

Расчет параметров (постоянная распространения, фазовая и групповая скорости) волоконного световода с градиентным профилем

В.А. Гладких¹, В.Д. Власенко¹

¹ Вычислительный центр ДВО РАН – обособленное подразделение ХФИЦ ДВО РАН, 680000, Россия, г. Хабаровск, ул. Ким Ю Чена, д. 65

Аннотация

Для круглого в поперечнике слабонаправляющего волоконного световода с произвольным градиентным профилем показателя преломления в одномодовом режиме в общем виде получена зависимость постоянной распространения от волноводного параметра. Из уравнений Максвелла выведено уравнение для поля в световоде с градиентным профилем показателя преломления. На примере степенного профиля для трёх первых степеней и для гауссова профиля получены зависимости от волноводного параметра для постоянной распространения, фазовой и групповой скоростей. Для отношения мощности, переносимой модой к полной запасенной энергии на единице длины волновода, построена зависимость от волноводного параметра. Показано, что по мере увеличения волноводного параметра и увеличения степени степенного профиля доля переносимой мощности уменьшается и приближается к доле переносимой мощности для гауссова профиля. Полученные результаты могут быть использованы для создания волноводов при решении конкретных приложений.

Ключевые слова: волоконный световод, гауссов профиль, постоянная распространения, фазовая скорость, групповая скорость.

Цитирование: Гладких, В.А. Расчет параметров (постоянная распространения, фазовая и групповая скорости) волоконного световода с градиентным профилем / В.А. Гладких, В.Д. Власенко // Компьютерная оптика. – 2025. – Т. 49, № 1. – С. 30-35. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1521.

Citation: Gladkikh VA, Vlasenko VD. Calculation of parameters (propagation constant, phase and group velocities) of a graded-index optical fiber. Computer Optics 2025; 49(1): 30-35. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1521.

Введение

Постоянная распространения – это параметр, определяющий быстроту распространения электромагнитной волны в волноводе. Постоянная распространения зависит от свойств волновода, таких как его геометрия, показатель преломления и частота волны. Она определяет, как электромагнитная волна изменяет свою амплитуду и фазу при прохождении через волновод. Постоянная распространения является важным параметром при анализе и проектировании волноводных систем. Она позволяет определить, какие моды могут существовать в волноводе и как они будут взаимодействовать друг с другом. Существует несколько способов определения постоянной распространения, включая численные методы (такие как метод конечных элементов или метод конечных разностей), аналитические выражения (публикации [1–6], из относительно недавних работ [7–10], общие сведения в [11–14]), экспериментальные измерения (такие как измерение мощности в разных точках волновода или измерение фазового сдвига при прохождении волны через волновод). Для определения фазовой скорости можно использовать различные методы, такие как интерферометрия или методы временной задержки. В целом, в зависимости от конкретной задачи и типа волновода выбирается наиболее

подходящий метод определения постоянной распространения.

Также можно выделить несколько последних публикаций по данной тематике с более строгим с математической и физической точек зрения анализом. Так, в работе [15] авторы исследовали проблему межмодовой дисперсии внутри группы оптических вихрей с азимутальным числом $|\ell| \geq 1$ в круглых оптических волокнах. Численно получена и проанализирована зависимость дисперсии оптических вихрей от длины волны для волокон с градиентом и ступенчатым индексом с переменными параметрами. Установлена возможность дисперсии нулевой моды в волокнах со ступенчатым индексом. В статье [16] изучена дисперсия оптических вихрей в скрученных эллиптических волокнах с крутильными механическими напряжениями. На основе спектров вихревых мод скрученных эллиптических волокон со ступенчатым и градиентным профилями установлены аналитические выражения для поляризационного, топологического и гибридного типов дисперсии оптических вихрей. Показано, что для оптических вихрей с высшими значениями топологического заряда все виды дисперсии могут иметь почти нулевые значения как при ступенчатом, так и при градиентном профилях. В публикации [17] рассмотрена структура мод более высокого порядка в мультиспиральных оптических волокнах при наличии механического

напряжения кручения. Показано, что при некоторых значениях шага такие моды представляют невырожденные оптические вихри с круговой поляризацией, устойчивые к внешним возмущениям формы поперечного сечения. На основе аналитических выражений для постоянных распространения таких вихревых мод исследуются поляризационная, топологическая и гибридная дисперсии вихревых мод.

В публикации [18] предложена уточнённая модель распределения показателя преломления для волноводов, изготовленных с помощью ионного обмена. В статье [19] предложен простой метод измерения показателя преломления для волокна со ступенчатым показателем преломления, основанный на сканировании оптической мощности радиального смещения.

Цель нашей работы – для слабонаправляющего круглого в поперечном сечении волновода с произвольным градиентным профилем показателя преломления получить аналитические выражения для постоянной распространения, фазовой и групповой скоростей и выяснить зависимость переносимой модой мощности от волноводного параметра в случае одномодового режима. Отметим также, что из всех градиентных профилей оптимальным является квадратичный (см. напр., монографию [20] – при этом профиле разброс нормированных групповых времен пробега разных мод минимален).

1. Явный вид для постоянной распространения в общем виде для градиентного и гауссова профилей

Напряженность электромагнитного поля, распространяющегося вдоль оси z волоконного световода, имеет вид:

$$\vec{E}(t, \vec{R}) = \vec{n}_z \exp\{-i(\omega t - \beta z)\} E(r), \tag{1}$$

где \vec{n}_z , ω , β – соответственно единичный вектор вдоль направления распространения волны (ось z), угловая частота и постоянная распространения (рассматриваем электрическую составляющую – для магнитной составляющей аналогично), $\vec{R} = (x, y, z)$ – координаты, t – время, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Таким образом, ось z направлена вдоль оси волновода с круглым поперечным сечением волновода, в котором введены декартовы координаты x , y и полярные координаты r , φ , которые вместе с z являются и цилиндрическими (схематическое изображение на рис. 1). Знак плюс в центре рис. 1а указывает на то, что ось z перпендикулярна плоскости и направлена к нам.

Из (1) для фазовой скорости u_φ находим

$$\omega t - \beta z = const \rightarrow \frac{d}{dt}(\omega t - \beta z) = 0 \rightarrow u_\varphi = \frac{dz}{dt} = \omega/\beta. \tag{2}$$

Из уравнений Максвелла с учетом (1) для напряженности поля $E(r)$ без учета поляризации легко получить скалярное уравнение для одномодового режима:

$$\frac{d^2 E(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dE(r)}{dr} + \{k^2 n^2(r) - \beta^2\} E(r) = 0,$$

где $n(r)$ – профиль показателя преломления, c – скорость света, $k = \omega/c$. Умножая уравнение на $rE(r)$ и интегрируя по r от 0 до ∞ , получаем

$$\begin{aligned} rE(r) \frac{d^2 E(r)}{dr^2} + E(r) \frac{dE(r)}{dr} + k^2 n^2(r) rE^2(r) &= \\ = \beta^2 rE^2(r) \rightarrow \frac{d}{dr} \left\{ rE(r) \frac{dE(r)}{dr} \right\} - r \left\{ \frac{dE(r)}{dr} \right\}^2 + & \\ + k^2 n^2(r) E^2(r) &= \beta^2 rE^2(r). \end{aligned}$$

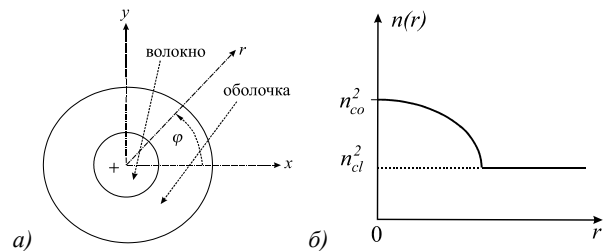


Рис. 1. Схематический вид световода и профиля: а) поперечное сечение световода; б) профиль градиентного показателя преломления

Здесь учитываем, что поле вместе с производной поля по r на бесконечности обращается в нуль

$$\beta^2 = \frac{k^2 \int_0^\infty n^2(r) E^2(r) r dr - \int_0^\infty \left\{ \frac{dE(r)}{dr} \right\}^2 r dr}{\int_0^\infty E^2(r) r dr}. \tag{3}$$

Рассмотрим показатель преломления, который для произвольного градиентного световода обычно записывается в виде:

$$\begin{aligned} n_{gr}^2(r) &= \begin{cases} n_{co}^2 [1 - 2\Delta f(r)], & r \leq \rho, \\ n_{cl}^2, & r > \rho, \end{cases} \rightarrow \\ \rightarrow n^2(\gamma) &= \begin{cases} n_{co}^2 - \frac{V^2}{k^2 \rho^2} f(\gamma), & \gamma \leq 1, \\ n_{cl}^2, & \gamma > 1, \end{cases} \\ \gamma = r/\rho, & 0 \leq \gamma < \infty, \\ \left\{ \begin{array}{l} f(r)|_{r=0} = 0 \\ f(r)|_{r=\rho} = 1 \end{array} \right\}, & \left\{ \begin{array}{l} f(\gamma)|_{\gamma=0} = 0 \\ f(\gamma)|_{\gamma=1} = 1 \end{array} \right\}, \\ V = k\rho\sqrt{n_{co}^2 - n_{cl}^2}, & \Delta = \frac{n_{co}^2 - n_{cl}^2}{2n_{co}^2}, \end{aligned} \tag{4}$$

где n_{co} – значение показателя преломления в сердцевине волокна, n_{cl} – значение показателя преломления в оболочке волокна, ρ – радиус волокна, $f(r)$ – возрастающая на промежутке от 0 до ρ функция, V – волноводный параметр, Δ – высота профиля показателя

преломления. Мы остановимся на треугольном, квадратичном и кубическом профилях.

$$\beta_{gr}^2 \rho^2 = \frac{1}{\int_0^\infty E_{gr}^2(\gamma) \gamma d\gamma} \left\{ k^2 \rho^2 n_{co}^2 \int_0^1 E_{gr}^2(\gamma) \gamma d\gamma + k^2 \rho^2 n_{ci}^2 \int_1^\infty E_{gr}^2(\gamma) \gamma d\gamma - V^2 \int_0^1 E_{gr}^2(\gamma) f(\gamma) \gamma d\gamma - \int_0^\infty \left[\frac{dE_{gr}(\gamma)}{d\gamma} \right]^2 \gamma d\gamma \right\}. \quad (5)$$

Наряду с вышеупомянутыми профилями, рассмотрим также и гауссов профиль показателя преломления

$$n_{co}^2(r) = n_{co}^2 \left\{ 1 - 2\Delta \left[1 - \exp(-\gamma^2) \right] \right\}. \quad (6)$$

Форму этого профиля определяет характерный размер ρ . Такая форма профиля – хорошее приближение в случае, когда в процессе изготовления волокна происходит взаимная диффузия материалов сердцевин и оболочек. Подставляя (6) в (3), для гауссова профиля получим ($\beta \equiv \beta_G$, $E(\gamma) \equiv E_G(\gamma)$ для профиля (6)):

$$\beta_G^2 \rho^2 = \frac{1}{\int_0^\infty E_G^2(\gamma) \gamma d\gamma} \left\{ \frac{(1-2\Delta)}{2\Delta} V^2 \int_0^\infty E_G^2(\gamma) \gamma d\gamma + V^2 \int_0^\infty E_G^2(\gamma) \exp(-\gamma^2) \gamma d\gamma - \int_0^\infty \left[\frac{dE_G(\gamma)}{d\gamma} \right]^2 \gamma d\gamma \right\}. \quad (7)$$

Для профилей (4), (6) поле слабонаправляющего одномодового световода хорошо аппроксимируется гауссовой функцией (r_0 – радиус модового пятна):

$$E(r) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right\} \rightarrow \begin{cases} E_{gr}(\gamma) = \exp \left(-\frac{\alpha_{gr} \gamma^2}{2} \right), & \alpha_{gr} \equiv \frac{\rho^2}{r_{0(gr)}^2}, \\ E_G(\gamma) = \exp \left(-\frac{\alpha_G \gamma^2}{2} \right), & \alpha_G \equiv \frac{\rho^2}{r_{0(G)}^2}. \end{cases} \quad (8)$$

Подставляя (8) в (5) и (7), получаем

$$\beta_{gr}^2 \rho^2 = \left(k^2 \rho^2 n_{co}^2 = \frac{V^2}{2\Delta} \right) = \frac{V^2}{2\Delta} A, \quad A \equiv \left\{ 1 - 2\Delta \left[\exp(-\alpha_{gr}) + \alpha_{gr} / V^2 + 2\alpha_{gr} I(\alpha_{gr}) \right] \right\}, \quad (9)$$

$$I(\alpha_{gr}) \equiv \int_0^1 \exp(-\alpha_{gr} \gamma^2) f(\gamma) \gamma d\gamma$$

и

$$\beta_G^2 \rho^2 = \frac{V^2}{2\Delta} - \frac{V^2}{(\alpha_G + 1)} - \alpha_G. \quad (10)$$

Для рассматриваемого слабонаправляющего одномодового световода параметры α_{gr} , α_G в (8) следующие (см., напр., [21–23]):

Подставляя (4) в (3), запишем ($\beta \equiv \beta_{gr}$, $E(\gamma) \equiv E_{gr}(\gamma)$ для профиля (4)):

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_{gr} = 0,16V^2, & 0 < V < 2,405, \\ \alpha_G = V - 1, & 1 < V < 2,592 \end{cases} \quad (11)$$

(α_G : для гауссова профиля размер модового пятна $r_0 = \rho / (V-1)^{1/2} \rightarrow V > 1$).

2. Постоянная распространения и фазовая скорость для степенного и гауссова профилей

В случае степенного профиля согласно (9) имеем:

$$I_n(\gamma) \equiv \int_0^1 \exp(-\alpha_{gr} \gamma^2) \gamma^{n+1} d\gamma. \quad (12)$$

Для первых трех степеней с учетом (11) из (12) последовательно получим

$$\Phi(x) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt -$$

интеграл вероятностей:

- для треугольного профиля $n = 1 \rightarrow f(\gamma) = \gamma$:

$$\beta_{gr(1)}^2 \rho^2 = \frac{1}{2\Delta} \left\{ V^2 - 2\Delta \left[0,16V^2 + 2,22V \Phi(0,4V) \right] \right\},$$

- для квадратичного профиля $n = 1 \rightarrow f(\gamma) = \gamma^2$:

$$\beta_{gr(2)}^2 \rho^2 = \frac{1}{2\Delta} \left\{ V^2 - 2\Delta \left\{ 0,16V^2 + 6,25 \left[1 - \exp(-0,16V^2) \right] \right\} \right\},$$

- для кубического профиля $n = 1 \rightarrow f(\gamma) = \gamma^3$:

$$\beta_{gr(3)}^2 \rho^2 = \frac{1}{2\Delta} \left\{ V^2 - 2\Delta \left[0,16V^2 - 9,37 \exp(-0,16V^2) + \frac{20,77}{V} \Phi(0,4V) \right] \right\},$$

- для гауссова профиля:

$$\beta_G^2 \rho^2 = \frac{1}{2\Delta} \left\{ V^2 - 2\Delta [2V - 1] \right\}.$$

Для фазовой скорости u_ϕ при произвольном профиле с постоянной распространения β в соответствии с (2) запишем:

$$\left(\frac{u_\phi}{c} n_{co} \right)^2 = \left(\frac{k}{\beta} n_{co} \right)^2 = \frac{n_{co}^2}{(NA)^2} \frac{k^2 \rho^2 (NA)^2}{\beta^2 \rho^2} = \frac{V^2}{2\Delta \beta^2 \rho^2} \quad (13)$$

(здесь NA – числовая апертура, $NA = \sqrt{n_{co}^2 - n_{cl}^2}$).

Для ранее рассмотренных случаев находим:

- для треугольного профиля

$$\frac{u_{\Phi(gr)}^{(1)}}{c} = V \cdot (n_{co})^{-1} \cdot \left\{ V^2 - 2\Delta \left[0,16V^2 + 2,22V\Phi(0,4V) \right] \right\}^{-1/2}, \quad (14)$$

- для квадратичного профиля:

$$\frac{u_{\Phi(gr)}^{(2)}}{c} = V \cdot (n_{co})^{-1} \cdot \left\{ V^2 - 2\Delta \left[0,16V^2 + 6,25 \left(1 - \exp(-0,16V^2) \right) \right] \right\}^{-1/2}, \quad (15)$$

- для кубического профиля

$$\frac{u_{\Phi(gr)}^{(3)}}{c} = V \cdot (n_{co})^{-1} \cdot \left\{ V^2 - 2\Delta \left[0,16V^2 - 9,37 \exp(-0,16V^2) + \frac{20,77}{V} \Phi(0,4V) \right] \right\}^{-1/2}. \quad (16)$$

Для гауссова профиля согласно (10), (11) и (14) находим:

$$\beta_{co}^2 \rho^2 = 1 + \frac{V^2}{2\Delta} - 2V \rightarrow \rightarrow \frac{u_{\Phi(G)}}{c} = \frac{V}{n_{co} \left\{ V^2 - 2\Delta(2V - 1) \right\}^{1/2}}. \quad (17)$$

- для треугольного профиля

$$U_{grup(1)} \frac{n_{co}}{c} = \frac{\left\{ V^2 - 2\Delta \left[0,16V^2 + 2,22V \cdot \Phi(0,4V) \right] \right\}^{1/2}}{V - \Delta \left[0,32V + 2,22\Phi(0,4V) + V \exp(-0,16V^2) \right]}, \quad 0 < V \leq 2,405; \quad (19)$$

- для квадратичного профиля

$$U_{grup(2)} \frac{n_{co}}{c} = \frac{\left\{ V^2 - 2\Delta \left[0,16V^2 + 6,25 \left(1 - \exp(-0,16V^2) \right) \right] \right\}^{1/2}}{V \left\{ 1 - 2\Delta \left[0,16 + \exp(-0,16V^2) \right] \right\}}, \quad 0 < V \leq 2,405; \quad (20)$$

- для кубического профиля

$$U_{grup(3)} \frac{n_{co}}{c} = \frac{\left\{ V^2 - 2\Delta \left[0,16V^2 - 9,37 \exp(-0,16V^2) + \frac{20,8}{V} \Phi(0,4V) \right] \right\}^{1/2}}{V - 2\Delta \left[0,16V + \left(1,5V + \frac{4,7}{V} \right) \exp(-0,16V^2) - \frac{10,4}{V^2} \Phi(0,4V) \right]}, \quad 0 < V \leq 2,405; \quad (21)$$

- для гауссова профиля:

$$U_{grup(G)} \frac{n_{co}}{c} = \frac{\left\{ V^2 - 2\Delta(2V - 1) \right\}^{1/2}}{(V - 2\Delta)}, \quad 1 < V < 2,592. \quad (22)$$

С другой стороны, групповая скорость равна:

$$U_{grup} = \frac{P_{mod}}{W_{tot}},$$

3. Групповая скорость для степенного и гауссова профилей. Мощность, переносимая модой

Фазовая скорость определяет скорость распространения фазы вдоль волоконного световода. Мощность же моды переносится вдоль волновода с групповой скоростью. Если фазовая скорость определяется как $u_{\Phi} = \omega / \beta$, то групповая скорость определяется как $U_{grup} = \partial \omega / \partial \beta$. Для групповой скорости U_{grup} при произвольном профиле с постоянной распространения β запишем вспомогательное соотношение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\beta^2 \rho^2)}{\partial k} &= 2\beta \rho^2 \frac{\partial \beta}{\partial k} = \frac{\partial(\beta^2 \rho^2)}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial k} = \\ &= \frac{\partial(\beta^2 \rho^2)}{\partial V} \rho NA = n_{co} \frac{\partial(\beta^2 \rho^2)}{\partial V} \rho \sqrt{2\Delta} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{U_{grup}}{c} &= \left\{ \frac{\partial \beta}{\partial \omega} c \right\}^{-1} = \frac{2}{n_{co} \sqrt{2\Delta}} \frac{(\beta \rho)}{\left\{ \partial(\beta^2 \rho^2) / \partial V \right\}}. \end{aligned} \quad (18)$$

С помощью вычисления

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi(0,4V)}{dV} &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{d}{dV} \left\{ \int_0^{0,4V} \exp(-t^2) dt \right\} = \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-0,16V^2) \frac{d(0,4V)}{dV} = 0,451 \exp(-0,16V^2) \end{aligned}$$

для всех рассматриваемых случаев аналогично (14 – 17) для групповой скорости согласно (18) получаем:

где P_{mod} , W_{tot} – соответственно мощность, переносимая модой, и полная запасенная энергия на единице длины волновода. Таким образом, можно построить зависимость безразмерной величины η (характеризу-

ющей мощность переносимой моды с точностью до незначительного множителя n_{co}/c от волноводного параметра V :

$$\eta_{group} = \eta_{group}(V) \equiv U_{group} \frac{n_{co}}{c} = \frac{n_{co}}{c} \frac{P_{mod}}{W_{tot}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \eta_{group(1)} \equiv \eta_1(V), \eta_{group(2)} \equiv \eta_2(V), \quad (23)$$

$$\eta_{group(3)} \equiv \eta_3(V), \eta_{group(G)} \equiv \eta_G(V)$$

(поскольку $U_{group}/c < 1$, а $n_{co} > 1$, то величина (19) может быть больше единицы). На практике $0,003 < \Delta < 0,03$, а для конкретных расчетов по формулам (19) – (22) и (23) выберем значение $\Delta = 0,008$, соответствующее часто применяемому значению числовой апертуры $NA \approx 0,13$. Согласовывая область значений для волноводного параметра из (19)–(21) с областью из (22), для расчетов определим общую область значений для волноводного параметра $1 < V < 2,405$.

Численные расчеты по формулам (19) – (22) дают следующую графическую зависимость параметра η от волноводного параметра V (рис. 2).

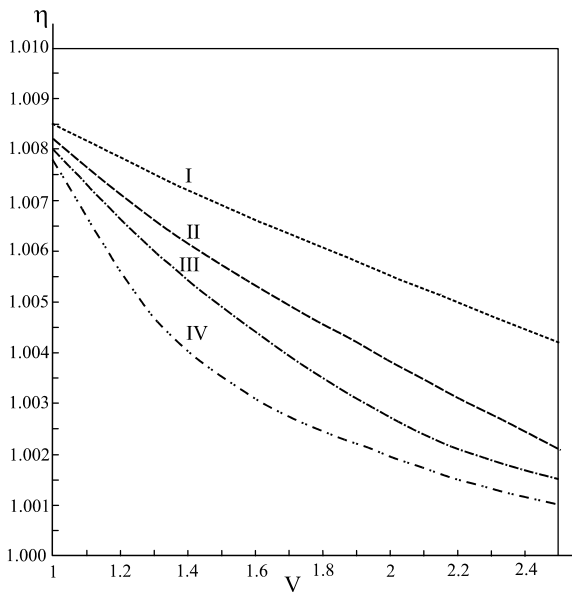


Рис. 2. Линия I – треугольный профиль (η_1), линия II – квадратичный профиль (η_2), линия III – кубический профиль (η_3), линия IV – гауссов профиль (η_G)

Заключение

Для круглого в поперечнике слабонаправляющего волоконного световода в одномодовом режиме с произвольным градиентным профилем показателя преломления получено аналитическое выражение для постоянной распространения в общем виде. Для степенного профиля (первые три степени) и гауссова профиля получены зависимости от волноводного параметра для постоянной распространения, фазовой и групповой скоростей. На рис. 2 представлена зависимость групповой скорости, а вместе с ней и мощности, переносимой модой, от волноводного параметра,

на примере полученных трёх первых степеней степенного профиля и гауссова профиля. Установлено, что в интервале $1 < V < 2,405$ по мере увеличения волноводного параметра и увеличения степени степенного профиля доля переносимой мощности уменьшается и приближается к доле переносимой мощности для гауссова профиля. Этот результат может помочь при выборе режима работы волновода.

References

- [1] Adams M. An introduction to optical waveguides. New York: Wiley; 1981. ISBN: 0471279692.
- [2] Jacobsen G, Hansen JJR. Propagation constants and group delays of guided modes in graded-index fibers: a comparison of three theories. Appl Opt 1979; 18(16): 2837-2842. DOI: 10.1364/AO.18.002837.
- [3] Mosley PJ, Gris-Sánchez I, Stone JM, Francis-Jones RJA, Ashton DJ, Birks TA. Characterizing the variation of propagation constants in multicore fiber. Opt Express 2014; 22(21): 25689-25699. DOI: 10.1364/OE.22.025689.
- [4] Shuyupova YaO, Kotlyar VV. Finding propagation constants using the Krylov method when calculating modes of photonic waveguides [In Russian]. Computer Optics 2007; 31(1): 27-31.
- [5] Strilets TS, Kotlyar VV, Nalimov AG. Simulation of waveguide modes in multilayer structures [In Russian]. Computer Optics 2010; 34(4): 487-493.
- [6] Karchevskii EM, Beilina L, Spiridonov AO, Repina AI. Reconstruction of dielectric constants of multi-layered optical fibers using propagation constants measurements. arXiv Preprint. 2015. Source: <https://arxiv.org/abs/1512.06764>. DOI: 10.48550/arXiv.1512.06764.
- [7] Okamoto K. Fundamentals of optical waveguides. 3rd ed. Elsevier Inc; 2022. ISBN: 9780128156025.
- [8] Pereira JMB, Grüner-Nielsen L, Rottwitt K, Town G, Laurell F, Margulis W. Electrooptic control of the modal distribution in a silicate fiber. Opt Express 2022; 30(8): 12474-12483. DOI: 10.1364/OE.453006.
- [9] Boyd RW. Nonlinear optics. Academic Press; 2020. DOI: 10.1016/C2015-0-05510-1.
- [10] Jeppesen P, Tromborg B. Optical Communications from a Fourier perspective. Fourier theory and optical fiber devices and systems. Elsevier; 2023. ISBN: 9780443238000.
- [11] Listvin AV, Listvin VN, Shvyrykov DV. Optical fibers for communication lines [In Russian]. Moscow: "LESARart" Publisher; 2003. ISBN: 5-902367-01-8.
- [12] Portnov EL. Optical communication cables and passive components of fiber-optic communication lines [In Russian]. Moscow: "Hotline – Telecom" Publisher; 2007. ISBN: 978-5-9912-0219-0.
- [13] Polyakova EA, Badeeva EA, Murashkina TI, Badeev AV, Slavkin IE. Influence of optical fiber bends on metrological and operational characteristics of fiber-optic measuring transducers [In Russian]. Models, Systems, Networks in Economics, Technology, Nature and Society 2020; 1: 126-135. DOI: 10.21685/2227-8486-2020-1-10.
- [14] Niu HW, Zhang S, Chen WH, Liu Y, Li X, Yan YX, Wang SJ, Geng T, Sun WM, Yuan LB. Optical fiber sensors based on core-offset structure: A review. IEEE Sensors J 2021; 21(20): 22388-22401. DOI: 10.1109/JSEN.2021.3110852.
- [15] Barshak EV, Yavorsky MA, Vikulin DV, Lapin BP, Volyar AV, Alexeyev CN. Polarization and topological mode

- dispersion of optical vortices in circular optical fibers. *Computer Optics* 2019; 43(1): 25-34. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-1-25-34.
- [16] Lapin BP, Barshak EV, Vikulin DV, Alexeyev CN, Yavorsky MA. Dispersion of optical vortices in twisted elliptical-core optical fibers with torsional stresses. *Computer Optics* 2024; 48(1): 53-60. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1340.
- [17] Alexeyev CN, Barshak EV, Lapin BP, Yavorsky MA. Dispersions of robust optical vortices in multihelicoidal fibers with torsional mechanic stress. *J Opt Soc Am B* 2024; 41(3): 610-616. DOI: 10.1364/JOSAB.513654.
- [18] Osovitsky AN. Peculiarities of light scattering on the rough surface of a gradient waveguide. *Bulletin of RUDN University. Series Mathematics. Computer Science. Physics* 2009; 1: 96-101.
- [19] Zhang S, Guo H, Liu X, Wang P, Wang Z, Liu Y. A simple refractive index measurement method for step-index fiber based on radial displacement optical power scan. *Opt Commun* 2023; 544: 129628. DOI: 10.1016/j.optcom.2023.129628.
- [20] Unger HG. *Planar optical waveguides and fibres*. Oxford: Clarendon Press; 1977. ISBN: 978-0198561330.
- [21] Listvin VN, Treshchikov VN. DWDM-systems [In Russian]. *Photon Express* 2012; 7: 34-37.
- [22] Gladkikh VA. Calculation of the power of the electric field penetrating into the outer cladding of a weakly guiding single-mode fiber. *Computer Optics* 2019; 43(4): 557-561. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-4-557-561.
- [23] Snyder AW, Love JD. *Optical waveguide theory*. London, New York: Chapman and Hall; 1983. ISBN: 978-0-412-24250-2.

Сведения об авторах

Гладких Вячеслав Александрович, 1948 года рождения, кандидат физико-математических наук; окончил Дальневосточный государственный университет по специальности «Физика». Работает старшим научным сотрудником в ВЦ ДВО РАН – обособленном подразделении ХФИЦ ДВО РАН. Область научных интересов: оптика, электродинамика, математическая физика. E-mail: gladkikh@as.khb.ru

Власенко Виктор Дмитриевич, 1960 года рождения, кандидат физико-математических наук; окончил Дальневосточный государственный университет по специальности «Прикладная математика». Работает старшим научным сотрудником в ВЦ ДВО РАН – обособленном подразделении ХФИЦ ДВО РАН. Область научных интересов: математическое моделирование, оптика, математические методы анализа сложных систем. E-mail: vlaskenko@as.khb.ru

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 18 марта 2024 г. Окончательный вариант – 6 мая 2024 г.

Calculation of parameters (propagation constant, phase and group velocities) of a graded-index optical fiber

V.A. Gladkikh¹, V.D. Vlasenko¹

¹ Computer Center of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences,
680000, Russia, Khabarovsk, Kim Yu Chen str., 65

Abstract

For a weakly guiding, single-mode, graded-index circular optical fiber, the general form of the dependence of the propagation constant on the waveguide parameter is obtained. From Maxwell's equations, an equation for the field in a light guide with a gradient refractive index profile is derived. Using a power-law refractive index profile for the first three powers and a Gaussian index profile as examples, dependences of the propagation constant, phase and group velocities on the waveguide parameter are obtained. For the ratio of the power transferred by the mode to the total stored energy per unit length of the waveguide, a dependence on the waveguide parameter is plotted. It is shown that as the waveguide parameter increases and the degree of the power-law profile increases, the fraction of transferred power decreases and approaches the fraction of transmitted power for the Gaussian profile. The results obtained can be used to create waveguides for specific applications.

Keywords: fiber optic light guide, Gaussian profile, propagation constant, phase velocity, group velocity.

Citation: Gladkikh VA, Vlasenko VD. Calculation of parameters (propagation constant, phase and group velocities) of a graded-index optical fiber. *Computer Optics* 2025; 49(1): 30-35. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1521.

Authors' information

Vyacheslav Aleksandrovich Gladkikh, (b. 1948), candidate of Physical and Mathematical Sciences; graduated from Far Eastern State University with a degree in Physics. Works as a senior researcher at the Computing Center FEB RAS, a separate division of the KhFRC FEB RAS. Area of scientific interests: optics, electrodynamics, mathematical physics. E-mail: gladkih@as.khb.ru

Victor Dmitrievich Vlasenko, (b. 1960), candidate of Physical and Mathematical Sciences; graduated from Far Eastern State University with a degree in Applied Mathematics. He works as a senior researcher at the Computing Center FEB RAS, a separate division of the KhFRC FEB RAS. Area of scientific interests: mathematical modeling, optics, mathematical methods for analyzing complex systems. E-mail: vlasenko@as.khb.ru

Received March 18, 2024. The final version – May 6, 2024.
