В данном случае материальные параметры кирального метаматериала будут зависеть от радиус-вектора точки, то есть будут являться функцией частоты и пространственных координат:

$$\varepsilon = \varepsilon(\vec{r}; \omega); \mu = \mu(\vec{r}; \omega); \chi = \chi(\vec{r}; \omega). \tag{4}$$

С учетом соотношения (4) материальные параметры неоднородного кирального метаматериала будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon(\vec{r}; \omega) &= \varepsilon_c + \frac{\Omega_\varepsilon \omega_0^2(\vec{r})}{\omega_0^2(\vec{r}) - \omega^2 + i\gamma\omega}; \\ \mu(\vec{r}; \omega) &= \mu_c + \frac{\Omega_\mu \omega^2(\vec{r})}{\omega_0^2(\vec{r}) - \omega^2 + i\gamma\omega}; \\ \chi(\vec{r}; \omega) &= \frac{\Omega_\chi \omega_0(\vec{r})\omega}{\omega_0^2(\vec{r}) - \omega^2 + i\gamma\omega}, \end{aligned} \tag{5}$$

то есть резонансная частота будет принимать различные значения в разных точках, определяемых радиус-вектором  $\vec{r}$ .

В дальнейшем в работе будем предполагать, что материальные параметры метаматериала будут изме-

нять вдоль одной координаты  $x$ , которая определяет поперечное направление в структуре. В этом случае с учетом (4) и (5) математическая модель неоднородного кирального метаматериала принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon_0 \left[ \varepsilon_c + \frac{\Omega_\varepsilon \omega_0^2(x)}{\omega_0^2(x) - \omega^2 + i\gamma\omega} \right] \vec{E} \mp \\ &\mp i\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \left[ \frac{\Omega_\chi \omega_0(x)\omega}{\omega_0^2(x) - \omega^2 + i\gamma\omega} \right] \vec{H}; \\ \vec{B} &= \mu_0 \left[ \mu_c + \frac{\Omega_\mu \omega^2(x)}{\omega_0^2(x) - \omega^2 + i\gamma\omega} \right] \vec{H} \pm \\ &\pm i\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \left[ \frac{\Omega_\chi \omega_0(x)\omega}{\omega_0^2(x) - \omega^2 + i\gamma\omega} \right] \vec{E}. \end{aligned} \tag{6}$$

**Постановка задачи**

Рассмотрим падение оптической волны линейной ( $s$  или  $p$ ) поляризации на слой оптического кирального метаматериала, описываемого математической моделью (6). Геометрия задачи приведена на рис. 1. Будем считать, что области 1 и 2 на рис. 1 – вакуум; область 2 — неоднородный планарный слой кирального метаматериала, который описывается материальными параметрами  $\varepsilon, \mu$  и  $\chi$ . Угол падения волны обозначим через  $\theta$ ; толщину планарного слоя – через  $L$ . Амплитуда напряженности электрического поля падающей волны –  $E_0$ .

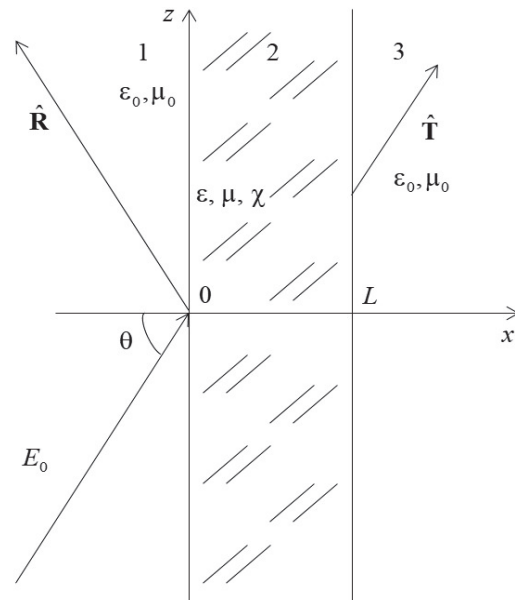


Рис 1. Геометрия задачи

При решении будем учитывать явление кросс-поляризации поля, то есть при падении  $s$ - поляризованной волны в структуре отраженного и прошедшего полей будут присутствовать составляющие, соответствующие  $p$ - поляризованной волне и обратно.

В этом случае можно ввести матрицы коэффициентов отражения  $\hat{R}$  и прохождения  $\hat{T}$  следующего вида:

$$\hat{\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} R_{ss} & R_{sp} \\ R_{ps} & R_{pp} \end{pmatrix}; \hat{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} T_{ss} & T_{sp} \\ T_{ps} & T_{pp} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где через  $R$  и  $T$  обозначены коэффициенты отражения и прохождения соответственно;  $l, m = \{s, p\}$  при  $l = m$  значения коэффициентов соответствуют основной (падающей) компоненте оптического поля; при  $l \neq m$  – кросс-поляризованной компоненте оптического поля.

Следует заметить, что в общем случае отраженная и прошедшая волны будут иметь эллиптическую поляризацию.

### Методика решения

Для общности решения введём в рассмотрение следующие нормированные (безразмерные) физические и геометрические параметры: нормированную координату  $\xi = x/L$ ; нормированные волновые числа:  $K = \omega L/c$ ;  $K_\gamma = \gamma L/c$ ;  $K_0(\xi) = \omega_0(\xi)L/c$ ; нормированные пространственные зависимости  $y$ - и  $z$ -составляющих напряженностей электрического и магнитного полей в неоднородном слое метаматериала:  $U_1(\xi) = E_y(\xi)/E_0$ ;  $U_2(\xi) = E_z(\xi)/E_0$ ;  $V_1(\xi) = Z_0 H_x(\xi)/E_0$ ;  $V_2(\xi) = Z_0 H_y(\xi)/E_0$ . Здесь введены следующие обозначения:  $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  – характеристическое сопротивление вакуума,  $c$  – скорость света.

Также перейдем к нормированным переменным в выражениях для материальных параметров метаматериала (6):

$$\begin{aligned} \epsilon(K; \xi) &= \epsilon_c + \frac{\Omega_\epsilon K_0^2(\xi)}{K_0^2(\xi) - K^2 + iK_\gamma K}; \\ \mu(K; \xi) &= \mu_c + \frac{\Omega_\mu K^2}{K_0^2(\xi) - K^2 + iK_\gamma K}; \\ \chi(K; \xi) &= \frac{\Omega_\chi K_0(\xi) K}{K_0^2(\xi) - K^2 + iK_\gamma K}. \end{aligned} \quad (8)$$

В случае гармонической зависимости векторов электромагнитного поля от времени вида  $\exp(i\omega t)$  система уравнений Максвелла относительно нормированных напряженностей электрического и магнитного полей в слое неоднородного метаматериала имеет вид:

$$\frac{d}{d\xi} \begin{bmatrix} U_1(\xi) \\ V_2(\xi) \end{bmatrix} = A_1(\xi; K) \begin{bmatrix} U_2(\xi) \\ V_1(\xi) \end{bmatrix}; \quad (9)$$

$$\frac{d}{d\xi} \begin{bmatrix} U_2(\xi) \\ V_1(\xi) \end{bmatrix} = A_2(\xi; K) \begin{bmatrix} U_1(\xi) \\ V_2(\xi) \end{bmatrix},$$

$$A_1(\xi; K) = \begin{bmatrix} a_{13}(\xi; K) & a_{12}(\xi; K) \\ a_{43}(\xi; K) & a_{42}(\xi; K) \end{bmatrix}; \quad (10)$$

$$A_2(\xi; K) = \begin{bmatrix} a_{31}(\xi; K) & a_{34}(\xi; K) \\ a_{21}(\xi; K) & a_{24}(\xi; K) \end{bmatrix}.$$

Коэффициенты матриц  $A_1(\xi, K)$  и  $A_2(\xi, K)$  имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} a_{12}(\xi; K) &= -iK\mu(\xi; K); \quad a_{43}(\xi; K) = iK\epsilon(\xi; K); \\ a_{24}(\xi; K) &= -K\chi(\xi; K) \times \\ &\times \left\{ 1 + \frac{\sin^2 \theta}{\mu(\xi; K)\epsilon(\xi; K) - \chi^2(\xi; K)} \right\}; \\ a_{13}(\xi; K) &= a_{42}(\xi; K) = K\chi(\xi; K); \\ a_{31}(\xi; K) &= a_{24}(\xi; K); \\ a_{34}(\xi; K) &= iK\mu(\xi; K) \times \\ &\times \left\{ 1 - \frac{\sin^2 \theta}{\mu(\xi; K)\epsilon(\xi; K) - \chi^2(\xi; K)} \right\}; \\ a_{21}(\xi; K) &= iK\epsilon(\xi; K) \times \\ &\times \left\{ 1 - \frac{\sin^2 \theta}{\mu(\xi; K)\epsilon(\xi; K) - \chi^2(\xi; K)} \right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

Запишем граничные условия при  $x=0$  для случая падения волны перпендикулярной ( $s$ ) поляризации:

$$\begin{aligned} U_1(0) &= 1 + R_{ss}; \quad V_1(0) = (1 - R_{ss}) \cos \theta; \\ U_1(1) &= T_{ss}; \quad V_1(1) = T_{ss} \cos \theta; \\ U_2(0) &= -R_{sp} \cos \theta; \quad V_2(0) = -R_{sp}; \\ U_2(1) &= T_{sp} \cos \theta; \quad V_2(1) = -T_{sp}. \end{aligned} \quad (12)$$

По аналогии для падения волны параллельной ( $p$ ) поляризации:

$$\begin{aligned} U_2(0) &= (1 - R_{pp}) \cos \theta; \quad V_2(0) = -(1 + R_{pp}); \\ U_2(1) &= T_{pp} \cos \theta; \quad V_2(1) = -T_{pp}; \\ U_1(0) &= R_{ps}; \quad V_1(0) = -R_{ps} \cos \theta; \\ U_1(1) &= T_{ps}; \quad V_1(1) = -T_{ps} \cos \theta. \end{aligned} \quad (13)$$

Системы уравнений (9) совместно с граничными условиями (12) и (13) образуют граничные задачи, решение которых позволяет определять нормированные напряженности электрического и магнитного полей в неоднородном слое кирального метаматериала. При изменении нормированного волнового числа  $K$  можно получить частотные зависимости коэффициентов отражения основной и кросс-поляризованной компонент поля от слоя кирального метаматериала. Уравнения (9) классифицируются как обыкновенные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами и их аналитическое решение возможно только для ряда зависимостей неоднородной функции  $K_0(\xi)$ .

Для решения дифференциальных уравнений (10) в работе используется метод дифференциальной прогонки. Будем искать решение (9) в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} U_2(\xi) \\ V_1(\xi) \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{a}}(\xi) \begin{bmatrix} U_1(\xi) \\ V_2(\xi) \end{bmatrix}, \quad (14)$$

где  $\hat{\mathbf{a}}(\xi)$  – неизвестная матричная функция размером  $2 \times 2$ .

Продифференцировав матричное соотношение (14) с учётом выражений (10) и (11), получаем матричное дифференциальное уравнение 1-го порядка относительно неизвестной нормированной координаты  $\xi$ :

$$\frac{d\hat{\alpha}(\xi)}{d\xi} = -\hat{a}(\xi)A_1(\xi; K)\hat{\alpha}(\xi) + A_2(\xi; K) \quad (15)$$

с начальным условием

$$\hat{\alpha}(1) = \begin{bmatrix} 0 & -\cos\theta \\ \cos\theta & 0 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Решая уравнение (15) с граничными условиями (12) и (13), получаем соотношения для неизвестных коэффициентов отражения:

$$\begin{bmatrix} R_{sp} \\ R_{ss} \end{bmatrix} = \left[ \hat{a}(0)\hat{P} + \hat{I}\cos\theta \right]^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ \cos\theta \end{bmatrix} - \hat{a}(0) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (17)$$

для случая оптической волны с перпендикулярной поляризацией и

$$\begin{bmatrix} R_{pp} \\ R_{ps} \end{bmatrix} = \left[ \hat{a}(0)\hat{P} + \hat{I}\cos\theta \right]^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \cos\theta \\ 0 \end{bmatrix} + \hat{a}(0) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \quad (18)$$

для случая оптической волны с параллельной поляризацией.

В выражениях (17) и (18) введены следующие обозначения:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \hat{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

### Численные результаты

В работе были рассчитаны частотные зависимости коэффициентов отражения основной и кросс-поляризованной компонент оптического поля для случая падения волн с  $s$ - и  $p$ -поляризациями.

При численном расчете были использованы две неоднородные модели кирального метаматериала:

1. Модель с линейным профилем изменения нормированного волнового числа:  $K_0(\xi) = K_m(1 - |1 - 2\xi|)$ .

2. Модель с параболическим профилем изменения нормированного волнового числа:  $K_0(\xi) = K_m 4\xi(1 - \xi)$ .

В профилях  $K_m$  – значение волнового числа на входе в неоднородный слой метаматериала.

Для сравнения были рассчитаны аналогичные частотные зависимости для случая слоя из однородного кирального метаматериала:  $K_0(\xi) = K_m$ .

При расчетах были использованы следующие значения физических и геометрических параметров задачи:  $K_m = 4$ ;  $K_\gamma = 0,05 \cdot K_m$ ;  $\theta = \pi/4$ ;  $\epsilon_c = 1,5 - i \cdot 0,001$ ;  $\mu_c = 1 - i \cdot 0,001$ ;  $\Omega_\epsilon = 0,15$ ;  $\Omega_\mu = 0,06$ ;  $\Omega_\gamma = 0,09$ .

На рис. 2а, б приведены частотные зависимости модулей коэффициентов отражения основной ( $R_{ss}$ ) и кросс-поляризованной ( $R_{sp}$ ) компонент поля для случая падения волны  $s$ -поляризации.

На рис. 3а, б приведены частотные зависимости модулей коэффициентов отражения основной ( $R_{pp}$ ) и кросс-поляризованной ( $R_{ps}$ ) компонент поля для случая падения волны  $p$ -поляризации.

Сплошными линиями показаны графики для случая однородного кирального слоя; точечными – для случая линейного профиля волнового числа; штриховыми – для случая параболического профиля.

Из рис. 2а видно, что для случая падения оптической волны  $s$ -поляризации неоднородное распределение резонансов в слое приводит к смещению интерференционных минимумов и максимумов в частотной области. В диапазоне средних нормированных частот модуль коэффициента отражения у неоднородных слоев с параболическим и линейным профилями ниже по сравнению с однородным слоем кирального метаматериала. Аналогичные выводы можно сделать и для случая падения волны  $p$ -поляризации.

Из рис. 2б и 3б видно, что уровень отражения кросс-поляризованной компоненты поля одинаковый для обоих типов поляризаций падающей волны. Из графиков теоретически предсказан эффект, связанный с тем, что в области максимальной частоты резонанса неоднородные профили устраняют кросс-поляризацию оптического поля (в лучшей степени неоднородный слой с параболическим профилем нормированного волнового числа).

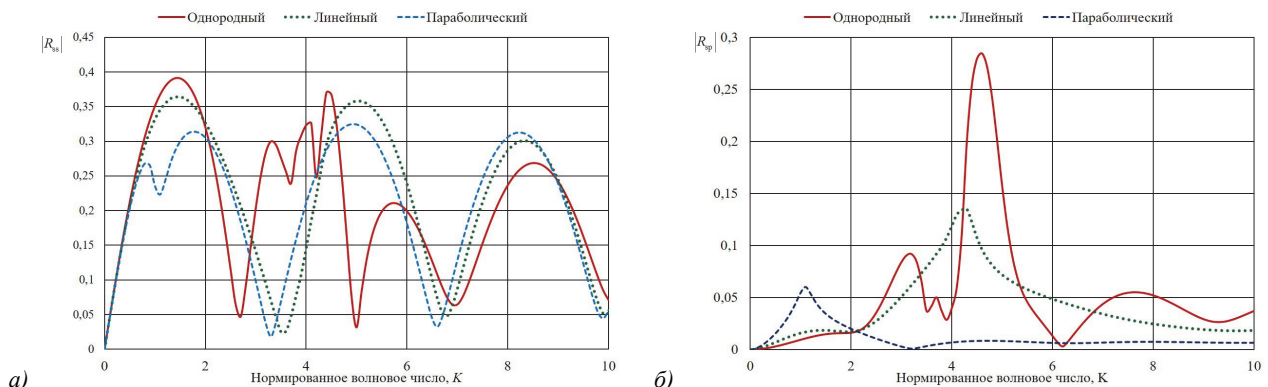


Рис. 2. Частотные зависимости модулей коэффициентов отражения основной (а) и кросс-поляризованной (б) компонент поля для случая падения волны  $s$ -поляризации

### Заключение

Экспериментальное создание метаматериалов с неоднородными распределениями киральных включений может привести к разработке структур с улучшенными оптическими свойствами. Такие неоднородные структуры могут быть использованы для управления поляризацией света, создания метаматериальных линз, фильтров и других оптических

устройств с новыми функциями. Метаматериалы с неоднородными распределениями киральных элементов могут найти применение в разработке новых оптических устройств для связи и датчиков. Исследования в области метаматериалов с неоднородными распределениями киральных включений также могут привести к созданию новых устройств для обработки квантовой информации, фотонных компьютеров и других квантовых устройств.

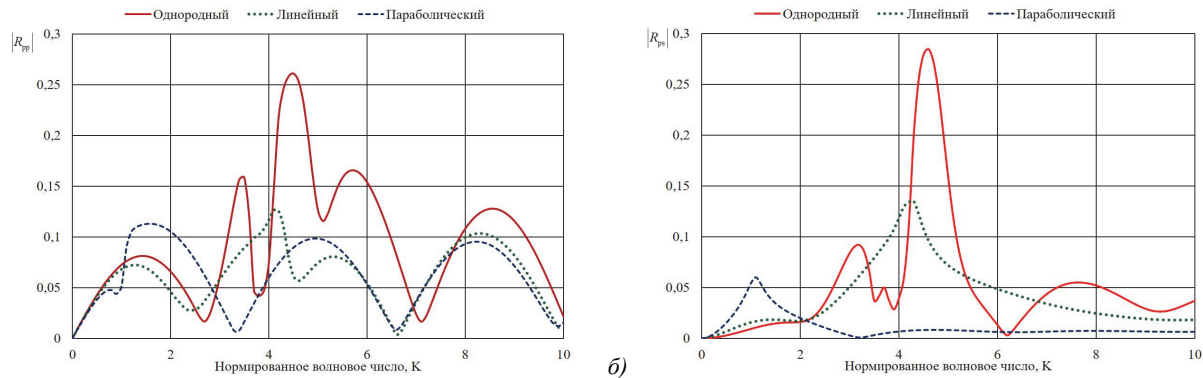


Рис. 3. Частотные зависимости модулей коэффициентов отражения основной (а) и кросс-поляризованной (б) компонент поля для случая падения волны  $p$ -поляризации

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках Научно-образовательного центра «Инженерия будущего» (2021 год).

### References

- [1] Capolino F. Theory and phenomena of metamaterials. Boca Raton: Taylor & Francis – CRC Press; 2009.
- [2] Engheta N, Ziolkowski RW. Metamaterials: Physics and engineering explorations. Hoboken: Wiley; 2006.
- [3] Iyer AK, Alù A, Epstein A. Metamaterials and metasurfaces – Historical context, recent advances, and future directions. IEEE Trans Antennas Propag 2020; 68(3): 1223-1231. DOI: 10.1109/TAP.2020.2969732.
- [4] Zheludev NI. A roadmap for metamaterials. Opt Photonics News 2011; 22: 31-35. DOI: 10.1364/OPN.22.3.000030.
- [5] Shcherbakov MR, Neshev DN, Hopkins B. Enhanced third-harmonic generation in silicon nanoparticles driven by magnetic response. Nano Lett 2014; 14(11): 6488-6492. DOI: 10.1021/nl503029.
- [6] Kumar SN, Naidu KCB, Banerjee P, Anil Babu T, Venkata Shiva Reddy B. A review on metamaterials for device applications. Crystals 2021; 11: 518. DOI: 10.3390/cryst11050518.
- [7] Lindell IV, Sihvola AH, Tretyakov SA, Viitanen AJ. Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media. London: Artech House; 1994.
- [8] Lakhtakia A, Varadan VK, Varadan VV. Time-harmonic electromagnetic fields in chiral media. Berlin, Heidelberg, Boston: Springer-Verlag; 1989.
- [9] Caloz C, Sihvola AH. Electromagnetic chirality, Part 1: The microscopic perspective [Electromagnetic perspectives]. IEEE Antennas Propag Mag 2020; 62(1): 58-71. DOI: 10.1109/MAP.2019.2955698.
- [10] Plum E, Fedotov VA, Zheludev NI. Optical activity in extrinsically chiral metamaterial. Appl Phys Lett 2008; 93(19): 191911. DOI: 10.1063/1.3021082.

- [11] Shalaev VM. Optical negative-index metamaterials. Nat Photon 2007; 1: 41-48. DOI: 10.1038/nphoton.2006.49.
- [12] Smith DR, Pendry JB, Wiltshire MCK. Metamaterials and negative refractive index. Science 2004; 305: 788-792. DOI: 10.1126/science.1096796.
- [13] Smith DR, Padilla WJ, Vier DC, Nemat-Nasser SC, Schultz S. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. Phys Rev Lett 2000; 84: 4184-4187. DOI: 10.1103/PhysRevLett.84.4184.
- [14] Shelby RA, Smith DR, Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction. Science 2001; 292: 77-79. DOI: 10.1126/science.1058847.
- [15] Pendry J. A chiral route to negative refraction. Science 2004; 306: 1353-1355. DOI: 10.1126/science.1104467.
- [16] Veselago VG. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ . Soviet Physics Uspekhi 1968; 10: 509. DOI: 10.1070/PU1968v010n04ABEH003699.
- [17] Pendry JB, Holden AJ, Stewart WJ, Youngs I. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures. Phys Rev Lett 1996; 76: 4773. DOI: 10.1103/PhysRevLett.76.4773.
- [18] Shelby RA, Smith DR, Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction. Science 2001; 292: 77. DOI: 10.1126/science.1058847.
- [19] Pendry JB. Negative refraction makes a perfect lens. Phys Rev Lett 2000; 85: 3966. DOI: 10.1103/PhysRevLett.85.3966.
- [20] Lakhtakia A, Varadan VV, Varadan VK. Field equations, Huygens's principle, integral equations, and theorems for radiation and scattering of electromagnetic waves in isotropic chiral media. J Opt Soc Am A 1988; 5(2): 175-184. DOI: 10.1364/JOSAA.5.000175.
- [21] Silverman MP. Reflection and refraction at the surface of a chiral medium: comparison of gyrotropic constitutive relations invariant or noninvariant under a duality transformation. J Opt Soc Am A 1986; 3(6): 830-837. DOI: 10.1364/JOSAA.3.000830.

- [22] Tretyakov SA. Electrodynamics of complex media: chiral, bi-isotropic and some bianisotropic materials [In Russian]. Radiotekhnika i elektronika 1994; 39(10): 1457-1470.
- [23] Zhao R, Koschny T, Soukoulis CM. Chiral metamaterials: retrieval of the effective parameters with and without substrate. Opt Express 2010; 18(14): 14553-14567. DOI: 10.1364/OE.18.014553.
- [24] Prudêncio FR, Silveirinha MG. Optical isolation of circularly polarized light with a spontaneous magnetoelectric effect. Phys Rev A 2016; 93: 043846. DOI: 10.1103/PhysRevA.93.043846.
- [25] Sihvola AH. Temporal dispersion in chiral composite materials: A theoretical study. J Electromagn Waves Appl 1992; 6(7): 1177-1196.
- [26] Semchenko IV, Tretyakov SA, Serdyukov AN. Research on chiral and bianisotropic media in Byelorussia and Russia in the last ten years. Prog Electromagn Res 1996; 12: 335-370. DOI: 10.2528/PIER94112800.
- [27] Condon E. Theories of optical rotatory power. Rev Mod Phys 1937; 9(4): 432-457. DOI: 10.3367/UFNr.0019.193803d.0380.
- [28] Moiseeva NM. The calculation of eigenvalues modes of the planar anisotropic waveguides for various angles the optical axis. Computer Optics 2013; 37(1): 13-18. DOI: 10.18287/0134-2452-2013-37-1-13-18.
- [29] Zharov A, Fierro V, Celzard A. Resonant absorption in an inhomogeneous disordered metamaterial: First-principles simulation. Phys Rev A 2022; 106(1): 013504. DOI: 10.1103/PhysRevA.106.013504.

### *Сведения об авторах*

**Панин Дмитрий Николаевич**, 1977 года рождения, в 1999 году окончил Самарский государственный университет по специальности «Физика», кандидат физико-математических наук, работает заведующим кафедрой теоретических основ радиотехники и связи Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики. Область научных интересов: электродинамика метаматериалов, электродинамика плазмы, теория электрических цепей. E-mail: [d.panin@psuti.ru](mailto:d.panin@psuti.ru)

**Осипов Олег Владимирович**, 1975 года рождения, в 1997 году окончил Самарский государственный университет по специальности «Физика», доктор физико-математических наук, работает заведующим кафедрой высшей математики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики. Область научных интересов: электродинамика метаматериалов, устройства СВЧ и антенны, нелинейная оптика. E-mail: [o.osipov@psuti.ru](mailto:o.osipov@psuti.ru)

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 23 октября 2023 г. Окончательный вариант – 24 апреля 2024 г.

---

# Inhomogeneous chiral metamaterials: optical wave reflection analysis with regard to the dispersion of material parameters

D.N. Panin<sup>1</sup>, O.V. Osipov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, 443010, Samara, Russia, L. Tolstoy St. 23

## Abstract

The paper considers a planar chiral metamaterial of the optical spectrum. The material parameters of metamaterial depend on the frequency and one spatial coordinate. The mathematical model of metastructure is based on the well-known dispersion models of the permittivity, permeability and chirality parameter. A novelty in the mathematical model of a metamaterial is the consideration of the heterogeneity of all material parameters. In this paper we consider a problem of the incidence of a plane linearly polarized optical wave on a planar layer of a chiral metamaterial. We develop a method for calculating reflection coefficients of an optical wave from the considered inhomogeneous chiral structure, which is based on using a differential sweep method. When constructing a mathematical model, the cross-polarization of the optical wave field was taken into account, which consists in the appearance of orthogonal components during the interaction of the field with a chiral metamaterial. The solution of the problem was reduced to a matrix differential equation for the unknown reflection coefficients of the main and cross-polarized components of the optical field. Chiral metamaterials with linear and parabolic inhomogeneity profiles were considered in the work. Based on the results of numerical calculation of reflection coefficients of the main and cross-polarized components, it is proved that the inhomogeneity of the material parameters leads to a significant decrease in the level of cross-polarized component of reflection. It is shown that the use of inhomogeneous chiral layers also makes it possible to lower the level of reflection of the optical field main component. It is also proved that a layer of a planar inhomogeneous chiral metamaterial in the optical spectrum reflects waves of *s*- and *p*- polarizations differently.

**Keywords:** optical wave, chiral metamaterial, inhomogeneity, dispersion, reflection, cross-polarization.

**Citation:** Panin DN, Osipov OV. Inhomogeneous chiral metamaterials: optical wave reflection analysis with regard to the dispersion of material parameters. *Computer Optics* 2024; 48(6): 809-815. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1443.

**Acknowledgements:** This work was conducted with the financial support from the RF Ministry of Science and Higher Education at the Scientific and Educational Center “Engineering of the Future” (2021).

---

## Authors' information

**Dmitry Nikolaevich Panin**, (b. 1977), graduated from Samara State University with a degree in Physics in 1999, Ph.D. of Physico-Mathematical Sciences. Currently he works as head of Theoretical Foundations of Radio Engineering and Communications department at the Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics. Research interests are electrodynamics of metamaterials, plasma electrodynamics, theory of electrical circuits. E-mail: [d.panin@psuti.ru](mailto:d.panin@psuti.ru)

**Oleg Vladimirovich Osipov**, (b. 1975), graduated from Samara State University with a degree in Physics in 1997, Doctor of Physics and Mathematics. Currently he works as head of Higher Mathematics department at the Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics. Research interests are electrodynamics of metamaterials, microwave devices and antennas, nonlinear optics. E-mail: [o.osipov@psuti.ru](mailto:o.osipov@psuti.ru)

---

Received October 23, 2023. The final version – April 24, 2024.

---