

Поляризационная структура оптических вихрей в наклонных пучках Лагерра–Гаусса, прошедших одноосный кристалл

Ю.А. Егоров¹, А.Ф. Рыбась¹

¹ КФУ им. В.И. Вернадского, Физико-технический институт, 295007, Россия, Республика Крым, г. Симферополь, проспект Академика Вернадского, д. 4

Аннотация

В работе показано, что в линейно поляризованных пучках Лагерра–Гаусса, прошедших анизотропную среду под углом к оптической оси кристалла, распределение оптических вихрей лишено осевой симметрии. Показано, что траектории перемещения поляризационных сингулярностей в плоскости пучка Лагерра–Гаусса различны для различных случаев входной линейной поляризации при углах $\gamma = \pm 45^\circ$ и присутствует обмен оптическими вихрями при условии сохранения знака топологического заряда. Показано, что при наклоне оси анизотропной среды возникает движение оптических вихрей, сопровождаемое топологическими реакциями рождения, уничтожения или вытеснения оптических вихрей на периферию пучка. Характерно, что при углах наклона линейной поляризацией $\gamma = +45^\circ$ происходят топологические реакции рождения и уничтожения, а при углах $\gamma = -45^\circ$ происходят топологические реакции вытеснения оптических вихрей на периферию пучка.

Ключевые слова: оптические вихри, одноосный кристалл, пучок Лагерра–Гаусса.

Цитирование: Егоров, Ю.А. Поляризационная структура оптических вихрей в наклонных пучках Лагерра–Гаусса, прошедших одноосный кристалл / Ю.А. Егоров, А.Ф. Рыбась // Компьютерная оптика. – 2024. – Т. 48, № 6. – С. 841–850. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1469.

Citation: Egorov YA, Rubass AF. Polarization structure of optical vortices in inclined Laguerre-Gaussian beams passed through a uniaxial crystal. Computer Optics 2024; 48(6): 841–850. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1469.

Введение

Среди множества первостепенных проблем современной сингулярной оптики [1, 2] ключевыми направлениями исследований остаются проблемы устойчивости, управления и передачи информации, в том числе через оптические волокна [3], квантовые перепутанные состояния в узлах квантовых компьютеров [4], в оптической криптографии [5] и т.д. Ключевым элементом большинства оптических систем являются устройства формирования сингулярных пучков, переносящих оптические вихри. Основные результаты о свойствах и условиях формирования сингулярных пучков были получены в работах [6–10].

Как хорошо известно, мальтийский крест [11] – это такое распределение интенсивности пучка, которое формируется при прохождении кристалла вдоль оптической оси анизотропной среды в параксиальном случае. Если мы будем рассуждать на языке поляризационных сингулярностей, то данная картина распределения интенсивности будет возникать вследствие сложения двух циркулярно поляризованных пучков, что можно представить как картину распределения интенсивности поля с перпендикулярными краевыми дислокациями.

Известно, что структура дислокаций испытывает структурные преобразования при прохождении пучка под наклоном относительно оптической оси анизотропной среды [12–14]. При анализе более ранних работ [15, 16] следует отметить, что авторы в основ-

ном касаются структуры пучков, распространяющихся под малыми углами к оптической оси анизотропной среды или перпендикулярно к оптической оси анизотропной среды [17–19]. В данных работах при распространении лазерных пучков перпендикулярно оси анизотропного кристалла отмечалось астигматическое преобразование пучков. И именно нарушение осевой симметрии при распространении оптических пучков через анизотропную среду авторами рассматривалось как дополнительные возмущения и не принималось во внимание.

Но, как показали наши исследования, именно данный процесс нарушения осевой симметрии раскрывает условия преобразования поляризационных сингулярностей в пучках Лагерра–Гаусса.

Пучки Лагерра–Гаусса низшего порядка при возбуждении кристалла линейно поляризованным светом описаны достаточно подробно в [20, 21], но тут следует отметить, что авторы сконцентрировали свои исследования только для случая линейно поляризованных пучков, используя два линейно поляризованных пучка, которые были направлены под малыми углами.

В то же время, если рассмотреть использование пучков с достаточно большим радиусом перетяжки ($w_0 \geq 700$ мкм), то волновой фронт будет практически плоский, а при наклоне данного пучка от оптической оси анизотропной среды возникнет разность фаз между обыкновенным n_o и необыкновенным n_e пучком. Причем в данном случае периодическое воспроизведение состояния возникает при разности фаз $\pi/2$.

Следует отметить, что в плоскости наблюдения возникает неоднородно поляризованное распределение поля, которое можно назвать сеткой поляризационных сингулярностей, а возникает оно в связи с расходимостью линейно поляризованных компонент пучков.

В случаях малых углов наклона оси анизотропной среды и выполнения условий изменения фазы на π ситуация аналогична действию на пучок полуволновой пластины и направление циркуляции поляризации меняется. Именно в точках, где разность фаз между пучками π , будет возникать случай, когда С-линии будут пересекать L-поверхности.

Точки светового поля с неоднородной эллиптической поляризацией, в которых не определено направление главной оси эллипса поляризации, называются С-точками. В этих точках поляризация круговая. Если С-точки лежат на линии, то такая линия называется С-линией. Аналогично будем называть точки светового поля с неоднородной линейной поляризацией L-точками и, как следствие, L-поверхностями. Следует отметить, что С-линия не разрывается, но в тех местах, где происходит пересечение С-линий с L-поверхностью, возникают точки, которые соответствуют случаю поляризационного анфолдинга. Именно в данных точках возникает переключение направлений циркуляции поляризации, что принято называть поляризационным анфолдингом, и в то же время полный топологический индекс сохраняется.

Как показано в работе [22], поле пучка несколько деформировано вдоль направления вектора поляризации. В связи с чем можно сказать, что форма С-линий не осесимметрична, структура поляризационных сингулярностей имеет зависимость от наклона пучка относительно оси анизотропной среды и в зависимости от ориентации линейной поляризации изменяется структура С-линии. Именно данных особенностей авторы работ [20, 21] не учитывали, и данные публикации носят неполный характер. Авторы данных работ рассмотрели только случай, когда угол входной линейной поляризации к плоскости наклона пучка составляет $\gamma=45^\circ$, а наклон пучка относительно оси анизотропной среды составлял $\theta=40^\circ$. Также следует отметить, что авторы работ [20, 21] рассматривают случаи распространения пучков с достаточно большим радиусом перетяжки ($w_0 \geq 700$ мкм).

Целью данной работы является исследование структуры скалярных и поляризационных сингулярностей в широком диапазоне наклона пучка относительно оптической оси анизотропной среды от приосевых случаев до асимптотических вариантов.

1. Динамика поляризационных сингулярностей фундаментального гауссова пучка

Рассмотрим распространение симметричного светового пучка вдоль оптической оси однородного одноосного кристалла с тензором диэлектрической прони-

цаемости $\epsilon = \text{diag}(\epsilon_0, \epsilon_0, \epsilon_3)$, где $n_1 = \sqrt{\epsilon_0}$ и $n_3 = \sqrt{\epsilon_3}$ – показатели преломления, причем $n_1 > n_3$. Запишем амплитуды пучков с учетом [23, 24]:

$$\Psi_o = \frac{1}{\sigma_o} \exp(-i(r^2 / w_0^2 \sigma_o)),$$

$$\Psi_e = \frac{1}{\sigma_e} \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2 \sigma_e}\right),$$
(1)

где $\sigma_{o,e} = 1 - iz/z_{o,e}$, $z_{o,e} = k_{o,e} w_0^2 / 2$, w_0 – радиус перетяжки пучка в плоскости $z=0$.

Оценим изменение наклона сингулярного пучка относительно оптической оси анизотропной среды на выходе из кристалла для пучка с любой исходной поляризацией и запишем матрицу для описания поля:

$$\Psi' = \begin{pmatrix} 1 & -\wp_- & 0 & 0 \\ -\wp_+ & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \wp_- \\ 0 & 0 & \wp_+ & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_o^{(m,l)} \\ 0 \\ \Psi_e^{(m,l)} \\ 0 \end{pmatrix},$$
(2)

где

$$\wp_- = \frac{x - i(y + i\alpha_o z_o)}{x + i(y + i\alpha_o z_o)}, \quad \wp_+ = \frac{x + i(y + i\alpha_e z_o)}{x - i(y + i\alpha_e z_o)},$$

с учетом того, что $z_o \alpha_o = z_e \alpha_e$, где α_o, α_e – углы наклона обыкновенного и необыкновенного лучей относительно оптической оси анизотропной среды.

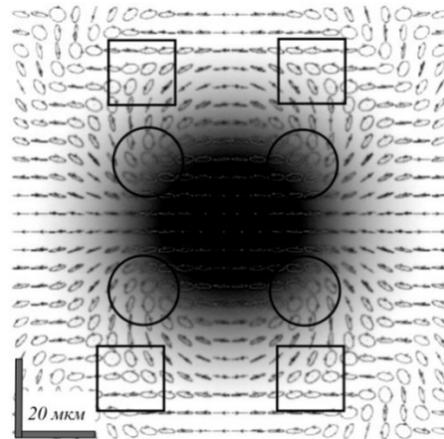


Рис. 1. Распределение поляризации в случае линейно поляризованного пучка $\gamma=0$. Параметры кристалла: толщина $z=2$ см, радиус перетяжки пучка $w_0=10$ мкм; наклон пучка относительно оптической оси анизотропной среды $\alpha_o=0^\circ$. Круг – поляризационная особенность «лимон»; квадрат – поляризационная особенность «звезда»

Учтем то, что в плоскости $z=0$ исходный пучок линейно поляризован. Как мы знаем, данный пучок составлен из двух разнонаправленных циркулярных поляризаций. Определим в базисе циркулярно поляризованных компонент с учетом (2) компоненты поля:

$$E_+ = \Psi_o + \Psi_e - (\Psi_o - \Psi_e)e^{-i(2\varphi-\gamma)},$$
(3)

$$E_- = (\Psi_o + \Psi_e)e^{i\gamma} - (\Psi_o - \Psi_e)e^{i2\varphi}, \quad (4)$$

где E_+ – право поляризованная компонента поля (RCP), E_- – лево поляризованная компонента поля (LCP), угол γ – угол наклона линейной поляризации при входе в кристалл. Учтем, что при $\gamma=0$ вектор E совершает колебания вдоль оси x , а при $\gamma=\pi/2$ вектор E совершает колебания вдоль оси y .

Как хорошо известно, линейно поляризованный пучок (при $\gamma=0$) при распространении вдоль оптической оси кристалла раскладывается на две циркулярно поляризованные компоненты (рис. 1).

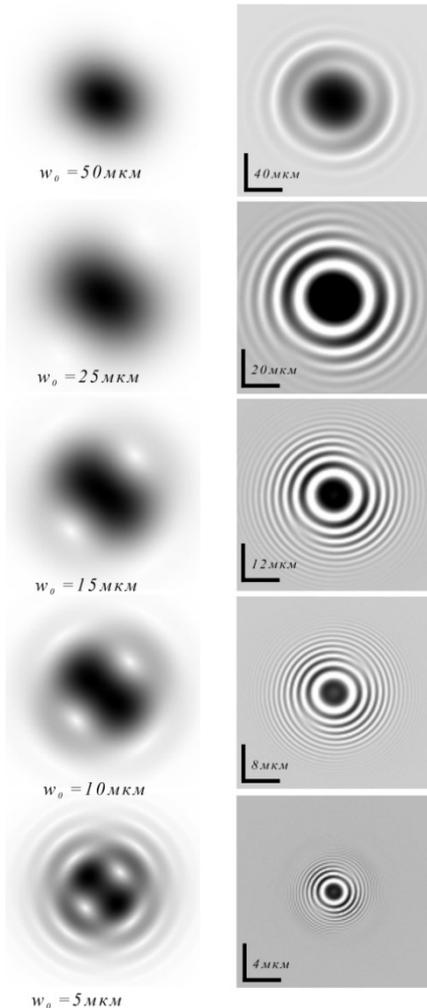


Рис. 2. Картины распределения интенсивности и фазы в E_+ – компоненте при различных радиусах перетяжки

Как показано на рисунке, вблизи оси пучка поляризация линейная, а на периферии картина распределения поляризации имеет уже достаточно сложный поляризационный узор [25]. Можно выделить четыре основные зоны, в которых формируются поляризационные особенности типа «лимон» (отмечены окружностями). Данные поляризационные особенности наклонены под углом $\theta = \pm\pi/4$. Аналогично в четырех соседних зонах формируются поляризационные особенности типа «звезда» (отмечены квадратами).

Отметим, что каждой паре поляризационных особенностей «лимон» плюс «звезда» в скалярном случае соответствует оптический вихрь с единичным топологическим зарядом.

Картины распределения интенсивности и фазы для E_+ - и E_- -компонент представлены на рис. 2 и рис. 3 соответственно.

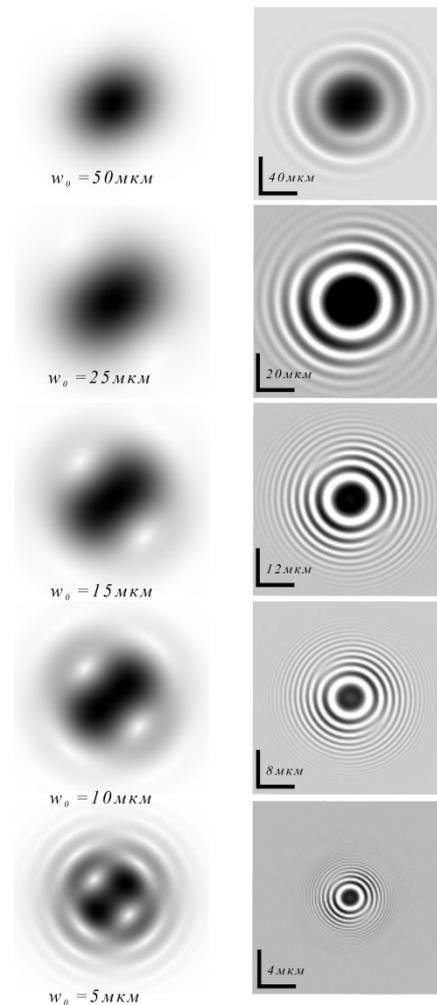


Рис. 3. Картины распределения интенсивности и фазы в E_- – компоненте при различных радиусах перетяжки

Как видно из данных рисунков, структура сингулярностей не зависит от перетяжки пучка и при углах $\theta = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ изменяются только координаты сингулярностей, т.е. чем меньше радиус перетяжки пучка, тем меньше расстояние от оси пучка до местоположения сингулярности. Проанализируем картины интерференций для E_+ - и E_- -компонент, представленных на рис. 2 и рис. 3. Как можно отметить, E_+ - и E_- -компоненты формируют так называемый топологический квадруполь [26, 27].

Анализ оптических вихрей для $\theta = 45^\circ, 225^\circ$ (E_+) и для $\theta = 135^\circ, 315^\circ$ (E_-) показывает, что они имеют противоположные топологические заряды. То есть если в исходных циркулярно поляризованных компонентах оптические вихри имели зеркальное от-

личие, то и знаки топологического заряда будут противоположными.

Если же мы рассмотрим картину распределения интенсивности в линейном базисе ($E_+ + E_-$), то карти-

ны распределения интенсивности преобразуются в классическую картину мальтийского креста [10], что говорит о симметричном распределении топологических зарядов в E_+ - и E_- -компонентах пучка.

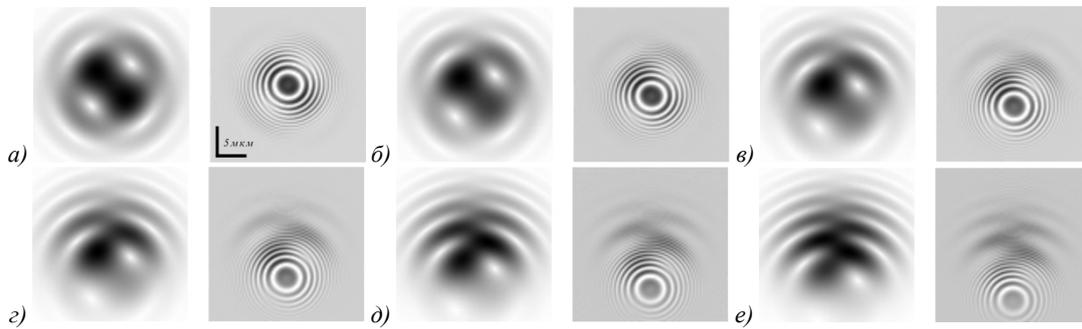


Рис. 4. Смещение картины распределения интенсивности при наклоне пучка относительно оптической оси анизотропной среды в E_+ -компоненте, толщина кристалла $z = 2$ см; радиус перетяжки пучка $w_0 = 5$ мкм; угле наклона пучка: а) $\alpha_0 = 0^\circ$; б) $\alpha_0 = 0,2^\circ$; в) $\alpha_0 = 0,4^\circ$; г) $\alpha_0 = 0,6^\circ$; д) $\alpha_0 = 0,8^\circ$; е) $\alpha_0 = 1^\circ$

При наклоне пучка относительно оптической оси анизотропной среды картина распределения интенсивности смещается синхронно, как и показано на рис. 4.

Как показали наши исследования, при увеличении угла наклона пучка относительно оптической оси анизотропной среды до достаточно больших значений классического двулучепреломления на два отдельных пучка не происходит. Объяснение достаточно простое: в этом случае необыкновенный пучок уничтожается интерференционно, а вот наблюдаемым нами остается

только обыкновенный пучок с линейной поляризацией. По своим свойствам такой пучок не имеет фазовых и поляризационных сингулярностей, и он соответствует исходному гауссовому пучку.

2. Наклонный пучок Лагерра–Гаусса

Проанализируем линейно поляризованный пучок Лагерра–Гаусса ($E^{(L)}$ при $m = 0, l = -1$). С учётом угла наклона ($90 - \gamma$) и уравнения (2) найдем компоненты поля:

$$E_+^{(L)} = \left[\frac{x - i(y - \alpha_0 z)}{w_0 \sigma_0} \Psi_0 + \frac{x - i(y - \alpha_e z)}{w_0 \sigma_e} \Psi_e \right] e^{i\gamma} - \frac{x - i(y + \alpha_0 z_0)}{x + i(y + \alpha_0 z_0)} \left[\frac{x - i(y - \alpha_0 z)}{w_0 \sigma_0} \Psi_0 - \frac{x - i(y - \alpha_e z)}{w_0 \sigma_e} \Psi_e \right] e^{-i\gamma}, \quad (5)$$

$$E_-^{(L)} = \left[\frac{x - i(y - \alpha_0 z)}{w_0 \sigma_0} \Psi_0 + \frac{x - i(y - \alpha_e z)}{w_0 \sigma_e} \Psi_e \right] e^{-i\gamma} - \frac{x + i(y + \alpha_0 z_0)}{x - i(y + \alpha_0 z_0)} \left[\frac{x - i(y - \alpha_0 z)}{w_0 \sigma_0} \Psi_0 - \frac{x - i(y - \alpha_e z)}{w_0 \sigma_e} \Psi_e \right] e^{i\gamma}. \quad (6)$$

Как можно заметить, $E_+^{(L)}$ -компонента (при $\alpha_0 = 0$) содержит оптический вихрь с отрицательным тройным топологическим зарядом. В тоже время $E_-^{(L)}$ -компонента ($\alpha_0 = 0$) содержит оптический вихрь с единичным топологическим зарядом.

В данном случае такая симметрия циркулярно поляризованных компонент очевидна, но зависит от угла наклона пучка относительно оптической оси анизотропной среды, что отражено на рис. 5. Данная симметрия объясняется величиной полной интенсивности для каждой компоненты поля с учетом угла наклона оптической оси кристалла α_0 для различных радиусов перетяжки пучка w_0 .

Как мы знаем, при распространении вдоль оси ($\alpha_0 = 0$) линейно поляризованного пучка его компоненты E_+ и E_- имеют одинаковую интенсивность в плоскости $z = 2$ см, что принципиально отличается от случая распространении вдоль оси ($\alpha_0 = 0$) циркулярно поляризованного пучка. В случае распространения вдоль оси линейно поляризованного пучка изменение наклона оптической оси кристалла α_0 приводит к возрастанию интенсивности $I(\alpha_0)$ в E_+ -компоненте и одновременно к уменьшению интенсивности в E_- -

компоненте. Особо хочется подчеркнуть, что колебания амплитуд интенсивности E_+ - и E_- -компонент жестко связаны с перетяжкой пучка w_0 . Величина первоначальной амплитуды тем меньше, чем меньше перетяжка пучка w_0 . Если мы рассмотрим случай $w_0 = 10$ мкм (рис. 5а), то максимальное отклонение нормированной интенсивности будет составлять $\Delta I_{\max} = 0,15$ для среднего значения интенсивности компонент $I = 0,5$. В то же время для случая $w_0 = 50$ мкм (рис. 5б) максимальное отклонение нормированной интенсивности достигает $\Delta I_{\max} = 0,45$.

Как мы понимаем, конверсия интенсивностей между компонентами E_+ и E_- не может не откликнуться на процессах, связанных с динамикой, или, лучше сказать, с конверсией скалярных и поляризационных сингулярностей в каждой из компонент пучка. Рассмотрим случай на рис. 6, где представлены картины распределения интенсивности и фазы для E_+ - (рис. 6а-в) и E_- -компонент (рис. 6г-е) с радиусом перетяжки на переднюю грань одноосного анизотропного кристалла $w_0 = 4$ мкм, в районе оси пучка цепочки оптических вихрей (при $\alpha_0 = 0$) располагаются горизонтально (рис. 6а) и вертикально (рис. 6г).

Что характерно в данных цепочках, оптические вихри имеют чередующиеся знаки топологического заряда. На данном рисунке оптический вихрь, расположенный на оси пучка, имеет топологический заряд $l=-1$, а соседствующие в цепочке оптические вихри имеют заряды $l=1$. Но самое интересное происходит при наклоне пучка α_0 . Казалось бы, осевой вихрь при наклоне пучка должен был сместиться по оси наклона пучка и его местоположение занял бы следующий в цепочке оптический вихрь с топологическим зарядом, отличным от осевого вихря. Но этого не происходит, ситуация более сложная. Как мы можем заметить, картины распределения интенсивности для компонент E_+ и E_- имеют существенное различие, а понять мы его сможем только из интерференционных картин, а именно осевые вихри в компонентах одинаковы, но оптические вихри в первом дислокационном кольце обладают различными знаками топологического заряда. Именно поэтому так называемый анфолдинг поляризационных сингулярностей, а именно из них формируется скалярная картина интенсивности, приходится для различных компонент при различных α_0 . Если мы рассмотрим компоненту E_- , то для неё анфолдинг поляризационных сингулярностей придется на угол $\alpha_0=0,6^\circ$ (рис. 6б), в то время как для компоненты E_+ анфолдинг поляризационных сингулярностей придется на угол $\alpha_0=0,9^\circ$ (рис. 6е).

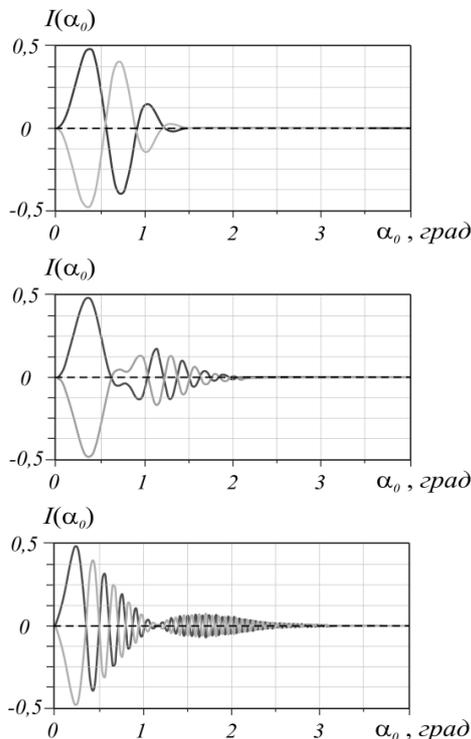


Рис. 5. Распределение величины полной интенсивности для каждой компоненты поля E_+ и E_- с учетом угла наклона оптической оси кристалла α_0 для различных радиусов перетяжки пучка w_0 ($\gamma=\pi/4$). Параметры кристалла на рисунке: длина кристалла $z=2$ см; при различных перетяжках пучка w_0 : а) $w_0=10$ мкм, б) $w_0=25$ мкм, в) $w_0=50$ мкм

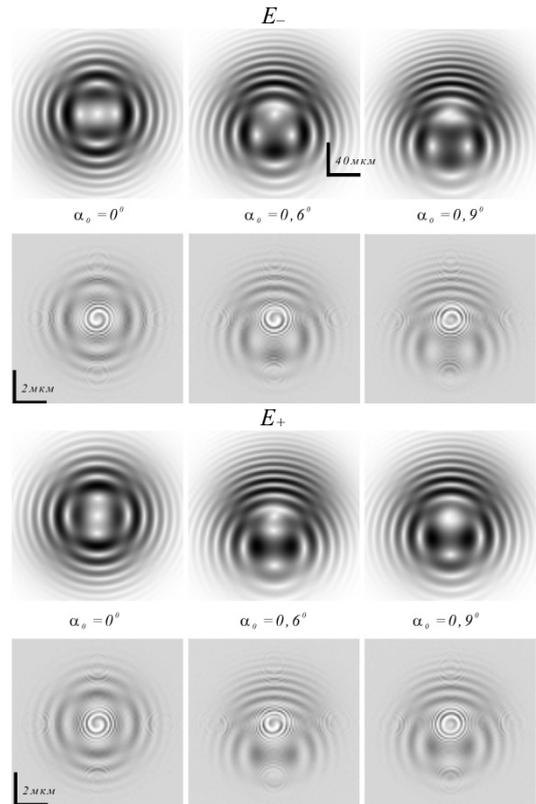


Рис. 6. Распределение интенсивности и фазы для линейно поляризованного пучка ($\gamma=\pi/4$), длина кристалла $z=2$ см, в E_- -компоненте (а, б, в) и E_+ -компоненте (г, д, е) при изменении углов наклона α_0

Для того чтобы показать всю сложность анфолдинга поляризационных сингулярностей, следует рассмотреть случай большого радиуса перетяжки $w_0=50$ мкм, который представлен на рис. 7.

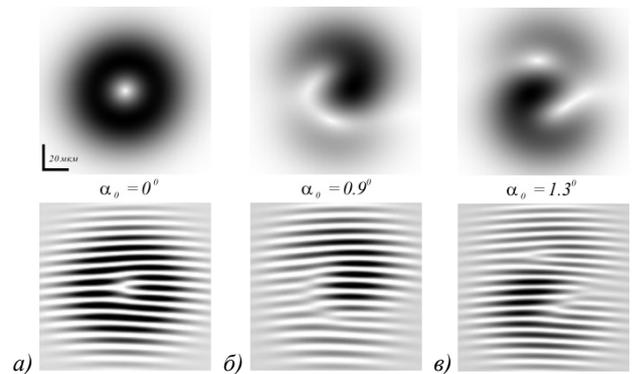


Рис. 7. Картины распределения интенсивности и фазы для пучка Лагерра–Гаусса в E_+ -компоненте при радиусе перетяжки $w_0=50$ мкм и длине кристалла $z=2$ см

Если мы рассматриваем случай $\alpha_0=0$, так называемое соосное распространение (рис. 7а), то мы можем наблюдать практически полностью осесимметричное распределение интенсивности с оптическим вихрем на оси пучка. Но при малейших отклонениях α_0 от нулевого значения мгновенно нарушается симметрия пучка и возникают топологические реакции взаимодействия осевого вихря с оптическими вихрями, рас-

полагающимися в дислокационных кольцах коноскопической картины, которые, в свою очередь, приводят к структурным преобразованиям для всего пучка. А данные структурные преобразования очень напоминают динамику пучков, переносящих дробный топологический заряд, о которых нам точно известно, что это неустойчивые оптические пучки [28]. Если мы сравним аналогичные процессы, представленные на рис. 6 и 7, то окажется, что они принципиально различны.

3. Поляризационный анфолдинг при углах наклона пучка относительно оптической оси анизотропной среды $\gamma = 45^\circ$

Для того чтобы более детально изучить динамику поляризационных сингулярностей, а вместе с ними и скалярных фазовых сингулярностей, рациональнее всего использовать для наглядности С-линии. Рассмотрим динамику поляризационных сингулярностей на примере С-линий для случая со значением радиуса перетяжки пучка $w_0 = 50$ мкм при угле наклона входной поляризации $\gamma = 45^\circ$ (см. рис. 8).

Как для случая с входной циркулярной поляризацией, так и для случая линейной поляризации мы можем выделить основные четыре зоны на рис. 8. Именно в данных зонах виды топологических реакций отличаются по структуре. Давайте рассмотрим эти основные четыре зоны. Первая зона располагается в окрестности $\alpha_0 \approx 0^\circ$, назовем это начальный участок. Вторая зона – участок до зоны критических углов. Третья зона – это так называемая зона критических углов. Последняя зона, четвертая, – это область асимптотики при очень больших длинах анизотропной среды или достаточно больших углах наклона пучка относительно оптической оси анизотропной среды α_0 .

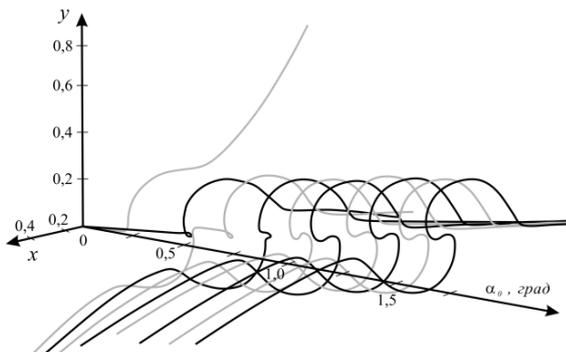


Рис. 8. Траектория движения С-точек при различных углах наклона пучка относительно оптической оси анизотропной среды, для кристалла длиной $z = 2$ см, $w_0 = 50$ мкм. E_+ – черный цвет, E_- – серый цвет

Рассмотрим вид траектории С-линий на рис. 8. Как видим, до угла $\alpha_0 \approx 0,7^\circ$ (начальный участок) динамика С-точек практически неизменна. Но после данных значений угла наклона пучка относительно оптической оси анизотропной среды ($\alpha_0 > 0,7^\circ$) вид траекторий изменяется и имеет более сложную структуру.

Динамика С-линий для различных компонент E_+ и E_- вблизи первой зоны ($\alpha_0 < 0,7^\circ$) приведена на рис. 9.

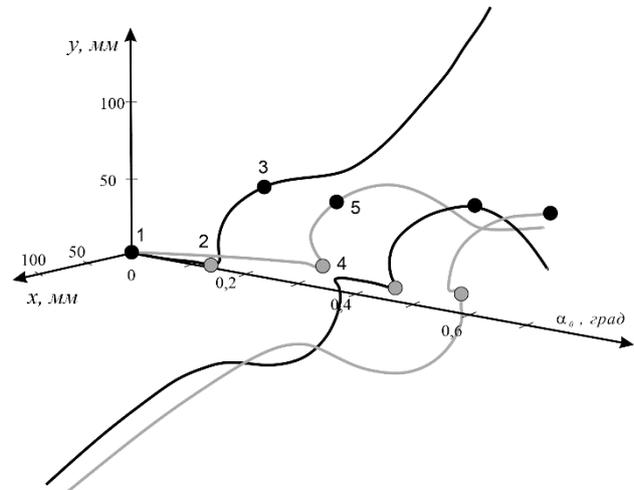


Рис. 9. Траектория движения С-точек при малых ($\alpha_0 < 0,7^\circ$) углах наклона пучка относительно оптической оси анизотропной среды, для кристалла длиной $z = 2$ см, $w_0 = 50$ мкм. E_+ – линия черного цвета, E_- – линия серого цвета

Для понимания динамики структуры С-линий, представленных на рис. 8 и рис. 9, рассмотрим распределение состояния поляризации. В вырожденном состоянии в точке пересечения двух L-линий в виде поля с линейной поляризацией располагается оптический вихрь. Мы можем заметить, что вдалеке от оси пучка две L-линии разделяются на четыре поляризационные омбилики типа «лимон». Сразу следует отметить, что в такой системе с учетом знака циркуляции поляризации полный топологический индекс системы должен равняться топологическому индексу скалярного поля, то есть должен быть равен $l = -1$. К тому же топологический индекс поляризационной омбилики типа «лимон» равен $s = -1/2$. Если мы обратимся к рис. 1, то вспомним, что на краях картины распределения поляризации располагаются два «лимона», соответствующие E_+ -компоненте, и два «лимона», соответствующие E_- -компоненте пучка, и, следовательно [25]:

$$S = -1/2 - 1/2 - 1/2(-1) - 1/2(-1) + (-1) = -1. \quad (7)$$

При изменении угла ($\alpha_0 \approx 0,2^\circ$) наклона пучка относительно оптической оси анизотропной среды все четыре «лимона» для обеих компонент E_+ и E_- смещаются вниз в плоскости наклона пучка α_0 . Одновременно с этим в точке пересечения двух L-линий наблюдается вырожденное состояние, которое распадается на две поляризационные омбилики – «лимон» и «звезда». Сразу следует отметить, что данные поляризационные омбилики – «лимон» и «звезда» – имеют противоположные циркуляции поляризации. Как мы помним, топологический индекс «звезды» $s = 1/2$ и, исходя из этого, высчитаем полный топологический индекс:

$$S = -1/2 - 1/2 - 1/2(-1) - 1/2(-1) - [1/2 - 1/2(-1)] = -1. \quad (8)$$

Их этого делаем заключение, что никакое изменение угла наклона пучка относительно оптической оси анизотропной среды не приводит к изменению полного топологического индекса нашей системы.

Рассмотрим более подробно динамику поляризационных омбилик «лимон» и «звезда», представленных на рис. 9. Из данного рисунка мы можем видеть, что для случая линейно поляризованного оптического вихря вблизи оси происходит зарождение поляризационных омбилик «лимон» и «звезда» при малейшем изменении значения угла наклона пучка относительно оптической оси анизотропной среды. Две пары поляризационных омбилик «лимон» и «звезда» формируют топологический диполь в E_{\dots} . При угле наклона пучка относительно оптической оси анизотропной среды пары поляризационных омбилик «лимон» и «звезда» начинают движение в противоположных направлениях. Причем поляризационная омбилика «лимон» сближается в точке 2 (рис. 9) с поляризационной омбиликой «звезда» и данная пара омбилик аннигилирует, то есть происходит так называемый поляризационный анфолдинг. А вот поляризационная омбилика «звезда» из второй пары вытесняется на бесконечность в точке 3 (рис. 9). В данном случае остается вблизи оси только поляризационная омбилика «лимон». Именно данная омбилика соответствует оптическому вихрю (в скалярном случае) с топологическим зарядом $l = -1$. Рассмотрим дальнейшую динамику поляризационных сингулярностей С-линий, и сразу можно отметить, что в точке 4 (рис. 9) формируется дипольная пара «лимон» и «звезда», что говорит о формировании в компоненте E_{+} топологического диполя. Как мы можем заметить, в точке 5 (рис. 9) процесс формирования дипольных пар «лимон» и «звезда» повторяется. Простым языком можно сказать, что при изменении угла наклона пучка относительно оптической оси анизотропной среды происхо-

дит переключение циркуляций поляризации на С-линии, что может быть использовано в системах сортировки или мультиплексирования сигналов [3].

Если мы вновь обратимся к работам [20, 21], то можем отметить, что данные авторы рассмотрели упрощенный вариант переключений циркуляции поляризации на С-линии. Сразу следует отметить, что закон сохранения полного топологического индекса выполняется, так как при дальнейшем изменении угла наклона пучка относительно оптической оси анизотропной среды (область асимптотики) процесс формирования дипольных пар повторяется.

4. Удваивание скалярных сингулярностей при углах наклона пучка относительно оптической оси анизотропной среды $\gamma = -45^\circ$

При рассмотрении процесса формирования дипольных пар на С-линиях при изменении угла наклона пучка α возникает очень интересная особенность, когда на одном приосевом участке С-линий оптический вихрь может существовать только либо в компоненте E_{+} , либо в компоненте E_{-} . Что характерно, данным процессом обмена оптическими вихрями между компонентами E_{+} - и E_{-} -пучка можно управлять – необходимо лишь изменить угол наклона входящей поляризации с $\gamma = 45^\circ$ на $\gamma = -45^\circ$.

Если мы внимательно посмотрим на рис. 10, то сможем отметить, что распределение интенсивности и знаки топологических зарядов в компоненте E_{+} изменились при изменении угла наклона входящей поляризации с $\gamma = 45^\circ$ на $\gamma = -45^\circ$. Так как мы изменили угол наклона входящей поляризации с $\gamma = 45^\circ$ на $\gamma = -45^\circ$, то можно предположить, что знак топологического заряда осевого вихря будет совпадать со знаком топологического заряда, формируемого кристаллом, и будет происходить сложение топологических зарядов. Но это не так: происходит анфолдинг сингулярностей. Чтобы это прояснить, нам необходимо более детально изучить динамику поведения как скалярных, так и поляризационных сингулярностей.

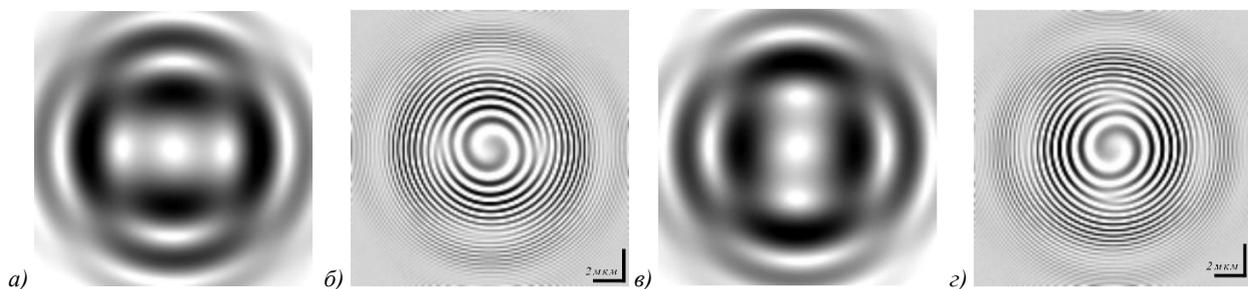


Рис. 10. Вид распределения интенсивности и интерференционные картины пучка при повороте входной поляризации $\gamma = 45^\circ$ (а, б) $\rightarrow \gamma = -45^\circ$ (в, г) для пучка с радиусом перетяжки $w_0 = 8$ мкм, прошедшего через кристалл длиной $z = 2$ см

На рис. 11 приведено распределение интенсивности и интерференционные картины пучка в плоскости удвоения топологического заряда при смене угла входной поляризации с $\gamma = 45^\circ$ на $\gamma = -45^\circ$ при изменении угла наклона пучка α .

На рис. 11 приведено исследование процесса анфолдинга топологических вихрей, который можно наблюдать вблизи области угла наклона пучка $\alpha_0 = 0,37^\circ$ при радиусе перетяжки пучка $w_0 = 10$ мкм. Как видно из интерференционной картины (рис. 11б),

в области угла наклона $\alpha_0 \leq 0,37^\circ$ еще присутствует оптический вихрь с двойным топологическим зарядом (один вихрь исходный, второй сформированный кристаллом). Но при дальнейшем увеличении угла $\alpha_0 > 0,37^\circ$ происходит процесс аннигиляции оптических вихрей, и данный процесс хорошо виден на интерференционной картине (рис. 11з). Для того чтобы подтвердить явление аннигиляции, мы провели экспериментальные исследования и построили траектории С-линий для компоненты E_+ при перетяжке пучка $w_0 = 50$ мкм. Результаты данных исследований приведены на рис. 12.

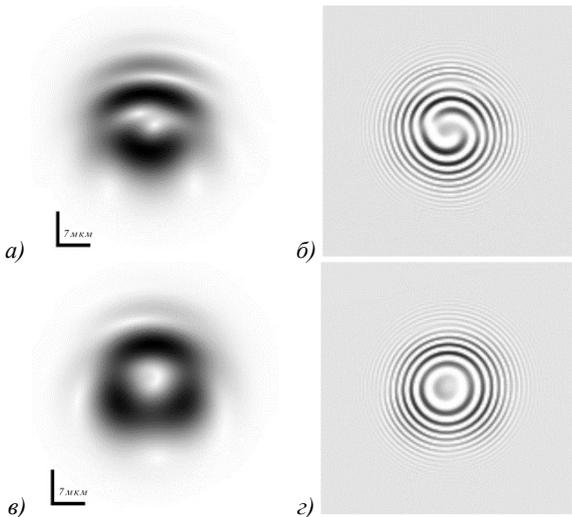


Рис. 11. Вид распределения интенсивности и интерференционные картины пучка в плоскости удвоения топологического заряда при смене угла входной поляризации с $\gamma = 45^\circ$ (а, б) на $\gamma = -45^\circ$ (в, з) при изменении угла наклона пучка на $\alpha_0 = 0,37^\circ$. Перетяжка пучка $w_0 = 10$ мкм при длине кристалла $z = 2$ см

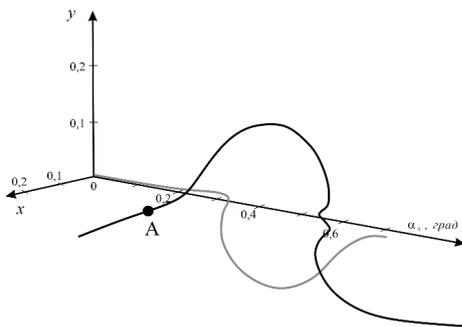


Рис. 12. Траектории движения С-точек при различных углах наклона пучка относительно оптической оси анизотропной среды, для кристалла длиной $z = 2$ см, $w_0 = 50$ мкм в E_+ -компоненте при угле наклона входной поляризации $\gamma = -45^\circ$

Рассмотрим динамику приосевого оптического вихря в E_+ -компоненте в начальном участке траектории С-линий, то есть без внешних возмущений при угле α_0 . По мере увеличения угла наклона пучка относительно оптической оси анизотропной среды в окрестности точки А (рис. 12) формируется диполь-

ная пара, и в дальнейшем один оптический вихрь приближается к осевому оптическому вихрю с $l = -1$, а второй удаляется на периферию пучка. При сближении одного из оптических вихрей дипольной пары с осевым оптическим вихрем было бы очевидно сказать, что на оси пучка сформируется вихрь с топологическим зарядом $l = -2$, но этого не происходит. Как видим из рис. 12, траектории данных вихрей не соединяются, то есть возникает некоторое отталкивание траекторий оптических вихрей вследствие неустойчивости пучка. Если мы рассмотрим траектории движения оптических вихрей в E_- -компоненте, то отметим, что визуально должен произойти поляризационный анфолдинг, но его не происходит, так как в данном случае при угле наклона входной поляризации $\gamma = 45^\circ$, в отличие от случая $\gamma = +45^\circ$. Соответственно, поляризационного анфолдинга не происходит.

Такая динамика движения оптических вихрей в ортогонально поляризованных компонентах E_+ и E_- характерна вплоть до критического угла, когда возникает расщепление на два отдельных пучка.

5. Расщепление сингулярных пучков при наклоне пучка относительно оптической оси анизотропной среды

Как мы теперь знаем, при достижении критического угла наклона пучка относительно оптической оси анизотропной среды структура траектории оптических вихрей между ортогонально поляризованными компонентами существенно меняется.

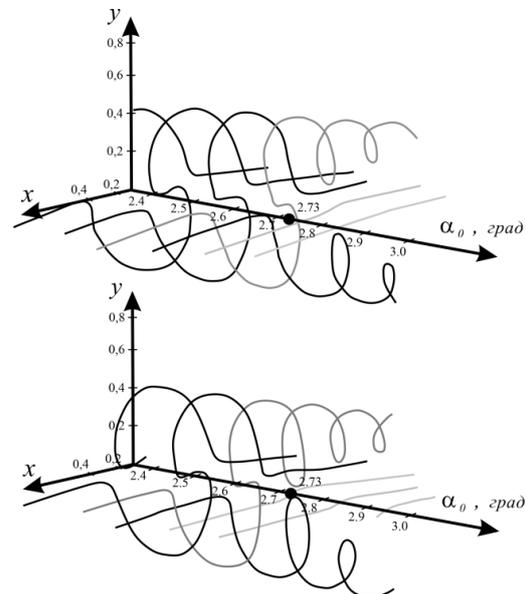


Рис. 13. Траектории движения С-точек вблизи критических значений угла наклона пучка α относительно оптической оси анизотропной среды для кристалла длиной $z = 2$ см, $w_0 = 50$ мкм для E_+ - (а) и (б) E_- -компонент пучков

Траектории движения С-точек вблизи критических значений угла наклона пучка α относительно оптической оси анизотропной среды для кристалла длиной $z = 2$ см, $w_0 = 50$ мкм представлена на рис. 13.

На данном рисунке мы можем наблюдать процесс расщепления пучков. Рис. 13а соответствует компоненте E_+ , а рис. 13б – компоненте E_- . Также следует отметить, что значения углов наклона пучка относительно оптической оси анизотропной среды в случае исходной циркулярной поляризацией остаются неизменными.

Заключение

В работе показано, что в линейно поляризованных пучках Лагерра–Гаусса, прошедших анизотропную среду под углом к оптической оси кристалла, распределение оптических вихрей лишено осевой симметрии. Показано, что траектории перемещения поляризационных сингулярностей в плоскости пучка Лагерра–Гаусса различны для различных случаев входной линейной поляризации при углах $\gamma = \pm 45^\circ$ и присутствует обмен оптическими вихрями при условии сохранения знака топологического заряда. Показано, что при наклоне оси анизотропной среды возникает движение оптических вихрей, сопровождаемое топологическими реакциями рождения, уничтожения или вытеснения оптических вихрей на периферию пучка. Характерно, что при углах наклона линейной поляризации $\gamma = +45^\circ$ происходят топологические реакции рождения и уничтожения, а при углах $\gamma = -45^\circ$ происходят топологические реакции вытеснения оптических вихрей на периферию пучка. Описанные в статье методы могут быть применены другими исследователями в системах передачи информации [3], мультиплексирования данных как в монохроматическом, так и в полихроматических пучках [29], для анализа свойств спиновых и орбитальных моментов в свободном пространстве [30], для анализа формы и свойств пучков, несущих топологический заряд [31, 32], для изучения свойств топологических зарядов как в анизотропных, так и в слаботурбулентных атмосферных средах [33, 34], а также в области фазовой и поляризационной профилометрии параметров шероховатости поверхностей.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 24-12-20013).

References

- [1] Gbur GJ. Singular optics. New York: CRC Press; 2017. DOI: 10.1201/9781315374260.
- [2] Soifer VA, Golub MA. Laser beam mode selection by computer-generated holograms. Boca Raton: CRC Press; 1994. ISBN: 0-8493-2476-9.
- [3] Wang J, Yang JY, Fazal IM, Ahmed N, Yan Y, Huang H, Ren YX, Yue Y, Dolinar S, Tur M, Willner AE. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing. Nat Photonics 2012; 6: 488-496. DOI: 10.1038/nphoton.2012.138.
- [4] Mair A, Vaziri A, Weihs, Zeilinger A. Entanglement of the orbital angular momentum states of photons. Nature 2001; 412(6844): 313. DOI: 10.1038/35085529.
- [5] Singh H, Gupta DL, Singh AK. Quantum key distribution protocols: A review. J Comput Eng 2014; 16: 1-9. DOI: 10.9790/0661-162110109.
- [6] Kotlyar VV, Kovalev AA, Porfirev AP. Vortex laser beams. Boca Raton: CRC Press; 2018. ISBN: 978-1138542112.
- [7] Abramochkin E, Razueva E. Product of three Airy beams. Opt Lett 2011; 36(19): 3732-3734. DOI: 10.1364/OL.36.003732.
- [8] Abramochkin E, Volostnikov V. Beam transformations and non-transformed beams. Opt Commun 1991; 83(1-2): 123-135. DOI: 10.1016/0030-4018(91)90534-K.
- [9] Khonina SN, Kotlyar VV, Soifer VA, Paakkonen P, Turunen J. Measuring the light field orbital angular momentum using DOE. Optical Memory and Neural Networks 2001; 10(4): 241-255.
- [10] Khonina SN, Kotlyar VV, Soifer VA, Jefimovs K, Turunen J. Generation and selection of laser beams represented by a superposition of two angular harmonics. J Mod Opt 2004; 51(5): 761-773. DOI: 10.1080/09500340408235551.
- [11] Born M, Wolf E. Principles of optics. Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. 4th ed. Pergamon Press; 1970. ISBN: 978-0-080139876.
- [12] Khonina SN, Kharitonov SI. Comparative investigation of nonparaxial mode propagation along the axis of uniaxial crystal. J Mod Opt 2015; 62(2): 125-134. DOI: 10.1080/09500340.2014.959085.
- [13] Khonina SN, Karpeev SV, Alferov SV, Soifer VA. Generation of cylindrical vector beams of high orders using uniaxial crystals. J Opt 2015; 17(6): 065001. DOI: 10.1088/2040-8978/17/6/065001.
- [14] Khonina SN, Karpeev SV, Paranin VD, Morozov AA. Polarization conversion under focusing of vortex laser beams along the axis of anisotropic crystals. Phys Lett A 2017; 381(30): 2444-2455. DOI: 10.1016/j.physleta.2017.05.025.
- [15] Vlokh R, Mys O, Romanyuk M, Girnyk I, Martunyuk-Lototska I, Czaplá Z. optical characterization of organic-inorganic [(CH₂OH)₃CNH₃]H₂PO₄ crystals. Ukrainian Journal of Physical Optics 2005; 4(6): 133-135. DOI: 10.3116/16091833/6/4/133/2005.
- [16] Cincotti G, Ciattoni A, Sapia C. Radially and azimuthally polarized vortices in uniaxial crystals. Opt Commun 2003; 220(1-3): 33-40. DOI: 10.1016/S0030-4018(03)01372-5.
- [17] Ciattoni A, Palma C. Nondiffracting beams in uniaxial media propagating orthogonally to the optical axis. Opt Commun 2003; 224(-6): 175-183. DOI: 10.1016/S0030-4018(03)01759-0.
- [18] Hacyan S, Jáuregui R. Evolution of optical phase and polarization vortices in birefringent media. J Opt A: Pure Appl Opt 2009; 11(8): 085204. DOI: 10.1088/1464-4258/11/8/085204.
- [19] Khonina SN, Paranin VD, Ustinov AV, Krasnov AP. Astigmatic transformation of Bessel beams in a uniaxial crystal. Optica Applicata 2016; 46(1): 5-18. DOI: 10.5277/oa160101.
- [20] Flossmann F, Schwarz UT, Maier M, Dennis MR. Polarization singularities from unfolding an optical vortex through a birefringent crystal. Phys Rev Lett 2005; 95(25): 253901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.95.253901.
- [21] Flossmann F, Schwarz UT, Maier M, Dennis MR. Stokes parameters in the unfolding of an optical vortex through a birefringent crystal. Opt Express 2006; 14(23): 11402-11411. DOI: 10.1364/OE.14.011402.
- [22] Yonezawa K, Kozawa Y, Sato S. Focusing of radially and azimuthally polarized beams through a uniaxial crystal. J

- Opt Soc Am A 2008; 25: 469-472. DOI: 10.1364/JOSAA.25.000469.
- [23] Fadeyeva TA, Rubass AF, Volyar AV. Transverse shift of a high-order paraxial vortex-beam induced by a homogeneous anisotropic medium. Phys Rev A 2009; 79(5): 053815. DOI: 10.1103/PhysRevA.79.053815.
- [24] Craciun A, Grigore OV. Superposition of vortex beams generated by polarization conversion in uniaxial crystals. Sci Rep 2022; 12: 8135. DOI: 10.1038/s41598-022-12223-3.
- [25] Nye JF. Natural focusing and fine structure of light: Caustics and wave dislocations. Bristol: Institute of Physics Publishing; 1999. ISBN: 0750306106.
- [26] Volyar AV, Fadeeva TA. Dynamics of topological multipoles: I. High-order nonparaxial singular beams. Opt Spectrosc 2002; 92(2): 243-252. DOI: 10.1134/1.1454037.
- [27] Volyar AV, Fadeeva TA. Dynamics of topological multipoles: II. Creation, annihilation, and evolution of nonparaxial optical vortices. Opt Spectrosc 2002; 92(2): 253-262. DOI: 10.1134/1.1454038.
- [28] Volyar AV, Egorov YuA. Super pulses of orbital angular momentum in fractional-order spiroid vortex beams. Opt Lett 2018; 43: 74-77. DOI: 10.1364/OL.43.000074.
- [29] Egorov Yu, Rubass A. Spin-orbit coupling in quasi-monochromatic beams. Photonics 2023; 10: 305. DOI: 10.3390/photonics10030305.
- [30] Volyar AV, Abramochkin EG, Egorov YuA, Bretsko MV, Akimova YaE. Digital sorting of Hermite-Gauss beams: mode spectra and topological charge of a perturbed Laguerre-Gauss beam. Computer Optics 2020; 44(4): 501-509. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-747.
- [31] Volyar A, Abramochkin E, Akimova Ya, Bretsko M, Egorov Yu. Fast oscillations of orbital angular momentum and Shannon entropy caused by radial numbers of structured vortex beams. Appl Opt 2022; 61: 6398-6407. DOI: 10.1364/AO.464178.
- [32] Volyar AV, Bretsko MV, Akimova YaE, Egorov YuA. Sorting Laguerre-Gaussian beams by radial numbers via intensity moments. Computer Optics 2020; 44(2): 155-166. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-677.
- [33] Vasilyev VS, Kapustin AI, Skidanov RV, Podlipnov VV, Ivliev NA, Ganchevskaya SV. Experimental investigation of the stability of Bessel beams in the atmosphere. Computer Optics 2019; 43(3): 376-384. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-3-376-384.
- [34] Gbur G, Tyson RK. Vortex beam propagation through atmospheric turbulence and topological charge conservation. J Opt Soc Am A 2008; 25: 225-230. DOI: 10.1364/JOSAA.25.000225.

Сведения об авторах

Егоров Юрий Александрович – кандидат физико-математических наук (2005), доцент кафедры общей физики (2006). Сфера научных интересов: сингулярная оптика, дифракционная оптика, оптика анизотропных сред. E-mail: yuriyegorov@cfuv.ru ORCID: 0000-0003-4990-9998.

Рыбась Александр Федорович – кандидат физико-математических наук (2010), доцент кафедры общей физики (2014). Сфера научных интересов: сингулярная оптика, дифракционная оптика, оптика анизотропных сред. E-mail: alex.rubass@gmail.com ORCID: 0000-0001-6283-3487.

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 16 декабря 2023 г. Окончательный вариант – 25 марта 2023 г.

Polarization structure of optical vortices in inclined Laguerre-Gaussian beams passed through a uniaxial crystal

Yu.A. Egorov¹, A.F. Rubass¹

¹ Physics and Technology Institute of V.I. Vernadsky Crimean Federal University, 295007, Simferopol, Republic of Crimea, Russia, Academician Vernadsky 4

Abstract

The work shows that in linearly polarized Laguerre-Gaussian beams passing through an anisotropic medium at an angle to the optical axis of the crystal, the distribution of optical vortices is devoid of axial symmetry. It is shown that the trajectories of movement of polarization singularities in the plane of the Laguerre-Gauss beam are different for different cases of input linear polarization at angles $\gamma = \pm 45^\circ$ and there is an exchange of optical vortices, provided that the sign of the topological charge is preserved. It is shown that when the axis of an anisotropic medium is tilted, the movement of optical vortices occurs, accompanied by topological reactions of creation, destruction, or displacement of optical vortices to the periphery of the beam. It is characteristic that at angles of inclination by linear polarization $\gamma = +45^\circ$, topological reactions of creation and annihilation occur, and at angles $\gamma = -45^\circ$, topological reactions of displacement of optical vortices to the periphery of the beam occur.

Keywords: optical vortices, uniaxial crystal, Laguerre-Gaussian beams.

Citation: Egorov YA, Rubass AF. Polarization structure of optical vortices in inclined Laguerre-Gaussian beams passed through a uniaxial crystal. *Computer Optics* 2024; 48(6): 841-850. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1469.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Science Foundation under project No. 24-12-20013.

Authors' information

Yuriy Alexandrovich Egorov – (b. 1975). A graduate of Taurida National University (2001). Received the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences in the field of Optics and Laser Physics at Taurida National V.I. Vernadsky University (Crimean Federal University is now) in 2005. Since 2006, he has been an Associate Professor at the Physics and Technology Institute of V.I. Vernadsky Crimean Federal University. Scope of scientific interests its singular optics and diffraction optics. E-mail: yuriyegorov@cfuv.ru

Aleksandr Fedorovich Rubass – (b. 1982). A graduate of the Taurida National University (2006). Received the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences in the field of Optics and Laser Physics at the Taurida National V.I. Vernadsky University (Crimean Federal University is now) in 2010, Associate Professor of General Physics department (2014), Vice-Rector for Digital Transformation (2023). Research interests: singular optics, diffractive optics, optics of anisotropic media. E-mail: alex.rubass@gmail.com

Code of State Categories Scientific and Technical Information (in Russian – GRNTI): 29.31.15
Received December 16, 2023. The final version – March 25, 2023.
