

Об условии полного обратного отражения для дифракционной решетки на зеркале, работающей в геометрии Литрова

Е.А. Безус^{1,2}, Д.А. Быков^{2,1}, Л.Л. Досколович^{2,1}

¹ Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, 443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34;

² Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт», 443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151

Аннотация

Рассмотрены оптические свойства структуры, состоящей из дифракционной решетки, работающей в геометрии Литрова, плоскопараллельного диэлектрического слоя и зеркала, полностью отражающего падающее на него излучение. Получено условие, накладываемое на элементы матрицы рассеяния дифракционной решетки, при выполнении которого можно за счет выбора толщины диэлектрического слоя получить полное обратное отражение, т.е. направить всю энергию падающей волны в -1 -й отраженный порядок дифракции. Результаты численного моделирования в рамках электромагнитной теории дифракции полностью подтверждают полученные теоретические результаты.

Ключевые слова: дифракционная решетка, геометрия Литрова, брэгговское зеркало, -1 -й порядок дифракции, метод фурье-мод.

Цитирование: Безус, Е.А. Об условии полного обратного отражения для дифракционной решетки на зеркале, работающей в геометрии Литрова / Е.А. Безус, Д.А. Быков, Л.Л. Досколович // Компьютерная оптика. – 2025. – Т. 49, № 3. – С. 362-368. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1528.

Citation: Bezus EA, Bykov DA, Doskolovich LL. On the condition of total backward reflection for a diffraction grating on a mirror operating in Littrow mounting. Computer Optics 2025; 49(3): 362-368. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1528.

Введение

Несмотря на более чем двухсотлетнюю историю [1–4], дифракционные решетки по-прежнему являются предметом интенсивных исследований [5–10]. Это связано как с фундаментальным интересом, так и с многочисленными практическими применениями дифракционных решеток в различных оптических (в особенности лазерных) системах для спектральной и пространственной фильтрации электромагнитного излучения, объединения и разделения оптических пучков, сжатия оптических импульсов и др. [4–8].

Одной из важных задач расчета и оптимизации дифракционных решеток является задача расчета структур, направляющих максимально возможную долю энергии (или в идеальном случае всю энергию) падающей волны в некоторый порядок дифракции, обычно называемый рабочим. Часто в качестве рабочего рассматривается -1 -й отраженный порядок дифракции [11–17]. Особый интерес в таких задачах представляет т.н. геометрия (или конфигурация) Литрова, в которой направление распространения -1 -го отраженного порядка противоположно направлению распространения падающей волны [18]. В случае, когда дифракционная структура выполнена из непоглощающих диэлектрических материалов, для получения высокой отражательной способности необходимо использовать конфигурацию, в которой дифракционная решетка расположена на многослойном

отражателе (например, брэгговской решетке). В связи с этим возникает вопрос, при каких параметрах дифракционной решетки можно за счет подбора какого-либо из геометрических параметров (например, толщины промежуточного диэлектрического слоя между решеткой и отражателем) получить полное обратное отражение, т.е. направить всю энергию падающей волны в -1 -й отраженный порядок дифракции. Наиболее полный теоретический анализ данной задачи представлен в недавно вышедшей работе [19]. В указанной работе получено необходимое и достаточное условие, при выполнении которого можно за счет выбора толщины диэлектрического слоя получить нулевое отражение в нулевом отраженном порядке дифракции и, следовательно, полное отражение в рабочем -1 -м порядке. Вместе с тем это условие сформулировано в сложной для практической проверки форме, но предложены два более простых достаточных (не являющихся необходимыми) условия.

В настоящей работе необходимое и достаточное условие возможности получения полного обратного отражения для описанной структуры получено в другой форме. В отличие от работы [19], приведенное ниже условие выражено непосредственно через элементы матрицы рассеяния дифракционной решетки, что делает его существенно более простым для проверки для конкретной рассматриваемой структуры. Кроме того, обсуждается связь с двумя достаточными условиями из работы [19] и показано, что их можно

объединить, сформулировав в более общем виде. Полученные теоретические результаты подтверждаются результатами строгого численного моделирования в рамках электромагнитной теории дифракции.

1. Геометрия структуры и условие возможности получения нуля нулевого отраженного порядка дифракции

Геометрия рассматриваемой структуры показана на рис. 1. Структура состоит из диэлектрической дифракционной решетки с периодом d и высотой h_{gr} , выполненной на поверхности плоскопараллельного диэлектрического слоя с толщиной h и показателем преломления n , который, в свою очередь, находится на поверхности некоторого зеркала (например, многослойного брэгговского отражателя).

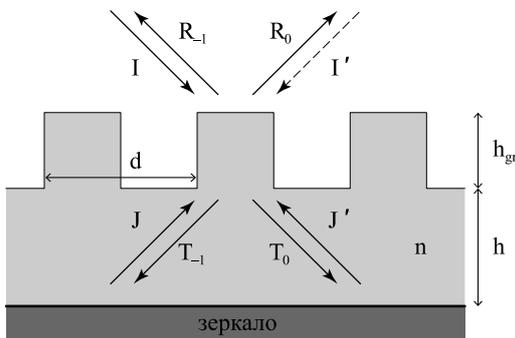


Рис. 1. Геометрия структуры, состоящей из дифракционной решетки, диэлектрического слоя и зеркала, и волны, падающие на дифракционную решетку и рассеянные ей

Для дальнейшего анализа сделаем несколько предположений. Будем считать, что все материалы структуры являются непоглощающими, дифракционная решетка имеет вертикальную плоскость симметрии, а излучение, падающее на зеркало на нижней поверхности диэлектрического слоя, полностью отражается. Согласно уравнению дифракционной решетки x -компонента волнового вектора порядка дифракции с номером m имеет вид $k_{x,m} = k_{x,inc} + m \cdot 2\pi/d$, где $k_{x,inc} = k_0 \sin \theta$ – x -компонента волнового вектора падающей волны, $k_0 = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны падающего излучения в свободном пространстве, θ – угол падения. Будем рассматривать случай т.н. геометрии (или конфигурации) Литрова, когда направление распространения -1 -го отраженного порядка дифракции противоположно направлению распространения падающей волны (см. рис. 1), т.е. $k_{x,-1} = -k_{x,inc}$ и, следовательно, x -компонента волнового вектора падающей волны составляет [18]

$$k_{x,inc} = \pi/d. \tag{1}$$

Выражение (1) записано в предположении, что среда над решеткой имеет единичный показатель преломления. Потребуем, чтобы в области над решеткой и в диэлектрическом слое между решеткой и зеркалом нулевой и -1 -й порядки дифракции являлись распространя-

ющимися, т.е. $|k_{x,inc}| = |k_{x,-1}| < k_0$. Кроме того, будем полагать, что все остальные порядки дифракции являются затухающими. Для этого достаточно потребовать, чтобы $+1$ -й порядок дифракции в волноводном слое был затухающим, т.е. $|k_{x,+1}| = k_0 n$. С использованием приведенного выше уравнения дифракционной решетки два данных условия можно записать в виде следующего двойного неравенства: $1/2 < d/\lambda < 3/(2n)$. В работе [19] было показано, что именно в этом диапазоне параметров рассматриваемая структура проявляет наиболее интересные оптические свойства.

Рассмотрим матрицу рассеяния дифракционной решетки, связывающую комплексные амплитуды волн, падающих на решетку и рассеянных ей. Для рассматриваемой структуры и геометрии падения матрица рассеяния S определяется как [19]

$$\begin{pmatrix} R_0 \\ R_{-1} \\ T_0 \\ T_{-1} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \rho & \rho' & \tau & \tau' \\ \rho' & \rho & \tau' & \tau \\ \tau & \tau' & r & r' \\ \tau' & \tau & r' & r \end{pmatrix}}_S \begin{pmatrix} I \\ I' \\ J \\ J' \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где I, I' и J, J' — комплексные амплитуды волн, падающих на структуру сверху и снизу соответственно (рис. 1), R_0, R_{-1} и T_0, T_{-1} — комплексные амплитуды рассеянных волн, соответствующие нулевому и -1 -м отраженным и прошедшим порядкам дифракции (обозначения и нумерация порядков дифракции выбраны для падающей волны I). С учетом введенных обозначений элементы матрицы рассеяния имеют следующий смысл (согласно первому столбцу): величины ρ и ρ' описывают дифракцию волны I в нулевой и -1 -й отраженный порядки дифракции соответственно, а элементы τ и τ' описывают дифракцию этой волны в нулевой и -1 -й прошедшие порядки (распространяющиеся в диэлектрическом слое). Отметим, что те же элементы входят во второй столбец матрицы, описывающий дифракцию волны с комплексной амплитудой I' . При этом в дальнейшем будем полагать $I' = 0$ (в связи с чем на рис. 1 эта волна показана пунктиром); учет этой волны в выражении (2) необходим для задания матрицы рассеяния. Отметим, что матрица рассеяния S содержит всего 6 уникальных элементов, что обусловлено симметриями рассматриваемой задачи дифракции и соображениями взаимности. Для удобства обозначения элементов матрицы рассеяния совпадают с обозначениями, используемыми в работе [19]. Отметим также, что в силу отсутствия потерь на поглощение в дифракционной решетке её матрица рассеяния S в (2) является унитарной.

Поскольку прошедшие волны T_0 и T_{-1} полностью отражаются от зеркала на нижней границе диэлектрического слоя, можно записать следующую связь между амплитудами волн T_0, T_{-1} и J, J' :

$$J = T_0 e^{i\varphi}, J' = T_{-1} e^{i\varphi}, \tag{3}$$

где φ – набег фазы, приобретаемый волнами при распространении через диэлектрический слой и отражении от зеркала на его нижней границе и определяемый толщиной h и показателем преломления n диэлектрического слоя и свойствами зеркала: $\varphi = 2k_z h + \varphi_r$, где $k_z = (k_0^2 n^2 - k_{x,\text{inc}}^2)^{1/2}$ – z -компонента волнового вектора волн, распространяющихся в диэлектрическом слое, φ_r – дополнительный набег фазы, приобретенный при отражении от зеркала. Очевидно, что за счет выбора толщины слоя h можно обеспечить любое значение набег фазы φ . Действительно, при заданном значении φ соответствующие значения h могут быть найдены как $h = (\varphi - \varphi_r + 2\pi m) / (2k_z)$, $m \in \mathbb{Z}$.

Полагая $I = 1$ и $I' = 1$, из выражений (2) и (3) можно найти комплексную амплитуду R_0 , которая в этом случае будет иметь смысл комплексного коэффициента отражения в нулевом порядке дифракции всей структуры, состоящей из дифракционной решетки, плоскопараллельного диэлектрического слоя и зеркала на его нижней границе, при падении одной падающей волны I :

$$R_0 = \rho + \frac{e^{i\varphi}(\tau^2 + \tau'^2) + e^{i2\varphi}(2r'\tau\tau' - r(\tau^2 + \tau'^2))}{1 - 2e^{i2\varphi}r + e^{i2\varphi}(r-r')(r+r')}. \tag{4}$$

Интенсивность нулевого отраженного порядка дифракции при этом будет составлять $|R_0|^2$. Аналогично, интенсивность -1 -го отраженного порядка равна $|R_{-1}|^2$ (выражение для комплексной амплитуды R_{-1} , аналогичное (4), не будем приводить для краткости). Поскольку мы полагаем, что в структуре отсутствуют потери на поглощение, а зеркало на нижней границе диэлектрического слоя отражает все падающее на него излучение, то при любых параметрах решетки и диэлектрического слоя будет выполняться равенство $|R_0|^2 + |R_{-1}|^2 = 1$, т.е. энергия падающей волны будет делиться между нулевым и -1 -м отраженными порядками дифракции.

Зададимся теперь вопросом, в каких случаях за счет выбора значения набег фазы φ (обеспечиваемого за счет выбора толщины диэлектрического слоя h между решеткой и зеркалом) можно получить $R_0 = 0$ и, таким образом, направить всю энергию падающей волны в -1 -й отраженный порядок дифракции. Приводя слагаемые в правой части выражения (4) к общему знаменателю, приравняем числитель получающейся дроби к нулю. Для упрощения выражения воспользуемся следствиями унитарности матрицы рассеяния \mathbf{S} из формулы (2), а именно, приравняем эрмитову сопряженную матрицу \mathbf{S}^* к обратной матрице \mathbf{S}^{-1} , выраженной через присоединенную матрицу как $\mathbf{S}^{-1} = \text{adj}\mathbf{S} / \det\mathbf{S}$. Это позволяет записать коэффициент при величине $e^{i2\varphi}$ в полученном уравнении в компактном виде $\rho^* \det\mathbf{S}$. После ряда простых дальнейших преобразований получим следующее уравнение относительно величины φ :

$$\begin{aligned} & \text{Re} \left[\frac{\rho}{\sqrt{\det\mathbf{S}}} \right] \cos\varphi + \text{Im} \left[\frac{\rho}{\sqrt{\det\mathbf{S}}} \right] \sin\varphi + \\ & + \frac{\tau^2 + \tau'^2 - 2\rho r}{2\sqrt{\det\mathbf{S}}} = 0. \end{aligned} \tag{5}$$

Очевидно, множители перед косинусом и синусом в двух первых слагаемых в уравнении (5) действительны. Используя свойства унитарности матрицы \mathbf{S} , можно показать, что последнее слагаемое также является действительным. В работе [19] было показано (см. теорему в подразделе 3.A), что уравнение вида $a \cos\varphi + b \sin\varphi + c = 0$ с действительными коэффициентами a, b, c имеет действительные корни тогда и только тогда, когда $a^2 + b^2 \geq c^2$. Применяя указанное условие к уравнению (6), получим неравенство

$$\begin{aligned} & \left(\text{Re} \left[\frac{\rho}{\sqrt{\det\mathbf{S}}} \right] \right)^2 + \left(\text{Im} \left[\frac{\rho}{\sqrt{\det\mathbf{S}}} \right] \right)^2 \geq \\ & \geq \left| \frac{\tau^2 + \tau'^2 - 2\rho r}{2\sqrt{\det\mathbf{S}}} \right|^2. \end{aligned} \tag{6}$$

В силу унитарности матрицы рассеяния $\mathbf{S} \cdot \det\mathbf{S} = 1$ и неравенство (6) принимает вид

$$|\rho| \geq \left| \rho r - \frac{\tau^2 + \tau'^2}{2} \right|. \tag{7}$$

Полученное неравенство (7) и является необходимым и достаточным условием возможности получения нуля нулевого отраженного дифракционного порядка (т.е. полного отражения в -1 -м порядке дифракции) за счет выбора толщины диэлектрического слоя между дифракционной решеткой и зеркалом. Отметим, что удобство данного неравенства с практической точки зрения заключается в том, что его левая и правая части выражаются непосредственно через элементы матрицы рассеяния дифракционной решетки (2), которые могут быть рассчитаны с помощью стандартных численных методов для решения уравнений Максвелла в задачах дифракции на решетках, в частности, с помощью метода фурье-мод [20, 21]. При этом в расчетах для проверки условия не требуется учет зеркала (см. рис. 1), а решетка предполагается расположенной на подложке с показателем преломления, совпадающим с показателем преломления диэлектрического слоя n . Это делает проверку неравенства (7) существенно более простой по сравнению с необходимым и достаточным условием, сформулированным в работе [19] (см. формулу (21) в этой работе), требующим рассмотрения всей структуры, включающей дифракционную решетку, диэлектрический слой и зеркало, а также проведения ряда дополнительных расчетов для каждой точки в пространстве параметров, в которой требуется проверить условие, в частности, нахождения экстремумов определенной функции [19].

2. Связь с достаточными условиями

Несмотря на то, что, как указано выше, необходимое и достаточное условие возможности получения полного отражения в -1 -м порядке дифракции, полученное в работе [19], является относительно сложным для проверки, в работе [19] были предложены два простых достаточных (не являющихся необходимыми) условия, накладываемых на элементы матрицы рассеяния τ и τ' и обеспечивающих возможность получения $R_0 = 0$ и $|R_{-1}| = 1$:

1. $|\tau| = |\tau'|$ и $\arg \tau - \arg \tau' \neq m\pi, m \in \mathbb{Z}$;
2. $|\tau| = |\tau'| > 1/2$.

Покажем, что выполнение любого из приведенных условий влечет выполнение полученного выше неравенства (7), т.е. они действительно являются достаточными для того, чтобы можно было получить нуль нулевого отраженного порядка дифракции за счет выбора толщины диэлектрического слоя. При этом анализ проведем для более общего условия $|\tau| = |\tau'|$ и покажем, что оно также является достаточным.

Для доказательства используем следующие представления величин ρ, r, τ и τ' , предложенные в [19]:

$$\begin{aligned} \rho &= (\rho_+ + \rho_-) / 2, \quad r = (r_+ + r_-) / 2, \\ \tau &= (\tau_+ + \tau_-) / 2, \quad \tau' = (\tau_+ - \tau_-) / 2, \end{aligned} \tag{8}$$

где величины ρ_{\pm}, r_{\pm} и τ_{\pm} являются элементами унитарных матриц

$$S_{\pm} = \begin{pmatrix} \rho_{\pm} & \tau_{\pm} \\ \tau_{\pm} & r_{\pm} \end{pmatrix}. \tag{9}$$

Подробное обсуждение смысла матриц S_{\pm} выходит за рамки настоящей работы, отметим лишь, что эти матрицы представляют собой матрицы рассеяния решетки для случаев т.н. симметричного и антисимметричного возбуждений (когда в качестве падающей волны рассматриваются пары волн с амплитудами $I = I' = 1$ и $I = -I' = 1$). Для симметричных унитарных матриц размерности 2×2 может быть применена следующая параметризация:

$$S_{\pm} = \begin{pmatrix} \sin \alpha_{\pm} \exp(i(2\theta_{\pm} - \delta_{\pm})) & i \cos \alpha_{\pm} \exp(i\theta_{\pm}) \\ i \cos \alpha_{\pm} \exp(i\theta_{\pm}) & \sin \alpha_{\pm} \exp(i\delta_{\pm}) \end{pmatrix}, \tag{10}$$

где $\alpha_{\pm}, \theta_{\pm}$ и δ_{\pm} – действительные параметры, причем $0 \leq \alpha_{\pm} \leq \pi/2$. Из выражений (8)–(10) следует, что величины, входящие в неравенство (7), могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\sin \alpha_+ e^{i(2\theta_+ - \delta_+)} + \sin \alpha_- e^{i(2\theta_- - \delta_-)}}{2}, \\ r &= \frac{\sin \alpha_+ e^{i\delta_+} + \sin \alpha_- e^{i\delta_-}}{2}, \\ \tau &= i \frac{\cos \alpha_+ e^{i\theta_+} + \cos \alpha_- e^{i\theta_-}}{2}, \\ \tau' &= i \frac{\cos \alpha_+ e^{i\theta_+} - \cos \alpha_- e^{i\theta_-}}{2}. \end{aligned} \tag{11}$$

Подставляя выражения (11) в неравенство (7), после возведения в квадрат левой и правой частей неравенства и упрощения получим

$$\begin{aligned} &|\cos(\theta_+ - \theta_-) + \sin \alpha_+ \sin \alpha_- \times \\ &\times \cos([\theta_+ - \delta_+] - [\theta_- - \delta_-])|^2 \leq \\ &\leq \sin^2 \alpha_+ \sin^2 \alpha_- + 2 \sin \alpha_+ \sin \alpha_- \times \\ &\times \cos([2\theta_+ - \delta_+] - [2\theta_- - \delta_-]). \end{aligned} \tag{12}$$

Покажем, что неравенство (12), эквивалентное неравенству (7), выполняется, когда $|\tau| = |\tau'|$. Приравняв квадраты модулей правых частей последних двух выражений в формуле (11), после простых преобразований получим, что равенство $|\tau| = |\tau'|$ выполняется, когда $\cos(\theta_+ - \theta_-) \cos \alpha_+ \cos \alpha_- = 0$. Начнем рассмотрение со случая, когда $\cos(\theta_+ - \theta_-) = 0$ (т.е. $\theta_+ - \theta_- = \pi/2 + \pi m$). В этом случае неравенство (12) принимает вид

$$\begin{aligned} &\sin^2 \alpha_+ \sin^2 \alpha_- \sin^2 \Delta\delta \leq \\ &\leq \sin^2 \alpha_+ + \sin^2 \alpha_- - 2 \sin \alpha_+ \sin \alpha_- \cos \Delta\delta, \end{aligned} \tag{13}$$

где $\Delta\delta = \delta_+ - \delta_-$. Перепишем неравенство (13) в виде

$$\begin{aligned} &\sin^2 \alpha_+ \sin^2 \alpha_- \leq \\ &\leq \sin^2 \alpha_+ + \sin^2 \alpha_- + f(\alpha_+, \alpha_-, \Delta\delta), \end{aligned} \tag{14}$$

где $f(\alpha_+, \alpha_-, \Delta\delta) = (\sin \alpha_+ \sin \alpha_- \cos \Delta\delta - 1)^2 - 1$. Очевидно, что, если $f(\alpha_+, \alpha_-, \Delta\delta) \geq 0$, неравенство (14) выполняется при любых α_+ и α_- . В связи с этим найдем минимальное значение функции f по переменной $\Delta\delta$ (напомним, что, поскольку $0 \leq \alpha_{\pm} \leq \pi/2, 0 \leq \sin \alpha_{\pm} \leq 1$). Легко показать, что минимальное значение достигается при $\cos \Delta\delta = 1$ и составляет $\sin \alpha_+ \sin \alpha_- (\sin \alpha_+ \sin \alpha_- - 2)$. Несмотря на то, что это значение меньше или равно нулю, при подстановке его в неравенство (14) после упрощения получим:

$$0 \leq (\sin \alpha_+ + \sin \alpha_-)^2. \tag{15}$$

Последнее неравенство, очевидно, выполняется при любых α_+ и α_- , отсюда следует и выполнение неравенства (7) в этом случае.

Рассмотрим теперь случай $\cos \alpha_+ = 0$ (т.е. $\alpha_+ = \pi/2$). Отметим, что, поскольку величины α_+ и α_- входят в неравенство одинаковым образом, рассуждения для случая $\cos \alpha_- = 0$ будут идентичными. Подставляя $\alpha_+ = \pi/2$ в неравенство (12), после преобразований получим:

$$(\sin(\theta_+ - \theta_-) - \sin \alpha_- \sin(\theta_+ - \theta_- - \Delta\delta))^2 \geq 0. \tag{16}$$

Это неравенство всегда выполняется. Таким образом, из равенства $|\tau| = |\tau'|$ следует выполнение неравенства (7), и указанное равенство действительно является достаточным условием возможности получения нуля нулевого отраженного порядка дифракции за счет выбора толщины диэлектрического слоя.

3. Численный пример

Для того, чтобы проиллюстрировать и подтвердить теоретические результаты двух предыдущих параграфов, рассмотрим конкретную структуру, состоящую из бинарной дифракционной решетки и диэлектрического слоя с показателем преломления $n = 1,5$, расположенных на многослойном брэгговском зеркале. В исследованном примере отношение ширины ступеньки решетки к ее периоду (коэффициент заполнения) составляет $1/3$, а брэгговский отражатель состоит из 15 периодов (пар четвертьволновых плоскопараллельных диэлектрических слоев с показателями преломления 2 и 1,5). На рис. 2 в зависимости от нормированных параметров λ/d и h_{gr}/d показаны (отмечены серым) области, в которых выполняется неравенство (7). Элементы матрицы рассеяния дифракционной решетки S , входящие в используемое неравенство, были рассчитаны с помощью метода Фурье-мод [20, 21]. При этом для каждого значения λ/d угол падения θ выбирался из условия выполнения равенства (1). Сплошными кривыми на рис. 2 показано множество точек, в которых выполняется равенство $|\tau| = |\tau'|$. Видно, что в полном соответствии с результатами параграфа 2 эти кривые действительно лежат внутри областей, в которых выполняется неравенство (7).

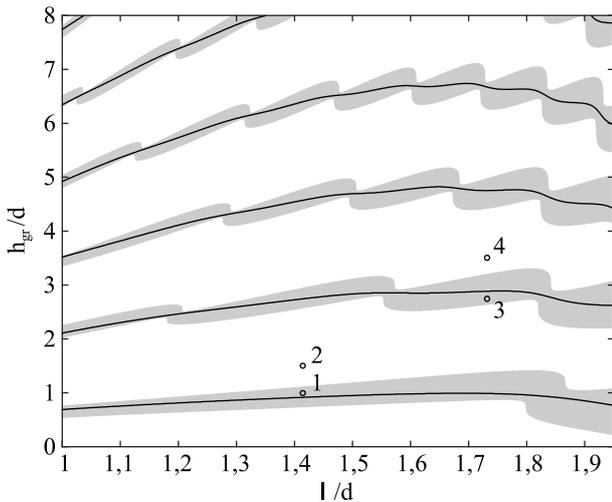


Рис. 2. Области, в которых выполняется неравенство (7) (серый), и точки, в которых выполняется равенство $|\tau| = |\tau'|$ (сплошные кривые). Кружками отмечены точки, соответствующие рассмотренным ниже примерам

Для подтверждения того факта, что в областях, в которых выполняется неравенство (7) (серые области на рис. 2), за счет выбора толщины диэлектрического слоя h действительно возможно обратить в нуль интенсивность нулевого отраженного порядка дифракции, рассмотрим структуры, отмеченные кружками на рис. 2. Указанные примеры соответствуют следующим точкам в пространстве параметров $(\lambda/d; h_{gr}/d)$: пример 1 – (1,414; 1) (значение $\lambda/d = 1,414$ соответствует углу падения $\theta = 45^\circ$ в геометрии Литрова), пример 2 – (1,414; 1,5), пример 3 – (1,414; 2,75) (зна-

чение $\lambda/d = 1,732$ соответствует углу падения $\theta = 60^\circ$ в геометрии Литрова), пример 4 – (1,732; 3,5). Согласно рис. 2, точки, соответствующие примерам 1 и 3, лежат в областях, в которых выполняется неравенство (7), т.е. можно ожидать получения нулей интенсивности нулевого порядка. Точки же, соответствующие примерам 2 и 4, лежат вне этих областей (рис. 2). На рис. 3 показаны зависимости интенсивностей нулевого и -1 -го отраженных порядков дифракции $|R_0|^2$ и $|R_{-1}|^2$ от толщины диэлектрического слоя между дифракционной решеткой и зеркалом h , нормированной на длину волны падающего излучения λ , для четырех рассмотренных примеров.

Результаты, приведенные на рис. 3, полностью подтверждают теоретические результаты параграфа 1. Действительно, для примеров 1 и 3, соответствующих точкам, лежащим внутри областей, в которых выполняется неравенство (7) (рис. 2), существуют толщины диэлектрического слоя, при которых $|R_0|^2 = 0$ и $|R_{-1}|^2 = 0$, т.е. вся энергия падающей волны направляется в -1 -й отраженный порядок дифракции. В то же время для примеров 2 и 4, соответствующих точкам, лежащим вне указанных областей, интенсивность нулевого порядка дифракции не обращается в нуль ни при каких значениях толщины h .

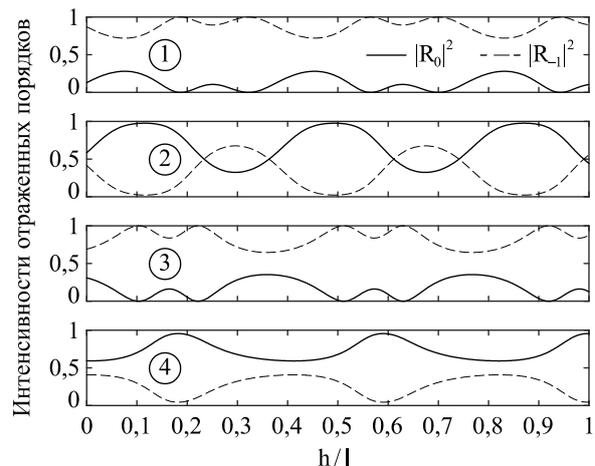


Рис. 3. Интенсивности нулевого и -1 -го отраженных порядков дифракции $|R_0|^2$ и $|R_{-1}|^2$ для примеров дифракционных решеток, отмеченных на рис. 2

Заключение

В настоящей работе были рассмотрены оптические свойства структуры, состоящей из диэлектрической дифракционной решетки, зеркала, полностью отражающего падающее на нее излучение, и разделяющего их плоскопараллельного диэлектрического слоя. При этом рассматривался случай, когда решетка работает в т.н. геометрии Литрова, т.е. направление распространения -1 -го отраженного порядка дифракции противоположно направлению распространения падающей волны. С использованием формализма матрицы рассеяния было получено необходимое и достаточное условие в форме неравенства, при вы-

полнении которого возможно за счет выбора толщины диэлектрического слоя между решеткой и зеркалом получить нуль интенсивности нулевого отраженного порядка дифракции, т.е. направить всю энергию падающей волны в -1 -й отраженный порядок. Удобство полученного неравенства с практической точки зрения заключается в том, что его левая и правая части выражаются непосредственно через элементы матрицы рассеяния дифракционной решетки, которые могут быть рассчитаны с помощью стандартных численных методов решения уравнений Максвелла в задачах дифракции света на периодических дифракционных структурах, например, метода Фурье-мод. Также в работе была показана связь полученного необходимого и достаточного условия с достаточными условиями, полученными в работе [19]. Результаты строгого численного моделирования структуры, состоящей из бинарной дифракционной решетки, диэлектрического слоя и многослойного брэгговского отражателя, полностью подтвердили полученные теоретические результаты.

Полученные результаты будут полезны при расчете работающих в геометрии Литрова дифракционных решеток для различных оптических систем. Кроме того, по мнению авторов, полученные результаты могут быть распространены на случай интегральных дифракционных структур для волноводных мод и поверхностных электромагнитных волн [22–26], что будет являться предметом дальнейших исследований.

Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ Самарскому университету (проект FSSS-2024-0014, теоретическое исследование возможности получения нуля нулевого порядка дифракции) и государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» (численное исследование примера дифракционной структуры).

References

- [1] Rittenhouse D. Explanation of an optical deception. *Trans Amer Phil Soc* 1786; 2: 37-42. DOI: 10.2307/1005164.
- [2] Wood RW. On a remarkable case of uneven distribution of light in a diffraction grating spectrum. *Proc Phys Soc London* 1902; 18(1): 269-306. DOI: 10.1088/1478-7814/18/1/325.
- [3] Hessel A, Oliner AA. A new theory of Wood's anomalies on optical gratings. *Appl Opt* 1995; 4(10): 1275-1297. DOI: 10.1364/AO.4.001275.
- [4] Loewen EG, Popov T. *Diffraction gratings and applications*. Boca Raton: CRC Press; 1997. ISBN: 9781315214849.
- [5] Collin S. Nanostructure arrays in free-space: optical properties and applications. *Rep Prog Phys* 2014; 77(12): 126402. DOI: 10.1088/0034-4885/77/12/126402.
- [6] Bonod N, Neauport J. Diffraction gratings: from principles to applications in high-intensity lasers. *Adv Opt Photonics* 2016; 8(1): 156-199. DOI: 10.1364/AOP.8.000156.
- [7] Qiao P, Yang W, Chang-Hasnain CJ. Recent advances in high-contrast metastructures, metasurfaces, and photonic crystals. *Adv Opt Photonics* 2018; 10(1): 180-245. DOI: 10.1364/AOP.10.000180.
- [8] Quaranta G, Basset G, Martin OJF, Gallinet B. Recent advances in resonant waveguide gratings. *Laser Photonics Rev* 2018; 12(9): 1800017. DOI: 10.1002/lpor.201800017.
- [9] Khonina SN, Kapitonov YV. Simulation of the spatial distribution of scattered light under illumination of a resonant diffraction grating with structured light. *Computer Optics* 2023; 47(6): 927-937. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1404.
- [10] Bykov DA, Bezus EA, Doskolovich LL. Coupled-mode theory for resonant gratings with a varying period. *Computer Optics* 2023; 47(3): 341-349. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1232.
- [11] Svakhin AS, Sychugov VA, Tikhomirov AE. Efficient diffraction elements for TE-polarized waves. *Sov Phys Tech Phys* 1991; 36: 1038-1040.
- [12] Svakhin AS, Sychugov VA, Tikhomirov AE. Diffraction gratings with high optical strength for laser resonators. *Quantum Electron* 1994; 24(3): 233-235. DOI: 10.1070/QE1994v024n03ABEH000060.
- [13] Perry MD, Boyd RD, Britten JA, Decker D, Shore BW, Shannon C, Shults E. High-efficiency multilayer dielectric diffraction gratings. *Opt Lett* 1995; 20(8): 940-942. DOI: 10.1364/OL.20.000940.
- [14] Shore BW, Perry MD, Britten JA, Boyd RD, Feit MD, Nguyen HT, Chow R, Loomis GE, Li L. Design of high-efficiency dielectric reflection gratings. *J Opt Soc Am A* 1997; 14(5): 1124-1136. DOI: 10.1364/JOSAA.14.001124.
- [15] Tishchenko AV, Sychugov VA. High grating efficiency by energy accumulation in a leaky mode. *Opt Quantum Electron* 2000; 32(6-8): 1027-1031. DOI: 10.1023/A:1007055604507.
- [16] Destouches N, Tishchenko AV, Pommier JC S, Reynaud S, Parriaux O, Tonchev S, Ahmed MA. 99% efficiency measured in the -1 st order of a resonant grating. *Opt Express* 2005; 13(9): 3230-3235. DOI: 10.1364/OPEX.13.003230.
- [17] Flury M, Tishchenko AV, Parriaux O. The leaky mode resonance condition ensures 100% diffraction efficiency of mirror-based resonant gratings. *J Lightw Technol* 2007; 25(7): 1870-1878. DOI: 10.1109/JLT.2007.899187.
- [18] Popov E, Tsonev L, Maestre D. Gratings—general properties of the Littrow mounting and energy flow distribution. *J Mod Opt* 1990; 37(3): 367-377. DOI: 10.1080/09500349014550421.
- [19] Li L. Internal mechanism of perfect-reflector-backed dielectric gratings to achieve 100% diffraction efficiency. *J Opt Soc Am A* 2024; 41(2): 252-260. DOI: 10.1364/JOSAA.511422.
- [20] Moharam MG, Grann EB, Pommet DA, Gaylord TK. Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings. *J Opt Soc Am A* 1995; 12(5): 1068-1076. DOI: 10.1364/JOSAA.12.001068.
- [21] Li L. Formulation and comparison of two recursive matrix algorithms for modeling layered diffraction gratings. *J Opt Soc Am A* 1996; 13(5): 1024-1035. DOI: 10.1364/JOSAA.13.001024.
- [22] Khaleghi SSM, Karimi P, Khavasi A. On-chip second-order spatial derivative of an optical beam by a periodic ridge. *Opt Express* 2020; 28(18): 26481-26491. DOI: 10.1364/OE.399484.

- [23] Xu H, Shi Y. Silicon-waveguide-integrated high-quality metagrating supporting bound state in the continuum. *Laser Photonics Rev* 2020; 14(6): 1900430. DOI: 10.1002/lpor.201900430.
- [24] Bezus EA, Doskolovich LL, Soifer VA. Near-wavelength diffraction gratings for surface plasmon polaritons. *Opt Lett* 2015; 40(21): 4935-4938. DOI: 10.1364/OL.40.004935.
- [25] Bezus EA, Doskolovich LL. Broadband mirrors for surface plasmon polaritons using integrated high-contrast diffraction gratings. *Opt Express* 2021; 29(3): 4022-4034. DOI: 10.1364/OE.415259.
- [26] Bezus EA, Bykov DA, Doskolovich, LL. Integrated diffraction gratings on the Bloch surface wave platform supporting bound states in the continuum. *Nanophotonics* 2021; 10(17): 4331-4340. DOI: 10.1515/nanoph-2021-0352.

Сведения об авторах

Безус Евгений Анатольевич в 2009 году с отличием окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ) по специальности «Прикладная математика и информатика». Кандидат физико-математических наук (2012 г.), старший научный сотрудник НИЛ-35 Самарского университета и лаборатории дифракционной оптики отделения «Институт систем обработки изображений – Самара» Курчатовского комплекса кристаллографии и фотоники федерального государственного бюджетного учреждения «Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»», доцент кафедры технической кибернетики Самарского университета. Области научных интересов: нанофотоника, плазмоника, электромагнитная теория дифракции. E-mail: evgeni.bezus@gmail.com

Быков Дмитрий Александрович, в 2009 году с отличием окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ, ныне – Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва) по специальности «Прикладная математика и информатика». Доктор физико-математических наук (2017 г.), старший научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики отделения «Институт систем обработки изображений – Самара» Курчатовского комплекса кристаллографии и фотоники федерального государственного бюджетного учреждения «Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»» и ведущий научный сотрудник НИЛ-35 Самарского университета, профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета. Области научных интересов: оптика резонансных дифракционных структур, электромагнитная теория дифракции, неизображающая оптика. E-mail: bykovd@gmail.com

Досколович Леонид Леонидович, в 1989 году с отличием окончил Куйбышевский авиационный институт (КуАИ, ныне — Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2001 год), профессор, главный научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики отделения «Институт систем обработки изображений – Самара» Курчатовского комплекса кристаллографии и фотоники федерального государственного бюджетного учреждения «Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»» и ведущий научный сотрудник НИЛ-35 Самарского университета, профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета. Специалист в области нанофотоники, дифракционной оптики, неизображающей оптики. E-mail: leonid@ipsiras.ru

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 1 апреля 2024 г. Окончательный вариант – 24 июня 2024 г.

On the condition of total backward reflection for a diffraction grating on a mirror operating in Littrow mounting

E.A. Bezus^{1,2}, D.A. Bykov^{2,1}, L.L. Doskolovich^{2,1}

¹ *Samara National Research University, Moskovskoye Shosse 34, Samara, 443086, Russia;*

² *Image Processing Systems Institute, NRC “Kurchatov Institute”,
Molodogvardeyskaya Str. 151, Samara, 443001, Russia*

Abstract

Optical properties of a structure consisting of a diffraction grating operating in the Littrow geometry, a plane-parallel dielectric layer, and a mirror that completely reflects the incident radiation are considered. A condition is obtained that is imposed on the scattering matrix elements of a diffraction grating, under which, by choosing the thickness of the dielectric layer, it is possible to obtain total backward reflection, i.e., to direct all the energy of the incident wave to the -1 st reflected diffraction order. The results of numerical simulations within the framework of the electromagnetic theory of diffraction completely confirm the obtained theoretical results.

Keywords: diffraction grating, Littrow mounting, Bragg mirror, -1 st diffraction order, Fourier modal method.

Citation: Bezus EA, Bykov DA, Doskolovich LL. On the condition of total backward reflection for a diffraction grating on a mirror operating in Littrow mounting. *Computer Optics* 2025; 49(3): 362-368. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1528.

Acknowledgements: This work was partly funded by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation within state assignment to Samara University, FSSS-2024-0014 (Theoretical investigation of the possibility of obtaining a zero of the zeroth diffraction order) and NRC “Kurchatov Institute” (Numerical investigation of an example of the diffractive structure).

Author’s information

Evgeni Anatolievich Bezus graduated with honors (2009) from the Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics and Computer Science. Candidate in Physics and Mathematics (2012). Currently he is a senior researcher at the Samara University and at the Diffractive Optics Laboratory of Image Processing Systems Institute, NRC “Kurchatov Institute” and an associate professor at Technical Cybernetics department of Samara University. His current research interests include nanophotonics, plasmonics and electromagnetic diffraction theory. E-mail: evgeni.bezus@gmail.com

Dmitry Alexandrovich Bykov graduated with honors (2009) from Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics and Computer Science. Doctor of Physics and Mathematics (2017). Senior researcher at the Diffractive Optics Laboratory of the Image Processing Systems Institute, NRC “Kurchatov Institute” and leading researcher at the Samara University, and a professor at Technical Cybernetics department of Samara University. His current research interests include optics of resonant diffractive structures, electromagnetic diffraction theory, and non-imaging optics. E-mail: bykovd@gmail.com

Leonid Leonidovich Doskolovich graduated with honors (1989) from S.P. Korolyov Kuibyshev Aviation Institute (presently, Samara National Research University), majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths (2001) degree from Samara State Aerospace University. Principal researcher at Image Processing Systems Institute, NRC “Kurchatov Institute” and leading researcher at Samara University, and a professor at Technical Cybernetics department of Samara University. His leading research interests include nanophotonics, diffractive optics, and non-imaging optics. E-mail: leonid@ipsiras.ru

Received April 1, 2024. The final version – June 24, 2024.
